



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	高精度な光複素振幅計測に向けた位相シフトデジタルホログラフィの計算アルゴリズムに関する研究
Author(s)	野澤, 仁
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第12632号
Issue Date	2017-03-23
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k12632
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/65567
Type	doctoral thesis
File Information	Jin_Nozaawa.pdf



博士論文

高精度な光複素振幅計測に向けた位相シフトデジタル

ホログラフィの計算アルゴリズムに関する研究

*Study on computational algorithm in phase shifting digital holography for
highly accurate optical complex amplitude measurement*

北海道大学
大学院情報科学研究科
情報エレクトロニクス専攻
先端エレクトロニクス講座
光エレクトロニクス研究室

野澤 仁

目次

1. 序論	1
参考文献	5
2. 光位相計測手法	7
2.1 干渉現象を利用しない位相計測手法	8
2.1.1 シャックハルトマンセンサー	8
2.1.2 波面曲率センサー	10
2.1.3 強度輸送方程式	11
2.1.4 フーリエ反復法	13
2.2 干渉現象を利用する位相計測手法	14
2.2.1 ホログラフィ	14
2.2.2 位相シフトデジタルホログラフィ	16
2.2.3 フーリエ縞解析	18
参考文献	20
3. 位相シフトデジタルホログラフィ	21
3.1 時間分割法	22
3.2 空間分割法	23
3.2.1 傾いたミラーによる位相シフト	24
3.2.2 拡散板による位相シフト	26
3.2.3 分数タルボ干渉計による位相シフト	28
3.3 ダイバーシティ法	30
3.3.1 偏光制御による位相シフト	31
3.3.2 ビームスプリッタによる位相シフト	34
3.3.3 4チャンネル型 HDI	36
3.3.4 2チャンネル型 HDI	37
3.4 各位相シフト手法の比較	39
参考文献	42
4. 光複素振幅算出アルゴリズム	43
4.1 4ステップアルゴリズム	44
4.2 3ステップアルゴリズム	46
4.3 2ステップアルゴリズム	48
4.4 最小二乗法アルゴリズム	50

4.5	Carre のアルゴリズム	53
4.6	Hariharan のアルゴリズム	55
	参考文献	57
5.	2 チャンネルアルゴリズム	58
5.1	基本原理	59
5.2	計算式の導出	61
5.3	数値解析	68
5.4	計測実験	74
	参考文献	84
6.	仮想干渉縞生成アルゴリズム	85
6.1	基本原理	86
6.2	計算式の導出	87
6.3	数値解析	89
6.4	計測実験	95
6.5	干渉縞間の位相シフト誤差補正に関する検討	102
6.6	干渉縞の直流成分推定に関する検討	106
	参考文献	109
7.	結論	110
	謝辞	112
	研究業績目録	113

第1章 序論

近年の科学技術の発展はすさまじく、我々の生活環境は刻一刻と変化を続けている。特に、情報という観点から見ると、昨今のスマートファンの普及や計算機の処理能力の著しい向上により、個人が取り扱う情報量は爆発的に増加している。このような状況に対し、増え続ける情報量に対応可能な情報伝送技術、情報処理技術が要求されるようになってきている。中でも、既存の光学技術とデジタル技術を組み合わせた光情報処理技術はその高い並列性と応用の幅の広さから盛んに研究が行われている。

光情報処理技術の応用は様々である。例えば、光記録技術においては、データを記録する際に光の強度だけでなく光の位相を組み合わせることで多値記録することによって、現状のブルーレイディスクの数 100 倍の記録容量を達成できる手法が提案されている [1-3]。また、光通信技術においても、通信路を通った後の信号の波面を計測し、その計測結果を基に補正を行うことで通信路に依存するノイズを除去し、大容量な長距離通信を可能とする手法が提案されている [4-6]。更に、生体計測技術においては、生体細胞の透過光の波面を計測することで、非破壊、非接触、非侵襲に細胞の三次元分布を計測できる技術が提案されている [7-9]。これらの技術はいずれも非常に高い性能を有しているが、どの技術においても光波の情報である光の位相が必要となる。しかし、位相は強度と違い不可視の情報であるため、Charge Coupled Device (CCD) に代表される撮像素子により直接検出することができない。従って、光情報処理技術においては光の強度情報に加えて、光波の情報である位相情報も検出できる高性能な光複素振幅計測技術の確立が重要となる。

光の位相情報を取得する方法としては主に 2 つの方法がある。1 つ目は光の干渉現象を利用して位相情報を取り出す方法である。2 つ目は光の干渉現象を利用せずに強度情報から間接的に位相情報を取得する方法である。前者の方法の例としてデジタルホログラフィ (Digital Holography: DH) [10,11] やフーリエ縞解析法 [12] が、後者の例としてはシャックハルトマンセンサー [13] や波面曲率センサー [14] が挙げられる。特に、シャックハルトマンセンサーはマイクロレンズアレイというレンズが周期的に配列された光学素子と撮像素子の比較的簡易な光学系で位相を測定できるため、既に商用化もされている。しかし、本手法の空間解像度はレンズアレイのレンズピッチと集光スポットの位置ずれの計測に使用できる撮像領域の広さに依存するため、空間解像度が撮像素子の解像度と比較して明らかに低下する。この特性は補償光学に代表される波面補正の精度を大きく下げるため、光情報処理技術の性能を大きく制限する恐れがある。

DH は高い計測速度と高い空間解像度を同時に実現できることから、上記の位相計測技術の中でも特に注目されている技術の 1 つである。DH は 1962 年に E. N. Leith らによって提案されて以来、様々な形態が提案されている。提案された当初はホログラムからの不要な回折光による画像の劣化や、高コヒーレンス光源であるレーザーが普及する前であったこと

から課題が多かったが、現在では不要な回折光成分の除去手法も確立し、半導体レーザーなどの安価で高品質なレーザーも普及していることから広く研究が進んでいる。特に、1997年に山口らによって提案された位相シフトデジタルホログラフィ(Phase Shifting Digital Holography: PSDH)[15]はその導入の容易さと応用範囲の広さから様々な分野での応用が検討されている。

PSDH では計測物体の情報を持つ信号光とそれとコヒーレントな参照光を干渉させることによって干渉パターンを取得する。この際、相対的に位相差の異なる干渉パターンを複数枚取得し、それらの画像データを基に計算機による画像処理を行うことで、信号光の強度分布と位相分布を算出することができる。PSDH は計測速度と解像度を両立しうる高精度な複素振幅計測技術であるが、その性能は複素振幅分布の算出に用いる算出式と干渉縞に位相差を与える位相シフト方法により大きく影響を受ける。

PSDH の複素振幅算出に一般的に広く使用されている算出式として、4 ステップアルゴリズムが挙げられる [16]。この手法ではそれぞれ $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の 4 つの段階的な位相差をもつ干渉パターンから複素振幅を求めることができる。この手法は使用する計算式が簡易であり、かつ位相差も段階的に与えるため位相検出アルゴリズムの基本形としてよく用いられる。この他、それぞれ $-\alpha, 0, \alpha$ と任意の大きさ α の空間位相差をもつ 3 枚の干渉パターンから複素振幅を計算する 3 ステップアルゴリズム[17]や、4 ステップアルゴリズムと 3 ステップアルゴリズムを一般化した最小二乗アルゴリズム [18,19]など、様々な算出法が提案されている。理論的には、これらの手法により計測される位相分布は全て同じものとなるため、干渉パターンを計測する光学系の仕様に合わせてその都度使い分けていく必要がある。

PSDH によく使用される位相シフト方法としては、参照光の位相を逐次的に変化させていく時間分割方式が挙げられる[20,21]。この方式では、電圧印可により素子の大きさを制御できるピエゾアクチュエーターや空間的に光の位相を変調できる空間光変調器(Spatial light modulator : SLM)などを干渉計に組み込むことで参照光の光路長を変化させ、干渉パターンに位相差を与える。時間分割方式では生成される画像が高解像度であるという利点がある。また欠点としては、参照光の位相を逐一変化させる必要があるため、干渉パターンの枚数が増加するほど、干渉パターン間の時間変動を無視できなくなり計測結果の精度が低下する点が挙げられる。2 つ目の方法は、参照光の領域を空間的に分割して 1 つの干渉パターン中に異なる位相差をもつ干渉縞を周期的に配列する空間分割方式である[22-24]。この方式では、位相シフトアレイと呼ばれる厚みの異なるガラス等の光波の位相を変調できる媒質を周期的に配列した光学素子を使用することで、1 枚の干渉パターン中に複数の位相差の異なるホログラムを配分する。その後、位相差の等しい部分をそれぞれ抽出し、計算機上で補間処理を施すことで 1 枚のホログラムから複数のホログラムを生成することが出来る。パラレル方式では計測回数が 1 回になるため、生きている生体試料などの動的な物体にも対応可能という利点がある。また欠点としては、参照光の空間的な領域を分割するため、1 枚当たりのホログラムのピクセル数は取得するホログラム枚数の増加に伴い減少する点、

ホログラム生成の際に画像処理によるピクセルの補間を伴うため解像度と計測精度が低下する点が挙げられる。以上の点から上記 2 つの方法では、その原理上速度と解像度を両立することが困難であることが分かる。これに対し、3 つ目の方法として複数の撮像素子を用いて位相差の異なる複数の干渉パターンを同時に取得するホログラフィックダイバーシティ干渉法(HDI: Holographic Diversity Interferometry)とよばれるダイバーシティ方式が提案されている[25,26]。この方式では、前述した 2 つの手法のように参照光の光路長を変化させて位相差を変調するのではなく、偏光の特性とビームスプリッタ(BS)の特性を利用して、光波を通すだけで自動的に複数の干渉縞に位相差が与えられるように光学系を設計する。そして、それらの干渉縞を複数の撮像素子を用いて同時計測することで、空間的に領域を分割することなく 1 回の測定で物体の複素振幅を計測できる。この原理により、HDI は従来達成することが困難であった計測速度と解像度の両立が可能であるという利点を持つ。一方、干渉パターンの枚数分撮像素子が必要となるため、光学系の大型化、光学素子のアライメントの精度が要求されるなどの欠点もある。これらの手法の欠点に共通している点として、取得する干渉パターンの枚数が増加するほど計測結果に悪影響を及ぼす点である。従って、いずれの手法においても高精度な位相計測を行うためには、干渉パターンの枚数を最小にした算出式を使用する必要がある。

現在提案されている干渉パターンの枚数が最小の算出式は 2006 年に X. F. Meng らによって提案された 2 枚の干渉パターンとその生成に用いた参照光の強度分布から複素振幅を求める 2 ステップアルゴリズム[27]である。2 ステップアルゴリズムは、位相差の異なる 2 つの干渉パターンの生成に用いる参照光強度分布が完全に同一なものであるとみなし、干渉パターンの直流成分に関する 2 次方程式を解くことで、複素振幅を算出する。この際、2 次方程式の解を一意にするためには、参照光強度を信号光強度の 2 倍以上に設定する必要がある。しかし、本手法は 1 台の撮像素子を用いた位相計測のみを想定しているため、複数の撮像素子を用いるダイバーシティ方式に適用することはできない。また、干渉計測においては一般的に参照光の面積を信号光の面積より大きくとることが多いため、面強度の観点からレーザーのパワーの大部分を参照光強度に割く必要がある。従って、実質的な参照光強度と信号光強度の比は数 10 倍から 100 倍程度になるため、干渉縞のビジビリティの低下や信号光強度の不足による計測精度の劣化が問題となる。

本論文では、これらの問題を解決するために 2 つの撮像素子を用いたダイバーシティ方式にも使用可能な複素振幅算出法として 2 チャンネルアルゴリズム[28]を、2 ステップアルゴリズムの参照光強度の問題を解決できる複素振幅算出法として仮想干渉縞生成アルゴリズム[29]を提案する。2 チャンネルアルゴリズムでは、従来の 2 ステップ法でどちらか一方の参照光強度を使用していたのに対し、2 つの撮像素子であらかじめ参照光強度と信号光強度を取得し、較正用の信号光強度比と参照光強度比を取得する。そして、これら 2 つの値を複素振幅算出式に導入することで、撮像素子間の感度の違いや取得される強度分布の空間的な揺らぎを補正して複素振幅を算出することが可能となる。これにより、2 台の撮像素

子を用いたダイバーシティ方式の位相計測精度を大幅に向上させることが出来ると考えられる。仮想干渉縞生成アルゴリズムでは、取得した2枚の干渉パターンとその生成に用いた2枚の信号光強度と2枚の参照光強度の合計6枚の強度分布から別の位相差を持つホログラムを2枚計算機上で仮想生成し、合計4枚の干渉パターンから4ステップ法を用いて複素振幅を算出する。前述した4ステップアルゴリズムは参照光強度に関する制約が全くないため、2ステップアルゴリズムの参照光強度の問題を解決することができる。また、仮想干渉縞生成アルゴリズムにおいては参照光強度比や信号強度比による較正の導入や干渉縞間の位相シフト量の変化も容易であるため、より複雑な計測条件に対応することが可能となる。

以下に本論文の構成を述べる。

第2章では、光位相計測手法について干渉現象を利用する方法と干渉現象を利用しない方法の2つに大別し、それぞれの動作原理について説明する。

第3章では位相シフトデジタルホログラフィの動作原理について説明した後、その動作形態について3つに分類し、それぞれの動作形態の原理や特徴について説明する。

第4章では位相シフトデジタルホログラフィで使用される複素振幅算出アルゴリズムについて、それぞれの原理と特徴について説明する。

第5章では、2つの撮像素子を使用したダイバーシティ法による複素振幅計測を可能とする算出法として2チャンネルアルゴリズムを提案し、その原理について説明する。また、2チャンネルアルゴリズムの導出を行った後、その有効性を確認するための実験や数値解析について説明し、その結果について考察する。

第6章では、2ステップアルゴリズムの参照光強度の問題を解消し、干渉縞間の位相シフト誤差も補正できる手法として仮想干渉縞生成アルゴリズムを提案し、その原理について説明する。また、仮想干渉縞生成アルゴリズムの導出を行った後、その有効性を確認するための実験や数値解析について報告し、その結果について考察する。

最後に、第7章では本研究で得られた成果について総括する。

参考文献

- [1] Atsushi Okamoto, Keisuke Kunori, and Masanori Takabayashi, "Dual-Stage Holographic Memory based on Optical Recording and Digital Readout Technique: Proposal and 8-Phase-Level Operation," Tech. Dig. of MOC 2010(CD-ROM), WP62, (2010).
- [2] Pal Koppa, "Phase-to-amplitude data page conversion for holographic storage and optical encryption," Applied optics, Vol.45, pp.6374-6380, (2006).
- [3] Atsushi Okamoto, Masanori Takabayashi, and Keisuke Kunori, "Spatial Quadrature Amplitude Modulation Method by Dual-Stage Holographic Memory," Tech. Dig. of IWHM&D2010, 49-50, (2010).
- [4] D. L. Fried, "Scintillation of a ground-to-space laser illuminator," J. Opt. Soc. Am. 57(8), pp.980-983, (1967)
- [5] 左貝潤一著 "エレクトロニクス先端科学技術シリーズ B3 位相共役光学", 朝倉書店, (1990)
- [6] Yuki Hirasaki, Atsushi Okamoto, Tomohiro Maeda, Akihisa Tomita, and Yuta Wakayama, "Conversion and Extraction of Spatial Modes from a Multimode Fiber by Reference-Free Holographic Diversity Interferometry," Tech. Dig. of OECC/PS2013, MR2-6, Kyoto, Japan, (2013).
- [7] Zhuo Wang, Larry Millet, Mustafa Mir, Huafeng Ding, Sakulsuk Unarunotai, John Rogers, Martha U. Gilltte, and Gavried Popescu, "Spatial light interference microscopy (SLIM)," Opt. Express. Vol. 19, No.2, pp.1016-1026, (2011).
- [8] Tatsuki Tahara, Kenichi Ito, Takashi Kakue, Motofumi Fujii, Yuki Shimozaoto, Yasuhiro Awatsuji, Kenzo Nishio, Shogo Ura, Toshihiro Kubota, and Osamu Matoba, "Parallel phase-shifting digital holographic microscopy," Biomedical Opt. Express., Vol.1, No.2, pp.610-616, (2010).
- [9] Bjorn Kemper, Patrik Langehanenberg, Gert Von Bally, "Digital Holographic Microscopy," WILEY-VCH, Optik&Photonik, No.2, pp.41-44, (2007)
- [10] Emmett A. Leith, and Juris Upatnieks, "Reconstructed Wavefronts and Communication Theory," J. Opt. Soc. Am. 52(10), pp.1123-1130, (1962).
- [11] G. Pedrini, P. Fröning, H. Fessler, and H. J. Tiziani, "In-line digital holographic interferometry," Appl. Opt., **37**, pp.6262-6269 (1998).
- [12] Mitsuo Takeda, Hideki Ina, and Seiji Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry," J. Opt. Soc. Am. 72(1), pp.156-160, (1982).
- [13] R. G. Lane and M. Tallon, "Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor," Appl. Opt., **31**, pp.6902 -6908, (1992).
- [14] Francois Roddier, "Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics,"

- Appl. Opt., 27, pp.1223-1225, (1988).
- [15] I. Yamaguchi and T. Zhang, "Phase-shifting digital holography," Opt. Lett., Vol.22, No.16, pp. 1268-1270, (1997).
 - [16] D. Malacara, Optical Shop Testing II, Third Edition, (Wiley, New York, 2008), 116-119 (2008).
 - [17] Creath. K., "Phase-Measurement Interferometry Techniques," in: Progress in Optics Vol. XXVI, E. Wolf Ed., Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 349-393, (1988)
 - [18] Bruning J. H., D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio, "Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces, Lenses," Appl. Opt., **13**, 2693-2703, (1974).
 - [19] Greivenkamp J. E., "Generalized Data Reduction for Heterodyne Interferometry," Opt. Eng., **23**, 350, (1984).
 - [20] J. P. Liu and T. C. Poon, "Two-step-only quadrature phase-shifting digital holography," Opt. Lett., **34**, pp. 250–252, (2009).
 - [21] T. Nomura, S. Murata, E. Nitnai, and T. Numata, "Phase-shifting digital holography with a phase difference between orthogonal polarizations," Appl. Opt., **45**, pp.4873–4877, (2006).
 - [22] Y. Awatsuji, M. Sasada and T. Kubota, "Parallel quasi-phase-shifting digital holography," Appl. Phy. Lett., **85**, pp.1069-1071, (2004).
 - [23] Y.Awatsuji, M.Sasada, Atsushi Fujii, and Toshihiro Kubota, "Parallel three-step phase-shifting digital holography," Appl. Opt., **45**, pp. 2995-3002, (2006).
 - [24] Y.Awatsuji, M.Sasada, Atsushi Fujii, and Toshihiro Kubota, "Parallel two-step phase-shifting digital holography," Appl. Opt., **45**, pp. 968-974, (2006).
 - [25] A. Okamoto, K. Kunori, M. Takabayashi, A. Tomita, and K. Sato, "Holographic Diversity interferometry for optical storage," Opt. Express, **19**, pp.13436-13444, (2011).
 - [26] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Yuta Wakayama, Akihisa Tomita, and Masanori Takabayashi, "Two-Channel Type Holographic Diversity Interferometry for Complex Amplitude Measurement," Tech. Dig. of ISOM 2012, Tu-I-35, Tokyo, Japan, (2012).
 - [27] X. F. Meng, L. Z. Cai, X. F. Xu, X. L. Yang, X. X. Shen, G. Y. Dong, and Y. R. Wang, "Two-step phase-shifting interferometry and its application in image encryption," Opt. Lett., **31**, pp. 1414-1416(2006).
 - [28] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Atsushi Shibukawa, Masanori Takabayashi and Akihisa Tomita, "Two-channel algorithm for single-shot, high-resolution measurement of optical wavefronts using two image sensors," Appl. Opt., **54**, pp. 8644-8652, (2015).
 - [29] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Kazuhisa Ogawa, and Akihisa Tomita, "Virtual interferogram-generation algorithm for robust complex amplitude measurement using two interferograms," Opt. Express, **24**, pp. 24002-24017, (2016).

第2章 光位相計測手法

光情報処理の観点において，光の位相は振幅よりも多くの情報を含んでいるとされており[1]，光の振幅と位相の両方を制御できる光複素振幅制御技術は，より多機能かつ高性能な光デバイスの創出が可能な技術として様々な分野で注目されている．しかし，光の位相は振幅とは異なりデジタルカメラ等の撮像素子では直接検出することができないため，位相情報を制御するためには位相を可視化する必要がある．位相を可視化するアプローチとしては，干渉現象を利用して干渉縞強度から位相を求める方法と干渉現象を利用しないで回折像の強度から間接的に位相を求める方法の2つの方法が考えられる．

本章では，光位相計測手法を光の干渉を使用しない方法と使用する方法の2つに大別し，それぞれの手法の基本原理，特徴について述べる．

2.1 干渉現象を使用しない位相計測手法

前述したとおり，光の位相は強度とは異なり撮像素子を用いて直接検出することはできない．ただし，幾何光学および波動光学の理論に基づき，回折像の強度の変化から位相を間接的に計測することは可能である．本節では，干渉現象を利用しない種々の光位相計測手法について説明する．

2.1.1 シャックハルトマンセンサー

シャックハルトマンセンサーは天体観測における大気の揺らぎを測定するために開発された光位相計測器である[2]．図 2.1 に概念図を示す．シャックハルトマンセンサーではマイクロレンズアレイと呼ばれる 2 次元上に微小レンズを配列した光学素子に平面波を通し，そのときに発生するスポット位置をあらかじめ撮像素子で記録しておく．その後，計測波をマイクロレンズアレイに通し平面波を通した時とのスポット位置のずれ量を測定することで位相を算出する．図 2.2 に 1 つのマイクロレンズに入射する光波の概念図を示す．今，レンズの焦点距離を f ，平面波のスポット位置と計測波のスポット位置の 1 次元変位を δx ，平面波と計測波の間の偏角を α とすると，幾何光学の観点から式(2.1)が成り立つ．

$$\tan \alpha = \frac{\delta x}{f} \quad (2.1)$$

このとき，図 2.2 の光学系において近軸近似が成り立つ，すなわち偏角 α が光軸からほとんど離れていないとみなせるほど十分小さいと仮定すると，式(2.1)は式(2.2)のように書き直せる．

$$\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{\delta x}{f} \quad (2.2)$$

式(2.2)で与えられる式は計測波の位相 ϕ に対する 1 次元の位相勾配と等しいため，式(2.3)の等式が成り立つ．

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\delta x}{f} \quad (2.3)$$

式(2.3)は y 軸に対しても同様に成り立つため，マイクロレンズ 1 つに対し撮像素子の 2 次元領域を計測領域として分割して，平面波と計測波のスポット位置の 2 次元的なずれ量を測定できれば計測波の位相を求めることができる．本手法はマイクロレンズアレイと撮像素子のみで構成されるセンサーであるため，簡易な光学系で位相を計測できる．一方，スポット位置の 2 次元的な位置ずれ量を求めるには，1 つのマイクロレンズに対し撮像素子の数 10 ピクセルを与える必要があるため，空間解像度が撮像素子のものと比較して大きく劣化する．また，計測領域にスポットが 2 つ以上存在する，計測領域の境界線上にスポットが存在する，計測領域にスポットが存在しない場合には位相が計測できなくなるため，検出可能な位相量には限界がある．今，検出可能な位相変位量を $\phi_{\max}$ ，検出可能な位置ずれ量の最

大変位を $\delta x_{\max}$ とし、マイクロレンズの口径を d とおくと、1つのマイクロレンズで計測できる最大変位は式(2.4)のように記述できる.

$$\phi_{\max} = \frac{\delta x_{\max}}{f} = \frac{d/2}{f} = \frac{d}{2f} \quad (2.4)$$

従って、本手法のダイナミックレンジの上限はレンズ口径の大きさに依存するため、局所的に大きな位相変位が起きる散乱波面等を計測するのには不向きである.

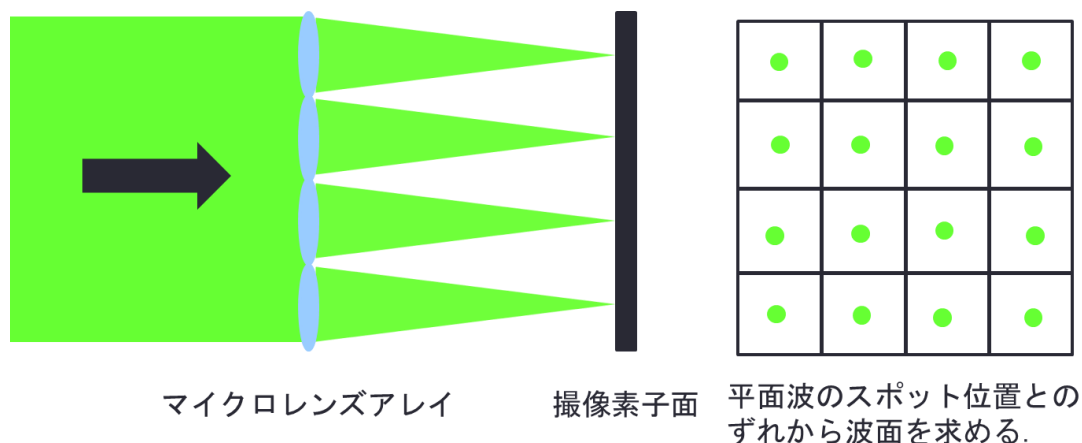


図 2.1 シャックハルトマンセンサーの概念図

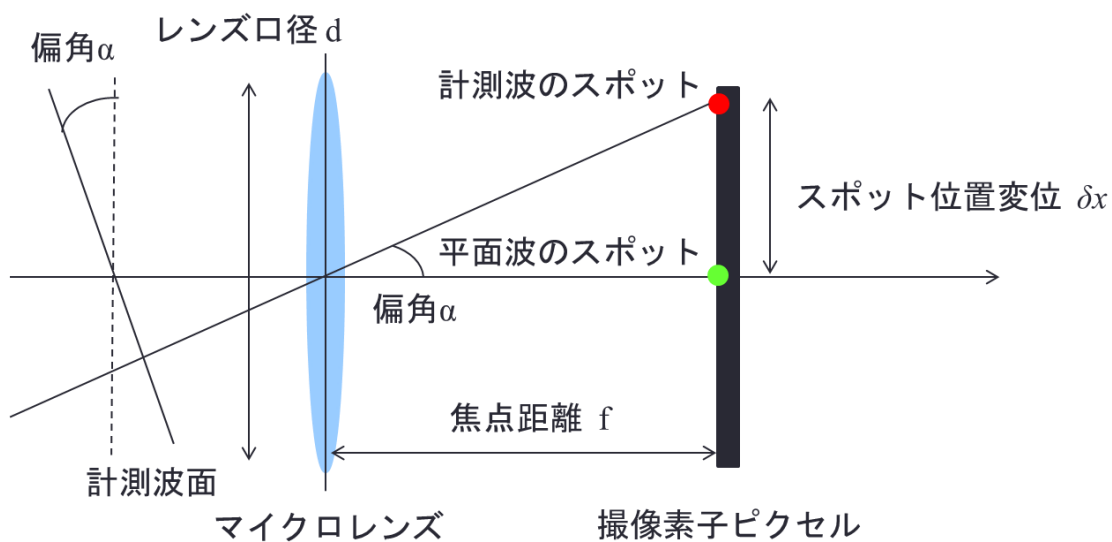


図 2.2 1つのマイクロレンズに対する波面の概念図

2.1.2 波面曲率センサー

波面曲率センサーはシャックハルトマンセンサーと同様，天体観測における補償光学への応用のために提案された光位相計測器である[3]．図 2.3 に概念図を示す．波面曲率センサーでは，位相 $\phi(\rho)$ を持つ計測波を焦点距離 f のレンズ L_1 に入射した後，その焦点面 F を中心として左右対称の位置に計測面 P_1 と P_2 を設置し，それぞれの面における強度分布を計測する．このとき， ρ は2次元方向の位置ベクトルとし，焦点面と計測面の距離は l とする．また，対称性を保つために焦点面に焦点距離 $f/2$ のレンズ L_2 を置く．このレンズの作用により入射面の像が P_0 に形成される．このとき，回折の理論から P_1 面の強度 I_1 と P_2 面の強度 I_2 の間には以下の関係式が成り立つ．

$$\frac{I_1(\rho) - I_2(-\rho)}{I_1(\rho) + I_2(-\rho)} = \frac{f(f-l)}{kl} \left[\frac{\partial}{\partial n} \phi\left(\frac{f}{l}\rho\right) \delta_c - \nabla^2 \phi\left(\frac{f}{l}\rho\right) \right] \quad (2.5)$$

式(2.5)の右辺の大括弧内の第1項は境界上での位相の法線方向微分を，第2項は位相の曲率を表している．このとき，計測面上の強度 I_1 と I_2 ，そして位相の法線方向微分は実験的に計測できるため，式(2.5)により計測波の位相曲率を求めることができる．本手法はシャックハルトマンセンサーと比較して，レンズ2つにより構成される簡易な光学系で位相計測が可能である，波面再構成のための計算が容易である等の利点がある．また，印可電圧に応じて局所的に波面曲率を制御できるバイモルフ鏡と組み合わせると，高速な波面補償も可能となる．一方，シャックハルトマンセンサーは波面の1次微分を測定するのに対し，波面曲率センサーは波面の2次微分を測定するため，計測される波面の空間分解能は低くなる．

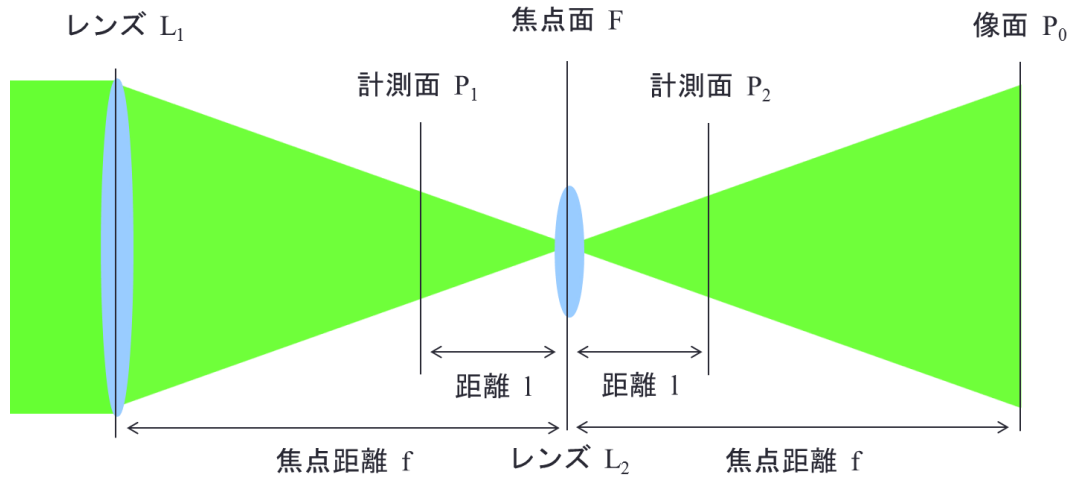


図 2.3 波面曲率センサーの概念図

2.1.3 強度輸送方程式

光の振幅が波動方程式に従って伝搬するように，光の強度もある種の伝搬方程式に従って伝搬する．この光の強度の伝搬を記述する方程式のことを強度輸送方程式と呼ぶ[4]．図 2.4 に概念図を示す．強度輸送方程式では位相の曲率が正のときには伝搬に伴い強度は減少し，曲率が負のときには伝搬に伴い強度は増加する．ここでは，強度の伝搬が位相と密接に関係していることを強度輸送方程式の導出により示す．今，単色の波動を考え，その空間的な依存項を $u(\mathbf{r})$ とし， z 軸方向に沿って伝搬すると仮定すると式(2.6)が成り立つ．

$$u(\mathbf{r}) = u_z(\rho) \exp(-ikz) \quad (2.6)$$

ここで， $\mathbf{r}$ は (x, y, z) の 3 次元方向における位置ベクトル， ρ は (x, y) の 2 次元方向の位置ベクトルとする．このとき， $u_z(\rho)$ の伝搬は放物型のヘルムホルツ方程式として式(2.7)により記述される．

$$(\nabla^2 - 2ik \frac{\partial}{\partial z}) u_z(\rho) = 0 \quad (2.7)$$

ただし， ∇^2 は 2 次元のラプラシアン， k は波数とする．このとき，式(2.7)において波動関数 $u_z(\rho)$ は強度 $I_z(\rho)$ と位相 $\phi_z(\rho)$ を使用して式(2.8)のように表現するとする．

$$u_z(\rho) = \sqrt{I_z(\rho)} \exp\{i\phi_z(\rho)\} \quad (2.8)$$

式(2.8)を式(2.7)に代入した後式(2.8)右辺の複素共役をかけたものと，式(2.8)を式(2.7)に代入した複素共役に対し式(2.8)右辺をかけたものとの差分を整理すると，強度輸送方程式として式(2.9)が得られる．

$$\nabla \cdot \{I_z(\rho) \nabla \phi_z(\rho)\} = -k \frac{\partial I_z(\rho)}{\partial z} \quad (2.8)$$

式(2.9)は光の強度 $I_z(\rho)$ と位相 $\phi_z(\rho)$ が 2 階の偏微分方程式に従って伝搬することを示している．ここで，半径 a の円形開口を考え，その内部領域 D における位相を求めることを考える．このとき，開口内部では強度は I_0 で一様であり位相は連続であると考えたと，式(2.8)は式(2.9)のように書き直せる．

$$W_A(\rho) \nabla^2 \phi_z(\rho) - \delta_c \mathbf{n} \cdot \nabla \phi_z(\rho) = -\frac{k}{I_0} \frac{\partial I_z(\rho)}{\partial z} \quad (2.9)$$

ここで開口関数 $W_A(\rho)$ は式(2.10)に従うものとする．

$$W_A(\rho) = \begin{cases} 1 & |\rho| \leq a \\ 0 & |\rho| > a \end{cases} \quad (2.10)$$

δ_c は円形開口の境界線上で定義されるデルタ関数， $\mathbf{n}$ は境界に垂直な外向きの単位ベクトルである．式(2.9)において開口内部は 1 でそれ以外の部分は 0 であるので，開口内部にのみ注目すると式(2.9)は式(2.11)のように書き直せる．

$$\nabla^2 \phi_z(\rho) = -\frac{k}{I_0} \frac{\partial I_z(\rho)}{\partial z} \quad (2.11)$$

式(2.11)の左辺は位相の曲率を，右辺は強度の伝搬方向(z 方向)に対する変化量を表している．従って，伝搬方向の2 地点間における強度分布の差を取得できれば，所望の位相を求められることが分かる．図 2.5 に強度輸送方程式を使用した位相計測の光学系を示す．この光学系では計測波に円形開口を透過させた後，2 つのレンズを使用した結像系で円形開口の結像面をレンズ焦点面に移動させ，その前後 $\Delta z/2$ だけ離れたデフォーカス面の2 つの強度を取得することで計測波の位相を求める．本手法は伝搬方向の軸に沿った2 地点間の強度を取得するだけで位相を計測できるため，非常に簡単な光学系で位相を計測できる．また，今回の説明では2 地点間の強度の差分をとることで伝搬方向の変化量を求めているが，これ以外にもゼルニケ多項式を使用した解析法[5]など目的に応じて異なる解析法が提案されているため，様々な応用分野に適用可能である．一方で，2 地点間の強度の変化量が0 だと位相を計測できないため，伝搬による強度変化が生じにくいレーザーを用いての計測や，強度変化までに長距離伝搬を要する微小位相の計測には不向きである．

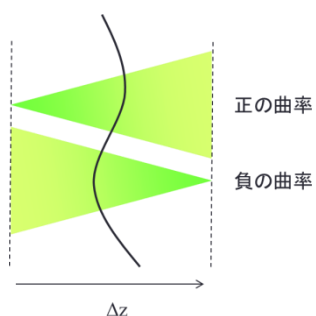


図 2.4 強度輸送方程式の概念図

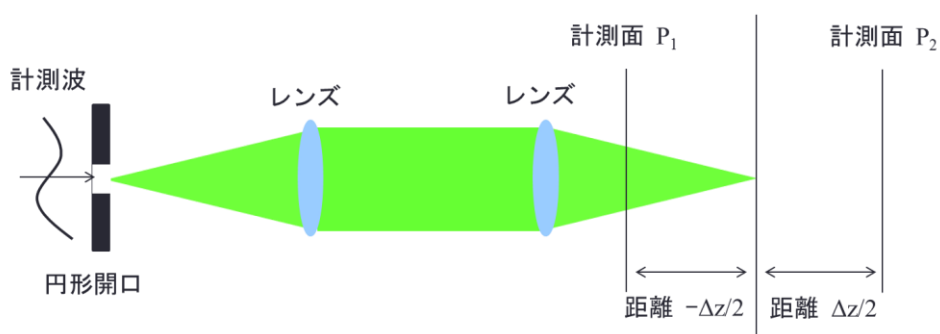


図 2.5 強度輸送方程式を用いた位相計測の光学系

2.1.4 フーリエ反復法

これまで説明した位相計測法は幾何光学および波動光学の理論から強度と位相の関係を数式として導出し、空間伝搬による強度の変化から位相を間接的に求めていた。一方で、計算機を用いた繰り返し計測による最適化問題として位相を求めることも可能である。この手法のうち代表的な手法としてフーリエ反復法が挙げられる[6]。図 2.6 に概念図を示す。 ρ は入射波と計測対象とが相互作用した物体波を表しており、これをフーリエ変換すると計測面で回折波 F が得られる。次に、回折波 F の振幅を実験で計測した強度に置き換えこれを F' とおく。この F' を逆フーリエ変換すると物体波 ρ' が得られる。この ρ' の振幅をある特定の振幅に置き換えたものを再び ρ とする。このとき、回折波 F の振幅置換は逆空間拘束条件、物体波 ρ' の振幅置換は実空間拘束条件と呼ばれる。この「フーリエ変換→逆空間拘束条件→逆フーリエ変換→実空間拘束条件」という過程を繰り返すことで計測面の位相が求められる。すなわち、実空間とフーリエ変換の振幅を固定した状態で、フーリエ変換と逆フーリエ変換を繰り返していくと、ある特定の位相に収束していくことを意味する。このアルゴリズムは提案した Gerchberg と Saxton の頭文字をとって G.S アルゴリズムと呼ばれ、Fienup によって一般化されている[7]。本手法では、適用可能なための制約条件が少ない、2 次元物体にも容易に適用できるなどの利点がある。一方で、所望の位相を得るためにはフーリエ変換と逆フーリエ変換を位相が収束するまで繰り返す必要があるため、計測までに非常に時間がかかる。また、逆空間拘束条件としてはレンズの焦点面で取得した強度、すなわちフーリエ面での強度を使用するが、取得した強度にノイズが生じている場合には位相が収束しない場合が発生する。

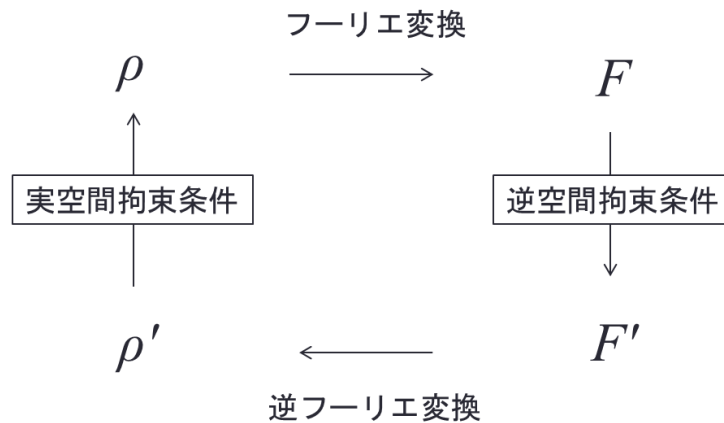


図 2.6 フーリエ反復法の概念図

2.2 干渉現象を使用する位相計測手法

前節では、幾何光学および波動光学に基づいて強度の変化から間接的に位相を求める手法について説明した。一方で、ホログラフィ[8]に基づく光の干渉現象も位相計測には有効である。本来、ホログラフィは信号の3次元的な再生手法として提案されたものであるが、干渉縞強度に計測対象の振幅と位相の両方が記録されていることを利用すれば、位相計測にも応用可能である。本節ではまずホログラフィの原理について説明した後、干渉現象を利用した位相計測手法について説明する。

2.2.1 ホログラフィ

ここでは、ホログラフィの原理について一般的な光の干渉の数式を用いて説明する[9,10]。図2.7に概念図を示す。ホログラフィでは計測対象の情報を持つ信号光とそれと可干渉な参照光の2つの光波を干渉させ、その干渉縞を銀塩板などの記録材料に記録する。その後、記録した光波に参照光と全く同じ光を同じ角度から入射すると、信号光の振幅と位相を両方含んだ光波が干渉縞から回折される。今、信号光の振幅を A 、位相を ϕ_A とすると、信号光の複素振幅は式(2.12)のように書ける。

$$A \exp(i\phi_A) \quad (2.12)$$

また、参照光の振幅を R 、位相を ϕ_R とすると、参照光の複素振幅は式(2.13)のように書ける。

$$R \exp(i\phi_R) \quad (2.13)$$

この2つの光波の干渉縞を記録媒質に記録する。この干渉縞強度 I は式(2.14)のように書ける。

$$\begin{aligned} I &= |A \exp(i\phi_A) + R \exp(i\phi_R)|^2 \\ &= A^2 + R^2 + AR^* \exp\{i(\phi_A - \phi_R)\} + A^* R \exp\{-i(\phi_A - \phi_R)\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

このとき、干渉縞の振幅複素透過率を t とすると式(2.15)のように書ける。

$$t = t_0 + \beta I \quad (2.15)$$

t_0 はバイアス透過率、 β は干渉縞の露光時間に比例する定数である。式(2.14)を式(2.15)に代入すると、以下のようなになる。

$$t = t_0 + \beta [A^2 + R^2 + AR^* \exp\{i(\phi_A - \phi_R)\} + A^* R \exp\{-i(\phi_A - \phi_R)\}] \quad (2.16)$$

この干渉縞に参照光と同じ光波を照射すると、式(2.17)のような回折波が再生される。

$$R \exp(i\phi_R) \cdot t = \{t_0 + \beta(A^2 + R^2)\} R \exp(i\phi_R) + \beta R^2 A \exp(i\phi_A) + \beta A^* R^2 \exp\{-i(\phi_A - 2\phi_R)\} \quad (2.17)$$

このとき、参照光が理想的な平面波であると仮定すると R^2 は定数となるため、式(2.17)の第2項は元の信号光の複素振幅そのものを表す。また、第1項は参照光と同じ位相を持っているので、干渉縞の有無にかかわらず直進する成分である。第3項は参照光の2倍の位相を持っているので干渉縞に入射する角度の2倍に回折されて進行する成分である。以上により、信号光と参照光の干渉縞から信号光の複素振幅が再生されることを示した。また、干渉縞の再生には信号光以外の成分を含む不要な回折成分が同時に発生することに注意が必要である。

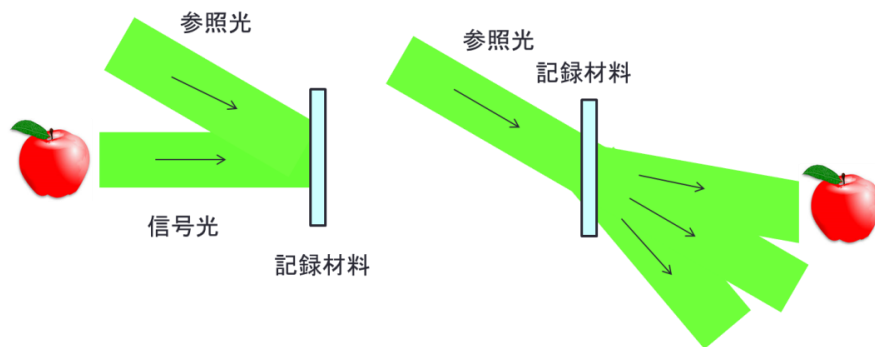


図 2.7 ホログラフィの概念図 (左)記録過程 (右)再生過程

2.2.2 位相シフトデジタルホログラフィ

ホログラフィでは信号光と参照光の干渉縞を媒質に記録し，記録した干渉縞に参照光を照射することで信号光の複素振幅を再生している．一方で，信号光と参照光の干渉縞を撮像素子で撮影し，撮影されたデータに対してホログラフィにおける再生過程と同様の画像処理を施すことで信号光の複素振幅を計測することが可能である．この手法はデジタルホログラフィと呼ばれる[11]．デジタルホログラフィで重要となるのは，ホログラフィの再生過程における不要な回折光成分による 2 重像の発生と干渉縞の位相項以外の直流成分の残留による再生像の劣化が問題となる．よって，これらの不要な成分の除去が重要となる．位相シフトデジタルホログラフィはこれらの成分を除去できる有力な手法である[12]．図 2.8 に概念図を示す．

位相シフトデジタルホログラフィでは，信号光と参照光の干渉縞を生成する際に，相対的に位相差を与えた干渉縞を複数枚生成する．これらの複数の干渉縞を撮像素子で計測し，計算機上で画像処理することで信号光の複素振幅を算出する．今，信号光の振幅を A ，参照光の振幅を R ，信号光と参照光の相対的な位相差を ϕ ，干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とおき $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の 4 つの段階的な位相差をもつとする．これらの干渉縞強度は以下の式により記述される．

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR \cos \phi \quad (2.18)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \pi/2) = A^2 + R^2 + 2AR \sin \phi \quad (2.19)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \pi) = A^2 + R^2 - 2AR \cos \phi \quad (2.20)$$

$$I_4 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - 3\pi/2) = A^2 + R^2 - 2AR \sin \phi \quad (2.21)$$

このときに，位相項 ϕ だけが残るように数式を展開すると，式(2.22)と(2.23)のようになる．

$$I_2 - I_4 = 4AR \sin \phi \quad (2.22)$$

$$I_1 - I_3 = 4AR \cos \phi \quad (2.23)$$

この 2 式から，位相項を含む $\sin$ 関数と $\cos$ 関数はそれぞれ，式(2.24)と式(2.25)に示される．

$$A \cos \phi = \frac{I_1 - I_3}{4R} \quad (2.24)$$

$$A \sin \phi = \frac{I_2 - I_4}{4R} \quad (2.25)$$

式(2.24)と式(2.25)からオイラーの公式により，信号光の複素振幅は以下の式のように書ける．

$$\begin{aligned}
A \exp(i\phi) &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\
&= \frac{(I_1 - I_3)}{4R} + i \frac{(I_2 - I_4)}{4R}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

このとき，使用する参照光が理想的な平面波であると仮定するならば，参照光の振幅 R は定数とみなせる．また，式(2.26)の絶対値の 2 乗をとると信号光の強度が，逆正接をとると信号光の位相が得られる．本手法は理論的に不要な回折光と干渉縞の直流成分を除去した複素振幅が得られるため，計測精度が高くなりやすい．また，計測された位相の空間解像度は使用する撮像素子と結像光学系の倍率に依存するため，高水準である．一方で，1 つの信号光を計測するのに複数の干渉縞が必要となるため，計測に時間がかかる．また，干渉縞は波長オーダー程度の感度を有するため，大気揺らぎや干渉縞計測の時間差などの影響を受けやすい．

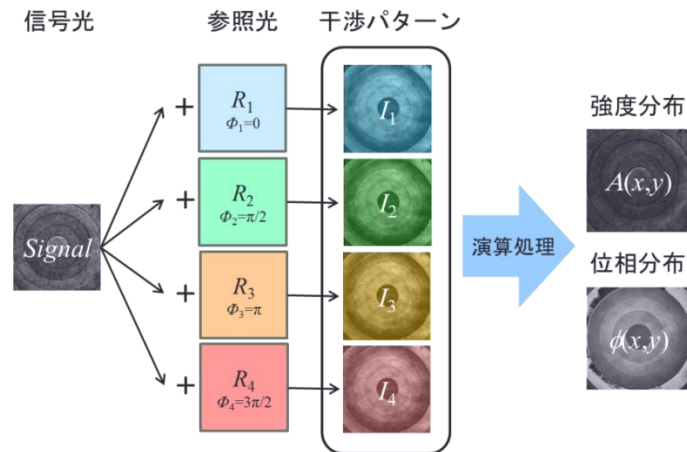


図 2.8 位相シフトデジタルホログラフィの概念図

2.2.3 フーリエ縞解析法

位相シフトデジタルホログラフィでは段階的な位相シフトを与えた複数の干渉縞の差分をとることで、不要な回折光成分と直流成分を除去していた。これに対し、参照光にある特定の周波数成分を与え干渉縞強度をフーリエ変換することで、不要な成分と信号成分を周波数空間において分離することが可能である。この手法をフーリエ縞解析法と呼ぶ[13]。図 2.9 に概念図を示す。フーリエ縞解析法では、信号光と参照光を干渉させる際に平面波で干渉させるのではなく、波面に傾斜が加えられた参照光を用いる。このとき、取得される干渉縞強度 I は式(2.27)により記述される。

$$I = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi + 2\pi f_0 x) \quad (2.27)$$

また、このときの参照光 R は式(2.28)により記述される。

$$R = R \cos(2\pi f_0 x) \quad (2.28)$$

f_0 は参照光に与えている傾斜によるフリッジ周波数である。このとき、オイラーの公式を用いて式(2.27)の $\cos$ 関数を周波数成分に分離すると、式(2.29)のように書ける。

$$I = A^2 + R^2 + C \exp(i2\pi f_0 x) + C^* \exp(-i2\pi f_0 x) \quad (2.29)$$

ただし、*は複素共役を表し、 C は以下の式により表される定数である。

$$C = \left(\frac{2AR}{2} \right) \exp(i\phi) = AR \exp(i\phi) \quad (2.30)$$

式(2.29)の x 方向における 1 次元のフーリエ変換は式(2.31)のように書ける。

$$\begin{aligned} F\{I\} &= F\{A^2 + R^2\} + F\{C \exp(i2\pi f_0 x)\} + F\{C^* \exp(-i2\pi f_0 x)\} \\ &= I'(\xi, y) + c(\xi - f_0, y) + c^*(\xi + f_0, y) \end{aligned} \quad (2.31)$$

I', c, c^* はそれぞれ直流成分と参照光の $\cos$ 関数の正の周波数成分と負の周波数成分をフーリエ変換したときの係数であり、 ξ は周波数空間での x 座標である。式(2.31)は図 2.10 に示すように、 $-f_0, 0, f_0$ の 3 つの位置を中心としたスペクトル関数として表される。この関数の内 f_0 を中心とした成分にバンドパスフィルターを通し、分離したスペクトルを原点に移動する。この結果は関数 $c(\xi, y)$ となるため、この関数の逆フーリエ変換は式(2.30)により示される C である。従って、求める位相 ϕ は式(2.32)により求められる。

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[C]}{\text{Re}[C]} \right\} \quad (2.32)$$

Re と Im は関数の実数部と虚数部である。本手法は、傾けた参照光により生成された干渉縞 1 つから位相を計測できるため、簡易な光学系で高速かつ高精度に位相を計測できる。一方で測定波が参照光の波面傾斜に対して大きく外れるときには前述の 3 つのスペクトル成分が重畳してしまい、バンドパスフィルターで不要な回折光成分を分離することができなく

なる．また，参照光によって与えられるフリンジ周波数は撮像素子の画素数に依存するため，測定波面の周波数成分の増加によってもスペクトル成分が重畳する可能性がある．

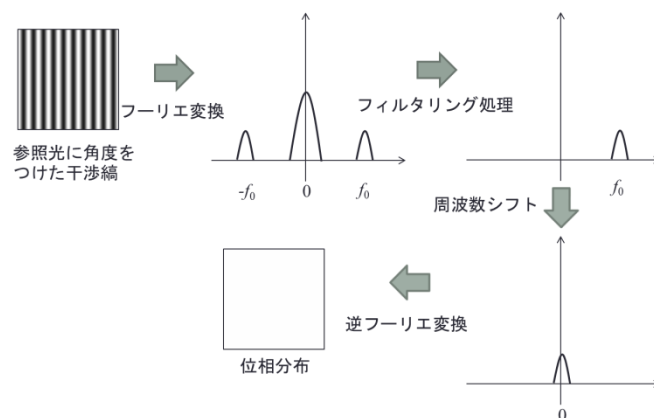


図 2.9 フーリエ縞解析法の概念図

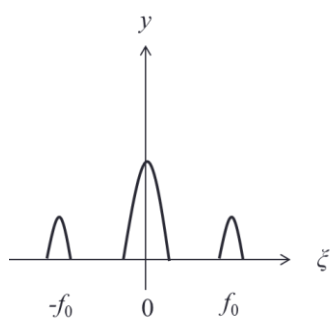


図 2.10 フリンジ周波数 f_0 を含んだ干渉縞のフーリエスペクトル

参考文献

- [1] V. Oppenheim, and J. S. Lim, “The importance of phase in signals,” *Proc. IEEE*, **69**, pp.529-541, (1981).
- [2] R. G. Lane and M. Tallon, “Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor,” *Appl. Opt.*, **31**, pp.6902 -6908, (1992).
- [3] Francois Roddier, “Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics,” *Appl. Opt.*, **27**, pp.1223-1225, (1988).
- [4] C. Dorrer, and J. D. Zuegel, “Optical testing using the transport-of-intensity equation,” *Opt. Express*, **27**, pp.7165-7175 (2007).
- [5] T. E. Gureyev, A. Roberts, and K. A. Nugent, “Phase retrieval with the transport-of-intensity equation: matrix solution with use of Zernike polynomials,” *J. Opt. Soc. Am. A.*, **12**, pp.1932-1941 (1995).
- [6] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, “A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures,” *Optic*, **35**, pp.237-246 (1972).
- [7] J. R. Fienup, “Phase retrieval by iterated projections,” *J. Opt. Soc. Am. A.*, **20**, pp.40-55 (1982).
- [8] D. Gabor, “A New Microscopic Principle,” *Nature* **161**, pp.777-778 (1948).
- [9] Bahaa E.A.Saleh, Malbin Carl Teich 著 尾崎 義治, 朝倉 利光訳：基本光工学 I , 森北出版 (1991).
- [10] 谷田貝 豊彦, “第二版 応用光学 光計測入門” 丸善出版 (2005).
- [11] G. Pedrini, P. Froning, H. Fessler, and H. J. Tiziani, “In-line digital holographic interferometry,” *Appl. Opt.*, **37**, pp.6262-6269 (1996).
- [12] I. Yamaguchi and T. Zhang, “Phase-shifting digital holography,” *Opt. Lett.*, **22**, pp. 1268-1270, (1997).
- [13] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, “Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry,” *J. Opt. Soc. Am.*, **72**, pp.156-160 (1982).

第3章 位相シフトデジタルホログラフィ

2章では、光位相計測手法として提案されている様々な手法について干渉現象を使用する方法と使用しない方法に分けて説明した。本章ではこれらの位相計測手法の中でも位相シフトデジタルホログラフィ[1]に着目して説明する。位相シフトデジタルホログラフィでは測定対象の情報を有する信号光とコヒーレントな参照光を干渉させ、その干渉縞の強度から信号光の複素振幅を得る手法である。このとき、計測する干渉縞は複数枚必要であり、それぞれの干渉縞の間には相対的な位相差が発生している必要がある。これらの干渉縞を Charge Coupled Device(CCD)などの撮像素子により取得し、計算機上での画像処理を施すことにより信号光の複素振幅が算出される。本手法において重要な点として、複数の干渉縞に位相差を発生させる位相シフト方法が挙げられる。

本章では、位相シフトデジタルホログラフィの性能を大きく決定する位相シフト方法により位相シフトデジタルホログラフィを大きく3つに分類し、それぞれの実施形態について説明する。そして、それぞれの手法における位相シフトデジタルホログラフィの特徴について述べる。

3.1 時間分割法

時間分割法の概念図を図 3.1 に示す．時間分割法とは，参照光の位相を時間的に変調することで位相差の異なる複数の干渉縞を生成，取得する方法である[1]．図 3.2 にピエゾミラーを使用した時間分割法の光学系を示す．この方式では，1 枚の干渉パターンを取得した後，光路長を波長オーダーで正確に調整できる素子であるピエゾミラーを光軸に沿って移動させることで，参照光の位相を変化させ再び干渉縞を取得する．このサイクルを複数回繰り返すことで，位相差の異なる複数の干渉縞を取得する．この手法の利点は再構成された複素振幅の空間解像度と計測精度が高い点である．欠点としては干渉縞の取得の際，参照光の位相を逐一変える必要があるため，測定に時間を要するという点である．これは，時間変動の無い静止物体を測定する際には問題とならない場合もあるが，時間変動のある動的物体の計測の際には計測そのものが不可能になる場合もあるため大きな欠点となり得る．

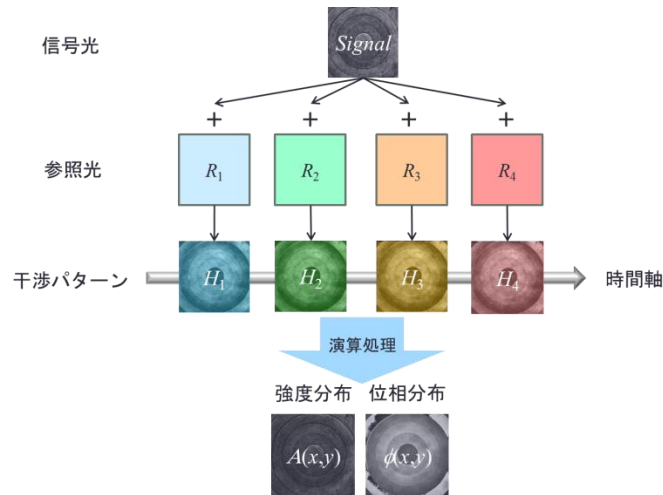


図 3.1 時間分割法の概念図

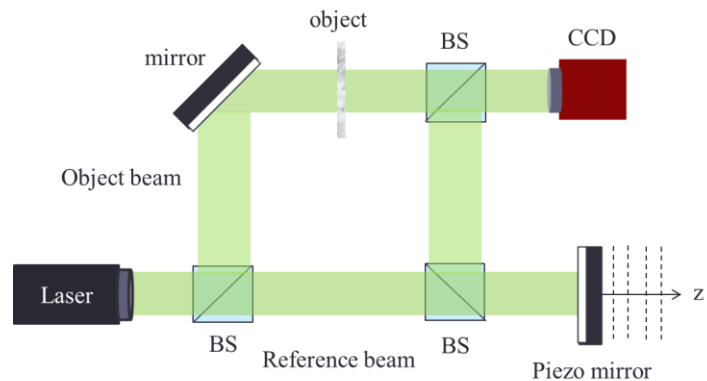


図 3.2 ピエゾミラーを用いた時間分割法の光学系

3.2 空間分割法

空間分割法の概念図を図 3.3 に示す．空間分割法とは，参照光の位相を空間的に変調することによって位相差の異なる複数の干渉縞を生成，取得する方法である[2]．この方式では，参照光の空間領域を位相の異なる複数の領域に分割することで，1枚の干渉縞中に空間的に位相差の異なる複数の干渉縞を周期的に配置する．そして，この干渉縞を撮像素子で取得し，位相差が等しい領域をそれぞれ抜き出して平均化処理を行うことで，1枚の干渉縞から複数の位相差の異なる干渉縞を取得することができる．このことから，1回の計測で複素振幅を算出することができるため，動的な物体でも測定することが可能であるという利点がある．しかし，参照光の空間領域を複数の領域に分割しているため，1枚の干渉縞を表現できるピクセルの数は生成する干渉縞の数だけ分割される．また，干渉縞取得の際に参照光の変調におけるピクセルサイズと CCD のピクセルサイズが異なっている場合，実際とは全く異なる分布を計算することになる．従って，生成される複素振幅の空間解像度が低下する点と光学系や測定の際に厳密な調整が要求される点が欠点として挙げられる．一般的に，参照光の位相差を与える方法としては図 3.4 に示すように，厚みの異なるガラス板を周期的に配置した位相シフトアレイデバイスと呼ばれる特殊な光学素子を使用することが多いが，より安価な素子によって空間的な位相シフトを与える方法や物理現象を利用して位相シフトを与える方法が検討されている．以下では，この空間位相シフトを与える手法について紹介する．

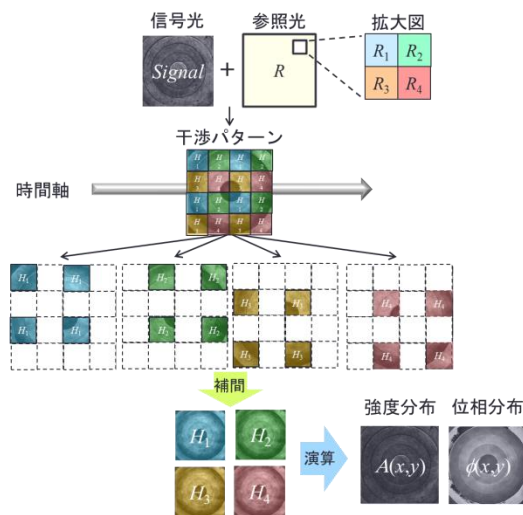


図 3.3 空間分割法の概念図

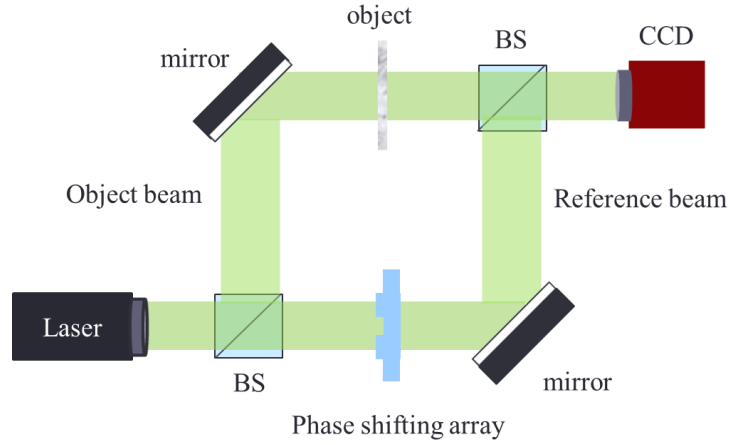


図 3.4 位相シフトアレイデバイスを用いた空間分割法の光学系

3.2.1 傾いたミラーによる位相シフト

図 3.5 に傾いたミラーによる位相シフトの概念図を，図 3.6 に傾いたミラーを使用した空間分割法の光学系を示す[3]．この手法では撮像素子の面に対して角度 θ だけ傾いた平面波参照光を使用する．このとき，撮像素子面に照射される参照光の位相は角度 θ 軸において 1 次元的な周期構造を有する．今，光源波長を λ ，平面波の入射角度を θ ，撮像素子のピクセルサイズを d と置くと，各ピクセルに与えられる位相シフト量 $\Delta\phi$ は以下の式(3.1)により定義される．

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (3.1)$$

例えば， $\Delta\phi = \pi/2$ ，すなわち参照光角度 θ に対して式(3.2)が成り立つとき，隣り合う 4 ピクセルの間の位相は $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ となる．

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{4d} \quad (3.2)$$

従って，本手法を適用することで図 3.7 のように空間位相シフトアレイデバイスを使用することなく，空間分割法を実現できる．しかし，この手法では位相シフトを与える方向が参照光の入射角 θ 軸に依存するため，等方的な空間位相シフトを形成できない．従って，周期的な位相構造を与えていない軸の空間解像度は大きく低下し，平均化処理による補間誤差の影響を大きく受ける．

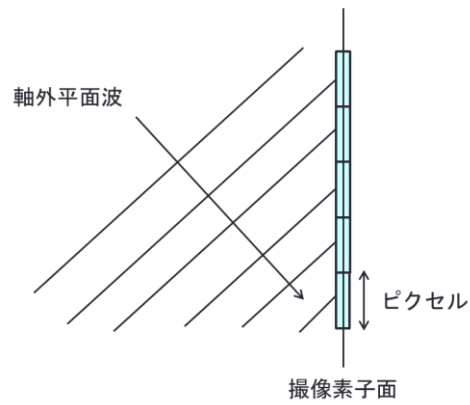


図 3.5 傾いたミラーによる位相シフト

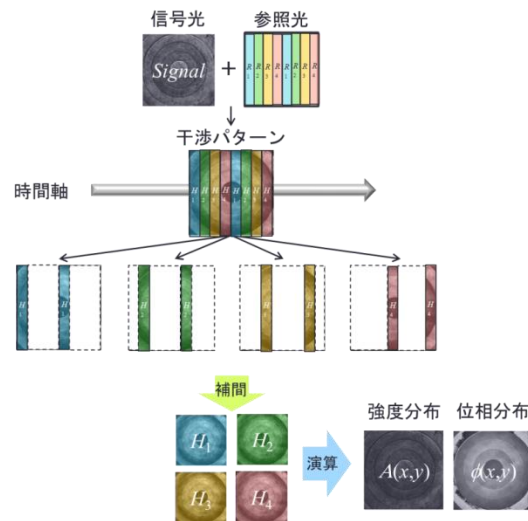


図 3.6 傾いたミラーを用いた空間分割法の概念図

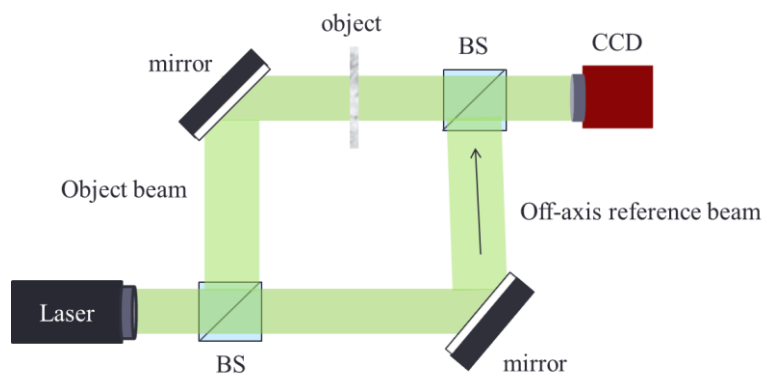


図 3.7 傾いたミラーを用いた空間分割法の光学系

3.2.2 拡散板による位相シフト

空間分割法における位相シフト手法では、基本的に周期的な位相構造を有していることが前提であるが、使用する参照光の複素振幅をあらかじめ測定しておくことで、空間的な位相シフトに周期性がなくても信号光の複素振幅を計測できる[4]。図 3.8 に概念図を、図 3.9 に実現する光学系を示す。この手法は参照光路に拡散板を配置することで空間的にランダムな位相を与える。ここで、撮像素子面の信号光の振幅を A 、位相を ϕ 、参照光の振幅を R 、位相を ϕ_r とする。また、図 3.8 に示すように近傍の 2×2 ピクセルを 1 組と考え、それぞれのピクセルにおける参照光の位相を $\phi_{R1}, \phi_{R2}, \phi_{R3}, \phi_{R4}$ とする。また、参照光の振幅 R 、参照光の位相 $\phi_{R1}, \phi_{R2}, \phi_{R3}, \phi_{R4}$ はあらかじめ測定し既知であるとする。このとき、近傍の 4 ピクセルの干渉縞強度をそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とすると、それぞれ以下のように定義される。

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \phi_{R1}) \quad (3.3)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \phi_{R2}) \quad (3.4)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \phi_{R3}) \quad (3.5)$$

$$I_4 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \phi_{R4}) \quad (3.6)$$

これらの 4 つの干渉縞強度から信号光の振幅 A と位相 ϕ はそれぞれ以下のように書ける。

$$A = \frac{(I_1 - I_2)}{2R[(\cos \phi_{R1} - \cos \phi_{R2}) \cos \phi + (\sin \phi_{R1} - \sin \phi_{R2}) \sin \phi]} \quad (3.7)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{(I_3 - I_4)(\cos \phi_{R1} - \cos \phi_{R2}) - (I_1 - I_2)(\cos \phi_{R3} - \cos \phi_{R4})}{(I_1 - I_2)(\cos \phi_{R3} - \cos \phi_{R4}) - (I_3 - I_4)(\sin \phi_{R1} - \sin \phi_{R2})} \right] \quad (3.8)$$

本手法の利点は、空間位相シフトを与える素子がすりガラス等の安価な光学素子で代替できるため、光学系のコストを下げる点にある。一方、本方式では使用する参照光の複素振幅分布をあらかじめ計測しておく必要があるため、計測速度は低下する。また、撮像素子の各ピクセル領域において参照光の位相がランダムに変調されていることが前提となるため、拡散板の拡散率によっては参照光の位相が十分に変調されない領域も発生する。従って、使用する拡散板によっては計測画像が部分的に劣化する可能性がある。

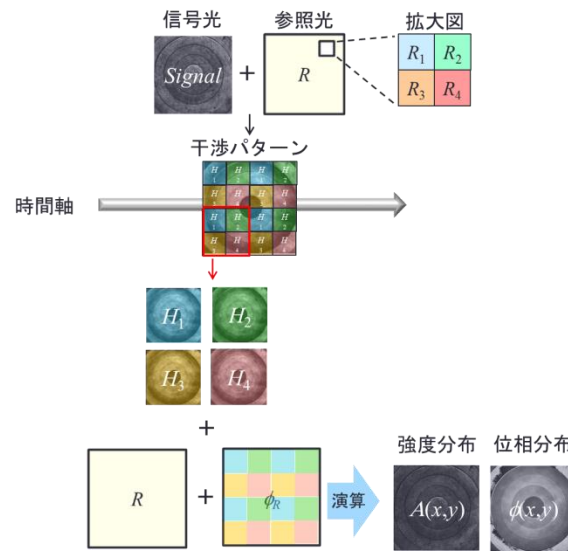


図 3.8 拡散板を用いた空間分割法の概念図

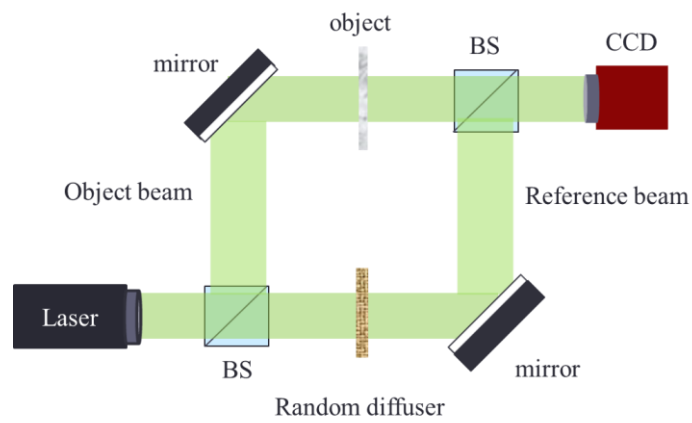


図 3.9 拡散板を用いた空間分割法の光学系

3.2.3 分数タルボ干渉計による位相シフト

ある周期的な構造体に対して平面波を照射した場合光の波長を λ 、構造体の周期を d とすると、観測位置が長さ $Zt=2d^2/\lambda$ の整数倍の時に観測位置の透過光の複素振幅分布はその周期構造体と同じ分布を持つ。従って、周期構造体の複製像が構造体の後ろの空間にいくつも出現することになる。この現象はタルボット効果[5]と呼ばれ、長さ Zt はタルボット長、この効果によって生成される像はタルボット像と呼ぶ。特に、あるタルボット像から次のタルボット像の間に観察位置があると考え、分数タルボット効果[6]と呼ばれる現象が発生する。例えば、平面波を 2 値の振幅格子に照射すると、分数タルボット長においてある特定の位相値による周期的な位相格子が観測される。逆に 2 値位相格子に平面波を照射すると、分数タルボット長において周期的な振幅格子が観測される。この分数タルボット効果による位相格子を空間分割法に応用することも可能である[7]。

図 3.10 に分数タルボット効果による位相シフトの概念図を、図 3.11 に分数タルボ干渉計を用いた空間分割法の概念図を、図 3.12 にそれを実現する光学系を示す。この手法では周期構造体として 2 値の振幅格子に対して、 $Z = Zt/4$ における分数タルボット効果を利用することで、 $0, \pi/2, \pi$ の 3 つの周期的空間位相シフトを形成している。本手法の利点は、空間位相シフトを位相変調素子ではなく簡単かつ安価に生産できる振幅変調素子によって与えることができる点である。しかし、分数タルボット効果は振幅格子の周期と光源波長に依存するため、理想的な空間位相シフトを与えるためには撮像位置の厳密な調整と正確な振幅格子の作成が必要となる。

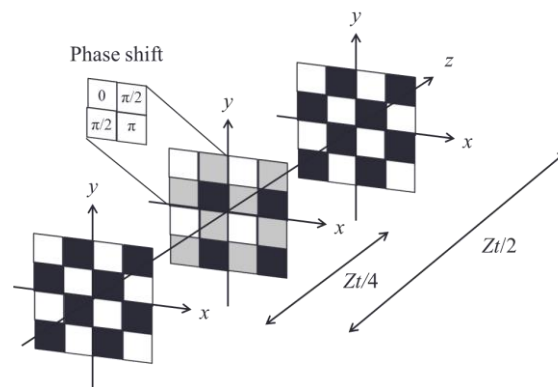


図 3.10 分数タルボット効果による位相シフト

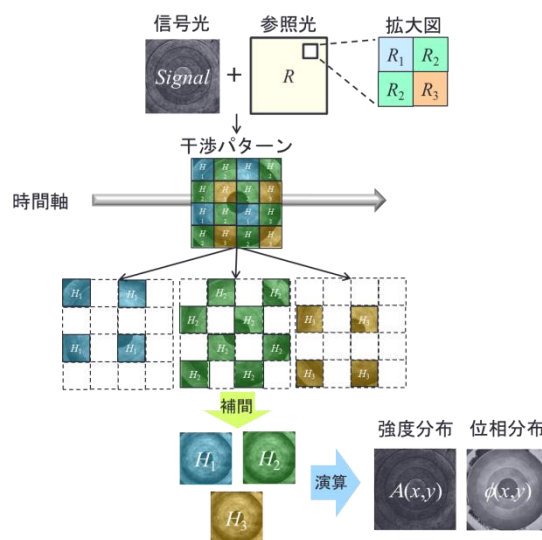


図 3.11 タルボ干渉計を用いた空間分割法の概念図

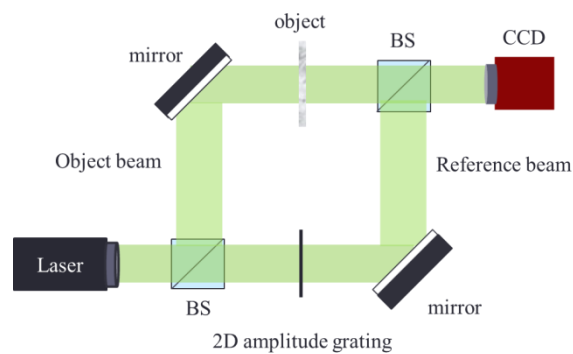


図 3.12 2次元振幅格子を用いた空間分割法の光学系

3.3 ダイバーシティ法

3.1 節において時間分割法は計測時間を犠牲にし、3.2 節において空間分割法は空間解像度を犠牲にすることを述べた。これらの手法の問題点を解決できる手法としてホログラフィックダイバーシティ干渉法(Holographic Diversity Interferometry: HDI)と呼ばれるダイバーシティ法が提案されている[8]。図 3.13 にダイバーシティ法の概念図を示す。本手法では、干渉縞の位相変調に従来のようなピエゾミラーや位相シフトアレイなどの光路長を変化させる素子は使用せず、BS と偏光制御素子を使用し位相差の異なる複数の干渉縞を生成する。その後、生成された複数の干渉縞と同数の撮像素子を用いて複数の干渉縞を同時計測することで、空間領域を分割することなく位相の異なる複数の干渉縞を 1 回の計測で取得することが可能となる。このことから、ダイバーシティ法には計測速度と空間解像度の両立が可能であるという利点がある。しかし、複数の撮像素子を使用するため光学系が大きくなりやすい、光学系の調整が難しくなるなどの問題点もある。本節では HDI の重要な構成要素である偏光制御による位相シフトと BS による位相シフトの原理について説明した後、ダイバーシティ法を実現する 2 つの光学系について説明する。

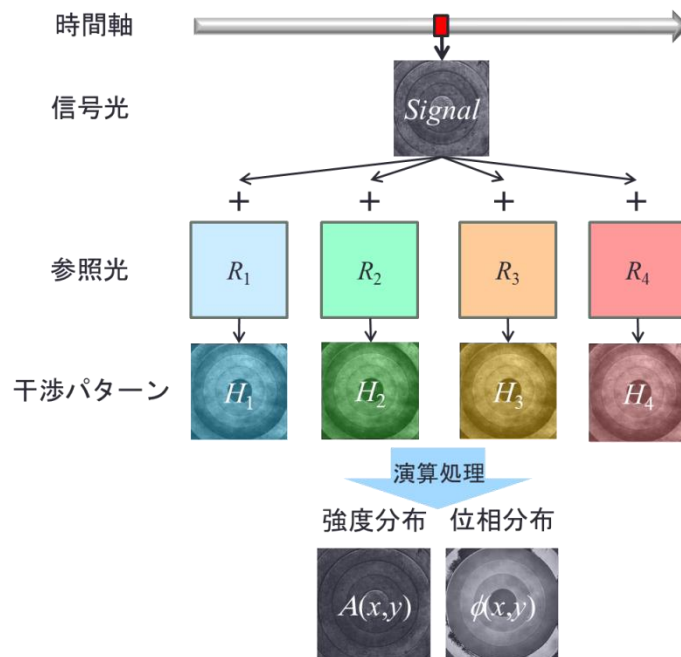


図 3.13 ダイバーシティ法の概念図

3.3.1 偏光制御による位相シフト

光は電磁波であるため，進行方向と直交する方向に電界と磁界が振動する．今， z 軸方向に光波が進んでいると考え，電界の振動方向に注目すると，電界は x 軸方向と y 軸方向の 2 つの軸に対して自由に振動することが出来ることがわかる．このとき，光波の振動する方向にある規則性があるとき，その光波は偏光していると呼ばれる[9,10]．ここではこの偏光の特性について説明する．今，均質な媒質中を z 方向に平面波が進んでいると仮定する．この平面波の電界の振動方向は x と y 方向の成分を持つため，正弦波は次の式(3.9)式のように表される．

$$E(z,t) = i_x E_x(z,t) + i_y E_y(z,t) \quad (3.9)$$

このとき， i_x, i_y は x, y 方向の単位ベクトルとする．また E_x, E_y は電場の x, y 方向の振動成分であり，式(3.10)と式(3.11)により記述される．

$$E_x(z,t) = A_x \cos(kz - \omega t + \phi_x) \quad (3.10)$$

$$E_y(z,t) = A_y \cos(kz - \omega t + \phi_y) \quad (3.11)$$

ϕ_x, ϕ_y は各成分の初期位相である．このとき，位相差 δ は式(3.12)のように書ける．

$$\delta = \phi_y - \phi_x \quad (3.12)$$

これらの式から，ベクトル E の先端の軌跡は時間変化とともに螺旋状に変形されるが，これを xy 平面に投影すると，リサージュと呼ばれる曲線が描かれる．今(3.12)式を用いて(3.10)式と(3.11)式を展開すると，式(3.13)のような式が得られる．

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (3.13)$$

これがリサージュ曲線の公式である．一般的にこの曲線は図 3.14 のような楕円を形成する．

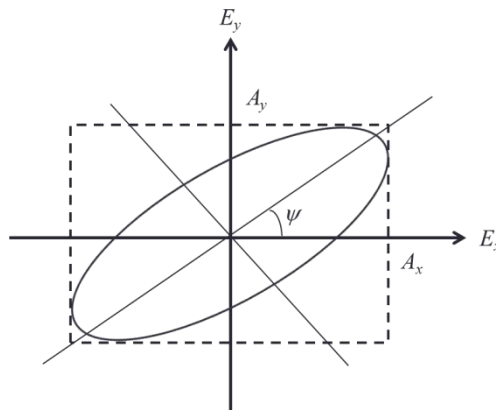


図 3.14 リサージュ曲線の概念図

この楕円を記述するために，2つの角度パラメータ ψ と χ が用いられる． ψ は方位角($0 \leq \psi \leq \pi$)， χ は楕円率角($-\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4$)といい，以下の式(3.14)と式(3.15)により定義される．

$$\tan 2\psi = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos \delta, 0 \leq \psi \leq \pi \quad (3.14)$$

$$\tan 2\chi = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta, -\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4 \quad (3.15)$$

今、 $\delta=0$,もしくは 2π の整数倍である場合を考えると、式(3.13)から以下の関係が成り立つ。

$$\frac{E_x}{A_x} = \frac{E_y}{A_y} \quad (3.16)$$

また、この関係が成り立つとき電場の振動は式(3.17)により記述される。

$$E(z,t) = (i_x A_x + i_y A_y) \cos(kz - \omega t) \quad (3.17)$$

この振動は $(i_x A_x + i_y A_y)$ で固定された振動である。つまり振動はある平面内に限定され、リサージュ曲線は x 軸に対して $\alpha = \tan^{-1}(\frac{A_y}{A_x})$ だけ傾いた直線となる。これを直線偏光と呼ぶ。

以後、振動方向が x 軸方向のものを水平直線偏光(p 偏光)とよび、振動方向が y 軸方向のものを垂直直線偏光(s 偏光), x 軸から α 度だけ傾いたものを α 度直線偏光と呼ぶことにする。

また、 $\delta=\pm\pi$ の奇数倍である場合を考えると、式(3.13)から以下の関係が成り立つ。

$$\frac{E_x}{A_x} = -\frac{E_y}{A_y} \quad (3.18)$$

また、このときの電場の振動は式(3.28)により記述される。

$$E(z,t) = (i_x A_x - i_y A_y) \cos(kz - \omega t) \quad (3.19)$$

この振動は $(i_x A_x - i_y A_y)$ で固定された振動である。これも式(3.17)と同様直線偏光を表す。

次に、 $\delta=2m\pi\pm\pi/2$ のとき、式(3.13)から以下の関係が成り立つ。

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = 1 \quad (3.20)$$

これは楕円の公式と同じである。特に、 $A_x=A_y$ の場合には、リサージュ曲線は真円となり、このときの偏光を円偏光と呼ぶ。

最後に、 $\delta=\pi/2$ のときを考えると、それぞれの振動成分は式(3.21)と式(3.22)になる。

$$E_x(z,t) = A_x \cos(kz - \omega t) \quad (3.21)$$

$$E_y(z,t) = -A_y \sin(kz - \omega t) \quad (3.22)$$

また、電場の振動は式(3.23)のように書ける。

$$E(z,t) = i_x A_x \cos(kz - \omega t) - i_y A_y \sin(kz - \omega t) \quad (3.23)$$

このとき、式(3.23)の時間を固定して考えると、 E ベクトルの先端の軌跡は光の信号方向に向かって反時計回りに回転して見える。この変更を左回り円偏光と呼ぶ。同様の考えから $\delta=-\pi/2$ のときは右回り円偏光である。この他、直線偏光や円偏光以外ではベクトル E の先端の軌跡は楕円を描くので、楕円偏光と呼ばれる偏光も存在する。これらの偏光の特性をまとめると、直線偏光を構成する p 偏光と s 偏光の間の位相差は 0 であるが、円偏光を構成

する p 偏光と s 偏光の間の相対的な位相差は $\pi/2$ である。この性質を利用してダイバーシティ法では干渉縞間に位相差を与える。

図 3.15 に偏光制御を用いた位相シフトの概念図を示す。まず、ビーム A を 45 度直線偏光、ビーム B を円偏光に設定した後この 2 つの光波を合成する。直線偏光の変調には 1/2 波長板 (Half Wave Plate: HWP), 円偏光の変調には 1/4 波長板 (Quarter Wave Plate: QWP) と呼ばれる光学素子が主に使用される。次に、偏光ビームスプリッタ (Polarizing Beam Splitter: PBS) と呼ばれる p 偏光成分と s 偏光成分に分離する光学素子にこの合成波を入射させる。このとき、図 3.16 に示すように 45 度直線偏光の位相差は 0 で円偏光の位相差は $\pi/2$ である。つまり、PBS を透過する干渉波 (p 偏光成分) と反射する干渉波 (s 偏光成分) の間には相対的に $\pi/2$ の位相差が生じることになる。これを利用すれば、光学系を通すだけで $\pi/2$ の位相差をもつ 2 つの干渉縞を同時に生成することが可能となる。

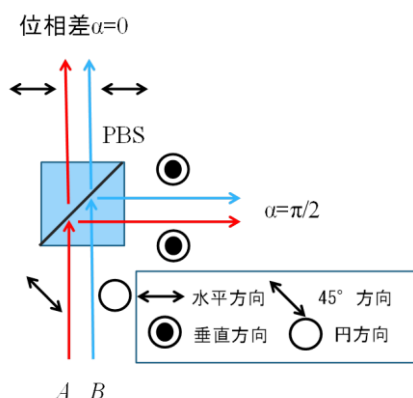


図 3.15 偏光制御による位相シフト

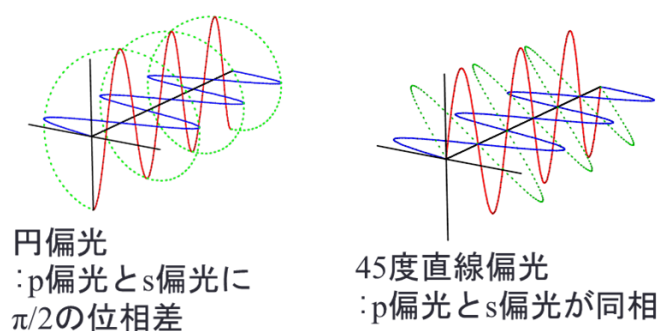


図 3.16 円偏光と直線偏光の特性

3.3.2 ビームスプリッタによる位相シフト

ビームスプリッタ(BS)とは、光束を2つ、もしくはそれ以上に分割するときに用いられる光学素子である。BSに入射した光は主に、そのまま透過する光と反射する光の2種類に分かれる。このとき、反射光と透過光の強度がおおよそ1:1になるよう調整されたものを特にハーフミラーと呼ぶ。BSの構造としてはプリズム型、平面型、ウェッジ基盤型などがあるが、直角プリズムを2枚張り合わせ、接合面に反射防止膜として誘電多層膜をコーティングしたキューブ型のBSが光学干渉計ではよく使用される。図3.17にキューブ型BSの概念図を示す。本節では、このBSの性質である透過光と反射光の間における位相シフト効果について説明する。

今、図3.18のように、ビームAがBSの左側から入射し、ビームBがBSの下側から入射してくると仮定する。このとき、ビームAが感じるBSの透過率と反射率をそれぞれ t, r 、ビームBが感じるBSの透過率と反射率を t', r' とすると、ストークスの関係式[11]から、式(3.24)のような関係が成り立つ。

$$t^* t' + r^* r' = 1, t^* r' + r^* t = 0 \quad (3.24)$$

また、エネルギー保存則から式(3.25)の関係も成り立つ。

$$t = t^* \quad (3.25)$$

このとき、ビームAの複素振幅を $A \exp(i\phi)$ 、Bの振幅を R 、それぞれ生成される干渉縞の強度を I_1, I_2 とする。また、使用しているBSの透過率と反射率がそれぞれ1:1である理想的なハーフミラーであると仮定すると、式(3.26)のような関係が成り立つ。

$$|r|^2 = |r'|^2 = |t|^2 \quad (3.26)$$

従って、干渉縞の強度 I_1, I_2 はそれぞれ式(3.27),式(3.28)のように書ける。

$$\begin{aligned} I_1 &= |rA \exp(i\phi) + t'R|^2 \\ &= |r|^2 A^2 + |t|^2 R^2 + AR\{rt^* \exp(i\phi) + r^* t(-i\phi)\} \\ &= |r|^2 A^2 + |t|^2 R^2 + AR\{rt^* \exp(i\phi) + (r^* t)^*(-i\phi)\} \\ &= |r|^2 A^2 + |t|^2 R^2 + AR|rt^*| \{\exp(i\phi) \exp(ir) + (-i\phi) \exp(-ir)\} \\ &= |r|^2 A^2 + |t|^2 R^2 + 2AR|rt^*| \cos(\phi + r) \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= |tA \exp(i\phi) + r'R|^2 \\ &= |t|^2 A^2 + |r|^2 R^2 - 2AR|rt^*| \cos(\phi + r) \\ &= |t|^2 A^2 + |r|^2 R^2 + 2AR|rt^*| \cos(\phi + r - \pi) \end{aligned} \quad (3.28)$$

ここで、 $*$ は複素共役を表し、式(3.29)の関係が成り立つとする。

$$rt^* = |rt^*| \exp(ir) \quad (3.29)$$

式(3.27)と式(3.28)を比較すると、干渉縞の位相項である $\cos$ 関数の中の位相項が π ずれていることが分かる。これを利用すればBSの上側を通る干渉縞と右側を通る干渉縞の間に相対

的に π の位相差が発生することになる．従って，あらかじめ決めておいた方向から BS に 2 光束を通すだけで 2 つの干渉縞間に同時に π の位相差を与えることが可能となる．この方法と前述の偏光制御による位相シフトを組み合わせれば，周期的な位相差をもつ複数の干渉パターンを同時に生成することが可能となる．以上が，HDI で用いられている干渉縞の位相シフト方法である．

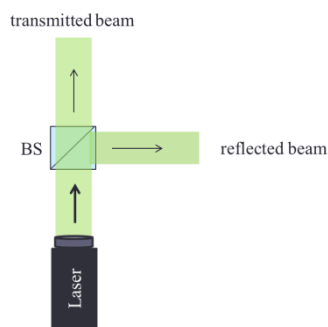


図 3.17 キューブ型 BS の概念図

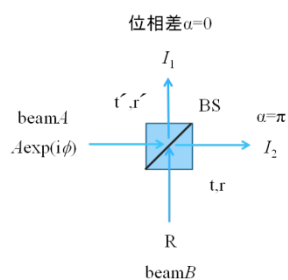


図 3.18 BS による位相シフト

3.3.3 4チャンネル型 HDI

実験光学系として HDI を実現する構成は、使用する撮像素子の台数により大きく 2 つの構成に分類される。1 つ目は撮像素子を 4 つ使用する 4 チャンネル型 HDI であり、2 つ目は、撮像素子を 2 つ使用する 2 チャンネル型 HDI である。本節では、4 チャンネル型 HDI について説明する。4 チャンネル型 HDI では、4 つの干渉縞から信号光の複素振幅を求める。このとき、4 つの干渉縞の間には相対的に $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の位相差が発生している必要がある。これらの位相差を与えるためには前述した偏光制御による位相シフトとビームスプリッタ(BS)による位相シフトを利用する。

図 3.19 に 4 チャンネル型 HDI の概念図を示す。信号光と参照光はそれぞれ HWP と QWP により 45 度直線偏光と円偏光に変調する。その後、BS による位相シフト効果により π の位相差が生じ、2 つの PBS によって $\pi/2$ の位相差が生じるため、空間的に独立に配置した 4 つの CCD では相対的に $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の位相差を持つ 4 枚の干渉縞が同時に取得される。ここで、4 つの干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とおくと、信号光の複素振幅は式(3.30)により得られる。

4 チャンネル型 HDI は位相差の異なる複数の干渉縞の瞬間的な計測を可能とし、かつ空間的な誤差の生じない理想的な手法であるが、撮像素子を計 4 台使用するため、光学系が大きくなり、調整が困難になるという欠点がある。

$$\begin{aligned} A \exp(i\phi) &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\ &= \frac{(I_1 - I_3) + i(I_2 - I_4)}{4R} \end{aligned} \quad (3.30)$$

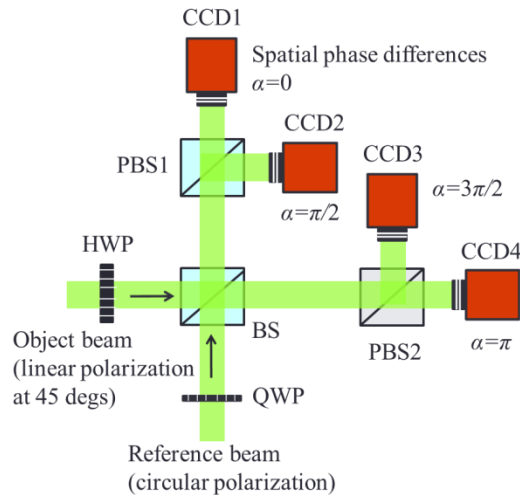


図 3.19 4 チャンネル型 HDI の概念図

3.3.4 2チャンネル型 HDI

2チャンネル型 HDI[12]とは、4チャンネル型 HDI で使用していた撮像素子を4台から2台へ減らした簡易型の HDI である。2チャンネル型 HDI では、2つの干渉縞と参照光強度から信号光の複素振幅を求める。このとき、2つの干渉縞の間には相対的に $0, \pi/2$ の位相差が発生している必要がある。また、2チャンネル型 HDI による複素振幅では使用する計測アルゴリズムの動作条件として、干渉縞計測時に混入する背景光等によるノイズが小さいことと、参照光強度が信号光強度の2倍以上であることが挙げられる。上で述べた条件を満たすことができれば、HDI システムの小型化や調整の簡易化が可能となる。

図 3.20 に 2チャンネル型 HDI の概念図を示す。2チャンネル型 HDI においては2つの干渉縞間に $\pi/2$ の位相差を与えればよいので、偏光制御による位相シフト効果のみを使用している。BS は 4チャンネル型 HDI のような位相シフト効果のために用いているのではなく、参照光と信号光を結合させるために使用している。

ここで、図 3.20 の CCD1, CCD2 で計測される干渉縞強度値を $V_0, V_{\pi/2}$ とし、参照光強度を R とすると、信号光の複素振幅は式(3.31)により求められる。

$$\begin{aligned} A \exp\{i\phi\} &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\ &= \frac{V_0 - I_0}{2R} + i \frac{V_{\pi/2} - I_0}{2R} \end{aligned} \quad (3.31)$$

また、 I_0 は干渉縞の直流成分であり、式(3.32)のように記述される。

$$I_0 = \frac{V_0 + V_{\pi/2} + 2R^2 - \sqrt{(V_0 + V_{\pi/2} + 2R^2)^2 - 2(V_0^2 + V_{\pi/2}^2 + 4R^4)}}{2} \quad (3.32)$$

ここで、 $R > 2A$ が成り立つとき、式(3.32)中の平方根内部は常に正となるため、正常に解が求められる。逆に、この条件を満たしていない場合、平方根内部が負となり計測自体が成り立たなくなる可能性が出るため、注意が必要である。

2チャンネル型 HDI は 4チャンネル型 HDI と比較して CCD の数を4台から2台へと少なくした簡易型の手法であり、4チャンネル型で問題となっていた光学系の大型化や調整の難化を改善することが可能である。しかし、使用する計測アルゴリズムに動作条件が存在する点、干渉縞以外に参照光強度が必要となる点から、計測精度が低下しやすいという欠点がある。

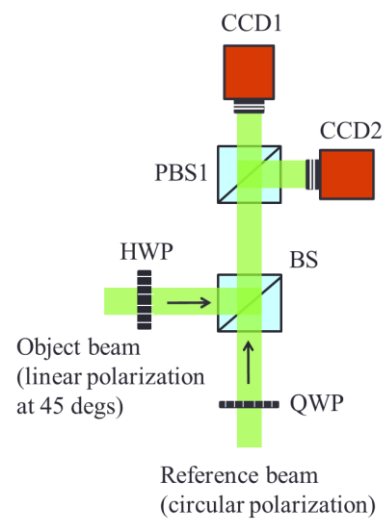


図 3.20 2 チャンネル型 HDI の概念図

3.4 各位相シフト方式の比較

ここまでに位相シフトデジタルホログラフィにおける位相シフト方式として時間分割法、空間分割法、ダイバーシティ法の 3 つの手法について述べてきた。各方式の特徴を比較したものを図 3.21 に示す。時間分割法は計測精度が高いが、計測に時間を要する。空間分割法は計測速度が速いが、空間的な解像度が低く補間処理も伴うため計測精度が低い。ダイバーシティ法は他 2 つの利点である計測速度と高精度の両方の特性を有している。このことから、計測速度と計測精度の観点からダイバーシティ法が他 2 つの手法に対し優位性を持っていると言える。しかし、光学系の規模という面から考えると取得する干渉縞の数と同じ数の撮像素子を使用する必要があるため、光学系の大型化や複雑化を招く。このため、ダイバーシティ方式は先に挙げた 2 つの手法の完全な上位互換というわけではなく、位相シフトデジタルホログラフィの応用手法の 1 つとして位置付けることができる。

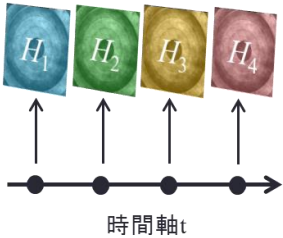
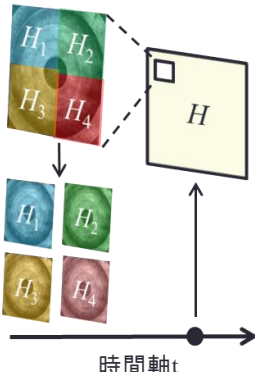
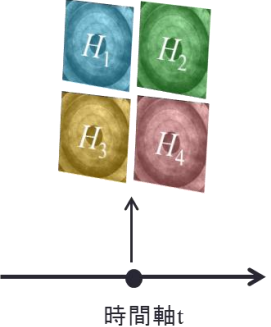
名称	時間分割法	空間分割法	ダイバーシティ法
概念図			
空間分解能	○	△	○
計測速度	△	○	○
系の調整	○	○	△

図 3.21 各位相シフト方式の比較

この傾向を確認するため、各位相シフト方式における位相計測精度の観点から数値解析を行った[13]。図 3.22 に数値解析の概念図を、表 1 に数値解析のパラメータを示す。数値解析では強度、位相ともに階段状に変調した信号光と強度、位相共に一定の理想的な平面波を仮定した参照光を作成する。次に、参照光の位相を $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ と変え、空間位相差の異なる干渉縞を 4 つ生成する。その後、生成された 4 つの干渉縞をカメラで取得することを想定して干渉縞の強度にカメラの量子化誤差を付加する。そして、量子化誤差が含まれた干渉縞から時間分割法、空間分割法、ダイバーシティ法の 3 つの手法を用いて信号光の位相を算出する。一般的に $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の位相差を持つ干渉縞をそれぞれ H_1, H_2, H_3, H_4 とおくと、位相情報 $\phi(x, y)$ は以下の式により算出される。

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{H_2 - H_4}{H_1 - H_3} \quad (3.33)$$

このとき、量子化のビット数は 1bit から 16bit まで変化させ、それぞれの場合について設定した位相分布と計算された位相分布との誤差平均と誤差分散のグラフを計算した。図 3.23 に数値解析結果を示す。グラフは横軸を量子化ビット数、縦軸を誤差平均および誤差分散の自然対数としている。図 3.23 から、時間分割法とダイバーシティ法では量子化ビットの増加に伴い、誤差平均、分散共に同程度に単調減少しているが、空間分割法では量子化ビットが 9bit を過ぎたあたりから誤差が一定になっていることが確認できる。これは、9bit 付近において干渉縞の量子化誤差よりも干渉縞の平均化による空間補間誤差の方が支配的になったからだと考えられる。この結果から、計測精度という観点では、ダイバーシティ法は時間分割法と同等の性能であり、その計測精度は空間分割法よりも明らかに高いということを示した。

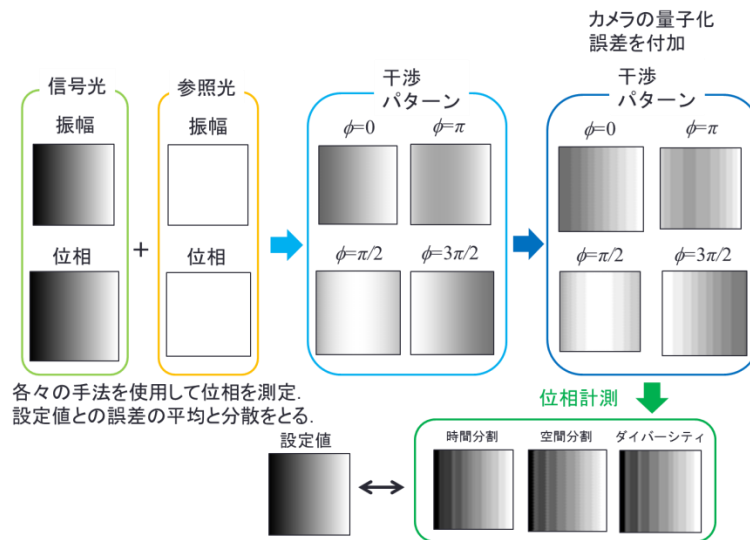


図 3.22 数値解析による位相計測誤差比較の概念図

表 1 数値解析パラメータ

x, y方向サンプル数 (N_x, N_y): (50, 50)		
物体光の振幅 A : 階段状のパターン(0.1~5.0)		
物体光の位相 Φ : 階段状のパターン($0.01\pi \sim 0.5\pi$)		
参照光強度 R_1 : 50.0	参照光 R_1 の位相 Φ_1 :	0.0
参照光強度 R_2 : 50.0	参照光 R_2 の位相 Φ_2 :	$\pi/2$
参照光強度 R_3 : 50.0	参照光 R_3 の位相 Φ_3 :	π
参照光強度 R_4 : 50.0	参照光 R_4 の位相 Φ_4 :	$3\pi/2$
カメラの量子化誤差 1bit~16bitまで($1/2^1 \sim 1/2^{16}$ まで)変化		

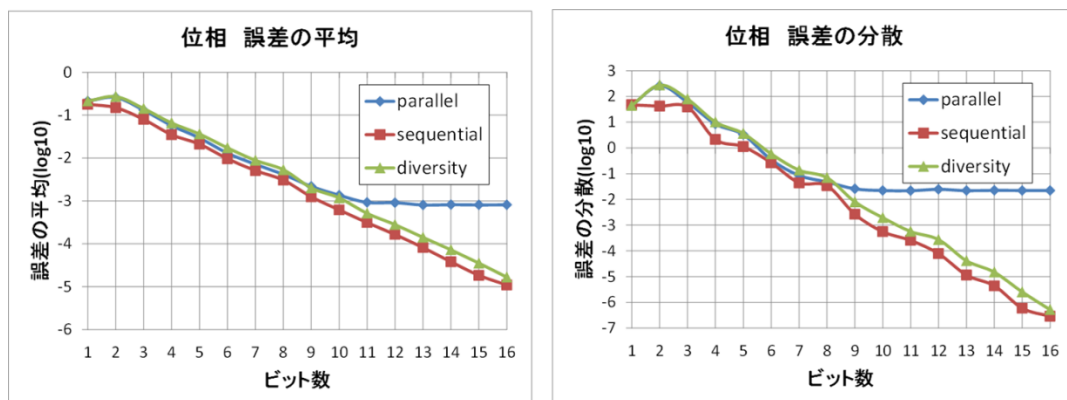


図 3.23 数値解析結果

参考文献

- [1] I. Yamaguchi and T. Zhang, “Phase-shifting digital holography,” *Opt. Lett.*, Vol.22, No.16, pp. 1268-1270, (1997).
- [2] Y. Awatsuji, M. Sasada and T. Kubota, “Parallel quasi-phase-shifting digital holography,” *Appl. Phy. Lett.*, **85**, pp.1069-1071 (2004).
- [3] Y. Harada, A. Wan, and H. Sone, “Single-Shot Phase-Shifting Digital Holography Based on the Spatial Carrier Interferometry and Its Tolerance Analysis,” *Advanced Holography - Metrology and Imaging*, ISBN: 978-953-307-729-1, InTech, (2011).
- [4] T. Nomura, and M. Imbe, ”Single-exposure phase-shifting digital holography using a random-phase reference wave,” *Opt. Lett.*, **35**, pp.2281-2283 (2010).
- [5] H. F. Talbot: *Philos. Mag.* 9, 401-407 (1836).
- [6] J. P. Guigay, *Opt. Acta*, **18**, 677 (1971).
- [7] L. Martinez-Leon, M. Araiza-E, B. Javidi, P. Andres, V. Climent, J. Lancis, and E. Tajahuerce, “Single-shot digital holography by use of the fractional Talbot effect,” *Opt. Express*, **17**, pp.12900-12909 (2009).
- [8] A. Okamoto, K. Kunori, M. Takabayashi, A. Tomita, and K. Sato, “Holographic Diversity interferometry for optical storage,” *Opt. Express*, **19**, pp.13436-13444, (2011).
- [9] 谷田貝 豊彦, “例題で学ぶ 光学入門” 森北出版 (2010).
- [10] Bahaa E.A.Saleh, Malbin Carl Teich 著 尾崎 義治, 朝倉 利光訳: 基本光工学 I , 森北出版 (1991).
- [11] Pochi Yeh 著 富田康生, 北山 研一訳: フォトリフラクティブ非線形光学, 丸善(1995).
- [12] Keisuke Kunori, Atsushi Okamoto, Masanori Takabayashi and Akihisa Tomita, “ホログラフィックダイバーシティ干渉法を用いた位相分布計測,” *OPJ,PD2* (2011).
- [13] 野澤 仁, 岡本 淳, 富田 章久, ”ホログラフィックダイバーシティ干渉法における量子化誤差を考慮した位相検出精度,” 平成 25 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会講演予稿集, 123, (2013).

第4章 光複素振幅算出アルゴリズム

3章では位相シフトデジタルホログラフィの基本原理について述べた後，干渉縞間の位相差を発生させる方法によって3つの手法に分類し，それぞれの実施形態の特徴について述べた．しかし，位相シフトデジタルホログラフィを用いた光複素振幅算出において必要なホログラムの枚数は一意には決まらず，またその枚数により用いる計算アルゴリズムもそれぞれ異なる．本章では，位相シフトデジタルホログラフィに用いられる光複素振幅算出アルゴリズムについて述べる．

4.1 4 ステップアルゴリズム

4 ステップアルゴリズム [1]とは位相差の異なる 4 枚の干渉パターンから, 計測対象の複素振幅を算出するアルゴリズムである. 概念図を図 4.1 に示す. この時, 取得した 4 枚の干渉縞の間にはそれぞれ $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ の 4 つの段階的な位相差をもつ. 今, 信号光の振幅を A , 参照光の振幅を R , 信号光と参照光の相対的な位相差を ϕ , 4 つの干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とおくと, それぞれの強度は以下のように記述される.

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR \cos \phi \quad (4.1)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \pi/2) = A^2 + R^2 + 2AR \sin \phi \quad (4.2)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \pi) = A^2 + R^2 - 2AR \cos \phi \quad (4.3)$$

$$I_4 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - 3\pi/2) = A^2 + R^2 - 2AR \sin \phi \quad (4.4)$$

このときに, 位相項 ϕ が残るように数式を展開すると,

$$I_2 - I_4 = 4AR \sin \phi \quad (4.5)$$

$$I_1 - I_3 = 4AR \cos \phi \quad (4.6)$$

この 2 式から, 位相項を含む $\sin$ 関数と $\cos$ 関数はそれぞれ

$$A \cos \phi = \frac{I_1 - I_3}{4R} \quad (4.7)$$

$$A \sin \phi = \frac{I_2 - I_4}{4R} \quad (4.8)$$

により求めることができるので, オイラーの公式により信号光の複素振幅は以下の式のように書ける.

$$\begin{aligned} A \exp(i\phi) &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\ &= \frac{(I_1 - I_3)}{4R} + i \frac{(I_2 - I_4)}{4R} \end{aligned} \quad (4.9)$$

このとき, 使用する参照光が理想的な平面波であると仮定するならば, 参照光の振幅 R は定数とみなせる. また, 式(4.9)の絶対値の 2 乗をとると信号光の強度が, 逆正接をとると信号光の位相が得られる. このことから, 位相差の異なる 4 枚の干渉縞を使用して信号光の振幅と位相の両方の情報を求められることを示した.

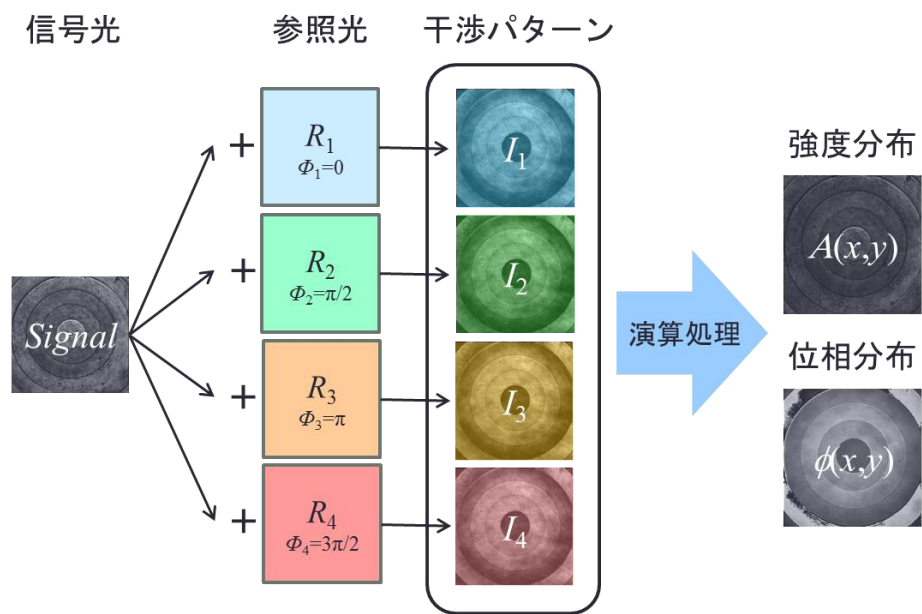


図 4.1 4 ステップアルゴリズムの概略図

4.2 3ステップアルゴリズム

3ステップアルゴリズムとは位相差の異なる干渉縞のデジタルホログラムを3枚取得して、複素振幅を算出するアルゴリズムである[2]。概念図を図4.2に示す。この時、取得した3枚の干渉パターンの間にはそれぞれ $-\alpha, 0, \alpha$ 、と大きさ α の等しい空間位相差を持つものとする。今、3つの干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3 とおき、4ステップアルゴリズムと同様に干渉縞の強度を計算すると、

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR\cos(\phi - \alpha) \quad (4.10)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR\cos\phi \quad (4.11)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR\cos(\phi + \alpha) \quad (4.12)$$

このとき、三角関数の加法定理を用いて式(4.10)と式(4.12)を書き直すと、

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR(\cos\phi\cos\alpha + \sin\phi\sin\alpha) \quad (4.13)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR(\cos\phi\cos\alpha - \sin\phi\sin\alpha) \quad (4.14)$$

この式から、

$$I_1 + I_3 = 2(A^2 + R^2 + 2AR\cos\phi\cos\alpha) \quad (4.15)$$

$$I_1 - I_3 = 4AR\sin\phi\sin\alpha \quad (4.16)$$

の2式が得られ、4ステップアルゴリズムの時と同様に、位相項 ϕ のみを取り出すと

$$A\cos\phi = \frac{2I_2 - I_1 - I_3}{4R(1 - \cos\alpha)} \quad (4.17)$$

$$A\sin\phi = \frac{I_1 - I_3}{4R\sin\alpha} \quad (4.18)$$

式(4.17)と式(4.18)をオイラーの公式に代入すると、信号光の複素振幅は式(4.19)のように記述できる。

$$\begin{aligned} A\exp(i\phi) &= A\cos\phi + iA\sin\phi \\ &= \frac{1}{4R} \left[\frac{2I_2 - I_1 - I_3}{(1 - \cos\alpha)} + i \frac{I_1 - I_3}{\sin\alpha} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

このとき、参照光の振幅 R は 4 ステップアルゴリズムの時と同様に定数であるとみなす。
また、干渉縞の位相差 α を $\pi/2$ に設定すると、信号光の複素振幅は

$$\begin{aligned} A \exp(i\phi) &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\ &= \frac{1}{4R} [2I_2 - I_1 - I_3 + i(I_1 - I_3)] \end{aligned} \quad (4.20)$$

となり、複素振幅が 3 つの干渉縞強度 I_1, I_2, I_3 により記述されることがわかる。以上により、
位相差の異なる 3 枚の干渉縞から信号光の強度と位相を求められることを示した。

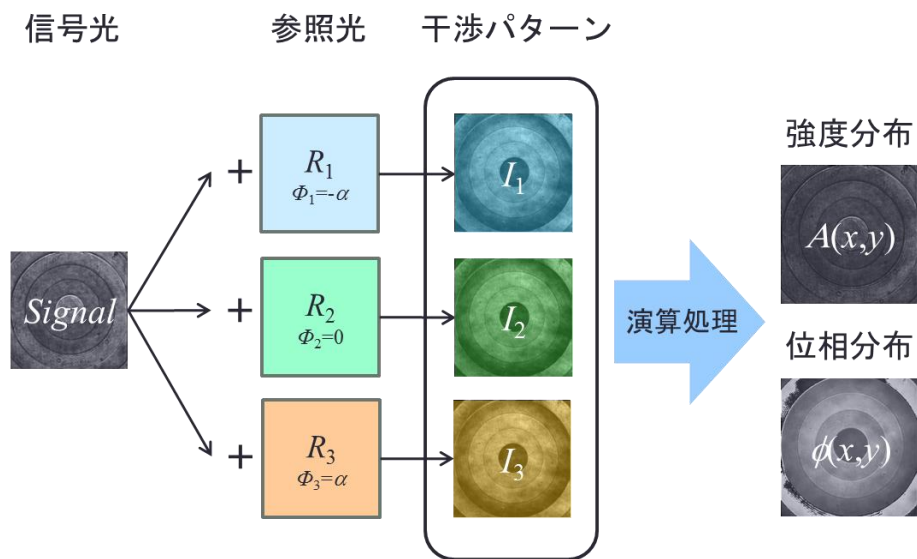


図 4.2 3 ステップアルゴリズムの概略図

4.3 2ステップアルゴリズム

2ステップアルゴリズム[3]とはX.F.Mengらによって提案されている2枚の干渉縞とその生成に用いた参照光の強度分布から複素振幅を算出するアルゴリズムである．概念図を図4.3に示す．今,2つの干渉縞間の位相差を δ ，信号光の振幅を A ，参照光の振幅を R ，撮像素子により計測される2つの干渉強度をそれぞれ V_0 ， V_p とすると， V_0 ， V_p は式(4.21)と式(4.22)により定義される．

$$V_0 = A^2 + R^2 + 2AR \cos \phi \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} V_p &= A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \delta) \\ &= A^2 + R^2 + 2AR(\cos \phi \cos \delta + \sin \phi \sin \delta) \end{aligned} \quad (4.22)$$

ここで，それぞれの干渉縞の直流成分を I_0 とすると，以下のように書ける．

$$I_0 = A^2 + R^2 \quad (4.23)$$

式(4.21)および(4.22)より，位相項を含む $\cos$ 関数と $\sin$ 関数はそれぞれ，式(4.24)および(4.25)のように展開できる．

$$A \cos \phi = \frac{V_0 - I_0}{2R} \quad (4.24)$$

$$A \sin \phi = \frac{V_p - V_0 \cos \delta - (1 - \cos \delta)I_0}{2R \sin \delta} \quad (4.25)$$

このとき，三角関数の公式

$$\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1 \quad (4.26)$$

に，式(4.24)と式(4.25)を代入すると以下の式(4.27)が得られる．

$$(V_0 - I_0)^2 \sin^2 \delta + [V_p - V_0 \cos \delta - (1 - \cos \delta)I_0]^2 = 4R^2 (I_0 - R^2) \sin^2 \delta \quad (4.27)$$

この式を I_0 に関する2次方程式であると考え，2次方程式の解の公式を用いて I_0 について解くと，式(4.28)のようになる．

$$I_0 = \frac{-v - \sqrt{v^2 - 4uw}}{2} \quad (4.28)$$

ただし，

$$u = 2(1 - \cos \delta) \quad (4.29)$$

$$v = -2(1 - \cos \delta)(V_0 + V_p) - 4R^2 \sin^2 \delta \quad (4.30)$$

$$w = V_0^2 + V_p^2 - 2V_0V_p \cos \delta + 4R^2 \sin^2 \delta \quad (4.31)$$

とする．このとき，解の公式中の平方根の中身について計算すると式(4.32) が得られる．

$$v^2 - 4uw = 64 \sin^2 \delta \sin^2(\delta/2) R^2 [\cos(\phi - \delta/2) A + \cos(\delta/2) R]^2 \geq 0 \quad (4.32)$$

ここで，式(4.29)から $u > 0$ が，式(4.30)から $v < 0$ が成り立つため，平方根の中身の大小関係については式(4.33)の関係性があると言える．

$$0 < \sqrt{v^2 - 4uw} < -v \quad (4.33)$$

このとき， $0 < \delta < \pi$, $R > A$ という条件を満たしているとする，二次方程式の解は常に正となる．また，2 次方程式の複合について調べると+の時には等式が成立しない場合が存在するが，-の時には等式が常に成り立つため，解は一意に定まる．以上により，干渉縞の直流成分 I_0 の 2 次方程式を解くことで，信号光の複素振幅は以下の式(4.34)により記述できる．

$$\begin{aligned} A \exp\{i\phi\} &= A \cos \phi + i A \sin \phi \\ &= \frac{V_0 - I_0}{2R} + i \frac{V_p - V_0 \cos \delta - (1 - \cos \delta) I_0}{2R \sin \delta} \end{aligned} \quad (4.34)$$

以上により，位相差の異なる 2 枚の干渉縞と参照光の強度分布から信号光の複素振幅を算出できることを示した．

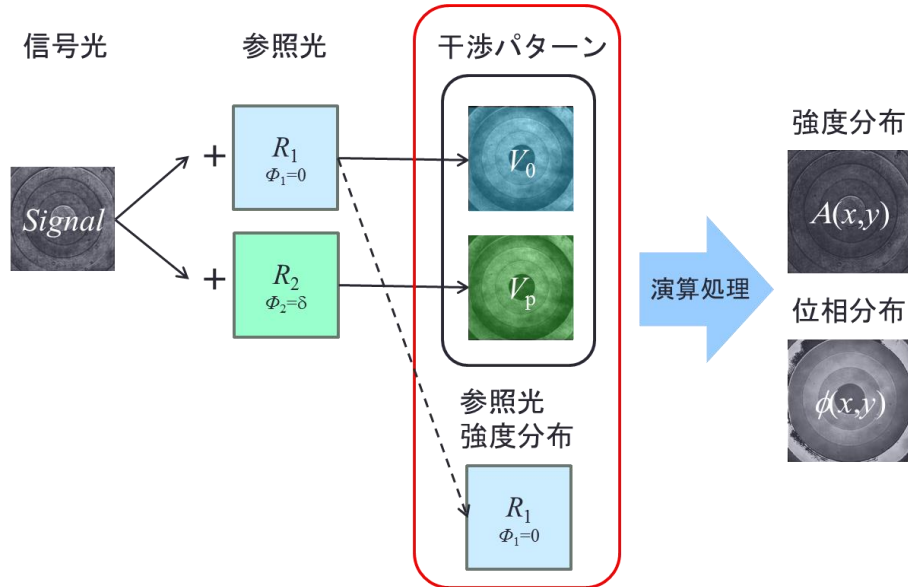


図 4.3 2 ステップアルゴリズムの概略図

4.4 最小二乗法アルゴリズム

最小二乗法アルゴリズムとは前節 4.1 及び, 4.2 で記述した 4 ステップアルゴリズムと 3 ステップアルゴリズムを一般化し, 3 個以上の干渉パターンから物体の複素振幅を算出できるようにしたアルゴリズム[4,5]である. 概念図を図 4.4 に示す.

本手法では, 参照光の位相変化に対する干渉縞の強度分布が既知の周期と 3 つの未知数を持った sine 関数で変化することを利用し, 測定された干渉縞の強度に対し, 最小二乗法を施しフィッティングすることで信号光の複素振幅を求める. 今, 参照光の位相が N 回シフトされ, N 個の干渉パターンが生成されたと仮定する. この時, n 番目に生成された干渉縞の強度分布 I_n は式(4.35)のように記述される.

$$I_n = A^2 + R^2 + 2AR \cos \phi \cos \delta - 2AR \sin \phi \sin \delta \quad (4.35)$$

ここで, 干渉縞の直流成分, 位相項を含む $\cos$ 関数, 位相項を含む $\sin$ 関数の 3 つのパラメータをそれぞれ a, b, c とおくと, 以下のようになる.

$$a = A^2 + R^2 \quad (4.36)$$

$$b = 2AR \cos \phi \quad (4.37)$$

$$c = 2AR \sin \phi \quad (4.38)$$

これらの式から, 式(4.35)は式(4.39)のように書き直される.

$$I_n = a + b \cos \delta - c \sin \delta \quad (4.39)$$

式(4.37)および式(4.38)より信号光の位相は式(4.40)により求めることができる.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{c}{b} \quad (4.40)$$

また, 式(4.26)に示す三角関数の公式から

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= 4A^2R^2 \cos^2 \phi + 4A^2R^2 \sin^2 \phi \\ &= 4A^2R^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \\ &= 4A^2R^2 \end{aligned} \quad (4.41)$$

となることから, 信号光の振幅 A は式(4.42)のように書ける.

$$A = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2R} \quad (4.42)$$

このとき, 参照光の振幅 R が計測回数 n に依らず一定であると仮定すると

$$A \propto \sqrt{b^2 + c^2} \quad (4.43)$$

となるため、信号光の振幅を求めることができる。ここで、実際に干渉縞を測定して得られる強度分布を V_n とすると、式(4.39)により得られる理論値との誤差の二乗は式(4.44)のよう書ける。

$$\sum_{n=1}^N [V_n - I_n]^2 = \sum_{n=1}^N [V_n - a - b \cos \delta + c \sin \delta]^2 \quad (4.43)$$

となる。この二乗誤差が最小になるように a, b, c の値を決定すればよいので、3つの未知数に対して微分を行い、その結果が0となるようにすればよい。つまり、最小パラメータは以下の行列方程式の解として記述される。

$$\begin{bmatrix} \sum V_n \\ \sum V_n \cos \delta \\ \sum V_n \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum \cos \delta & \sum \sin \delta \\ \sum \cos \delta & \sum \cos^2 \delta & \sum \cos \delta \sin \delta \\ \sum \sin \delta & \sum \cos \delta \sin \delta & \sum \sin^2 \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

ここで、位相シフト量を $\alpha = 2\pi/N$ とすると、行列式(4.44)は

$$\begin{bmatrix} \sum V_n \\ \sum V_n \cos \delta \\ \sum V_n \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N/2 & 0 \\ 0 & 0 & N/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

となるので、 a, b, c は

$$a = \frac{1}{N} \sum V_n \quad (4.46)$$

$$b = \frac{N}{2} \sum V_n \cos \delta \quad (4.47)$$

$$c = \frac{N}{2} \sum V_n \sin \delta \quad (4.48)$$

となる。式(4.47)と式(4.48)を式(4.40)に代入すると信号光の位相 ϕ は式(4.49)により求められる。

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sum V_n \sin \delta}{\sum V_n \cos \delta} \quad (4.49)$$

また、信号光の振幅 A に対しても同様に

$$A \propto \sqrt{(\sum V_n \sin \delta)^2 + (\sum V_n \cos \delta)^2} \quad (4.50)$$

となり、求められる。このアルゴリズムを使用する際に必要となる位相差の異なる干渉パターン数は行列方程式の未知数の数と等しいので3つ以上となる。ここでは参照光の位相変調量は任意の値 δ としたが、実際には 2π を超えない範囲の位相変調量に限定される。

また, 4 ステップアルゴリズムや 3 ステップアルゴリズムに代表されるように位相変調量は等間隔に設定されることが多い. 以上により, 位相差の異なる 3 つ以上の干渉縞から信号光の強度, 位相を算出できることを示した.

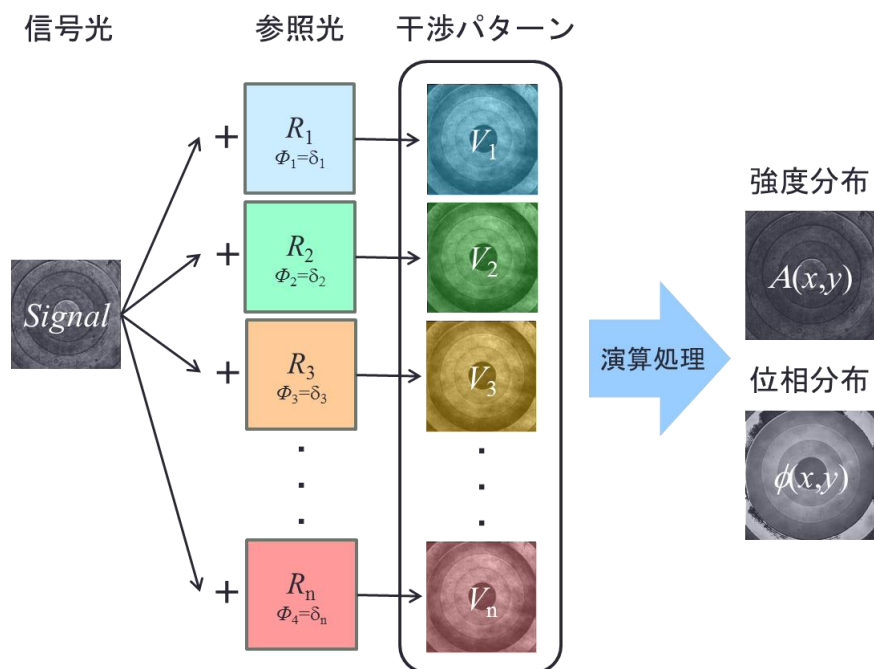


図 4.4 最小二乗法アルゴリズムの概略図

4.5 Carre のアルゴリズム

これまで説明したアルゴリズムでは測定される干渉縞間の位相シフト量は既知であることを前提としていた。しかし、実際の位相シフトが仮定していた位相シフトと異なっていた場合、算出される複素振幅には計算誤差が生じる。この位相シフト量に誤差が生じる要因としては位相ステップを与えるピエゾミラーの変位誤差や各ステップ間に生じる大気の揺らぎによる誤差などが考えられる。これらの位相シフト誤差の影響を小さくするアルゴリズムとして最初に開発されたのが Carre のアルゴリズムである[6]。概念図を図 4.5 に示す。Carre のアルゴリズムでは取得した 4 枚の干渉縞の間にはそれぞれ $-3\alpha, -\alpha, \alpha, 3\alpha$ の線形な位相シフト 2α で位相差が与えられるものと仮定する。ただし、位相シフト α は未知数であるとする。今、信号光の振幅を A 、参照光の振幅を R 、信号光と参照光の相対的な位相差を ϕ 、4 つの干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とおくと、それぞれの強度は以下のように記述される。

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - 3\alpha) \quad (4.51)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \alpha) \quad (4.52)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi + \alpha) \quad (4.53)$$

$$I_4 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi + 3\alpha) \quad (4.54)$$

このときに、未知の位相シフト α はこれら 4 つの方程式を展開し、sine 関数と cosine 関数における三角関数の公式を使用すると式(4.55)の形で求められる。

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)} \right] \quad (4.55)$$

この式は干渉縞の全ての測定点で解くことができるため、位相シフト量 α は各点で決められる。従って、位相シフトの空間的な 2 次元分布がこの式から求められる。各測定点での位相は式(4.55)により求められる。

$$\phi = \tan^{-1} \left[\tan(\alpha) \frac{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right] \quad (4.56)$$

従って、式(4.55)と式(4.56)を組み合わせると式(4.57)のようになる。

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{\{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)\} \{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)\}}}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right] \quad (4.57)$$

本手法は、位相シフト量の誤差のみならず、位相シフトの空間的な変化、すなわち大気擾乱等による位相揺らぎにも対応できる利点がある。一方で、このアルゴリズムを動作させるためには各計測点で位相シフトの増加量が等しくなるよう厳密に位相シフト量を調整する必要がある。また、一般的な位相算出アルゴリズムでは $\arctangent$ の分母と分子にはそれぞれ位相項 ϕ を含む $\cosine$ 項と $\sin$ 項に比例する項が入るのだが、本手法では $\sin$ 項の絶対値が代入される。従って、分母は正負両方の場合が考えられるため、 2π でラッピングされた位相を取得するには、本手法独自の方法で算出された位相を補正する必要がある。ただし、この位相補正法は 1985 年に K.Creath によって既に議論されており、その位相補正表は他のアルゴリズムにも適用可能である[7]。

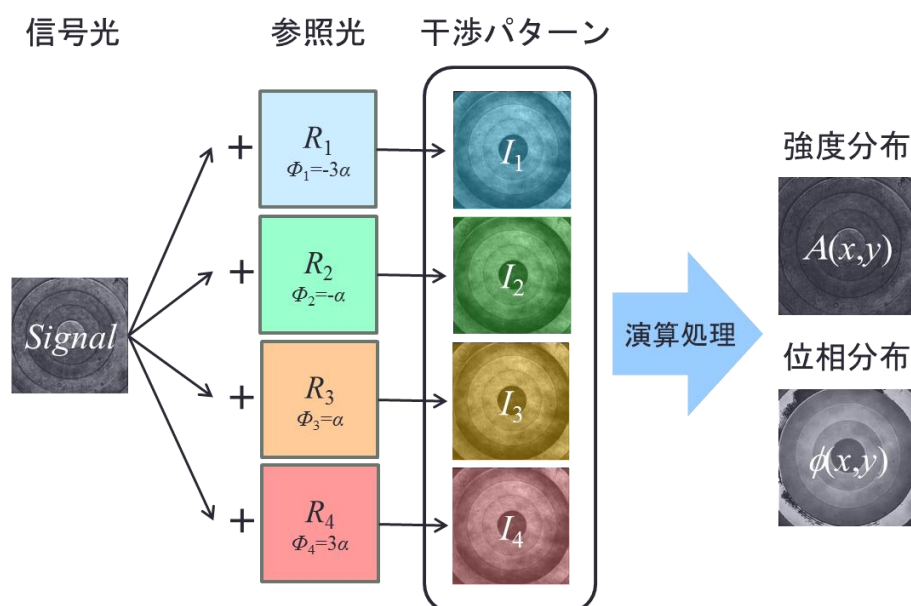


図 4.5 Carre のアルゴリズムの概念図

4.6 Hariharan のアルゴリズム

Carre のアルゴリズム以外にも位相シフト誤差に対応できるアルゴリズムは存在する。その中でも参照光の位相較正誤差に対して強いアルゴリズムとして Hariharan のアルゴリズムが提案されている[8]。概念図を図 4.6 に示す。Hariharan のアルゴリズムでは取得した 5 枚の干渉縞の間にそれぞれ $-2\alpha, -\alpha, 0, \alpha, 2\alpha$ の線形な位相シフト α で位相差が与えられるものと仮定する。ただし、位相シフト α は未知数であるとする。今、信号光の振幅を A 、参照光の振幅を R 、信号光の位相を ϕ 、5 つの干渉縞の強度パターンをそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 とおくと、それぞれの強度は以下のように記述される。

$$I_1 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - 2\alpha) \quad (4.58)$$

$$I_2 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi - \alpha) \quad (4.59)$$

$$I_3 = A^2 + R^2 + 2AR \cos \phi \quad (4.60)$$

$$I_4 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi + \alpha) \quad (4.61)$$

$$I_5 = A^2 + R^2 + 2AR \cos(\phi + 2\alpha) \quad (4.62)$$

このときに、これら 5 つの方程式を組み合わせると中間結果として、式(4.63)が得られる。

$$\frac{\tan \phi}{2 \sin \alpha} = \frac{I_2 - I_4}{2I_3 - I_5 - I_1} \quad (4.63)$$

位相シフト α は任意の値なので、式(4.63)の値の変化が最小になるような α を選べばよい。

図 4.7 に $\phi=\pi/4$, すなわち $\tan \phi=1$ のときの式(4.63)のグラフを示す。横軸は位相シフト α 、縦軸は $1/2 \sin \alpha$ である。式(4.63)を α について微分すると式(4.64)のように書ける。

$$\frac{d}{d\alpha} \left\{ \frac{\tan \phi}{2 \sin \alpha} \right\} = \frac{-\cos \alpha \tan \phi}{2 \sin^2 \alpha} \quad (4.64)$$

式(4.64)は $\alpha=\pi/2$ のとき、0 となる。この値を式(4.63)に代入すると信号光の位相 ϕ は式(4.65)により求められる。

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \right] \quad (4.65)$$

本手法は、図 4.7 に示すように $\alpha=\pi/2$ のときに誤差が最小となり、その前後の位相シフト量のときでも誤差の大きさがほぼ同じであるため、大きい位相シフト誤差を除いた微小な位相シフト誤差に対する影響をほとんど無視できる利点がある。一方で、Carre のアルゴリ

ズムと同様に，動作させるためには各計測点で位相シフトの増加量が等しくなるよう厳密に位相シフト量を調整する必要がある．

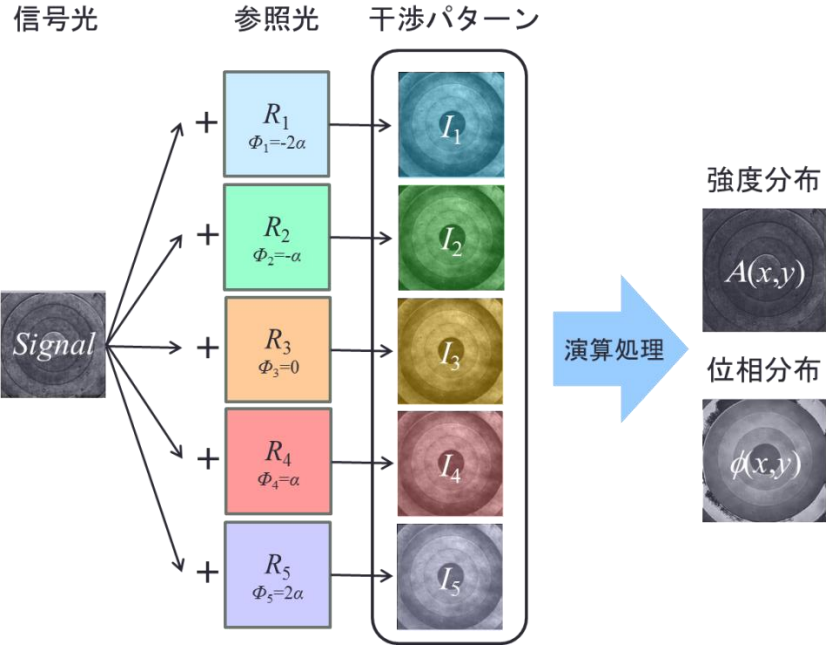


図 4.6 Hariharan アルゴリズムの概念図

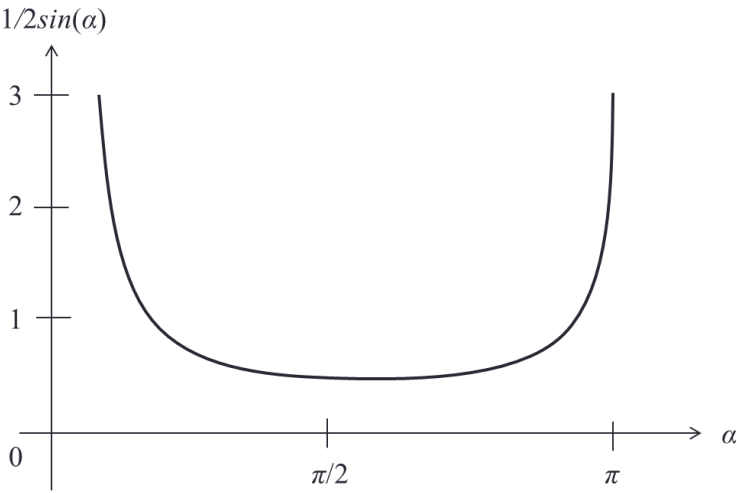


図 4.7 $\phi=\pi/4$ のときの位相シフト変化に対するグラフ

参考文献

- [1] D. Malacara, Optical Shop Testing II, Third Edition, (Wiley, New York, 2008), 116-119 (2008).
- [2] Creath, K., "Phase-Measurement Interferometry Techniques," in: Progress in Optics Vol. XXVI, E. Wolf Ed., Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 349-393, (1988)
- [3] X. F. Meng, L. Z. Cai, X. F. Xu, X. L. Yang, X. X. Shen, G. Y. Dong, and Y. R. Wang, "Two-step phase-shifting interferometry and its application in image encryption," Opt. Lett., **31**, pp. 1414-1416(2006).
- [4] Bruning J. H., D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio, "Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces, Lenses," Appl. Opt., **13**, 2693-2703, (1974).
- [5] Greivenkamp J. E., "Generalized Data Reduction for Heterodyne Interferometry," Opt. Eng., **23**, 350, (1984).
- [6] P. Carre, "Installation et utilisation du comparateur photoelectrique et interferential du Bureau International des Poids et Mesures," Metrologia, **1**, pp.13-23 (1966).
- [7] K. Creath, "Phase-shifting speckle interferometry," Appl. Opt., **24**, pp.3053-3058 (1985).
- [8] P. Hariharan, B. F. Oreb, and T. Eiju, "Digital Phase-Shifting Interferometry: A Simple Error-Compensating Phase Calculation Algorithm," Appl. Opt., **26**, pp.2504-2506 (1987).

第5章 2チャンネルアルゴリズム

第4章では位相シフトホログラフィに用いられる複素振幅算出アルゴリズムについて述べ、複素振幅の再構成には最低2枚の干渉縞が必要であることを述べた。本章では位相差を持つ2つの干渉縞を高速かつ高解像度取得できる2チャンネル型ホログラフィックダイバーシティ干渉法(HDI)[1]に着目し、この方式を用いた光複素振幅計測に最適なアルゴリズムとして2チャンネルアルゴリズム[2]を提案する。そして、その基本原理や有効性について数値解析や計測実験を通して検討する。

5.1 基本原理

本節では、2チャンネルアルゴリズムの基本原理について述べる。図 5.1 に従来手法である 2 ステップアルゴリズムの概略図を、図 5.2 に 2 チャンネルアルゴリズムの概略図を示す。従来 2 チャンネル型 HDI の複素振幅の計算には 4 章で説明した 2 ステップアルゴリズム[3]を使用している。このアルゴリズムでは位相の異なる 2 つの干渉パターンとその生成に用いた参照光の強度分布を用いて複素振幅の算出を行う。このとき、使用する参照光強度は 2 台の CCD の性能と測定条件が完全に等しいという理想状態を仮定して、どちらかの CCD で撮影された強度分布を使用している。しかし、実際の計測においてこのような条件下での測定は事実上不可能であり、2 台の CCD 間の受光感度の差や光学系の歪みにより取得される参照光強度分布に差が生じることが十分想定される。そのため、この受光感度の差による計測誤差が 2 チャンネル型 HDI に 2 ステップアルゴリズムを適用する上での問題点となる。そこで、提案する 2 チャンネルアルゴリズムでは、干渉縞の計測の前に 2 台の CCD で参照光強度と信号光強度をあらかじめ取得しておき、それぞれの強度比を算出しておく。そして、従来手法と同じように干渉縞を取得した後計算機上で複素振幅の計算を行う。このとき、算出した信号光強度比と参照光強度比の 2 つのパラメータを計算式に導入することによって、2 つの CCD 間の受光感度の差や光学系の歪みによって生じる空間的な強度分布の揺らぎを補正した計測を行うことが可能となる。従って、従来の 2 ステップアルゴリズムで問題となっていた計測誤差を低減することが可能となる。

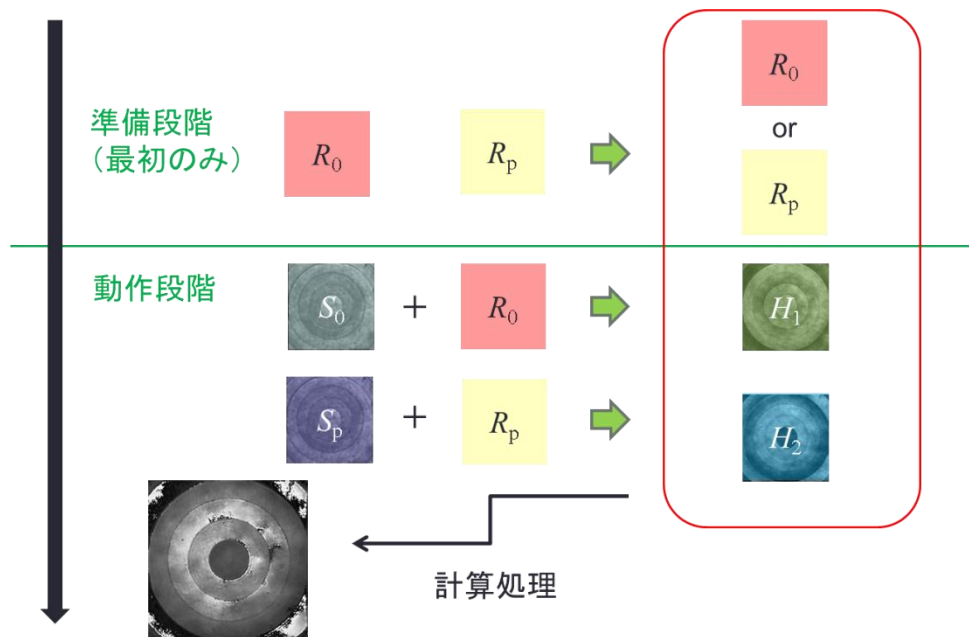


図 5.1 2 ステップアルゴリズムの概略図

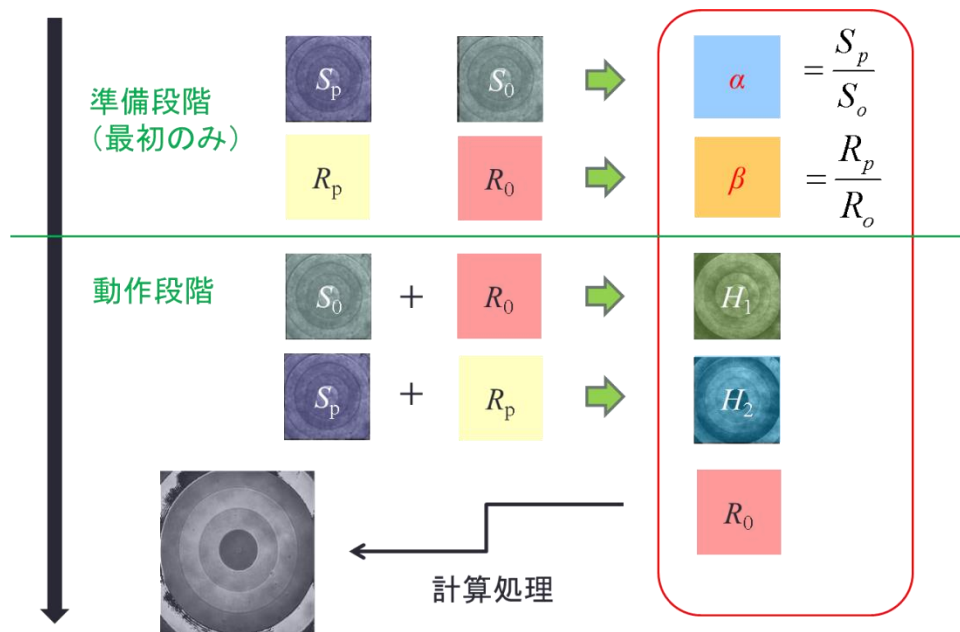


図 5.2 2 チャンネルアルゴリズムの概略図

5.2 計算式の導出

本節では、2 チャンネルアルゴリズムに用いる計算式の導出を行う。提案手法の導出には従来の2 ステップアルゴリズムの数式に信号光強度比と参照光強度比の2 つのパラメータを導入したものを起点としてオイラーの公式を用いて複素振幅を計算していく流れとなっている。このとき、2 つの干渉縞の直流成分が未知変数として残るため、直流成分を決定するためにそれぞれの直流成分の2 次方程式から解を導出する。また、2 次方程式の解が存在するかを確認するため、2 次方程式の解の公式中の平方根の中身の計算と複合の正負も判別する。

信号光と参照光の違いを考慮できるアルゴリズム

2 チャンネル型 HDI において、CCD で取得される $0, \pi/2$ の位相差を持つ2 つの干渉パターン H_1, H_2 は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} H_1 &= A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos \phi \\ H_2 &= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta} A_o A_r \sin \phi \end{aligned} \quad (5.1)$$

このとき、 A_o は信号光の振幅、 A_r は参照光の振幅、 ϕ は信号光の位相、 α は2 台の CCD 間に生じる信号光強度比、 β は2 台の CCD 間に生じる参照光強度比である。今、干渉パターンの直流成分 I_1, I_2 を

$$\begin{aligned} I_1 &= A_o^2 + A_r^2 \\ I_2 &= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

と定義すると、(5.1)式より、

$$A_o \cos \phi = \frac{H_1 - I_1}{2A_r} \quad (5.3)$$

$$A_o \sin \phi = \frac{H_2 - I_2}{2\sqrt{\alpha\beta} A_r} \quad (5.4)$$

という三角関数の式が導ける。これに、オイラーの公式

$$A \exp(i\phi) = A \cos \phi + i A \sin \phi \quad (5.5)$$

を用いると、信号光の複素振幅は以下の式により求められる。

$$\begin{aligned} A_o \exp(i\phi) &= A_o \cos \phi + i A_o \sin \phi \\ &= \frac{H_1 - I_1}{2A_r} + i \frac{H_2 - I_2}{2\sqrt{\alpha\beta} A_r} \end{aligned} \quad (5.6)$$

このとき、 H_1, H_2, A_r は計測で求めることのできる既知の値なので、 I_1, I_2 を導出することができれば、信号光の複素振幅を算出できることになる。

I_1, I_2 の導出

今, (5.3)式と(5.4)式の両辺を二乗して足し合わせると,

$$A_0^2(\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) = \left(\frac{H_2 - I_2}{2\sqrt{\alpha\beta}A_r}\right)^2 + \left(\frac{H_1 - I_1}{2A_r}\right)^2 \quad (5.7)$$

となる. このとき, $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ という三角関数の公式が成り立つので,

$$A_0^2 = \frac{H_2^2 - 2H_2I_2 + I_2^2}{4\alpha\beta A_r^2} + \frac{H_1^2 - 2H_1I_1 + I_1^2}{4A_r^2} \quad (5.8)$$

と書ける. 両辺に $4\alpha\beta A_r^2$ をかけると,

$$4\alpha\beta A_r^2 A_0^2 = H_2^2 - 2H_2I_2 + I_2^2 + \alpha\beta(H_1^2 - 2H_1I_1 + I_1^2) \quad (5.9)$$

となる. ここで I_1, I_2 の式を変形した

$$\begin{aligned} A_0^2 &= \frac{1}{\alpha} I_2 - \frac{\beta}{\alpha} A_r^2 \\ I_1 &= A_0^2 + A_r^2 \\ &= A_r^2 - \frac{\beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} I_2 = \frac{\alpha - \beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} I_2 \end{aligned} \quad (5.10)$$

(5.10)式を(5.9)式に代入すると

$$4\alpha\beta A_r^2 \left(\frac{1}{\alpha} I_2 - \frac{\beta}{\alpha} A_r^2\right) = H_2^2 - 2H_2I_2 + I_2^2 + \alpha\beta\{H_1^2 - 2H_1\left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} I_2\right) + \left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} I_2\right)^2\} \quad (5.11)$$

と変形できる. この式を I_2 に関する二次方程式と考えて整理すると,

$$\begin{aligned} &(\alpha^2 + \alpha\beta)I_2^2 \\ &- 2\{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2\}I_2 \\ &+ \alpha^3\beta H_1^2 - 2\alpha^2\beta(\alpha - \beta)H_1A_r^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^2 H_2^2 = 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

となる. このとき

$$\begin{aligned} (\alpha^2 + \alpha\beta) &= a \\ \{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2\} &= b \\ +\alpha^3\beta H_1^2 - 2\alpha^2\beta(\alpha - \beta)H_1A_r^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^2 H_2^2 &= c \end{aligned} \quad (5.13)$$

とおくと, I_2 は二次方程式の解の公式より,

$$I_2 = \frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \quad (5.14)$$

と求められる. また I_1 は(5.10)式に I_2 を代入することにより,

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\alpha - \beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} I_2 \\ &= \frac{\alpha - \beta}{\alpha} A_r^2 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}\right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

と求められる．次に，2 次方程式の平方根の中身が常に正になることを示す．

平方根内の計算

始めに， b^2 の計算すると

$$\begin{aligned} b^2 &= \{\alpha^2 \beta H_1 + \alpha^2 H_2 + \alpha \beta (\alpha + \beta) A_r^2\}^2 \\ &= \alpha^4 \beta^2 H_1^2 + \alpha^4 H_2^2 + \alpha^2 \beta^2 (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \\ &\quad + 2\alpha^4 \beta H_1 H_2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) H_2 A_r^2 + 2\alpha^3 \beta^2 (\alpha + \beta) H_1 A_r^2 \end{aligned} \quad (5.16)$$

次に ac の計算をすると，

$$\begin{aligned} ac &= (\alpha^2 + \alpha \beta) \{\alpha^3 \beta H_1^2 - 2\alpha^2 \beta (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 + \alpha \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^2 H_2^2\} \\ &= \alpha^5 \beta H_1^2 - 2\alpha^4 \beta (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 + \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^4 H_2^2 \\ &\quad + \alpha^4 \beta^2 H_1^2 - 2\alpha^3 \beta^2 (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 + \alpha^2 \beta^2 (\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^3 \beta H_2^2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

これにより，ルートの中身は

$$\begin{aligned} b^2 - ac &= \alpha^4 \beta^2 H_1^2 + \alpha^4 H_2^2 + \alpha^2 \beta^2 (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \\ &\quad + 2\alpha^4 \beta H_1 H_2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) H_2 A_r^2 + 2\alpha^3 \beta^2 (\alpha + \beta) H_1 A_r^2 \\ &\quad - (\alpha^5 \beta H_1^2 - 2\alpha^4 \beta (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 + \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^4 H_2^2 \\ &\quad + \alpha^4 \beta^2 H_1^2 - 2\alpha^3 \beta^2 (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 + \alpha^2 \beta^2 (\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^3 \beta H_2^2) \\ &= -\alpha^5 \beta H_1^2 + 2\alpha^4 \beta H_1 H_2 - \alpha^3 \beta H_2^2 + 2\alpha^4 \beta (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 \\ &\quad + 4\alpha^4 \beta^2 H_1 A_r^2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) H_2 A_r^2 - \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \end{aligned} \quad (5.18)$$

となる．これを整理すると，

$$\begin{aligned} b^2 - ac &= -\alpha^5 \beta H_1^2 + 2\alpha^4 \beta H_1 H_2 - \alpha^3 \beta H_2^2 + 2\alpha^4 \beta (\alpha - \beta) H_1 A_r^2 \\ &\quad + 4\alpha^4 \beta^2 H_1 A_r^2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) H_2 A_r^2 - \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \\ &= -\alpha^3 \beta (\alpha H_1 - H_2)^2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) (\alpha H_1 + H_2) A_r^2 - \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \end{aligned} \quad (5.19)$$

とかける．このとき，(5.1)式を(5.19)式に代入すると

$$\begin{aligned} b^2 - ac &= -\alpha^3 \beta (\alpha H_1 - H_2)^2 + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) (\alpha H_1 + H_2) A_r^2 - \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \\ &= -\alpha^3 \beta \{ \alpha (A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos \phi) - (\alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha \beta} A_o A_r \sin \phi) \}^2 \\ &\quad + 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) \{ \alpha (A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos \phi) + \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha \beta} A_o A_r \sin \phi \} A_r^2 \\ &\quad - \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \end{aligned} \quad (5.20)$$

この式を整理していくと

$$\begin{aligned}
b^2 - ac &= -\alpha^3 \beta \{ \alpha (A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos \phi) - (\alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta} A_o A_r \sin \phi) \}^2 \\
&+ 2\alpha^3 \beta (\alpha + \beta) \{ \alpha (A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos \phi) + \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta} A_o A_r \sin \phi \} A_r^2 \\
&- \alpha^3 \beta (\alpha + \beta)^2 A_r^4 \\
&= 4\alpha^4 \beta A_r^2 \{ (\alpha^{1/2} \sin \phi + \beta^{1/2} \cos \phi) A_o + \beta^{1/2} A_r \}^2 > 0
\end{aligned} \tag{5.21}$$

となり，全ての項を二乗の形でまとめることができるので，ルートの中身は常に正であると言える．

複合判定

複合が+のとき

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{b}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} + \frac{\sqrt{[2\alpha^2\beta^{1/2}A_r\{(\alpha^{1/2}\sin\phi + \beta^{1/2}\cos\phi)A_o + \beta^{1/2}A_r\}]^2}}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} + \frac{2\alpha^2\beta^{1/2}A_r\{(\alpha^{1/2}\sin\phi + \beta^{1/2}\cos\phi)A_o + \beta^{1/2}A_r\}}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} + \frac{2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi + 2\alpha^2\beta A_o A_r \cos\phi + 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)}
\end{aligned} \tag{5.22}$$

このとき，(5.1)式を代入すると

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\alpha(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} + \frac{2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi + 2\alpha^2\beta A_o A_r \cos\phi + 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta(A_o^2 + A_r^2 + 2A_o A_r \cos\phi) + \alpha^2(\alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta}A_o A_r \sin\phi) + 2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi + 2\alpha^2\beta A_o A_r \cos\phi + 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha^2 + \alpha\beta)A_o^2 + 5\alpha^2\beta A_r^2 + \alpha\beta^2 A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha^2 + \alpha\beta)A_o^2 + \beta(\alpha^2 + \alpha\beta)A_r^2 + 4\alpha^2\beta A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + \frac{4\alpha^2\beta A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)}
\end{aligned} \tag{5.23}$$

このとき， $\alpha A_o^2 + \beta A_r^2 = I_2$ が成り立つので，

$$\begin{aligned}
I_2 &= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + \frac{4\alpha^2\beta A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= I_2 + \frac{4\alpha^2\beta A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)}
\end{aligned} \tag{5.24}$$

とかける．この式から復号が成り立つための条件は，

$$\frac{4\alpha^2\beta A_r^2 + 4\alpha^2\beta^2 A_o A_r \cos\phi + 4\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_o A_r \sin\phi}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} = 0 \tag{5.25}$$

であることが分かる．この式を整理していくと

$$\beta^{1/2} \cos \phi + \alpha^{1/2} \sin \phi = -\beta^{1/2} \frac{A_r}{A_0} \quad (5.26)$$

となる．ここで，三角関数の合成公式

$$a \cos \phi + b \sin \phi = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\phi + \alpha)$$

$$\alpha = \begin{cases} \arcsin(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}) \{a \geq 0\} \\ \pi - \arcsin(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}) \{a < 0\} \end{cases} \quad (5.27)$$

を使う． α, β はそれぞれ信号光強度比，参照光強度比なので常に正であることを考慮すると，

$$\beta^{1/2} \cos \phi + \alpha^{1/2} \sin \phi = -\beta^{1/2} \frac{A_r}{A_0}$$

$$(\beta + \alpha)^{1/2} \sin(\phi + \gamma) = -\beta^{1/2} \frac{A_r}{A_0} \quad (5.28)$$

$$\text{ただし, } \gamma = \frac{\beta^{1/2}}{\alpha + \beta}$$

とかける．今両辺を二乗すると，

$$(\beta + \alpha) \sin^2(\phi + \gamma) = \beta \frac{A_r^2}{A_0^2} \quad (5.29)$$

$$\frac{A_r^2}{A_0^2} = \frac{(\alpha + \beta)}{\beta} \sin^2(\phi + \gamma)$$

となり，このとき $\sin^2(\phi + \gamma) \leq 1$ なので，

$$\frac{A_r^2}{A_0^2} = \frac{(\alpha + \beta)}{\beta} \sin^2(\phi + \gamma) \leq \frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad (5.30)$$

となる．以上より，複合が+になる条件は

$$\frac{A_r^2}{A_0^2} \leq \frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad (5.31)$$

とかけ，逆に復号が成り立たない条件は

$$\frac{A_r^2}{A_0^2} > \frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad (5.32)$$

とかける．

復号が－の時,

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{b}{a} - \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} - \frac{\sqrt{[2\alpha^2\beta^{1/2}A_r\{(\alpha^{1/2}\sin\phi + \beta^{1/2}\cos\phi)A_0 + \beta^{1/2}A_r\}]^2}}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} - \frac{2\alpha^2\beta^{1/2}A_r\{(\alpha^{1/2}\sin\phi + \beta^{1/2}\cos\phi)A_0 + \beta^{1/2}A_r\}}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} - \frac{2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_0A_r\sin\phi + 2\alpha^2\beta A_0A_r\cos\phi + 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

このとき, 式(5.1)を代入すると

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\alpha(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} - \frac{2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_0A_r\sin\phi + 2\alpha^2\beta A_0A_r\cos\phi + 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha + \beta)A_r^2 + \alpha^2\beta(A_0^2 + A_r^2 + 2A_0A_r\cos\phi) + \alpha^2(\alpha A_0^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta}A_0A_r\sin\phi) - 2\alpha^{5/2}\beta^{1/2}A_0A_r\sin\phi - 2\alpha^2\beta A_0A_r\cos\phi - 2\alpha^2\beta A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha^2 + \alpha\beta)A_0^2 + \alpha^2\beta A_r^2 + \alpha\beta^2 A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha^2 + \alpha\beta)A_0^2 + \beta(\alpha^2 + \alpha\beta)A_r^2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)} \\
&= \alpha A_0^2 + \beta A_r^2
\end{aligned} \tag{5.34}$$

となる. このとき $\alpha A_0^2 + \beta A_r^2 = I_2$ が成り立つので, 複合一は常に成り立つ.

これらの結果をまとめると, 条件 $\frac{A_r^2}{A_0^2} > \frac{\alpha + \beta}{\beta}$ を満たすことが出来れば, 複合は常に－となる.

まとめ

以上の結果をまとめると, $\frac{A_r^2}{A_0^2} > \frac{\alpha + \beta}{\beta}$ という条件を満たせば, 信号光の複素振幅は以下

の式より求められる.

$$\begin{aligned}
A_0 \exp(i\phi) &= A_0 \cos\phi + iA_0 \sin\phi \\
&= \frac{H_1 - I_1}{2A_r} + i \frac{H_2 - I_2}{2\sqrt{\alpha\beta}A_r}
\end{aligned} \tag{5.35}$$

このとき, I_1, I_2 は以下のように与えられる.

$$\begin{aligned}
(\alpha^3 + \alpha^2\beta)I_1 &= \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2 + \alpha^2(\alpha + \beta)A_r^2 \\
&\quad - \sqrt{[\alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2]^2 - (\alpha^2 + \alpha\beta)\{\alpha^3\beta H_1^2 - 2\alpha^2\beta(\alpha - \beta)H_1A_r^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^2 H_2^2\}}
\end{aligned} \tag{5.36}$$

$$\begin{aligned}
(\alpha^2 + \alpha\beta)I_2 &= \alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2 \\
&\quad - \sqrt{[\alpha^2\beta H_1 + \alpha^2 H_2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)A_r^2]^2 - (\alpha^2 + \alpha\beta)\{\alpha^3\beta H_1^2 - 2\alpha^2\beta(\alpha - \beta)H_1A_r^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)^2 A_r^4 + \alpha^2 H_2^2\}}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

このとき、 $\alpha=\beta=1.0$ とすると、2 ステップアルゴリズムの数式と等価になるため、提案手法は2 チャンネル型 HDI 以外の別の位相シフトデジタルホログラフィにも適用可能である。

5.3 数値解析

本節では、2チャンネルアルゴリズムの基本動作を確認するための数値解析について説明する。図 5.3 に数値解析の概略を示し、表 1 に数値解析のパラメータを示す。数値解析ではまず、測定対象としてランダムに変調した 10 値の振幅分布と段階的に変調した 100 値の位相分布を与えた 2 次元データマップを用意する。これと参照光とを干渉させ $0, \pi/2$ の位相差をもつホログラムを 2 枚生成するが、前者は設定したものをそのまま干渉させ、後者は設定強度に一樣な強度比をかけたのちに干渉させる。このとき、計算の安定化のため参照光強度は信号光強度の 10 倍程度大きいものであると仮定し、信号光強度比を α 、参照光強度比を β と定義する。そして、前述した従来手法である 2 ステップアルゴリズムと提案手法である 2 チャンネルアルゴリズムを用いてそれぞれ強度と位相分布を計算し、設定した信号光の強度と位相分布とを比較する。結果の比較には再構成された 2 次元データマップの他に、誤差の大きさを示す指標である相関係数[4,5]を用い、横軸を強度比、縦軸を相関係数としたグラフを用いる。また、強度比 α 、 β のかけ方の場合分けは α のみ、 β のみ、 α 、 β の両方の 3 通りあるため、それぞれの場合について強度、位相の 2 次元データマップと相関係数のグラフを測定した。

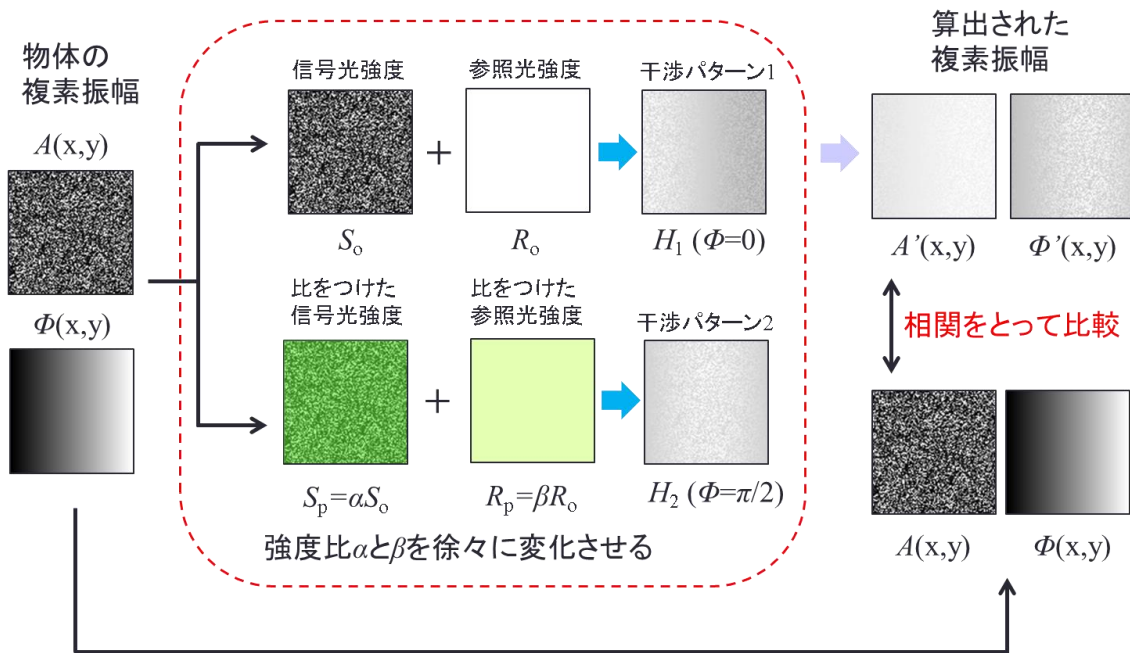


図 5.3 数値解析の概略図

表 1 数値解析のパラメータ

x, y方向サンプル数 (N_x, N_y): (100, 100)
物体光の振幅 A : ランダムパターン(0.1~1.0の間で10値)
物体光の位相 ϕ : 階段状のパターン(0.01 π 刻みで100値)
参照光強度 R_o : 10.0
参照光 R_o の位相 ϕ_o : 0.0
比を付けた参照光強度 $R_p = \beta R_o$
参照光 R_p の位相 ϕ_p : $\pi/2$
信号光強度 S_o : A の2乗
比をつけた参照光強度 $S_p = \alpha S_o$
信号光強度比 α : 1.0~2.0の間で変化
参照光強度比 β : 1.0~2.0の間で変化

ここで、誤差の大きさを示す指標に用いる相関係数について説明する．今、信号光の複素振幅を U_0 ，計測により導出された複素振幅を U_c とすると，

$$\begin{cases} U_0 = A(x_j, y_k) \exp\{i\phi(x_j, y_k)\} \\ U_c = A_c(x_j, y_k) \exp\{i\phi_c(x_j, y_k)\} \end{cases} \quad (5.38)$$

とかける．ここで、 $j, k=0, 1, 2, \dots, N-1$ とする．ここで、信号光の振幅の平均と再構成された振幅の平均をそれぞれ $\bar{A}$ ， $\bar{A}_c$ とすると，

$$\begin{cases} \bar{A} = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [A(x_j, y_k)]^2]^{1/2} \\ \bar{A}_c = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [A_c(x_j, y_k)]^2]^{1/2} \end{cases} \quad (5.39)$$

となり、同様に信号光の位相の平均と再構成された位相の平均をそれぞれ $\bar{\phi}$ ， $\bar{\phi}_c$ とすると，

$$\begin{cases} \bar{\phi} = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [\phi(x_j, y_k)]^2]^{1/2} \\ \bar{\phi}_c = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [\phi_c(x_j, y_k)]^2]^{1/2} \end{cases} \quad (5.40)$$

となる．この時(5.39)式，(5.40)式より振幅の相関係数 R_A と位相の相関係数 R_ϕ は以下のよう
に定義できる．

$$\left\{ \begin{array}{l} R_A = \frac{1}{N^2} \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{A(x_j, y_k) - \bar{A}\} \{A_c(x_j, y_k) - \bar{A}_c\}}{[\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{A(x_j, y_k) - \bar{A}\}^2]^{1/2} [\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{A_c(x_j, y_k) - \bar{A}_c\}^2]^{1/2}} \\ R_\phi = \frac{1}{N^2} \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{\phi(x_j, y_k) - \bar{\phi}\} \{\phi_c(x_j, y_k) - \bar{\phi}_c\}}{[\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{\phi(x_j, y_k) - \bar{\phi}\}^2]^{1/2} [\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{\phi_c(x_j, y_k) - \bar{\phi}_c\}^2]^{1/2}} \end{array} \right. \quad (5.41)$$

理想状態のとき、この相関係数は 1 になるので、相関係数が 1 に近いほど誤差が少ないといえる。

以上を踏まえたうえで、数値解析結果について述べる。図 5.4 に α を変化させた際の強度と位相の相関係数のグラフを示す。左が強度相関、右が位相相関を示し、縦軸を相関係数、横軸を強度比としてプロットしたものである。図 5.4 から信号光強度比 α の大きさが 1 から増加するにつれて従来の 2 ステップアルゴリズムの相関は下がっているのに対し、提案する 2 チャンネルアルゴリズムでは強度比の大きさにかかわらず常に 1 をとっている。また、図 5.5 に $\alpha=2.0$ のときに従来手法と提案手法により再構成された強度と位相画像を示す。提案手法では設定した強度と位相画像とほとんど同一のものを再構成できているのに対し、従来手法では強度分布の両端部分に強度歪みが生じているのが確認できる。これは 2 チャンネルアルゴリズムが信号光強度比の変化に対応できることを示している。次に、図 5.6 に β のみを変化させた際の強度と位相の相関係数のグラフを、図 5.7 に $\beta=2.0$ のときに従来手法と提案手法により再構成された強度と位相画像を示す。相関係数の変化に関しては信号光強度比のときよりも相関係数の変動幅が大きくなっており、また、画像比較に関しても従来手法によって再構成された画像は設定画像とほとんど異なるものとなっている。このことから、2 ステップアルゴリズムにおいて信号光強度比 α の変化よりも参照光強度比 β の変化による計測誤差のほうが大きいと考えられる。これは 2 ステップアルゴリズムの複素振幅算出式に参照光強度のパラメータが含まれていることが理由に挙げられる。さらに、図 5.8 に α と β の両方を変化させた際の強度と位相の相関係数のグラフを、図 5.9 に $\alpha=\beta=2.0$ のときに従来手法と提案手法により再構成された強度と位相画像を示す。相関係数の変化および再構成された画像に関しては参照光強度比 β を変化させた図 5.6 と図 5.7 の結果とほぼ同様の結果が確認できる。以上の結果から、信号光強度比および参照光強度比が 2 倍以下の範囲で変化している場合において、2 チャンネルアルゴリズムは従来の 2 チャンネル型 HDI に生じていた 2 つの撮像素子間の取得強度の違いによる計測誤差を補正することができることを示した。

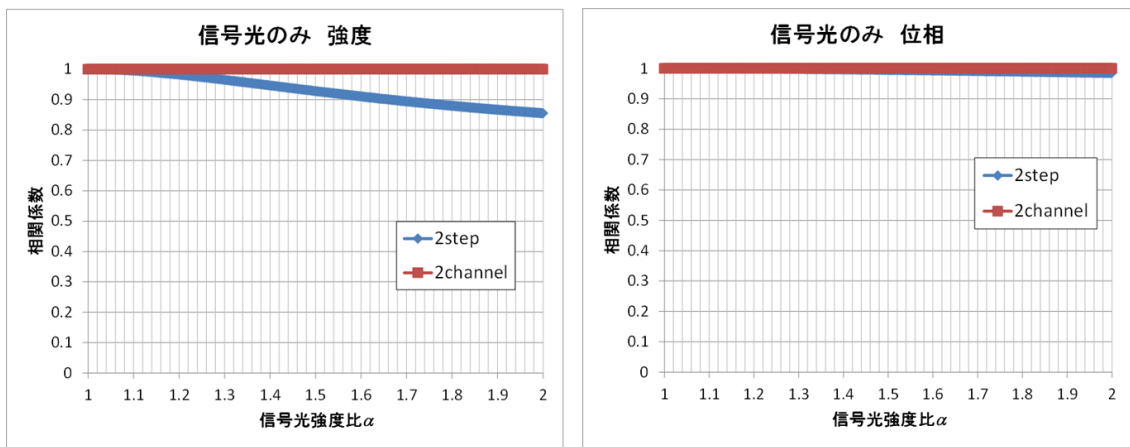


図 5.4 α を変化させた際の強度と位相の相関係数(左:強度, 右:位相)

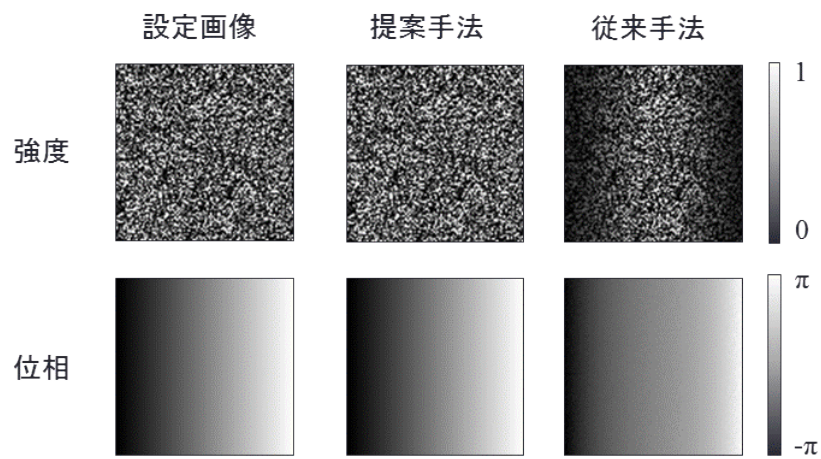


図 5.5 $\alpha=2.0$ のときに再構成された強度と位相分布

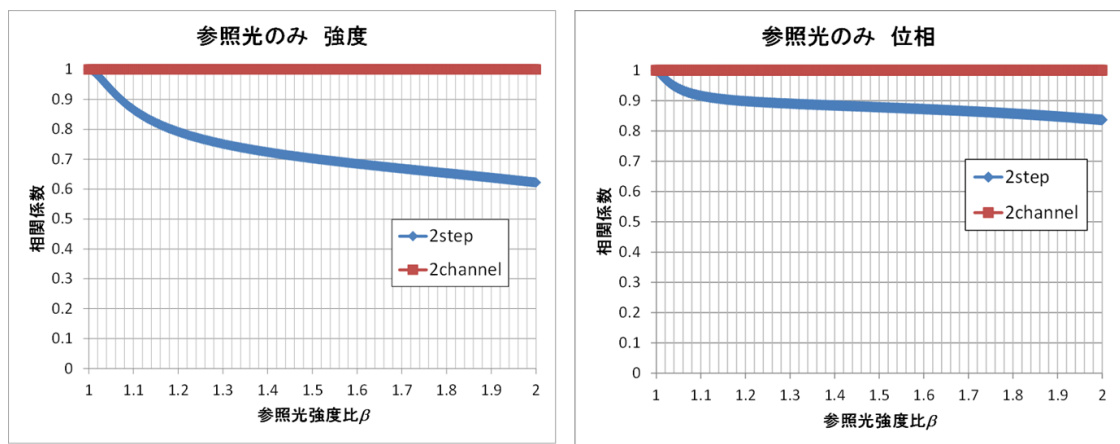


図 5.6 β を変化させた際の強度と位相の相関係数(左:強度, 右:位相)

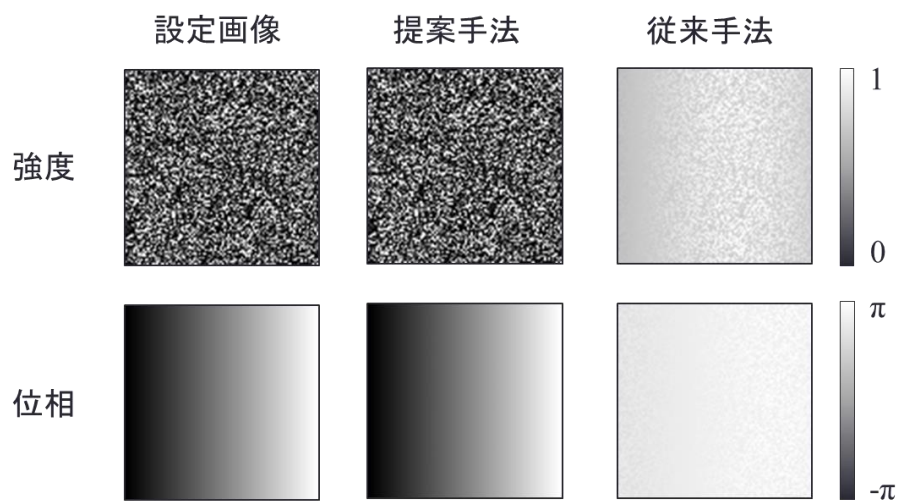


図 5.7 $\beta=2.0$ のときに再構成された強度と位相分布

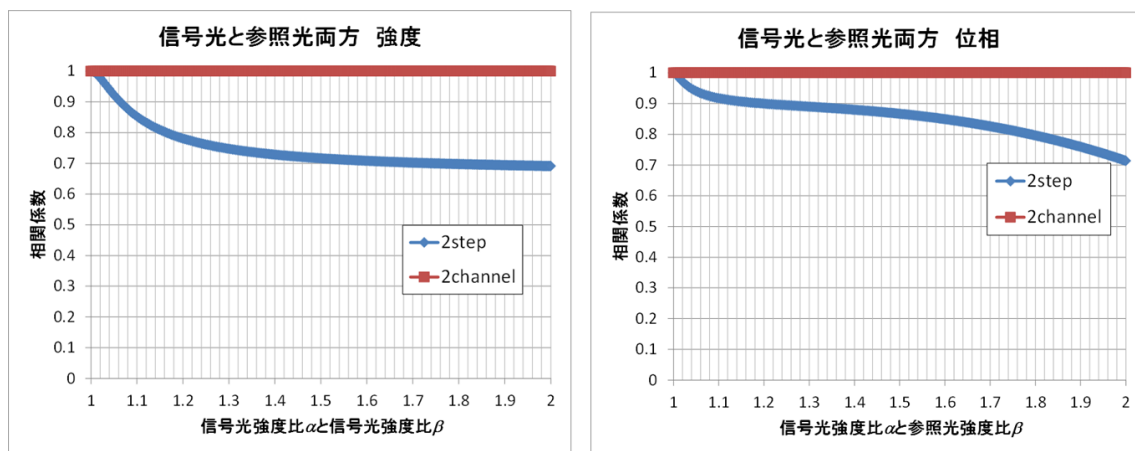


図 5.8 α と β を変化した際の強度と位相の相関係数(左:強度, 右:位相)

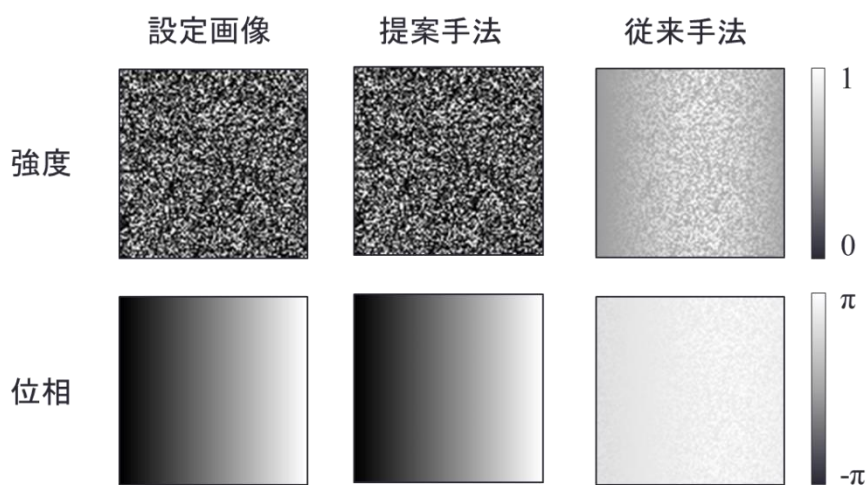


図 5.9 $\alpha=\beta=2.0$ のときに再構成された強度と位相分布

5.4 計測実験

本節では、2チャンネルアルゴリズムの有効性を確かめるために同心円状の位相構造を有するフレネルレンズ(Edmund Optics, 32592-L, 焦点距離 100mm)と液晶により照射光の位相を電氣的に制御できる空間光変調器(Spatial Light Modulator: SLM; 浜松ホトニクス, X10468-01)に表示した位相変調信号の2つの計測対象を用いた実験について説明する。まず、フレネルレンズを計測するための実験光学系を図 5.10 に示す。フレネルレンズとは通常のレンズを同心円状の領域に分割したレンズであり、図 5.11 に示すようにのこぎり状の断面を有する。本実験では半導体レーザーを励起光とする波長 532nm の DPSS(Diode Pumped Solid State)レーザーを用いた2チャンネル型HDIによりフレネルレンズの複素振幅を計測した。レーザーから照射された光波は光波の逆流を防ぐアイソレータ、光の強度を調整するニュートラル・デンシティ(Neutral Density: ND)フィルター、レンズ 1 とピンホール、レンズ 2 で構成されるビームエキスパンダーによりビーム径を拡大した後、半波長板(Half Wave Plate: HWP)を通して偏光ビームスプリッタ(Polarizing Beam Splitter: PBS)によって信号光と参照光に分けられる。ここで、HWP は PBS によって分割される光量の調整に用いられ、計測時には計算の安定化のため参照光強度を信号光強度の 2 倍以上の大きさに設定した。その後、信号光はもう 1 つの HWP によって 45 度傾いた直線偏光として測定対象に照射される。このとき、計測対象はレンズであるためレンズ 3 を用いて信号光を平行光に戻してからレンズ 4 とレンズ 5 による結像光学系を介して撮像素子である電荷結合素子(Charge Coupled Device: CCD)カメラまで伝搬させる。参照光は 1/4 波長板(Quarter Wave Plate: QWP)を用いて円偏光にした後、BS と PBS を通って CCD カメラに入射する。このとき信号光である直線偏光は偏光の垂直成分と水平成分の間に位相差をもたないが、参照光である円偏光は偏光の垂直成分と水平成分の間に $\pi/2$ の位相差をもつため、これらの信号光と参照光の干渉波を PBS によって分離すると PBS を直進する干渉波と反射する干渉波の間には相対的に $\pi/2$ の位相差が発生する。従って、BS で信号光と参照光を合波し PBS で分離した後、PBS の透過後と反射後の位置に CCD1, CCD2 を配置した2チャンネル型HDIを使用することで、位相の異なる 2 つの干渉縞強度を同時に取得することが可能となる。

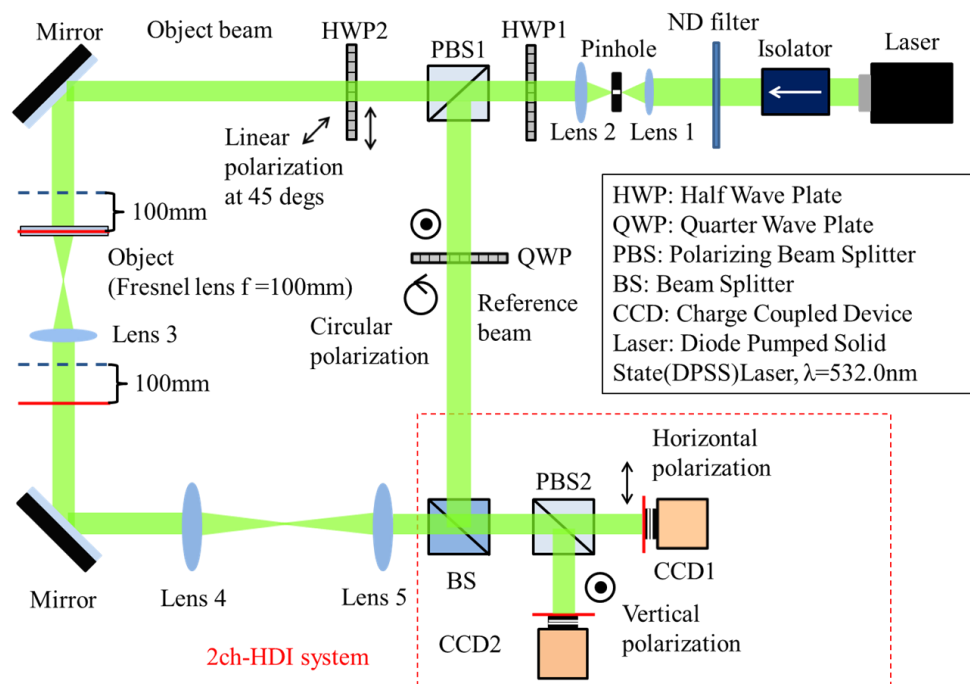


図 5.10 2 チャンネル型 HDI を用いたフレネルレンズ計測の光学系(透過型)

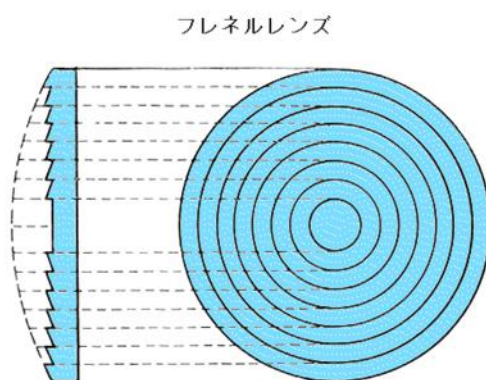


図 5.11 フレネルレンズの概念図

2 チャンネル型 HDI により実際に計測された強度分布を図 5.12 に示す。図の左が信号光強度、真ん中が参照光強度、右が干渉縞強度で上段が CCD1、下段が CCD2 により計測された強度分布である。まず、信号光強度を見るとフレネルレンズ特有の同心円構造が検出できているのが確認できる。ただし、フレネルレンズの光透過率はほぼ一定であるのに対し同心円の境界線の部分は強度が落ちている。これは位相構造の不連続部分からの回折が原因であると考えられる。次に、参照光強度を見ると CCD1、CCD2 で取得された強度分布間に明らかな違いが発生していることが確認できる。これはそれぞれの撮像素子間の感度の違いや BS の透過率の違い、光学系の歪みによって発生していると考えられる。これらの強度分布の違いは従来の 2 ステップアルゴリズムを使用した際には計測誤差を引き起こす可能性がある。最後に干渉縞強度を見ると CCD1 と CCD2 で取得された干渉縞強度の濃淡が異なっている。これは取得された干渉縞間に相対的な位相差が発生していることを示している。2 チャンネル型 HDI で 2 ステップアルゴリズムを使用する場合にはどちらかの CCD カメラで取得した参照光強度と位相の異なる 2 つの干渉縞強度からフレネルレンズの複素振幅を算出する。今回の実験では CCD1 により取得された参照光強度を用いた。一方、提案する 2 チャンネルアルゴリズムを使用する場合には、干渉縞を計測する前に取得した 2 つの信号光強度と 2 つの参照光強度からそれぞれの強度比をあらかじめ計算しておき、その後位相の異なる 2 つの干渉縞強度を取得することで複素振幅を計算する。この実験では従来の 2 ステップアルゴリズムと提案する 2 チャンネルアルゴリズムの両方を用いてフレネルレンズの複素振幅を算出し、それぞれの結果を比較した。

図 5.13 にそれぞれのアルゴリズムによって算出された複素振幅分布を示す。左が従来の 2 ステップアルゴリズムで算出されたもの、右が提案する 2 チャンネルアルゴリズムで算出されたもので上段が強度分布、下段が位相分布である。まず、強度分布を比較するとどちらもフレネルレンズの同心円構造を計測できているが、従来手法で算出された強度分布に強度ムラが生じているのが確認できる。特に、レンズの中心部が周囲の部分と比べて明らかに強くなっているのが分かる。これは、実際に計測されたフレネルレンズの強度の特徴とは一致しない。この部分を確かめるために算出された強度分布のヒストグラムを作成した。図 5.14 に作成したヒストグラムを示す。ヒストグラムの横軸はビットマップ画像の 8bit グレースケールの値で、縦軸はその値をもつピクセルの個数である。図より従来手法のヒストグラムには明らかな強度の偏りが発生しているのに対し、提案手法は光源の強度分布とほぼ同様なガウス分布を有している。従って、提案手法は強度の一様性という観点から従来手法よりも優れていることが分かる。次に位相分布を比較すると、強度分布と同様に同心円構造を計測できているが、従来手法の位相画像には境界線以外のところで黒点が発生している。これは位相の値が $-\pi$ になっているところではアルゴリズムの計算エラーにより位相が不定になっている部分である。これは参照光強度が信号光強度の 2 倍以下になると発生する 2 ステップアルゴリズムの計算エラーが原因である。一方で、提案手法では従

来手法に発生した計算エラーがほとんど発生しておらず，位相の同心円構造も明確に描写できている．これらの結果から，2チャンネルアルゴリズムを2チャンネル型HDIに導入することで従来生じていた計算エラーを低減できることを示した．

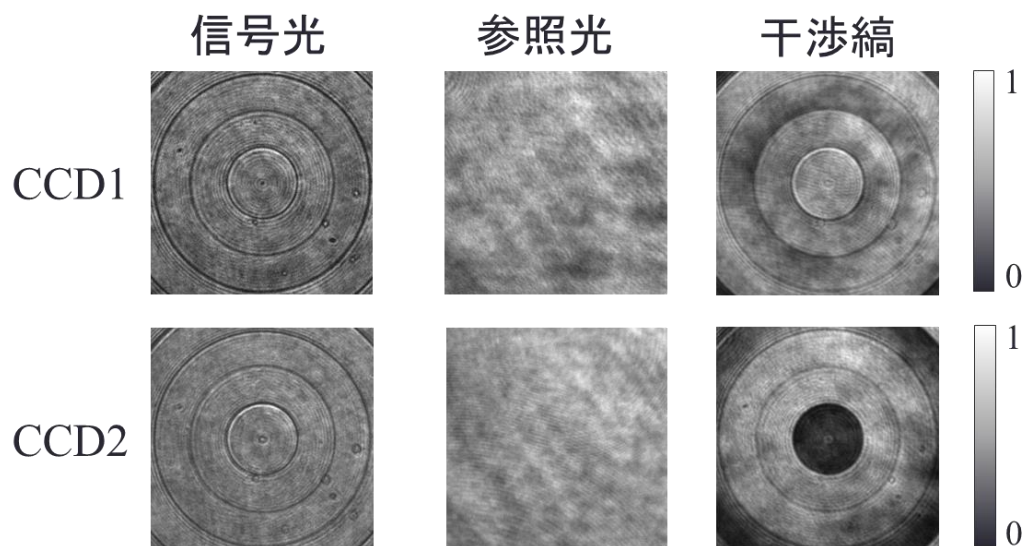


図 5.12 2 チャンネル型 HDI により計測された強度分布(フレネルレンズ)

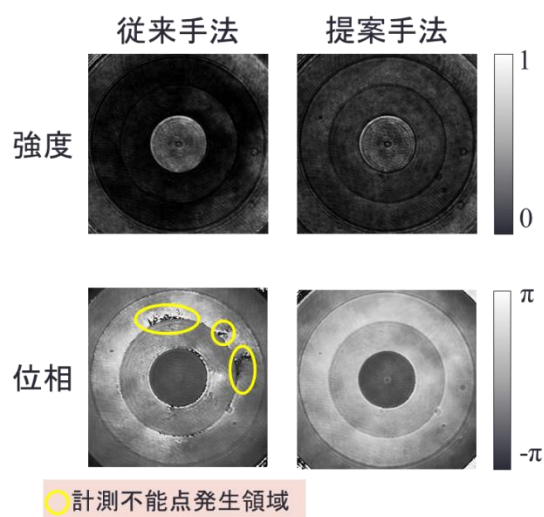


図 5.13 それぞれのアルゴリズムで算出された複素振幅(フレネルレンズ)

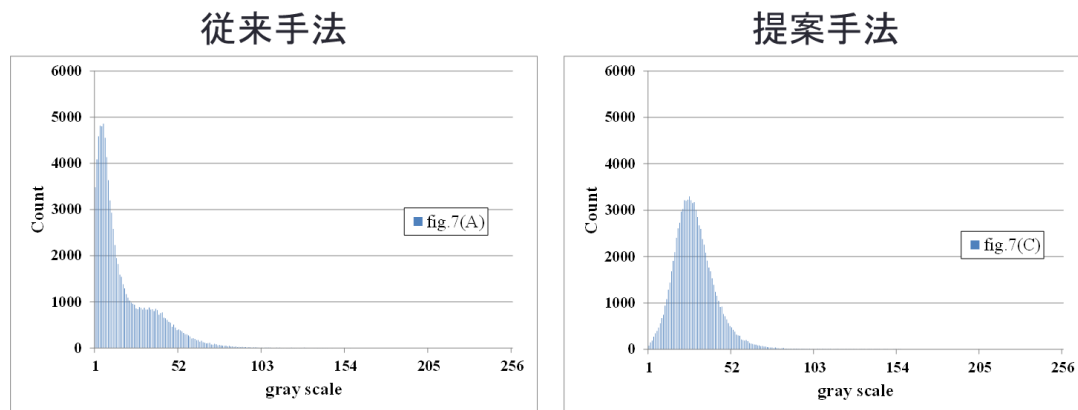


図 5.14 算出された強度分布のヒストグラム

次に, SLM に表示した位相変調画像の計測実験について説明する. 実験系を図 5.15 に示す. この実験系は先ほど説明した図 5.10 とほぼ同様であるが, 異なる点が 2 つある. 1 つ目は計測する対象が反射型の SLM に変更された点である. これによりフレネルレンズのように透過させるのではなく, SLM 前に BS を置くことによって SLM からの反射光を CCD カメラまで結像する. また, SLM によって値が既知である位相画像を正確に作成することができるため, 計測された位相分布を定量的に評価することが可能となる. 2 つ目は信号光の倍率である. 実験で使用した SLM のピクセルサイズは $20.00\mu\text{m} \times 20.00\mu\text{m}$ であったが, CCD のピクセルサイズは $3.75\mu\text{m} \times 3.75\mu\text{m}$ である. 従って, 表示する素子と計測する素子のピクセルサイズを合わせる必要がある. この実験では信号光の倍率を $3/8$ とした. これは SLM の 1 ピクセルが CCD の 2×2 ピクセルに対応する. 例えば SLM に 100×100 ピクセルの位相画像を表示すると CCD には 200×200 ピクセルの画像として検出される. 以上の点を踏まえて, SLM に表示した位相画像を 2 ステップアルゴリズムと 2 チャンネルアルゴリズムにより計測し, 提案手法の位相計測精度を定量的に評価した.

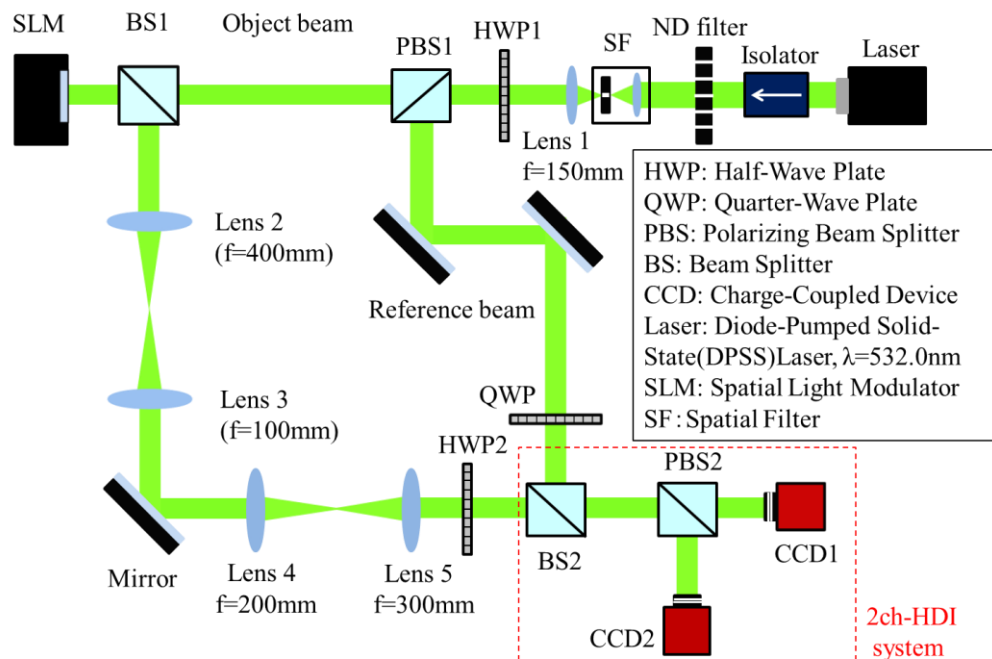


図 5.15 2 チャンネル型 HDI を用いた位相変調信号計測の光学系(反射型)

図 5.16 に SLM に表示した位相画像を示す。位相画像は 200×200 ピクセルで構成され、データシンボル 1 つ当たり 20×20 ピクセルで作成している。データシンボルは 0 か π の 2 値でランダムに配置している。この位相画像を基に計測した位相分布を評価する。図 5.17 に実際に 2 チャンネル型 HDI で計測された強度分布を示す。図の配置は図 5.12 と同様である。まず、信号光強度を見ると、位相変調の境界線のところ以外は一定の強度であることが確認できる。これはフレネルレンズの位相不連続点の性質と全く同様である。次に、参照光強度を見るとこれらもフレネルレンズの時と同様、強度分布に明らかな違いが生じている。これらの違いは前述のとおり、計算エラーの原因となり得る。最後に、干渉縞強度を見ると明確に強度が大きい部分と小さい部分の 2 通りに分かれており、また CCD1 と CCD2 の干渉縞間でその明暗部分が異なっていることが分かる。これは SLM により位相が確実に 2 値に変調されていることと 2 つの干渉縞間に位相差が発生していることを示している。図 5.18 にそれぞれのアルゴリズムで算出された位相分布を示す。位相分布を比較すると、どちらも 2 次元の 2 値位相画像を再構成できていることが確認できるが、従来手法の位相画像の右下部分に前述の計測不能点が発生しており、かつ画像上部のコントラストが劣化している。この結果はフレネルレンズの実験結果と非常によく一致している。次に、これらの結果を 3 つの観点から定量的に評価する。

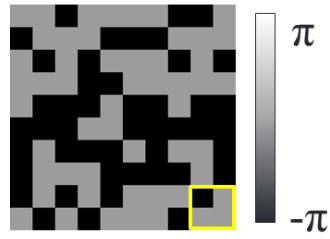


図 5.16 空間光変調器に表示した位相画像

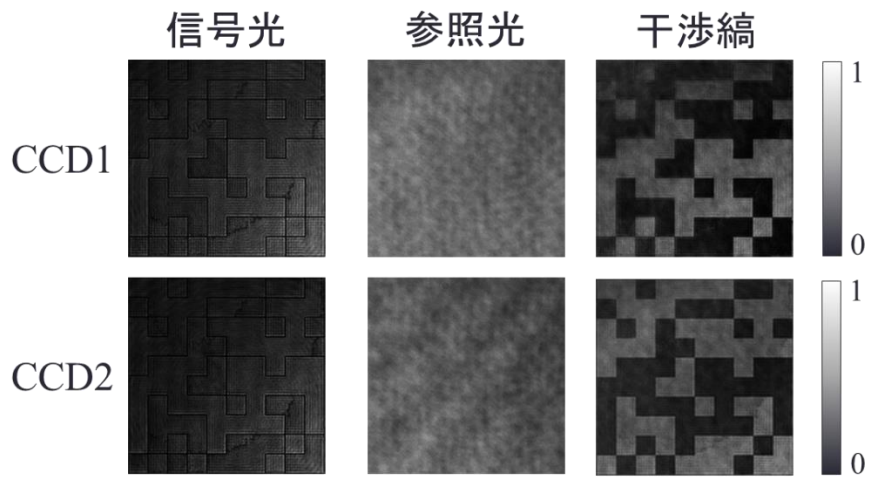


図 5.17 2 チャンネル型 HDI により計測された強度分布(SLM 表示画像)

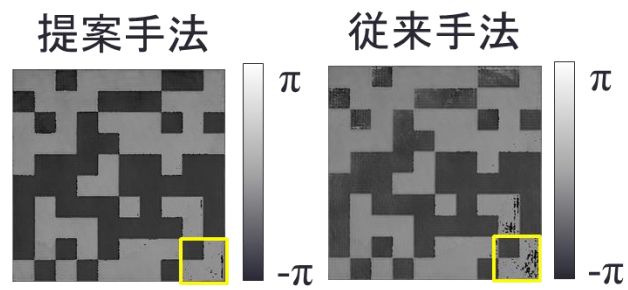


図 5.18 それぞれのアルゴリズムで算出された位相分布

1 つ目の指標は数値解析での誤差指標に用いた相関係数である。数値解析では信号光強度比 α と参照光強度比 β を一定であると仮定していたが、実際の計測において取得される強度分布には時間変動が発生するため、強度比が一様になるとは考えにくい。そこで、実験で計算された強度比の平均を数値解析時の一様な強度比とみなし、実験と数値解析の相関係数を比較した。実験において、提案手法の相関係数は 0.93 で従来手法の相関係数は 0.83 であった。また、数値解析において、信号光強度比 α と参照光強度比 β の平均はそれぞれ 1.04 と 1.50 であり、そのときの提案手法の相関係数は 1.00 で従来手法の相関係数は 0.88 であったため、数値解析と若干の違いが発生していた。この理由としては実験系の不完全性、例えば実験を全て手動で行っていた点、2 台の CCD カメラの調整が不完全だった点、2 台のカメラで干渉縞を取得する際に時間差が発生していた点が挙げられる。しかしながら、これらの不完全性がある状況においても、提案手法の結果の方が従来手法よりも相関係数が高いということは確認できた。

2 つ目の指標は計測エラーの数である。両方の手法の原理において位相の計測が確実に失敗するのは、直流成分を推定する 2 次方程式中の平方根の中身が負になるときであると考えられる。逆に言えば、平方根の中身が負になった点を数えることで提案手法と従来手法で発生するエラー数を見積もることができる。この方法により計算されたエラー点数は提案手法では 183 で従来手法では 1083 であった。従って、エラー点数の低減という観点からは提案手法は非常に有効であることが分かった。これは信号光強度比 α と参照光強度比 β の導入により、平方根の中身が負になる条件が緩和されたからであると考えられる。また、この仮定が正しいことを裏付けるための評価も行った。図 5.19 に図 5.16 と図 5.18 の右下部正方領域内の拡大図を示す。左の図が SLM に表示した画像、真ん中の図が提案手法により算出された位相分布、右の図が従来手法により算出された位相分布である。上部は位相画像、下部は平方根の中身が負になった点を 1、それ以外を 0 として出力した画像である。図を見ると、提案手法と従来手法の位相画像に不自然に生じている黒点の位置と下部画像の値が 1 となっている位置はほとんど一致していることが分かる。従って、計測エラーが発生する主な原因は直流成分を推定する 2 次方程式中の平方根の中身が負になるときであることが明確になった。

3 つ目の指標は計測された位相画像のプロファイルである。図 5.20 に図 5.19 の位相画像上に表示している縦線の位相プロファイルを示す。縦軸は画像から逆算された位相値で、横軸は画像上端から数えたデータピクセルの数、すなわち縦線上の位置である。図より SLM に表示した位相画像は理想的に π であるのに対し、両手法により算出された位相値は若干 π より低くなっている。これは位相シフトデジタルホログラフィ自体が絶対位相を計測するのではなく相対位相を計測する手法であるため、全体的に計測値がずれてしまっているのが原因と考えられる。また、右端の数ピクセルの位相値が劣化しているのも確認できる。これは前述した撮像素子間の調整が数ピクセルずれているのが原因と考えられる。

以上をまとめると、2チャンネル型 HDI の位相計測誤差の主要な原因はアルゴリズム中の2次方程式の解が虚数解になることであり、2チャンネルアルゴリズムはその計測誤差を信号光強度比 α と参照光強度比 β を導入し、2台の CCD カメラ間の強度の違いを正確に補償することで計測誤差の発生を抑えることができる。従って、2チャンネルアルゴリズムによって2チャンネル型 HDI の計測精度を向上させることができる。また、2チャンネル型 HDI を使用したより高精度な位相計測に向けての課題も明確になった。1つ目は2台の CCD カメラの位置調整方法である。現状では、画像処理による位置調整アルゴリズムの開発かテストパターンを表示して結果が最も良くなる場所を探す方法で対処することができると考えられる。2つ目は原理的に計測誤差が発生しないアルゴリズムの開発である。2チャンネルアルゴリズムは2ステップアルゴリズムと比較して計測精度という観点から明らかに優位性はあるが、その原理は2ステップアルゴリズムのものと同様である。従って、参照光強度の大きさを信号光強度より十分大きくしなくてはならないという制約は変わっていない。しかし、参照光強度と信号光強度の差が大きい状態は、干渉縞のビジビリティが低いということを意味する。つまり、この条件下での計測は CCD カメラのダイナミックレンジを大きく消費し、カメラの階調数によっては信号光強度や干渉縞強度を正確に検出できなくなる恐れも含んでいる。5章ではこの問題点を解決できるアルゴリズムとして仮想干渉縞生成アルゴリズムを提案し、その原理について説明する。

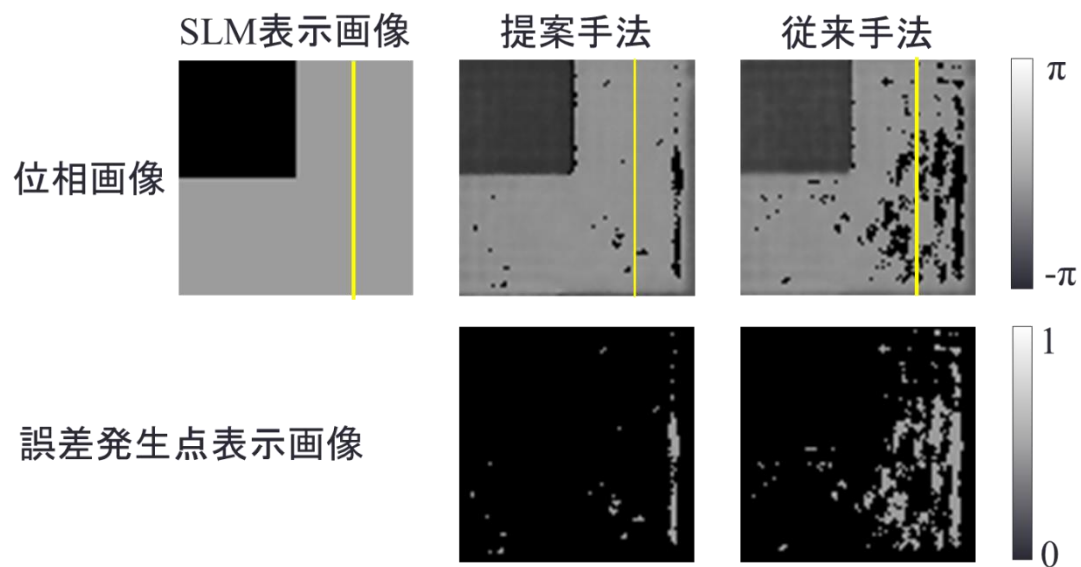


図 5.19 図 5.16 と図 5.18 の右下部正方領域内の拡大図

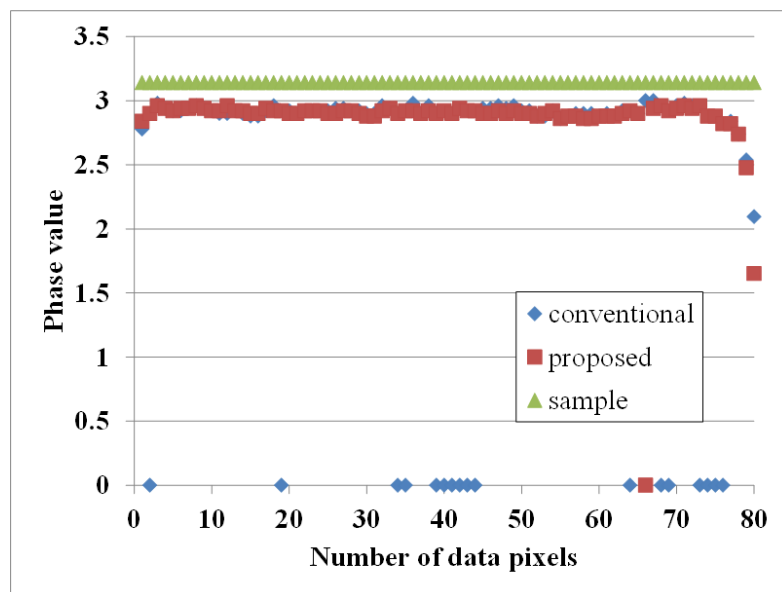


図 5.20 図 5.19 の位相画像上の縦線の位相プロファイル

参考文献

- [1] A. Okamoto, K. Kunori, M. Takabayashi, A. Tomita, and K. Sato, “Holographic Diversity interferometry for optical storage,” *Opt. Express*, **19**, pp.13436-13444(2011).
- [2] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Atsushi Shibukawa, Masanori Takabayashi and Akihisa Tomita, “Two-channel algorithm for single-shot, high-resolution measurement of optical wavefronts using two image sensors,” *Appl. Opt.*, **54**, pp. 8644-8652, (2015).
- [3] X. F. Meng, L. Z. Cai, X. F. Xu, X .L. Yang, X. X. Shen, G. Y. Dong, and Y. R. Wang, “Two-step phase-shifting interferometry and its application in image encryption,” *Opt. Lett.*, **31**, pp. 1414-1416(2006).
- [4] 橋本 智雄著 ”入門統計学,” 共立出版(1996).
- [5] Y. Awatsuji, M. Sasada, and T. Kubota, “Parallel quasi-phase-shifting digital holography,” *Appl. Phy. Lett.* **85**, pp.1069-1071 (2004).

第6章 仮想干渉縞生成アルゴリズム

第5章では、2チャンネル型のホログラフィックダイバーシティ干渉法(HDI) [1]に最適な複素振幅算出アルゴリズムとして2チャンネルアルゴリズム [2]について説明した。しかし、2チャンネルアルゴリズムの原理は2ステップアルゴリズムのものと同様であり、参照光強度を信号光強度より十分大きくしなければいけないという制約に関しては条件を緩和するのみに留まっている。本章では、この制約を解決し参照光強度の大きさに依存しない頑強性の高い位相計測が可能となる仮想干渉縞生成アルゴリズム (Virtual Interferogram-Generation Algorithm: VIGA) [3]を提案する。そして、基本原理や有効性について数値解析や計測実験を通して検討する。

6.1 基本原理

本節では，VIGA の基本原理について述べる．図 6.1 に VIGA の概略図を示す．このアルゴリズムでは位相差の異なる 4 つの干渉縞を信号光強度，参照光強度，それらの間の干渉縞強度の 3 つの強度分布から位相が π シフトしたホログラムを計算機上で仮想生成することで取得する．すなわち，位相差の異なる 2 つの干渉縞を撮像素子から直接取得し，それらを構成する 2 つの信号光強度と 2 つの参照光強度から別の位相差を持つ 2 つのホログラムを計算する．この過程によって取得された 4 つの干渉縞強度に対して 4 章で説明した 4 ステップアルゴリズム[2,3]を適用することで，信号光の複素振幅を算出する．VIGA で使用する 4 ステップアルゴリズムにおいて参照光強度や信号光強度の大きさに関する条件は存在しないため，実際に取得する干渉縞の数を増やすことなく従来の 2 チャンネルアルゴリズムの問題点を改善することが可能となる．

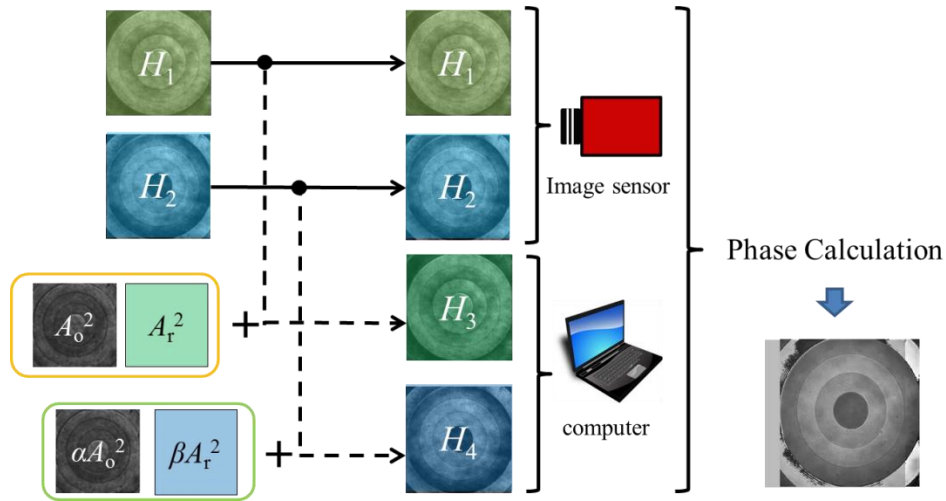


図 6.1 仮想干渉縞生成アルゴリズムの概略図

6.2 計算式の導出

本節では、VIGA に用いる計算式の導出を行う．提案手法の導出には信号光強度比と参照光強度比，干渉縞間の位相シフト量の 3 つのパラメータを追加した 2 つの干渉縞強度の式を起点とする．次に，実際に取得した位相差の異なる 2 つの干渉縞強度を基に，それぞれの干渉縞に対して π の位相差を持つ 2 つの干渉縞強度を計算機上で仮想生成する．

今， A_o を信号光の振幅， A_r を参照光の振幅， ϕ は信号光の位相， α は取得した 2 つの信号光強度比， β は取得した 2 つの参照光の強度比， γ を 2 つの干渉縞間の位相シフト量と仮定すると，位相差 γ をもつ 2 つの干渉縞 H_1 と H_2 は式(6.1)および式(6.2)のように記述できる．

$$H_1 = A_o^2 + A_r^2 + 2A_oA_r \cos \phi \quad (6.1)$$

$$H_2 = \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta}A_oA_r \cos(\phi - \gamma) \quad (6.2)$$

このとき，式(6.1)と式(6.2)の三角関数を移項すると，それぞれ式(6.3),(6.4)のように書ける．

$$2A_oA_r \cos \phi = H_1 - (A_o^2 + A_r^2) \quad (6.3)$$

$$2\sqrt{\alpha\beta}A_oA_r \cos(\phi - \gamma) = H_2 - (\alpha A_o^2 + \beta A_r^2) \quad (6.4)$$

また， H_1 と H_2 から位相が π ずれた干渉縞を H_{v1} と H_{v2} とおくと，式(6.5),(6.6)のように書ける

$$\begin{aligned} H_{v1} &= A_o^2 + A_r^2 + 2A_oA_r \cos(\phi - \pi) \\ &= A_o^2 + A_r^2 - 2A_oA_r \cos \phi \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} H_{v2} &= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 + 2\sqrt{\alpha\beta}A_oA_r \cos(\phi - \gamma - \pi) \\ &= \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 - 2\sqrt{\alpha\beta}A_oA_r \cos(\phi - \gamma) \end{aligned} \quad (6.6)$$

この(6.5),(6.6)式の三角関数部に，式(6.3),(6.4)を代入すると式(6.7),(6.8)のように展開できる

$$H_{v1} = A_o^2 + A_r^2 - 2A_oA_r \cos \phi = 2(A_o^2 + A_r^2) - H_1 \quad (6.7)$$

$$H_{v2} = \alpha A_o^2 + \beta A_r^2 - 2\sqrt{\alpha\beta}A_oA_r \cos(\phi - \gamma) = 2(\alpha A_o^2 + \beta A_r^2) - H_2 \quad (6.8)$$

式(6.7),(6.8)から H_1 と H_2 から位相が π ずれた干渉縞を H_{v1} と H_{v2} が信号光強度 A_o^2 ，参照光強度 A_r^2 ，信号光強度比 α ，信号光強度比 β ，干渉縞間の位相シフト量 γ ，そして，2 つの位相差を持つ干渉縞 H_1 と H_2 の関数として記述できることが分かる．このとき，干渉縞間の位相シフト量が既知であるとするならば，これらの 6 つの変数は撮像素子から直接取得することが可能である．従って 4 つの位相差を持つ干渉縞の内 2 つは計算機上で生成することができる．これにより，信号光の複素振幅はそれぞれの位相差が $0, \gamma, \pi, \pi + \gamma$ の 4 つの干渉縞を用いて式(6.9)により求めることができる．

$$\begin{aligned}
A_0 \exp(i\phi) &= A_0 \cos \phi + iA_0 \sin \phi \\
&= \frac{H_1 - H_{v1}}{4A_r} + i \frac{(H_2 - H_{v2}) - \sqrt{\alpha\beta} \cos \gamma (H_1 - H_{v1})}{4\sqrt{\alpha\beta} A_r \sin \gamma}
\end{aligned} \tag{6.9}$$

以上により，2つの信号光強度，2つの参照光強度，そして任意の位相差を2つの干渉縞強度から信号光の複素振幅を再構成できることを示した．VIGAでは2チャンネルアルゴリズムに用いていた信号光強度比や参照光強度比のパラメータも導入できるため，2チャンネル型HDIを用いた計測にも対応可能である．また，2つの干渉縞間の位相シフト量についても任意の変数として設定しているため，時間変動等における位相シフト量の変動にも対応することができる．これは，2チャンネルアルゴリズムにはない新たな特徴である．ただし，VIGAにおいて仮想干渉縞を生成するためには，計測毎に信号光強度と参照光強度を取得する必要があるため，計測速度の観点からは従来の2チャンネルアルゴリズムよりも遅くなる性質がある．しかしながら，VIGAには2チャンネルアルゴリズムの計測誤差の主要な原因となっていた参照光強度の大きさに関する制約が全くないため，計測精度の観点からは従来の2チャンネルアルゴリズムよりも明らかに向上させることができる．

6.3 数値解析

本節では, VIGA の基本動作や有効性を確認するための 4 つの数値解析について説明する. この数値解析では, 5 章で提案した 2 チャンネルアルゴリズムを従来手法とし, VIGA を提案手法として議論を進める. まず, 1 つ目の数値解析では VIGA により信号光強度, 参照光強度, そしてそれらの干渉縞強度から理想的な仮想干渉縞を生成できることを確認する. 次に, 提案する VIGA の有効性を確認するため 2 つの状況: (1) 参照光強度が信号光強度よりも低い状況, (2) 干渉縞間の位相シフト量が $\pi/2$ ではない状況 での計測を想定し, 2 チャンネルアルゴリズムと VIGA によって計算された複素振幅画像を比較した. 最後に, 撮像素子の量子化誤差を導入した数値解析により 2 チャンネルアルゴリズムと VIGA と 4 ステップアルゴリズム[4]を比較し, それぞれの位相計測精度について評価した. これら全ての数値解析においては 5 章に用いた相関係数ではなく, 最小平均二乗誤差(Root Mean Square Error : RMSE) [5]を用いた. RMSE は以下の式(6.10)により定義される.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} (\phi_{ij} - \hat{\phi}_{ij})^2} \quad (6.10)$$

N_x は画像の横方向のピクセル数, N_y は画像の縦方向のピクセル数, ϕ_{ij} は実際に計測された値, $\hat{\phi}_{ij}$ は元画像の値である. もし, RMSE が 0 であるならば, 理論上計測誤差はないということになる.

図 6.2 に 1 つ目の数値解析結果を示す. 上部の図は数値解析で生成された強度画像である. 左から信号光強度, 参照光強度, 干渉縞強度である. それぞれの画像は 200×200 ピクセルで構成され, 信号光強度と参照光強度は理想的なガウス分布であると仮定している. また, 信号光の位相は位相計測におけるテスト画像として良く用いられている Lena の bmp 画像を 2π で規格化したものを, 参照光の位相は理想的な平面波を仮定し全て 0 として変調した. これらの信号光と参照光を干渉させた強度が図 6.2 右上の図である. この図から信号光の位相に対応して干渉強度が変化しているのが確認できる. 下部の図は数値解析で生成された仮想干渉縞とその比較のために生成された干渉縞画像である. 左が図 6.2 上の 3 つの強度から計算された仮想干渉縞で, 右が参照光の位相を 0 から π に, すなわち干渉縞の位相項に直接位相差 π を与えた理想的な干渉縞である. これら 2 つの画像を比較すると, 仮想干渉縞と理想的な位相差 π を持つ干渉縞は一致しており, その RMSE は 0 であった. さらに, 位相差が 0 の干渉縞と位相差 π の干渉縞を比較すると, 画像の明るい部分と暗い部分の位置が入れ替わっていることが分かる. これは位相項の正負が反転するという位相差 π の干渉縞の性質と非常に良く一致している. これらの結果から VIGA により信号光強度, 参照光強度, 干渉縞強度の 3 つの強度分布から位相差 π の干渉縞を仮想生成できることを示した.

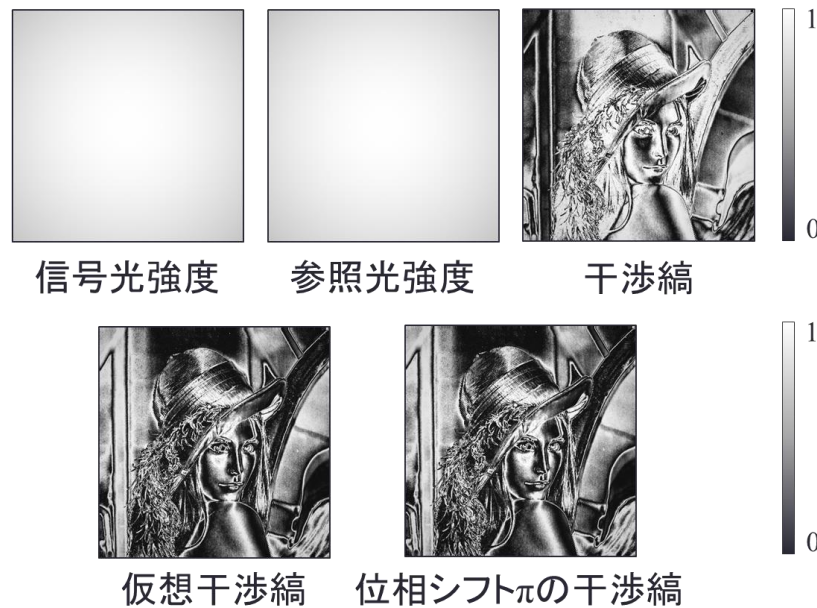


図 6.2 生成された仮想干渉縞と理想的な干渉縞との比較

図 6.3 に 2 つ目の数値解析で使用した複素振幅画像と参照光強度が信号光強度より低い時にそれぞれのアルゴリズムで生成された複素振幅を示す．左側が設定した複素振幅で，中央の画像が，参照光強度が信号光強度より低い時に従来手法により計算された複素振幅，右側が提案手法により計算された複素振幅である．2 つ目の数値解析では 1 つ目の数値解析と同様， 200×200 ピクセルの強度と位相の 2 次元画像を計測対象として使用した．計測対象の強度は大きさ一定に設定し，位相は左から右に $\pi/200$ 刻みで単調増加させた階段状の分布に変調した．信号光強度比 α と信号光強度比 β はそれぞれ 1.2 とし，干渉縞間の位相シフト量 γ は $\pi/2$ とした．ここで，それぞれのアルゴリズムの計算結果を比較すると，従来手法では強度，位相共に画像右端の部分がぼやけているのが確認できる．これは，5 章で説明した理由により，参照光強度が信号光強度より低い時に 2 チャンネルアルゴリズムは正常に動作させることができないためである．一方，提案する VIGA では設定した複素振幅とほぼ同等な画像を再構成できていることが分かる．この結果は VIGA により参照光強度が信号光強度より低い時にも正常に複素振幅を計測できることを示している．また，図 6.4 に信号光強度を $10\mu\text{W}$ に，参照光強度を $1\mu\text{W}$ から $20\mu\text{W}$ まで $1\mu\text{W}$ 刻みで変化させた時の設定した位相画像と計算された位相画像との RMSE のグラフを示す．横軸は参照光強度，縦軸は RMSE である．VIGA の RMSE は参照光強度の大きさに関わらず常に 0 であるが，2 チャンネルアルゴリズムの RMSE は参照光強度が信号光強度より低くなるにつれて徐々に増加していくのが確認できる．従って，VIGA を 2 つの干渉縞を使用する位相シフトデジタルホログラフィに導入することで，参照光強度の大きさに依存しない高精度な位相計測を達成することができる．

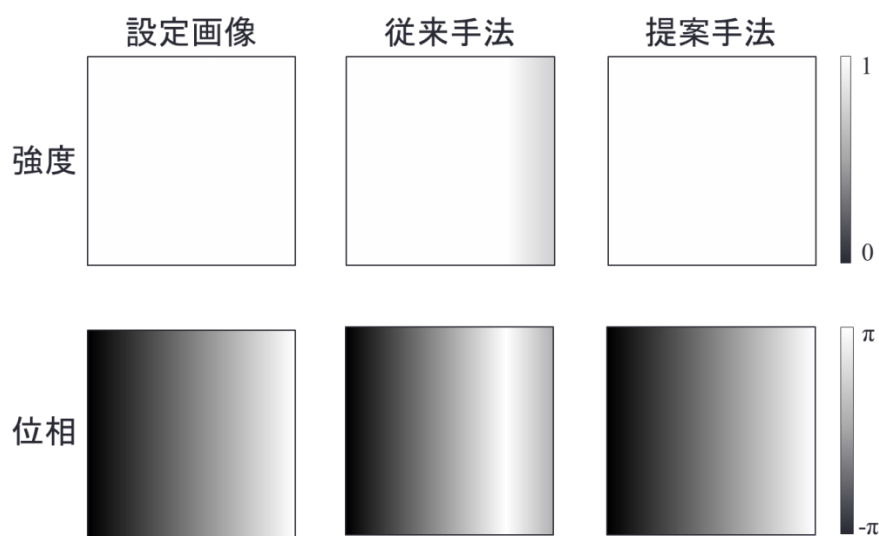


図 6.3 参照光強度 $1\mu\text{W}$ ，信号光強度 $20\mu\text{W}$ のときに算出された複素振幅分布

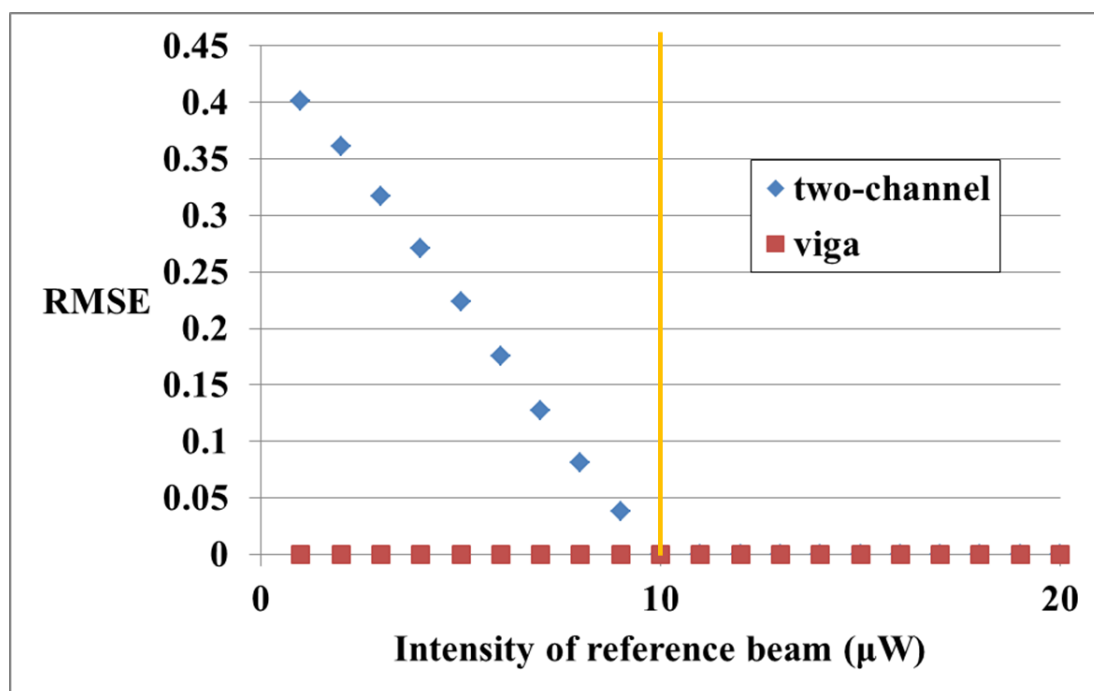


図 6.4 参照光強度を変化させた際の位相画像の RMSE

図 6.5 に 3 つ目の数値解析で使用した複素振幅画像と干渉縞間の位相シフト量が $\pi/4$ のときにそれぞれのアルゴリズムで生成された複素振幅を示す。図それぞれの対応関係と計測対象に使用した 2 次元画像，信号光強度比 α と信号光強度比 β の設定は 2 つ目の数値解析と同様である。ただし，干渉縞間の位相シフト量 γ は $\pi/4$ とした。ここで，それぞれのアルゴリズムの計算結果を比較すると，従来手法では強度，位相共に設定画像と全く異なる画像を生成しており，かつ画像右端の部分に長方形領域で囲まれた計測誤差領域が発生している。これは，2 チャンネルアルゴリズムは 2 つの干渉縞間の位相シフト量が $\pi/2$ であるという前提で計算を進めているため，それ以外の位相シフト量に関しては全く考慮することができないためである。一方，提案する VIGA では設定した複素振幅とほぼ同等な画像を再構成できていることが分かる。この結果は VIGA により位相シフト量が $\pi/2$ 以外であったとしても正常に複素振幅を計測できることを示している。また，図 6.6 に位相シフト量を $-\pi$ から π まで $\pi/100$ 刻みで変化させた時の設定した位相画像と計算された位相画像との RMSE のグラフを示す。横軸は干渉縞間の位相シフト量，縦軸は RMSE である。この解析では，従来手法において計測不能点が発生し RMSE が算出できなくなる場合があるため，RMSE を計測できなかった場合は RMSE=-1 として表記する。VIGA の RMSE は位相シフト量が $-\pi, 0, \pi$ を除いてほぼ 0 であった。これは VIGA が π の整数倍の位相シフトには対応できないことを示している。これは計算した仮想干渉縞に与えられる位相シフト量が π であるため，実質的に干渉縞に位相シフトを与えていないことになるからである。一方，2 チャンネルアルゴリズムの RMSE は $\pi/2$ 以外のところで非常に増加しており，かつおおよそ半分近くの位相シフトにおいて RMSE 自体，計測することができていない。以上により，VIGA を 2 つの干渉縞を使用する位相シフトデジタルホログラフィに導入することで，干渉縞間の位相シフト量が既知である場合に限り最適な位相シフト量を選択することができる。

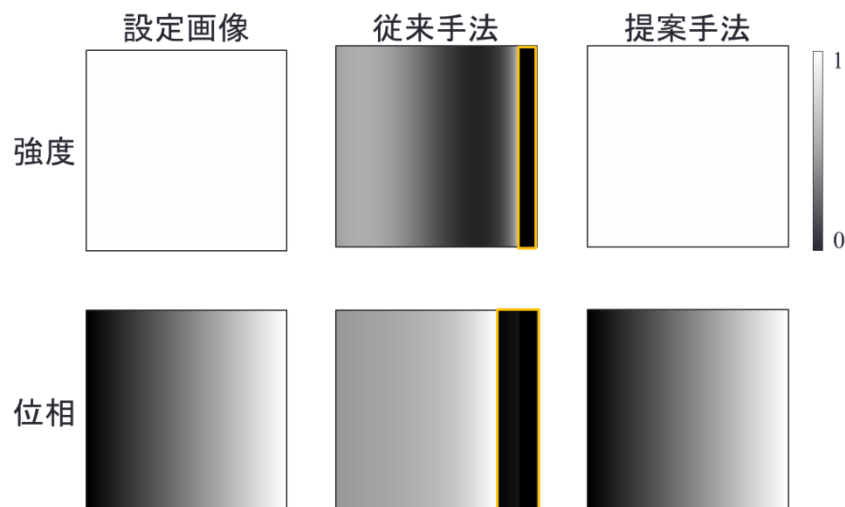


図 6.5 干渉縞間の位相差が $\pi/4$ のときに算出された複素振幅分布

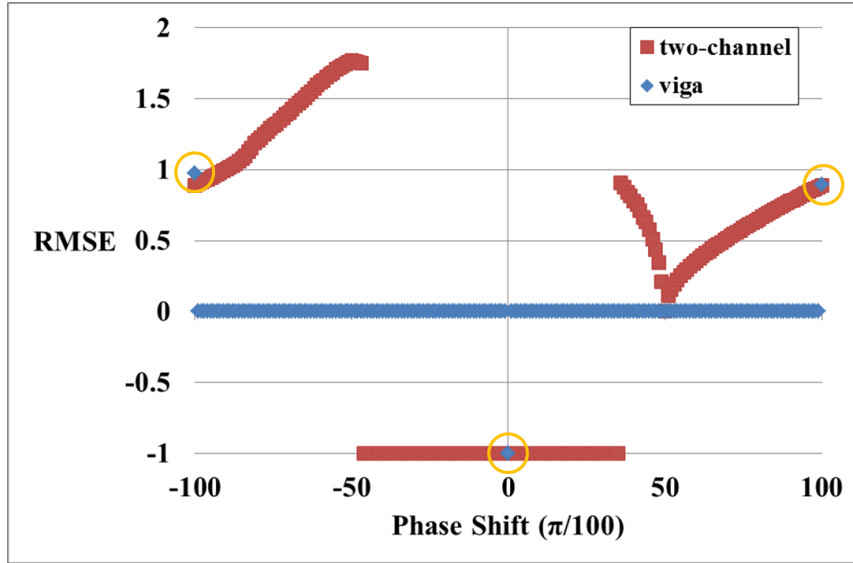


図 6.6 干渉縞間の位相シフト量を変化させた際の位相画像の RMSE

図 6.7 に 4 つ目の数値解析で使った複素振幅画像と撮像素子の階調数が 8bit のときに従来手法と提案手法、4 ステップアルゴリズムで生成された複素振幅を示す。計測対象に使用した 2 次元画像に関しては 2 つ目の数値解析と同様である。信号光強度比 α と信号光強度比 β は 1.0 に設定し、干渉縞間の位相シフト量 γ は $\pi/2$ とした。また、4 ステップ法で使用する 4 つの干渉縞の位相シフト量はそれぞれ $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ とした。ここで、それぞれのアルゴリズムの計算結果を比較すると、従来手法、提案手法、4 ステップ法において設定した複素振幅とほぼ同等な画像を再構成できていることから大きな違いは無いように見える。また、図 6.8 に撮像素子の階調数を 8bit から 16bit まで 1bit 刻みで変化させた時の設定した位相画像と計算された位相画像との RMSE のグラフを示す。横軸は撮像素子の階調数、縦軸は RMSE である。このグラフより階調数が低いところでは従来手法、提案手法、4 ステップ法の順に RMSE が高くなっており、階調数の増加に伴って全ての手法においてほぼ同等の位相計測精度に収束するのが確認される。これは、2 チャンネルアルゴリズムよりも VIGA の計測精度が高い理由としては、仮想干渉縞の生成により扱うことができるデータ量が増加しているためと考えられる。また、VIGA よりも 4 ステップ法の計測精度が高い理由としては図 6.9 に示す通り階調数が低い時の仮想干渉縞の生成精度が理想的な干渉縞の精度よりも低いためと考えられる。このことから、VIGA の精度を 4 ステップ法と同等程度に向上させるには階調数の大きい撮像素子を使用する必要がある。

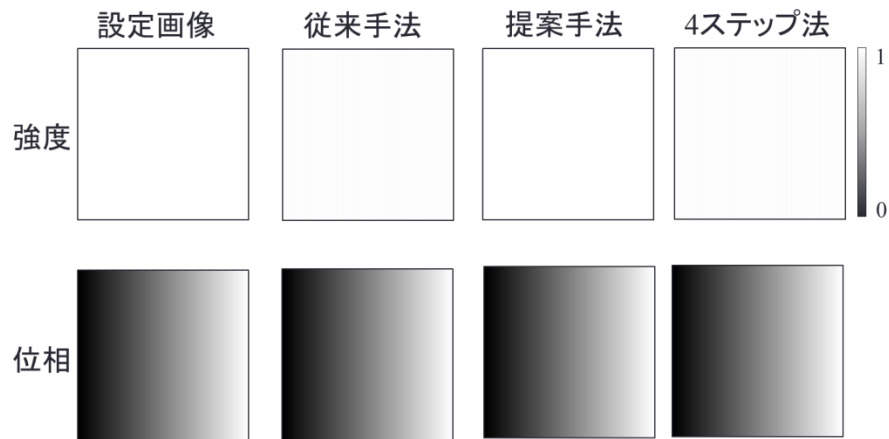


図 6.7 撮像素子の階調数が 8bit のときに算出された複素振幅分布

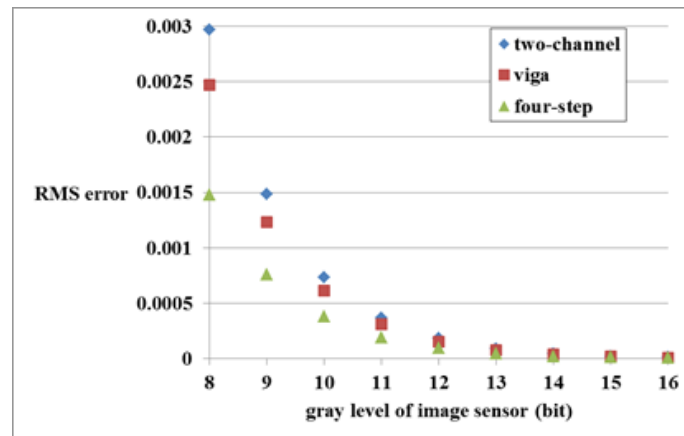


図 6.8 撮像素子の階調数を変化させた際の位相画像の RMSE

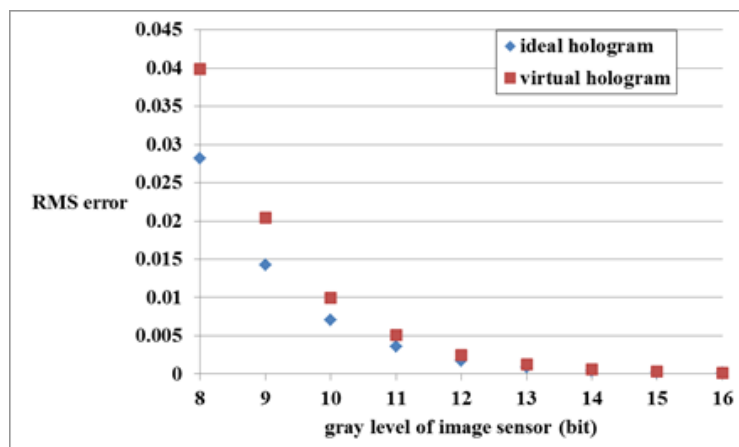


図 6.9 階調数を変化させた際の仮想干渉縞と理想的な干渉縞間の RMSE

6.4 計測実験

本節では、VIGA の有効性を確かめるために行った 2 つの計測実験について説明する。図 6.10 に空間光変調器(Spatial Light Modulator: SLM)を使用した 2 チャンネル型 HDI の実験系を示す。1 つ目の実験系の設定は 5 章で説明した SLM を使用した光学系と全く同じである。計測対象は図 6.11 に示す位相画像であり、画像は 200×200 ピクセルで構成されデータシンボル 1 つ当たり 20×20 ピクセルで作成している。また、データシンボルは 0 か π の 2 値でランダムに配置している。1 つ目の実験ではこの位相画像を SLM に表示し、波長 532nm のレーザーを用いた 2 チャンネル型 HDI を用いて位相差の異なる 2 つの干渉縞を取得する。このとき、参照光強度は信号光強度よりも小さくなるように設定する。そして、2 チャンネルアルゴリズムと VIGA の両方を用いて信号光の複素振幅をそれぞれ算出し、その結果を比較した。

図 6.12 に実際に HDI によって計測された強度分布を示す。左から、信号光強度、参照光強度、干渉縞強度、これら 3 つの強度分布から計算機上で生成された仮想干渉縞を示し、上段が CCD1 で取得された強度、下段が CCD2 で取得された強度である。信号光強度、参照光強度、干渉縞強度に見受けられる特徴に関しては第 5 章で説明した内容とほぼ同様である。また、それぞれの CCD で取得された干渉縞強度とその仮想干渉縞を比較すると、明るい部分と暗い部分の位置が反転しているのが確認できる。これは、1 つ目の数値解析の結果と非常によく一致している。これは VIGA によってそれぞれの干渉縞に対し π の位相差を持つ 2 つの仮想干渉縞を正しく生成できていることを示している。

図 6.13 に信号光強度が $3.21\mu\text{W}$ 、参照光強度が $0.96\mu\text{W}$ のときに、従来手法である 2 チャンネルアルゴリズムと提案手法である VIGA により計算された複素振幅分布と計測誤差が発生した地点を示す計測誤差マップを示す。左から、信号光強度、信号光位相、計測誤差マップを示し、上段が従来手法で計算された複素振幅、下段が提案手法で計算された複素振幅である。強度分布と位相分布の両方において、計測された画像は図 6.11 および図 6.12 に示すような強度と位相分布とほとんど同様の分布が再構成されている。しかし、従来手法で計算された複素振幅分布には計測誤差点である黒点が非常に多く検出されている。これは 2 チャンネルアルゴリズムの原理上、参照光強度が信号光強度よりも低いときには位相計測が正常に動作しないのが理由である。一方、提案する VIGA ではこの計測誤差点の発生がほとんど発生していないことが確認できる。これは、VIGA により 2 チャンネルアルゴリズムで発生していた計測誤差を抑えることが可能であることを示している。この誤差低減効果をより明確にするために、計測誤差が発生した点を画像にした計測誤差マップを作成し、その計測誤差点を計上した。計測誤差マップとしては計測誤差が発生した点を 1、それ以外を 0 とした 2 値画像を作成している。また、従来手法において計測誤差が発生するのは 2 次方程式の解の公式中の平方根の中身が負であるときであり、提案手法において計測誤差が発生するのは、式(6.9)中の分母が 0 になるときである。従って、計測誤差かどうか

かは2チャンネルアルゴリズムの平方根の中身と VIGA の式(6.9)の分母の値で判断できる。これらを考慮に入れて図 6.13 右図を見てみると、VIGA が明らかに計測誤差点を低減できていることが確認できる。また、それぞれの計測誤差点は従来手法が 31232 であり、提案手法は 16 であった。この結果から、VIGA によって2つの干渉縞を用いる PSDH の頑強性を向上できることを定量的に示した。

さらに、VIGA の計測精度を評価するために、従来手法と提案手法で計測された位相分布と SLM に表示した位相画像の間の RMSE を計算した。図 6.14 に信号光強度を $3.21\mu\text{W}$ にし、参照光強度を $0.43\mu\text{W}$ から $9.86\mu\text{W}$ まで徐々に変化させた際の RMSE を示す。このとき、横軸は参照光強度、縦軸は RMSE であり、図中の黄色の縦線は信号光強度を示す。また、計測点は 8 点とした。黄色の縦線の右側の領域、すなわち参照光強度が信号光強度より大きいときには、提案手法と従来手法の RMSE はほぼ同じであるのに対し、黄色の縦線の左側の領域、すなわち参照光強度が信号光強度より小さいときには、従来手法の RMSE は提案手法の RMSE と比べて明らかに大きくなっている。実験における計測点は数値解析のものより明らかに少ないが、この実験結果は図 6.4 に示す数値解析の結果と非常によく一致している。この結果から、VIGA を2つの干渉縞を用いる PSDH に適用することで、参照光強度の大きさに依存しない高精度な位相計測を実現できることを示した。

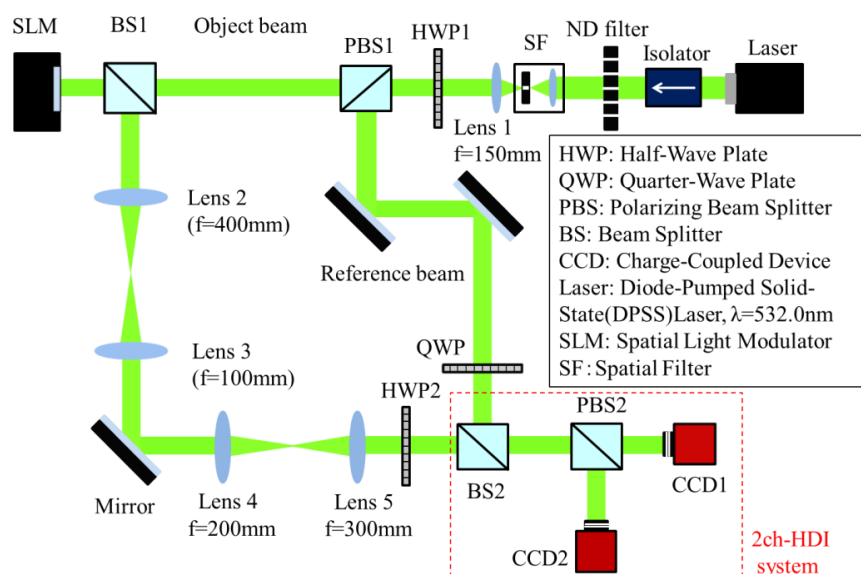


図 6.10 2チャンネル型 HDI と提案手法を用いた光学系

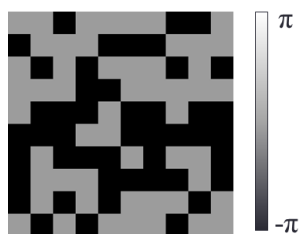


図 6.11 空間光変調器に表示した位相画像(532nm)

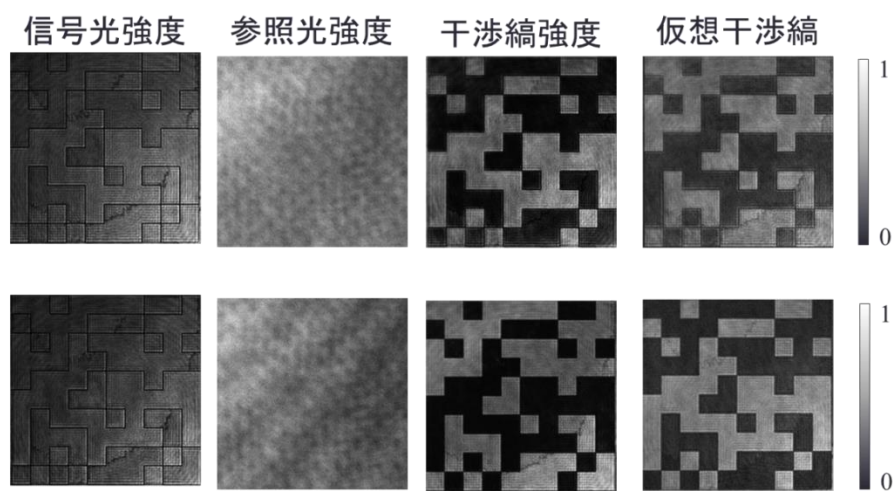


図 6.12 実際に計測された強度分布と生成された仮想干渉縞

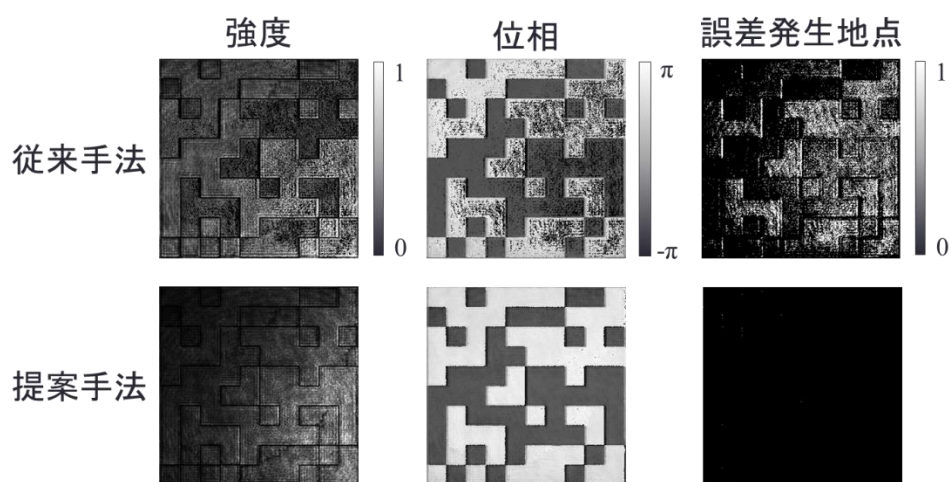


図 6.13 それぞれのアルゴリズムで算出された複素振幅

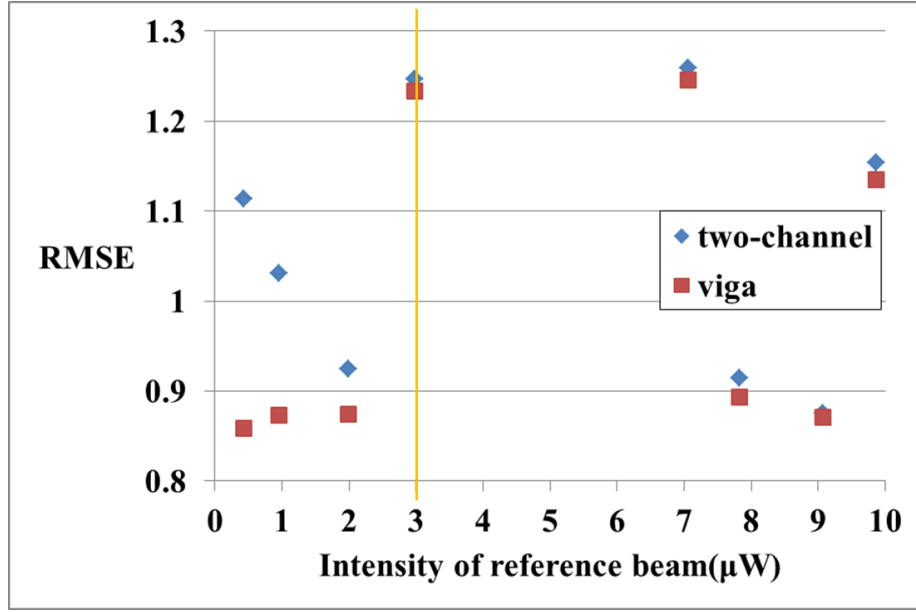


図 6.14 信号光が 3.21μW で参照光を変化させた際の RMSE

図 6.15 に VIGA による位相シフト誤差補正効果を確認するための実験系を示す．2 つ目の実験系は 1 つ目の実験系の設定とほぼ同様であるが，違う点が 2 か所ある．1 つ目は使用している DPSS レーザーの波長を 532nm から 593nm に変更した点である．HDI において干渉縞間の位相シフトは円偏光と直線偏光間の直行成分の位相差によって生成されている．従って，計測に使用する光源の波長が偏光素子である HWP と QWP の対応波長と異なる場合実際に与えられる位相シフト量が変化する．ここで HWP と QWP の対応波長を λ_s ，光源の波長を λ とすると，実際に与えられる位相シフト量 δ は以下の式(6.11)により示される．

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda_s}{2} - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda_s}{4} = \frac{\lambda_s}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (6.11)$$

2 つ目は参照光強度の大きさである．この実験では VIGA の位相シフト誤差補正効果のみを評価したいので，参照光強度を信号光強度より十分大きく設定した．これは 2 チャンネルアルゴリズムを用いた計測において望ましい条件である．以上により，位相シフト量が $\pi/2$ ではない条件を作り出し，その条件下で 2 チャンネルアルゴリズムと VIGA の両方を用いて信号光の複素振幅をそれぞれ算出し結果を比較することで VIGA の有効性を評価した．

図 6.16 に SLM に表示した位相画像を示す．位相画像のデータシンボルやデータピクセルの設定は 1 つ目の実験と同じであるが，データシンボルの配置の仕方は異なっている．これは使用する波長が変わったことにより SLM の位相変調量が変更されたため，位相画像を作成し直す必要があったからである．図 6.17 に HDI によって計測された強度分布を示す．左から，信号光強度，参照光強度，干渉縞強度，これら 3 つの強度分布から計算機上で生成された仮想干渉縞を示し，上段が CCD1 で取得された強度，下段が CCD2 で所得された強度である．信号光強度，参照光強度，仮想干渉縞に見受けられる特徴に関しては 1 つ目

の実験とほぼ同様である。また、それぞれの CCD で取得された干渉縞強度も明るい部分と暗い部分の 2 値で変調されていることが確認できる。しかし、干渉縞のコントラストが薄くなっている。これは、2 チャンネルアルゴリズムにおいて計測誤差が出ないように参照光強度を信号光強度よりかなり大きく設定しているため、干渉縞のビジビリティが大きく低下しているからである。

図 6.18 に従来手法である 2 チャンネルアルゴリズムと提案手法である VIGA により計算された複素振幅分布を示す。左が従来手法で計算された複素振幅で右が提案手法で計算された複素振幅であり、上段が強度分布、下段が位相分布である。強度分布と位相分布の両方において、計測された画像は図 6.16 および図 6.17 に示すような強度と位相分布とほとんど同様の分布が再構成されている。しかし、従来手法で計算された位相分布のコントラストが提案する VIGA で計算された位相分布よりも明らかに低下している。この位相コントラストの低下をより明確にするために、従来手法と提案手法で計測された位相画像を 2 つのパラメータから定量的に評価した。1 つ目のパラメータは RMSE である。この実験において従来手法の RMSE は 1.07 であり、提案手法の RMSE は 0.90 であった。この結果から、VIGA の方が 2 チャンネルアルゴリズムより計測精度が高いことが確認できる。2 つ目のパラメータは計測した位相画像のプロファイルである。図 6.19 に図 6.18 の位相画像上の黄色の横線部の位相値を示す。横軸が画像のピクセル数で、縦軸が位相画像を 8 ビットのビットマップ画像に変換したときのピクセル値である。図 6.19 からどちらのアルゴリズムも 2 値の位相画像を正確に計測できているが、両方とも実際の位相値から少しずれていることが分かる。これは PSDH が絶対的な位相値を計測する技術ではなく、相対的な位相値を計測する技術であるため、計測された位相は計測毎に相対的にシフトするからである。また、2 チャンネルアルゴリズムの位相コントラストは VIGA と比べて明らかに劣化している。この理由としては大きく 2 つの理由が考えられる。

1 つ目は干渉縞の位相シフト量である。2 チャンネルアルゴリズムで使用している位相シフト量は常に $\pi/2$ であると想定しているが、この実験で実際に与えられる位相シフト量は上述の原理により $\pi/2$ からずれている。従って、この位相シフト量のずれによる計測誤差が位相コントラストを低下させていると考えられる。2 つ目は干渉縞のビジビリティの劣化である。取得する干渉縞のコントラストが低下すると、イメージセンサのダイナミックレンジを大きく消費し、計測精度の劣化につながる。これら 2 つの観点から、ビジビリティの低下と干渉縞間の既知の位相シフト誤差により生じる 2 チャンネルアルゴリズムの計測誤差を VIGA により補正することができることを示した。

以上をまとめると、既知の位相シフトを持つ 2 つの干渉縞を取得し、計算機上で別の位相差を持つ 2 つのホログラムを仮想生成することで、参照光強度の不足や位相シフト誤差による 2 チャンネルアルゴリズムの計測誤差は劇的に改善されることが分かった。VIGA の計測時間は直流成分の検出過程により 2 チャンネルアルゴリズムよりも劣るが、その計測精度と頑強性は 2 チャンネルアルゴリズムと比較して飛躍的に向上できることを示した。

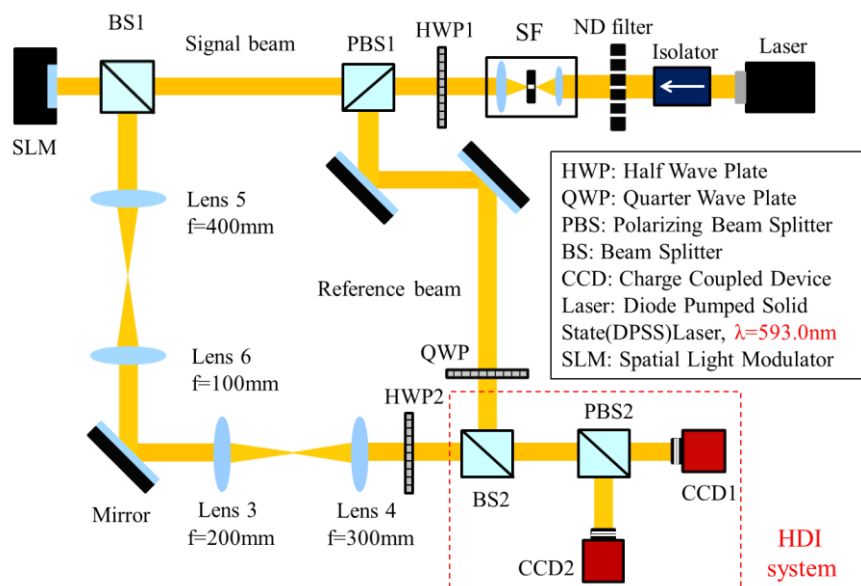


図 6.15 位相シフト誤差の補正に関する光学系

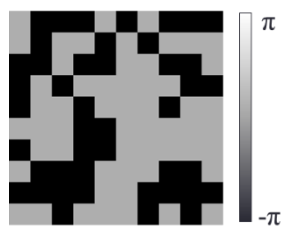


図 6.16 空間光変調器に表示した位相画像(593nm)

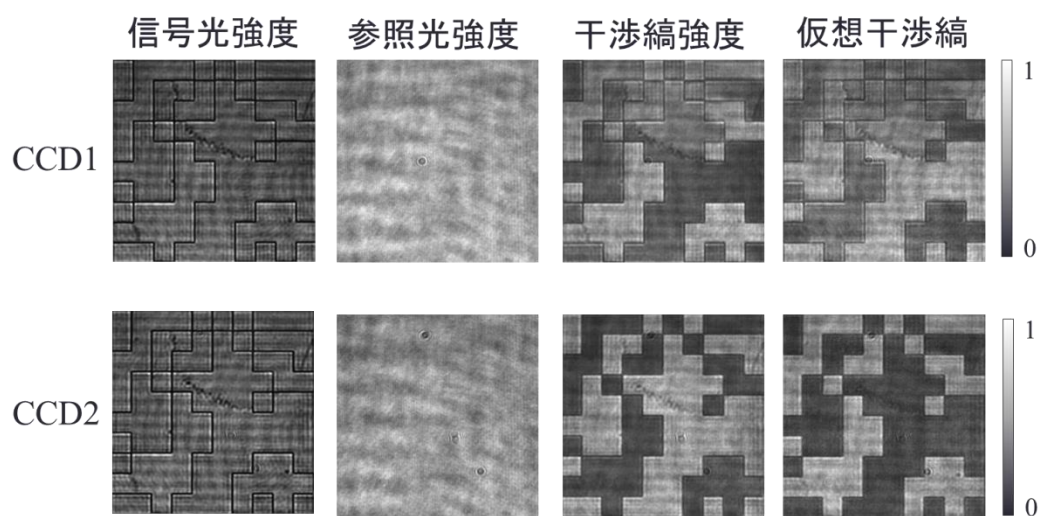


図 6.17 実際に計測された強度分布と生成された仮想干渉縞

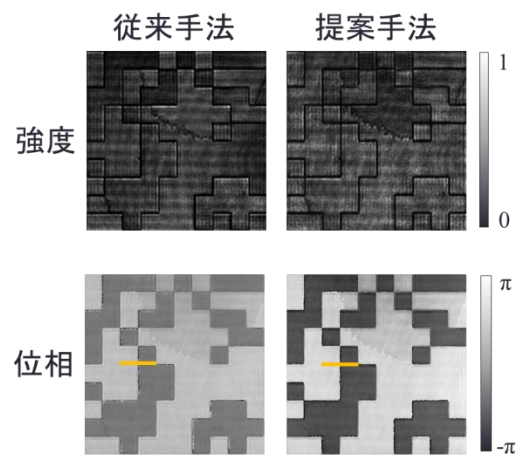


図 6.18 それぞれのアルゴリズムで算出された複素振幅

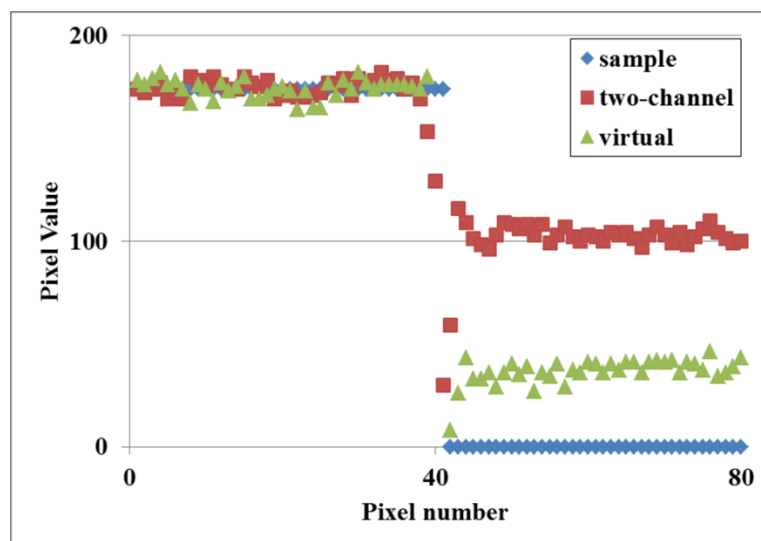


図 6.19 図 6.18 横線部の画像プロファイル

6.5 干渉縞間の位相シフト誤差補正に関する検討

前節では，干渉縞間の位相シフトエラーは π の整数倍でなくかつ位相シフト量が既知であるときにのみ VIGA で補正できることを示した．本節では，この干渉縞間の位相シフトエラー補正に関する更なる検討として，未知の微小な位相シフト量を VIGA により補正する方法について検討する[6]．

まず，位相シフト誤差があるときの影響を数式的に考察する．前節式(6.9)により，VIGA により算出される信号光の複素振幅は以下のように書ける．

$$A_0 \exp(i\phi) = A_0 \cos \phi + iA_0 \sin \phi$$

$$= \frac{H_1 - H_{v1}}{4A_r} + i \frac{(H_2 - H_{v2}) - \sqrt{\alpha\beta} \cos \gamma (H_1 - H_{v1})}{4\sqrt{\alpha\beta} A_r \sin \gamma} \quad (6.9)$$

このとき，計算機上で代入する位相差を γ' としその値が定義した位相シフト量 γ の値と異なる，つまり位相シフト誤差がある場合に計測される複素振幅を考えると，式(6.9)は式(6.12)のように展開される．

$$\frac{H_1 - H_{v1}}{4A_r} + i \frac{(H_2 - H_{v2}) - \sqrt{\alpha\beta} \cos \gamma' (H_1 - H_{v1})}{4\sqrt{\alpha\beta} A_r \sin \gamma'} = A_0 \cos \phi + i \{ A \sin \phi \left(\frac{\sin \gamma}{\sin \gamma'} \right) + A \cos \phi \left(\frac{\cos \gamma - \cos \gamma'}{\sin \gamma'} \right) \} \quad (6.12)$$

式(6.11)は位相シフト誤差が存在するときに算出される複素振幅を表す．式(6.11)より $\gamma' = |\gamma|$ であるとき，計算される信号光強度と撮像素子から取得した信号光強度 A_0^2 は等しくなる．つまり， A_0^2 と式(6.11)の2乗の差の絶対値が最小になる γ' の値が，検出した2つの干渉縞間に実際に発生している位相シフト量ということになる．従って， γ' の値を計算機上で走査して探し出すことで，2つの干渉縞間に実際発生している位相シフト量 γ の値を推定することができる．

この基本原理を確認するため， $\gamma = \pi/4$ のときに γ' を位相シフト刻み $\pi/1000$ で0から $\pi/2$ まで走査したときの設定した強度と VIGA により計算された強度の相関の推移を図 6.20 に，位相の相関の推移を図 6.21 に示す．横軸は位相シフトの刻み数で，縦軸は相関係数である．図 6.20 と図 6.21 とともに位相シフトの刻み数が 250，すなわち $\gamma' = \pi/4$ のときに相関が1となり，それ以外の部分では相関が下がるという結果が確認できる．これは γ' の走査によって最適な位相シフト量 γ を推定できていることを示している．また，強度と位相の相関の変化を比較すると，位相よりも強度の相関の方が大きく低下しているのが確認できる．これは位相が式(6.11)の逆正接をとるのに対し，強度は式(6.11)の絶対値の2乗をとるため微小な位相シフトによる影響が大きくなるからだと考えられる．これらの結果を踏まえて，VIGA を用いて参照光のランダム位相シフトを補正する数値解析を行ったので，その結果について報告する．

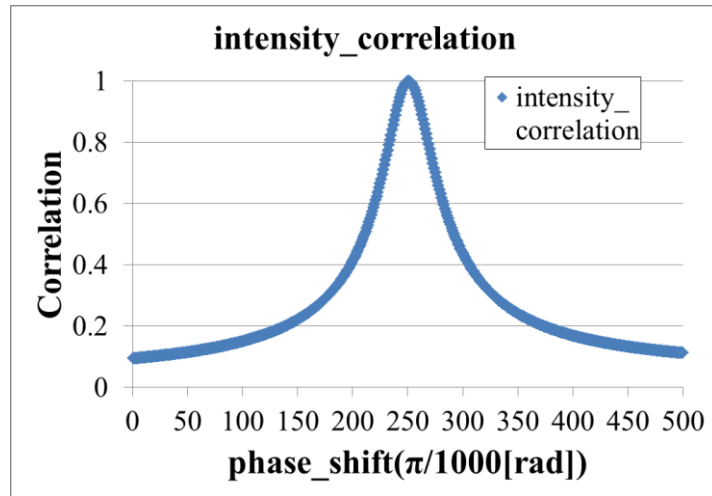


図 6.20 計算された強度の位相シフトトレランス

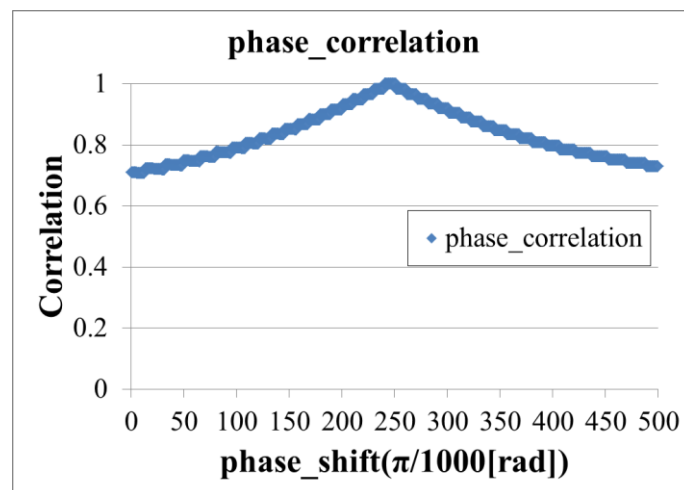


図 6.21 計算された位相の位相シフトトレランス

表 6.1 に数値解析のパラメータを示す．信号光として強度がガウシアンである位相画像を 2 つ用意し，参照光には強度がガウシアンで位相が 0 の理想的な平面波と，位相がランダムに分布している光波の 2 つを仮定した．ランダム位相は 0.50π を中心に刻み幅 0.03π で変化させ，合計 10 値で変調した．このランダム位相の値が干渉縞間の位相差 γ となる．また，2 つの信号光と参照光の強度比 α, β はそれぞれ 1.0 としている．これら 2 つの信号光と 2 つの参照光，そしてこれらを干渉させた 2 つの干渉縞から VIGA により信号光の複素振幅を計算した．このとき，位相シフト誤差を補正する場合は位相差 γ' を $0.01\pi \sim 0.99\pi$ の間で 0.01π 刻みで走査し，位相シフト誤差を補正しない場合は $\gamma' = 0.50\pi$ を代入しそれぞれ算出された結果を比較した．

図 6.22 に数値解析結果を示す．左図は設定した信号光の強度と位相，図中央は位相差補正なしで計算された VIGA の強度と位相，右図は位相差補正ありで計算された VIGA の強度と位相である．図 6.22 より位相に関しては補正の有無にかかわらず大きな変化が見受けられないのに対し，強度に関しては補正がないときに位相画像の分布が強度に重畳し大きく劣化しているのが分かる．これは図 6.20，図 6.21 の結果と非常に良く一致している．また，計算結果を定量的に評価するため，図 6.23 に補正がある場合とない場合の計算画像と元画像との相関係数の比較を示す．図 6.23 より補正なしの場合は強度，位相共に相関が低下しているのが分かるが，補正ありの場合は両方とも 1 であることが分かる．

以上により，VIGA を用いてランダムな位相シフト誤差を補正できることを示した．ただし，この手法により算出される位相シフト量は絶対値の形で求められるため， $0 \sim \pi$ ，もしくは $0 \sim -\pi$ の間でのみ位相シフト誤差を補正できる．また，その精度は計算機上で操作する位相シフト量の刻み幅で決定される．従って，位相シフト誤差補正の精度と計算時間の間にはトレードオフの関係が成り立つ．さらに，位相シフト誤差補正による計測結果の改善に関しては，位相よりも強度の有効性の方が高いことも分かった．

計測画像の画素数 (Nx*Ny)	512*512
信号光強度	ガウシアン
信号光最大強度	4.0
信号光位相	画像(lena)を $-\pi \sim \pi$ で規格化
参照光強度	ガウシアン
参照光最大強度	12.0
参照光位相	$0.38\pi \sim 0.65\pi$ の間で 10 値
参照光位相シフトピッチ	0.03π
信号光強度比	1.0
参照光強度比	1.0
走査時の位相シフトピッチ	0.01π
走査範囲	$0.01\pi \sim 0.99\pi$

表 6.1 位相シフト誤差補正に関する数値解析のパラメータ

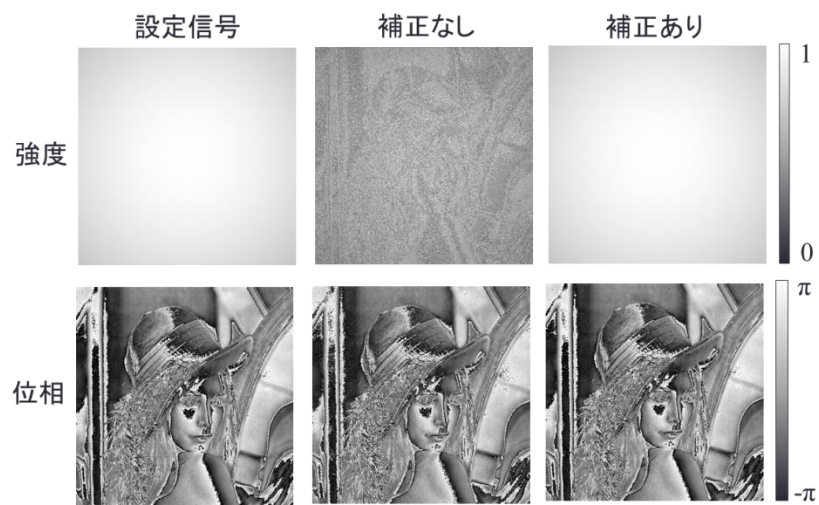


図 6.22 位相シフトエラー補正に関する数値解析結果

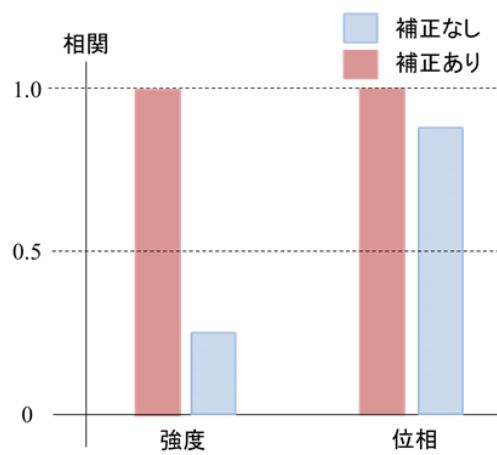


図 6.23 計算された複素振幅の相関係数の比較

6.6 干渉縞の直流成分推定に関する検討

前 6.4 節では、VIGA を動作させるには仮想干渉縞の生成に用いる信号光強度と参照光強度を別々に取得する過程が必要なため、2 チャンネルアルゴリズムよりも計測速度が低下すると述べた。本節では、使用する光源波長よりも長い理想的な位相物体、つまり強度が一定で 1 回以上位相の不連続点が発生する物体に限り、信号光強度と参照光強度の取得過程を取り除き、VIGA の計測速度を向上させることが可能な干渉縞の直流成分推定法について検討する[7]。

まず、図 6.24 に位相物体と平面波との干渉縞の強度に関する概念図を示す。横軸は位置、縦軸は干渉縞強度である。一般的に、信号光強度を A_o^2 、参照光強度を A_r^2 とし強度が一定の位相物体と理想的な平面波との干渉を考えると、その干渉縞強度は $A_o^2 + A_r^2$ 、すなわち干渉縞の直流成分を中心に振幅 $2A_oA_r$ で振動する。このとき、干渉縞強度の最大値を $I_{\max}$ 、最小値 $I_{\min}$ はそれぞれ以下のように記述できる。

$$I_{\max} = A_o^2 + A_r^2 + 2A_oA_r \quad (6.13)$$

$$I_{\min} = A_o^2 + A_r^2 - 2A_oA_r \quad (6.14)$$

これら 2 つの値の和をとると、式(6.15)に示すように干渉縞の直流成分と同じになる。

$$\begin{aligned} I_{\max} + I_{\min} &= (A_o^2 + A_r^2 + 2A_oA_r) + (A_o^2 + A_r^2 - 2A_oA_r) \\ &= 2(A_o^2 + A_r^2) \end{aligned} \quad (6.15)$$

$I_{\max}$ と $I_{\min}$ はそれぞれ干渉縞強度を画像処理することで容易に取得できるため、測定対象を理想的な位相物体に限定すれば、干渉縞強度 1 つから π の位相差を持つ仮想干渉縞を生成できる。すなわち、式(6.7)に記述される位相が π ずれた仮想干渉縞 H_{v1} は式(6.16)のように書き直せる。

$$\begin{aligned} H_{v1} &= 2(A_o^2 + A_r^2) - H_1 \\ &= (I_{\max} + I_{\min}) - H_1 \end{aligned} \quad (6.16)$$

これは式(6.8)においても同様であるため、信号光強度と参照光強度の取得過程がなくとも干渉縞の強度分布のみから仮想干渉縞を生成できる。ただし、VIGA において複素振幅を記述するには式(6.9)から参照光強度 A_r^2 が必要となるため、この方法で取得される信号光強度は実際の信号光強度の比例値となる。次に、この手法を用いた干渉縞の直流成分推定に関する数値解析を行ったので、その結果について報告する。

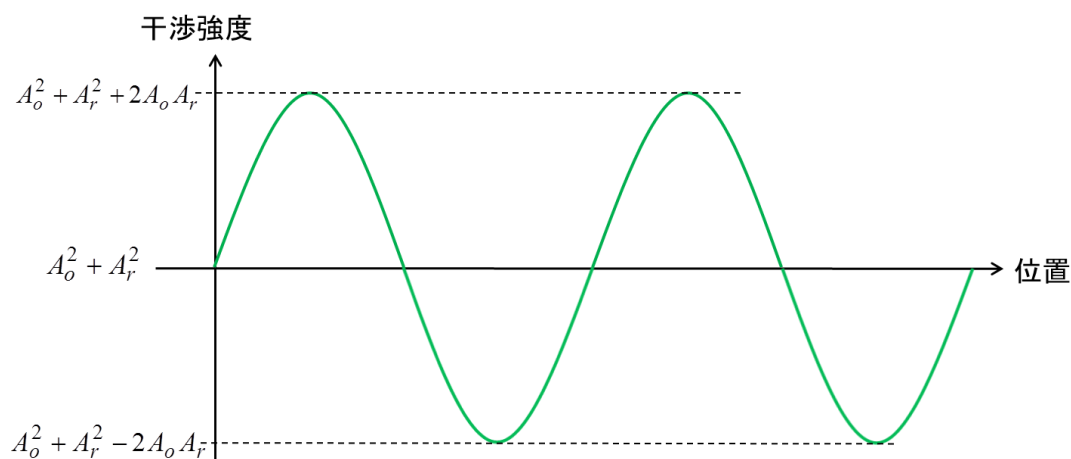


図 6.24 理想的な位相物体と平面波との干渉縞強度の概念図

表 6.2 に数値解析のパラメータを示す．計測対象としては 2 次元的な振幅画像と位相画像により構成される 2 次元データページを用いた．それぞれの画像は 200×200 ピクセルで構成される．振幅画像の値は一定とし，位相画像の値は左から右に $\pi/100$ 刻みで変化させた階段状の分布を使用した．参照光は振幅，位相ともに一定の理想的な平面波を仮定した．このとき，2 つの干渉縞間の位相差は $\pi/2$ とし，信号光と参照光の強度比は 1 とした．

図 6.25 に数値解析結果を示す．左図は π の位相差を持つ仮想干渉縞の画像，図中央は $3\pi/2$ の位相差を持つ仮想干渉縞の画像，右図は VIGA により計算された位相画像である．上が信号光強度と参照光強度を直接取得する方法により計算された画像，下が干渉縞強度から直流成分を推定して計算された画像である．図 6.25 より直流成分を推定して作成した仮想干渉縞は信号光強度と参照光強度を直接取得して作成された仮想干渉縞と全く同一のものが再構成されているのが確認できる．また，計測された位相分布についても同様の結果が確認できる．以上の結果から，計測対象が理想的な位相物体に限定されるが，VIGA を 2 つのホログラムのみで動作させることができる可能性があることを示した．この数値解析では強度一定の位相物体のみを仮定したが，実験でこの推定法を使用するためには使用するビームの強度がガウス関数に変調されている点について考慮する必要がある．従って，今後はガウス関数で変調されている強度を持つ位相物体に対しても直流成分を検出できるかどうかについて検討する必要がある．

信号光の計測領域	$(N_x * N_y) = 200 * 200$
信号光の強度分布	10
信号光の位相分布	$\pi/100 * N_x$
参照光1の強度分布	20
参照光1の位相分布	0
参照光2の強度分布	20
参照光2の位相分布	$\pi/2$

表 6.2 直流成分推定に関する数値解析のパラメータ

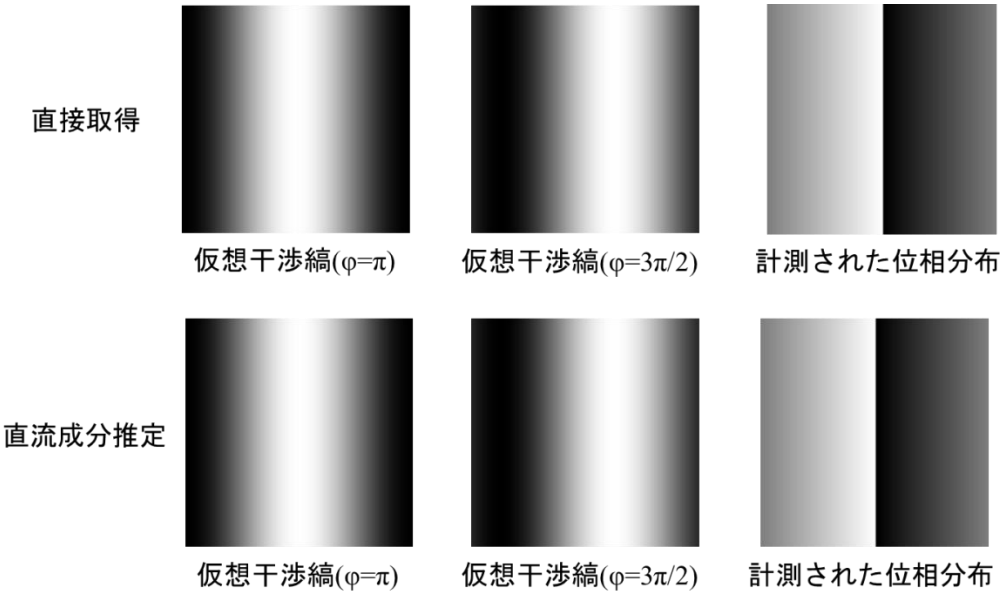


図 6.25 干渉縞直流成分推定の数値解析結果

参考文献

- [1] A. Okamoto, K. Kunori, M. Takabayashi, A. Tomita, and K. Sato, “Holographic Diversity interferometry for optical storage,” *Opt. Express*, **19**, pp.13436-13444(2011).
- [2] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Atsushi Shibukawa, Masanori Takabayashi and Akihisa Tomita, “Two-channel algorithm for single-shot, high-resolution measurement of optical wavefronts using two image sensors,” *Appl. Opt.*, **54**, pp. 8644-8652, (2015).
- [3] Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Kazuhisa Ogawa, and Akihisa Tomita, “Virtual interferogram-generation algorithm for robust complex amplitude measurement using two interferograms,” *Opt. Express*, **24**, pp. 24002-24017, (2016).
- [4] D. Malacara, *Optical Shop Testing II*, Third Edition, (Wiley, New York, 2008), 116-119 (2008).
- [5] 橋本 智雄著 “入門統計学” 共立出版(1996).
- [6] 野澤 仁, 岡本 淳, 小川 和久, 富田 章久, “仮想干渉縞生成法を用いた干渉縞間の位相シフト誤差補正に関する検討” *Optics & Photonics Japan 2016 講演予稿集*, 1pPD1, 東京, (2016).
- [7] 野澤 仁, 岡本 淳, 小川 和久, 富田 章久, “2 つのホログラムのみを使用した高精度な位相計測に向けた仮想干渉縞生成法,” *映像情報メディア学会技術報告*, Vol. 40, No.6, pp.303-307, 札幌, (2016).

第7章 結論

本論文では、位相シフトデジタルホログラフィにおける光複素振幅算出手法の高性能化に向けて、2つの撮像素子を用いた位相シフトデジタルホログラフィに対応可能な2チャンネルアルゴリズムと参照光強度の大きさと干渉縞間の位相シフト量に依存しない仮想干渉縞生成アルゴリズムを提案し、その基本動作確認のための数値解析や実験について述べた。

第2章では、光位相計測手法について干渉現象を利用する方法と干渉現象を利用しない方法とに分けて説明し、その基本構成、それぞれの手法の特性、計測精度や計測速度を決定づける要因についての概要を述べた。

第3章では、2章で述べた位相計測手法の中でも位相シフトデジタルホログラフィに着目し、干渉縞の位相をシフトさせる方法によって3つに分類し、それぞれの手法の実施形態、それぞれの手法の特徴について述べた。

第4章では、位相シフトデジタルホログラフィを用いて位相を検出する際に用いるアルゴリズムについてそれぞれ数式を導出し、それぞれのアルゴリズムの特徴について述べた。

第5章では、2つの撮像素子を用いた位相シフトデジタルホログラフィに最適な位相算出手法として2チャンネルアルゴリズムを提案した。まず、2チャンネルアルゴリズムの導出について説明した。2チャンネルアルゴリズムでは計測前に2つの撮像素子で信号光強度と参照光強度をそれぞれ取得した後、その強度比をあらかじめ算出し2ステップアルゴリズムに反映させることで、撮像素子間の感度差や強度ゆらぎを較正した低い計測エラーでの位相算出を可能とする。このことを確認するために、C言語を用いた配列演算を基礎とした数値解析によって2チャンネルアルゴリズムの有効性を確認した。始めに数値解析方法についての説明を行った。この数値解析方法は第6章の数値解析においてもほぼ同等のものを用いた。数値解析の結果から参照光強度の大きさが信号光強度の2倍以上でありかつ2つの撮像素子で取得される信号光強度の比および参照光強度の比が2倍以内であれば、強度揺らぎを完全に補正できることを示した。また、既知の位相構造を有するフレネルレンズと空間光変調器に表示した位相変調信号の計測実験も行った。実験の結果からフレネルレンズおよび位相変調信号のいずれにおいても計測エラー点数の低減が確認された。以上の結果から、2チャンネルアルゴリズムが2つの撮像素子を用いた位相シフトデジタルホログラフィにおいて計測精度向上の点で有効であると結論付けた。今後は2チャンネルアルゴリズムを用いた応用技術の創出を期待する。

第6章では、第5章で説明した2チャンネルアルゴリズムでも改善しきれなかった参照光強度の大きさによる計測エラー点の発生と干渉縞間の位相シフト誤差を考慮できる手法として仮想干渉縞生成アルゴリズムを提案した。本手法は、取得した2つの干渉パターンから計算機上で別の位相差をもつ2つのホログラムを仮想生成し、合計4つの干渉パターンから位相を算出することで前述の2チャンネルアルゴリズムの問題点を解決できる手法

である。まず、仮想干渉縞生成アルゴリズムの導出を行い、その動作原理について数値解析と実験の両面から確認した。また、数値解析では信号光強度を固定し参照光強度の大きさを変化させた際の計測精度の影響と 2 つの干渉縞間の位相シフト量が $-\pi \sim \pi$ の間で変化した際の計測精度の影響についても評価した。評価の結果、信号光強度と参照光強度の比が 10:1 の条件下でも計測誤差なしで位相を計測できることを確認した。また、位相シフト量の変化に対しては $-\pi, 0, \pi$ の 3 通りを除いたすべての位相シフト量に対して考慮できることを確認した。さらに、光学実験では参照光強度が信号光強度より低い条件下と干渉縞間の位相シフトが $\pi/2$ ではない条件下において位相変調信号を計測し、2 チャンネルアルゴリズムと仮想干渉縞生成アルゴリズムにより位相を算出しその結果を比較した。比較の結果、どちらの条件下においても仮想干渉縞生成アルゴリズムの計測精度が 2 チャンネルアルゴリズムよりも高いことが明らかとなった。以上の結果から、仮想干渉縞生成アルゴリズムが 2 チャンネルアルゴリズムの問題点の解決に有効であり、2 つの干渉パターンを用いる位相シフトデジタルホログラフィの計測精度をより高めることができると結論付けた。

本論文で得られた成果が、位相シフトデジタルホログラフィの更なる高性能化および新たな応用分野の創出、そして光情報処理技術の発展の一助となれば幸いである。

謝辞

本論文を執筆するにあたりまして、非常に多くの方々にご協力頂きました。この場を借りて御礼申し上げます。

はじめに、北海道大学大学院情報科学研究科の教職員の方々に御礼申し上げます。北海道大学大学院情報科学研究科の富田章久教授は、日頃より本研究に対して多くの有益なご意見を頂き、学位論文審査会においても主査を担当していただきました。心より感謝申し上げます。また、同じく学位論文審査会において副査を担当していただきました本久順一教授、池辺将之准教授からは研究発表において大変有益なご意見を頂きました。ここに御礼申し上げます。さらに、1年間と短い間でしたが著者の研究に対し積極的にご意見いただきました北海道大学大学院情報科学研究科の小川和久助教授に感謝いたします。最後に、日頃からの熱心なご指導と研究に対するご助言を頂きました北海道大学大学院情報科学研究科の岡本淳准教授に深く感謝申し上げます。

次に、著者の所属する光エレクトロニクス研究室を卒業し、現在各方面でご活躍されている諸先輩方、並びに本研究室関係者一同に深く感謝申し上げます。特に、北海学園大学工学部の佐藤邦宏教授、東海大学通信ネットワーク工学科の高山佳久教授、山梨大学大学院医学工学総合研究部の本間聡准教授、福岡大学工学部電子情報工学科の文仙正俊准教授、岐阜大学教育学部技術教育講座の舟越久敏准教授、九州工業大学工学部情報工学研究院の高林正典助教授は、研究に対する助言だけでなく、筆者が参加した国内外の会議において積極的に研究の議論をしていただきました。厚く御礼申し上げます。また、現在KDDI株式会社に勤務されております若山雄太氏、スタンレー電気株式会社に勤務されております九里佳祐氏には、デジタルホログラフィと干渉計測の基礎や光学実験の進め方、数値解析におけるプログラミング等を丁寧に教えてくださいました。心より感謝申し上げます。さらに、筆者の拙い学術論文の編集に多くの時間を割いてくださいましたカリフォルニア工科大学所属の博士研究員である渋谷敦史氏に心より御礼申し上げます。また、アイシン精機株式会社に勤務されている市川幸男氏、戸田昌孝氏、久野靖幸氏には、本研究室と共同研究を立ち上げていただきレーザー等の光学素子の貸与、計測の自動化のためのソフトウェア開発、筆者が考案した技術に対する特許支援など様々な面においてご助力いただきました。この場を借りて深く感謝いたします。

最後に、現在社会でご活躍されている川端謙斗氏、小林俊哉氏、橋本裕史氏とは、気軽に研究に関する議論のできる友人として、また研究の成果を競い合う競争相手として互いに切磋琢磨することが出来ました。この場をお借りして心より御礼申し上げますと共に、今後の更なるご活躍を心よりお祈り申し上げます。

研 究 業 績 目 録

氏 名 野澤 仁

1. 論文（学位論文関係）

I 査読付学会誌等

1. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Atsushi Shibukawa, Masanori Takabayashi and Akihisa Tomita, “Two-channel algorithm for single-shot, high-resolution measurement of optical wavefronts using two image sensors,” Applied Optics, Vol. 54, No. 29, pp. 8644-8652, October 2015. (IF = 1.598)
2. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Kazuhisa Ogawa, and Akihisa Tomita, “Virtual interferogram-generation algorithm for robust complex amplitude measurement using two interferograms,” Optics Express, Vol. 24, No. 21, pp. 24002-24017, October 2016. (IF = 3.148)

II 査読付国際会議プロシーディング

1. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Yuta Wakayama, Akihisa Tomita, and Masanori Takabayashi, “Two-Channel Type Holographic Diversity Interferometry for Complex Amplitude Measurement,” Technical Digest of the International Symposium of Optical Memory 2012 (ISOM 2012), Tu-I-35, Tokyo, Japan, October 2012.
2. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Masataka Toda, Yasuyuki Kuno, and Akihisa Tomita, “Virtual interferogram-generation algorithm for phase-shifting digital holography,” Technical Digest of Micro Optics Conference 2015, H37, Fukuoka, Japan, October 2015.
3. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Masataka Toda, Yasuyuki Kuno, and Akihisa Tomita, “Expansion method for depth measurement range based on number theory using two wavelength light sources,” Technical Digest of Micro Optics Conference 2015, PD6, Fukuoka, Japan, October 2015.
4. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, Masataka Toda, Yasuyuki Kuno, and Akihisa Tomita, “Virtual interferogram-generation algorithm for phase measurement using two interferograms,” Proceedings of SPIE, Vol. 9771, 97710B-7, San Francisco, USA, February 2016.
5. Jin Nozawa “High-accurate surface measurement using two interferograms captured by two optical image sensors,” Programs of Chungnam National University-Hokkaido University Joint Symposium, Session2, Deajeon, Korea November 2015. **(Invited)**
6. Jin Nozawa, Atsuhshi Okamoto, Kazuhisa Ogawa, Akihisa Tomita, and Kunihiro Sato, “Accuracy evaluation of phase shifting digital holography using virtual interferogram-generation algorithm,” Technical Digest of the International Symposium of Optical Memory 2016 (ISOM 2016), Tu-J-18, Kyoto, Japan, October 2016.
7. Jin Nozawa, Atsuhshi Okamoto, Yasuyuki Kuno, Masataka Toda, Kazuhisa Ogawa, and Akihisa Tomita, “Phase measurement of a tilted plane mirror using the derivative estimation of a single

hologram,” Technical Digest of the International Workshop on Holography 2016 (IWH 2016), 17, Jiaoxi, Taiwan, November 2016.

2. 論文（その他）

I 査読付学会誌等

1. Yuta Goto, Atsushi Okamoto, Masataka Toda, Yasuyuki Kuno, Jin Nozawa, Kazuhisa Ogawa, and Akihisa Tomita, “Digital confocal microscopy using a virtual 4f-system based on numerical beam propagation for depth measurement without mechanical scanning,” Japanese Journal of Applied Physics, 55(8S3), 08RE04, August 2016.
2. Yuta Goto, Atsushi Okamoto, Yuta Wakayama, Kazuhisa Ogawa, Jin Nozawa, Akihisa Tomita, Takehiro Tsuritani, “Reference-free holographic diversity interferometry via iterative measurements for high accuracy phase detection,” Optics Express, Vol. 24, No.21, pp.24739-24749, October 2016.

II 査読付国際会議プロシーディング

1. Yuta Wakayama, Atsushi Okamoto, Jin Nozawa, Akihisa Tomita, Masanori Takabayashi, and Kunihiro Sato, “Two-Channel Algorithm for High Accurate Phase Measurement Using Holographic-Diversity Interferometry,” Technical Digest of International Workshop on Holography 2012 (IWH 2012), P01, Taoyuan, Taiwan, November 2012.
2. Jin Nozawa, Atsushi Okamoto, and Akihisa Tomita, “Two-Channel Type Holographic Diversity Interferometry for High Accurate Wavefront Measurement,” International Optical Society of America Network of Students 2014, P-31, Hokkaido, Japan, September 2014.
3. Yuta Goto, Atsushi Okamoto, Atsushi Shibukawa, Jin Nozawa, Kazuhisa Ogawa, Akihisa Tomita, and Kunihiro Sato, “Experiment on depth-measurement of cover glass by virtual phase conjugation for optical tomography,” 10th International Conference on Optical-photonics Design and Fabrication, PD7, Weingarten, Germany, March 2016.

3. 講演（学位論文関係）

1. 野澤 仁, 岡本 淳, 若山 雄太, 富田 章久, 高林 正典, “ホログラフィックダイバーシティ干渉法による複素振幅分布計測のための2チャンネルアルゴリズムの提案,” Optics & Photonics Japan 2012 講演予稿集, 23pP3, 東京, 2012 年 10 月.
2. 若山 雄太, 岡本 淳, 野澤 仁, 富田 章久, “ホログラフィックダイバーシティ干渉計を用いた高精度な位相計測に向けた複素振幅評価アルゴリズム,” 第 48 回応用物理学会北海道支部学術講演会/第 9 回日本光学会北海道地区 合同学術講演会講演予稿集, C-11, 釧路, 2013 年 1 月
3. 野澤 仁, 岡本 淳, 富田 章久, “ホログラフィックダイバーシティ干渉法における量子化誤差を考慮した位相検出精度,” 平成 25 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大

会講演予稿集, 123, 室蘭, 2013 年 10 月

4. 野澤 仁, 岡本 淳, 高林 正典, 富田 章久, “高精度な位相変調信号の計測に向けたホログラフィックダイバーシティ干渉法における計測精度の評価” 映像情報メディア学会技術報告, Vol. 39, No. 7, pp.15-19, 札幌, 2015 年 2 月.
5. 高林 正典, 中井 俊之, 龍 建斗, 岡本 淳, 野澤 仁, 岡本 卓, “ホログラフィックメモリの大容量化に向けた空間直交振幅変調信号の設計と検出に関するシミュレーション” 映像情報メディア学会技術報告, Vol. 39, No. 7, pp.21-26, 札幌, 2015 年 2 月 .
6. 清水 祥平, 岡本 淳, 渋谷 敦史, 野澤 仁, 菅 悠太, 富田 章久, “デュアルフェイズモジュレーション法を用いた角度情報を有する 3 次元物体の表示変換, ” 平成 27 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会 講演論文集, 150, 北見, 2015 年 11 月.
7. 野澤 仁, 岡本 淳, 戸田 昌孝, 久野 靖幸, 富田 章久, “ワンショットかつ高解像度な光波面計測に向けた仮想干渉縞生成手法, ” 第 56 回応用物理学会光波センシング技術研究会予稿集, LST56-6, 東京, 2015 年 12 月.
8. 野澤 仁, 岡本 淳, 小川 和久, 富田 章久, “2 つのホログラムのみを使用した高精度な位相計測に向けた仮想干渉縞生成法, ” 映像情報メディア学会技術報告, Vol. 40, No.6, pp.303-307, 札幌, 2016 年 2 月.
9. 佐久間 大樹, 岡本 淳, 小田 友和, 後藤 優太, 野澤 仁, 富田 章久, “プログレッシブ位相共役技術による空間モードの選択的抽出, ” 第 63 回応用物理学会春季学術講演会講演予稿集, 22a-P3-12, 東京, 2016 年 3 月.
10. 野澤 仁, 岡本 淳, 小川 和久, 富田 章久, “仮想干渉縞生成法を用いた干渉縞間の位相シフト誤差補正に関する検討” Optics & Photonics Japan 2016 講演予稿集, 1pPD1, 東京, 2016 年 11 月.
11. 野澤 仁, 岡本 淳, 小川 和久, 富田 章久, “単一ホログラムを用いた光位相計測手法に関する検討, ” 平成 28 年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会 講演論文集, 166, 札幌, 2016 年 11 月.

4. 特許

1. 岡本 淳, 若山 雄太, 野澤 仁, (出願人: 国立大学法人北海道大学) “光位相測定方法, 光位相測定装置および光通信装置” 特願 2012-215000.
2. 岡本 淳, 野澤 仁, 戸田 昌孝, 久野 靖幸, 市川 幸男 (出願人: 国立大学法人北海道大学, アイシン精機株式会社), “物体形状測定方法, 物体形状測定装置, 光位相測定方法および光位相測定装置” 特願 2015-208139.

本論文に関連した特許 2 件 (特願 2012-215000, 2015-208139)

5. 受賞

1. 平成28年度電気・情報関係学会北海道支部連合大会 若手優秀論文発表賞 受賞