



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Mass Renormalization in the Nelson Model [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	大澤, 進
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第12684号
Issue Date	2017-03-23
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/65332
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	doctoral thesis
File Information	Susumu_Osawa_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 大 澤 進

学位論文題名

Mass Renormalization in the Nelson Model

(ネルソンモデルにおける質量のくりこみ)

本論文は、ネルソンモデルにおいて運動量の紫外切断 Λ の除去の極限 $\Lambda \rightarrow \infty$ における effective mass の漸近的な振る舞いを摂動論的に調べたものである。

ネルソンモデルは、裸の質量 $m > 0$ を持った非相対論的な核子が質量 $\nu > 0$ の量子スカラー場と相互作用する系を記述する。スカラー場の自由エネルギーは $H_f = d\Gamma(\omega)$ で与えられる。ここで、 $\omega(k) = \sqrt{|k|^2 + \nu^2}$ ($k = (k_1, k_2, k_3) \in \mathbb{R}^3$, $\nu > 0$) は $L^2(\mathbb{R}^3)$ 上のかけ算作用素である。同様にスカラー場の運動量は $P_{f\mu} = d\Gamma(k_\mu)$ ($\mu = 1, 2, 3$) で与えられる。核子とスカラー場の結合エネルギーは Segal の場の作用素 $\Phi_s(g)$ で記述される。ただし、 g は $g(k) = \frac{\hat{\phi}(k)}{\sqrt{\omega(k)}}$ で与えられる切断関数である。ここで、 $\hat{\phi}$ は赤外切断 $\kappa > 0$ と紫外切断 $\Lambda > 0$ を持つ形状因子で、以下のように定義される。

$$\hat{\phi}(k) = \begin{cases} 0 & |k| < \kappa, \\ (2\pi)^{-\frac{3}{2}} & \kappa \leq |k| \leq \Lambda, \\ 0 & |k| > \Lambda. \end{cases}$$

トータルモーメントム $p \in \mathbb{R}^3$ のネルソンハミルトニアンはボソンフォック空間上の自己共役作用素

$$H(p) = \frac{1}{2m}(p - P_f)^2 + H_f + \alpha\Phi_s(g)$$

で与えられる。ただし、 $\alpha \in \mathbb{R}$ は結合定数である。Energy-momentum relation $E(p, \alpha)$ を $H(p)$ のスペクトルの下限として $E(p, \alpha) = \inf \sigma(H(p))$ と定義したとき、effective mass $m_{\text{eff}} = m_{\text{eff}}(\Lambda)$ は、

$$\frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{3} \Delta_p E(p, \alpha) \upharpoonright_{p=0}$$

で定義される。ここで、 Δ_p は変数 p の 3 次元ラプラシアンである。

Effective mass と energy-momentum relation は、これまで主として非相対論的量子電磁力学の場合に研究されてきた。これに対して本論文では、ネルソンモデルの effective mass を考察した。まず、 $H(p)$ が加藤の意味における解析族であることを証明し、それを用いて次の定理を得た。

Theorem 1 $\kappa > 0$ とすると、十分 $|\alpha|$ が小さいとき m_{eff} は α^2 の解析関数であり、以下のようにべき級数展開される。

$$\frac{m_{\text{eff}}}{m} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\Lambda) \alpha^{2n}.$$

続いて $H(0)$ の基底状態と基底状態エネルギーを α のべき級数で表すことにより、以下の二つの定理を得た。

Theorem 2 正の定数 C が存在して、以下の等式が成立する。

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} a_1(\Lambda) = C.$$

Theorem 3 定数 C_1 と C_2 が存在して、以下の不等式が成立する。

$$C_1 \leq \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{a_2(\Lambda)}{\log \Lambda} \leq C_2.$$