



Title	多数人体を考慮した多重反射環境における伝搬特性評価に関する研究
Author(s)	白船, 雅巳
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第12642号
Issue Date	2017-03-23
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k12642
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/65760
Type	doctoral thesis
File Information	Masami_Shirahune.pdf



学位論文

多数人体を考慮した多重反射環境における
伝搬特性評価に関する研究

北海道大学大学院情報科学研究科

白船 雅巳

第 1 章

序論

1.1 研究背景

スマートフォンやタブレット PC などの移動無線通信機器の利用拡大に伴い、高速鉄道車両や航空機などの旅客輸送サービスの客室内においても高速・高品質な無線接続サービス利用の需要が高まっている。既に国内外の旅客鉄道会社および航空会社の一部で無線接続サービスの提供が開始されており、今後益々の拡大が見込まれている[1,2]。伝搬特性を詳細に評価することにより、無線サービスについて高速かつ高品質な通信を可能とする。さらに、航空機内では航法機器に対して電磁干渉(EMI)を生じさせないかといった安全性にかかる評価をする上で特に重要である。しかし、鉄道車両や航空機の客室は周囲がほぼ金属で構成されるため、無線通信機器から放射されるマイクロ波周波数帯の電波はこれら金属壁による反射を繰り返しながら伝搬する環境(以降、多重反射環境と呼称)となり、かつ内部の什器や乗客人体などによる遮蔽・散乱および吸収の影響を受けるため、電磁界分布は自由空間伝搬とは全く異なる複雑なものになる。

こうした課題に対して、数値シミュレーションによる伝搬特性を評価するアプローチが存在する。シミュレーションでは、アンテナ位置や周波数を容易に変更でき詳細な電磁界データが取得できるという利点がある。しかし、従来、伝搬特性評価に用いられてきたレイトレース[3-4]などに代表される解析手法では、多数の乗客を含む鉄道車両や航空機内のように、3 次元的に複雑な形状を有し、電波の反射や吸収特性が異なる複数の媒質が内部に存在する空間での伝搬特性を精度良く取得することは困難である。したがって、これら多数の乗客を含む多重反射環境における電波伝搬特性については、これまでに高精度かつ条件網羅的な評価がなされてはおらず、伝搬モデル構築や無線回線設計方法の確立には至っていないという問題点があった。

本研究では、これら課題に対し、Finite-Difference Time-Domain 法(以降、FDTD 法)に基づく電磁界シミュレーションと大規模並列演算技術を適用することで、多数乗客を考慮した多重反射環境における電波伝搬特性について従来にない高精度な評価を実現する。FDTD 法は時間領域の電磁界解析手法であり、多重反射環境内で生じる多数の反射・屈折波を精度良く評価でき、3 次元空間をセルとよばれる微細な空間要素に離散化し解析するため形状が複雑で電気定数が異なる複数の媒質から構成されているような評価対象であっても詳細に数値モデル化し評価することが可能である。一方、FDTD 法は他の解析手法に比べ計算機負荷が大きく、高速鉄道車両や航空機の客室内に

におけるマイクロ波周波数帯の電波伝搬のように評価周波数に対して解析対象空間の寸法が 1000 波長程度と大きい場合，必要な計算機資源が膨大になるため通常の汎用 PC 等では計算を実行できない．そこで本研究では，大型計算機による並列演算技術を用いてこの問題を解決し，多重反射環境内における電波伝搬に関する諸特性について明らかにする．

1.2 本論文の構成

本論文の具体的な構成を以下に示す．

第 1 章：序論

第 2 章：FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法

第 3 章：並列演算手法

第 4 章：多重反射環境の電波伝搬特性

第 5 章：多重反射環境内における人体の影響

第 6 章：結論

第 1 章は序論であり，本論文の研究背景，目的および構成について示す．

第 2 章では，FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法について解説を行う．定式化，セル上の電磁界成分の配置および媒質の取り扱いについて示す．さらに FDTD 法を使用する場合の基本的な事項として，セル寸法，時間ステップ間隔，吸収境界条件について示す．

第 3 章では，第 2 章で説明した FDTD 法を大規模な解析空間に適用できるようにするために用いる，大型計算機を用いた並列 FDTD 法についての解説を行う．大型計算機による並列処理のアルゴリズム，並列処理のための FDTD 解析定式化，また並列プログラミングの基本事項について示す．

第 4 章では第 2 章と第 3 章で述べた手法を用いて，多重反射環境内における電波伝搬特性推定を行う．具体的には，高速鉄道車両における周波数特性，偏波特性，さらに車両間ドアによる車車間伝搬への影響について述べる．また，航空機では周波数特性と XPR 特性について述べる．

第 5 章では，無線通信を利用する乗客による電波吸収および電波遮蔽影響による多重反射環境内の伝搬特性変化について述べる．それぞれの乗り物で用いる乗客を模擬した人体モデルについて説明した後，多重反射環境内の電界強度分布を基にその影響について推定を行う．

第 6 章において結論を示す．

図 1.1 に本論文の構成を示す．

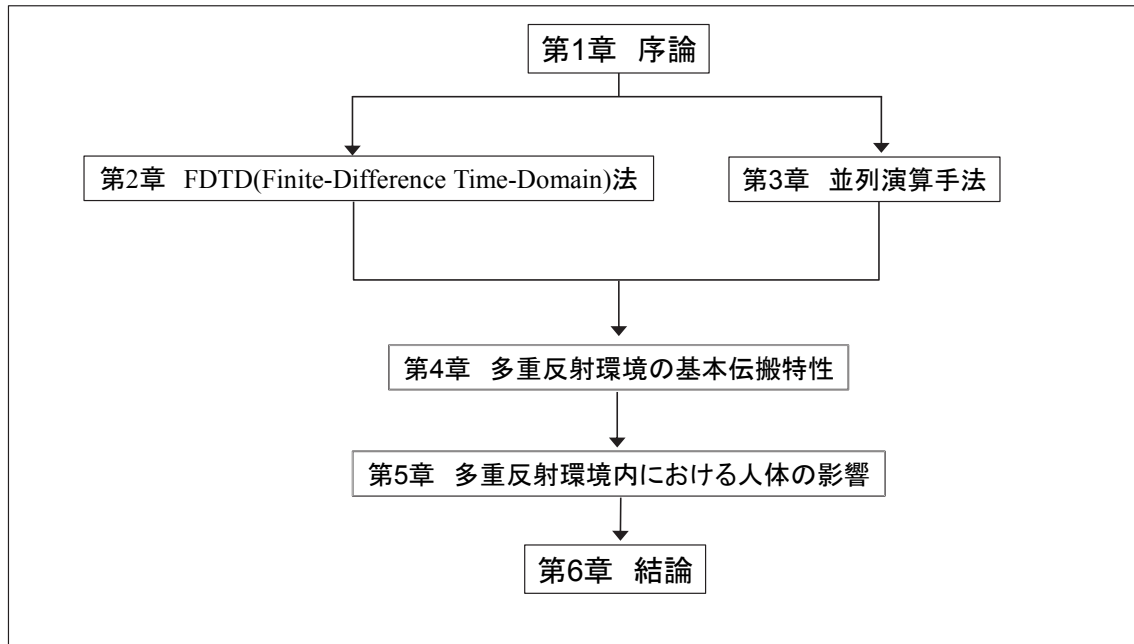


図 1.1 : 本論文の構成

第 2 章

FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法

2.1 まえがき

本論文で多重反射環境内の伝搬特性を評価する手法として用いている，時間領域差分(Finite-Difference Time-Domain，以後 FDTD と略称)法[5]～[9]について解説する．伝搬特性を推定する手法としてレイトレーシング法を用いるのが一般的であるが，多重反射環境内の伝搬特性を精度よく評価するには考慮すべき反射と屈折の回数が莫大になる，複雑な形状のモデルを考慮するのが困難であるという問題点がある．FDTD 法は時間領域においてマクスウェルの微分方程式を空間および時間について離散化することによって電磁界の解析を行う手法である．得られた結果は時間領域の電磁界の変化であり，それらから解析領域内の詳細な電磁界分布を知ることが出来る．そうした利点から，伝搬特性評価に限らずアンテナ設計にも用いられる．

FDTD 法はモーメント法(MOM)，有限要素法(FEM)，幾何光学的回折理論(GTD)および物理光学(PO)等の電磁界解析手法と比較してより広範囲の問題に適用可能である．本解析を行う FDTD 法では入射界と散乱界を別々に取り扱い，入射界を解析的に与え，散乱界を計算により求める．FDTD 法は構造のモデル化，シミュレーション，分析ツールとして多くの優れた能力を有している．それは以下の通りである．

- (1) システムの共振現象について広帯域な応答を予測する
- (2) 任意の 3 次元構造をモデル化できる
- (3) 完全導体，金属，低導電率あるいは導電率 0 の媒質をモデル化できる
- (4) 解析対象のモデル化に使用する周波数に依存した構成パラメータ

損失性誘電体

磁性体

非線形媒質，プラズマおよびフェライト

- (5) 近傍界から導出される遠方界等すべての電磁界応答

散乱界

アンテナパターン(放射指向特性)

レーダ断面積(RCS)

電流，電力密度

透過・相互結合

これらの解析は広帯域な周波数特性を有する励振源を適用することにより実現される。一般的に使用される励振法は、以下の通りである。

- (1) 平面波
- (2) パルス(EMP)

FDTD 法はパーソナルコンピュータからスーパーコンピュータまで、さまざまなコンピュータ上で実行できる。解析モデルの近傍における電磁界の相互作用のみを計算するので、並列コンピュータで実行するのに適している。重要なパラメータは解析対象をモデル化するためのセル寸法と時間ステップ数である。

十分小さいセルを使えば、計算精度をいくらでも向上することができる。逆に、精度を要求しないのであれば、少ないセル数で充分である。さらに、強力な可視化ツールを使用することにより FDTD 法のモデル化、シミュレーション結果および物理現象を容易に理解することができる。

FDTD 法は時間領域のマクスウェル方程式の 2 つの微分方程式を使用する。これら 2 つの方程式を中心差分法によって線形差分形式にする。極近傍電磁界の相互作用が立方体セルを離散時間ステップ毎に伝播していくものとして解析する。

FDTD 法は単一周波数(CW)に対する定常応答を求めるときにも利用できる。

2.2 時間領域差分法の定式化

2.2.1 マクスウェルの回転方程式

線形等方性媒質について、時間領域におけるマクスウェルの微分方程式を考察する。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{J}_m \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

ここで、

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.6)$$

初期状態において電磁界分布が定義され、それらがマクスウェル方程式を満足しているのなら、式(2.1)～(2.6)は電磁界を記述するために必要なすべての情報を含んでいる。電磁界と励振源の時刻 0 における初期値を 0 とする。式(2.3)および(2.4)は式(2.1)および(2.2)と初期境界条件から導出されるので不要となる。FDTD 法の定式化は回転方程式(2.1)および(2.2)のみを使用する。

初めに、式(2.1)および(2.2)を FDTD 法の定式化に基づいて書き直す。

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}(\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{\sigma^*}{\mu} \mathbf{H} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}(\nabla \times \mathbf{H}) - \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E} \quad (2.8)$$

ここで、 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ を損失性誘電体に適用させ、磁気導電率を加えることにより、磁気損失を考慮する。

定式化は電磁界 $\mathbf{E}$ および $\mathbf{H}$ のみを扱い、電束密度 $\mathbf{D}$ と磁束密度 $\mathbf{B}$ は扱わない。4 つの構成パラメータ ε , μ , σ および σ^* は既知であるとする。すなわち、既知の線形等方性媒質における電磁界応答について検討する。

また回転方程式を考えるだけで発散方程式が考慮されるということを容易に示すことができる。回転方程式(2.1) および(2.2)の発散を求めることで次式を得る。

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) &\rightarrow 0 = -\frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{B})}{\partial t} \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{B} = \text{const} \\
\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}) &\rightarrow 0 = \frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} \\
&\rightarrow \frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \text{ (連続性から } \nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \text{)} \\
&\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} [(\nabla \cdot \mathbf{D}) - \rho] = 0 \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} - \rho = \text{const}
\end{aligned}$$

ただし、ベクトル恒等式 $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$ を使用した。FDTD 法では電磁界と信号源の初期値を 0 に設定しているの、初期状態では次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\
\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho &= 0
\end{aligned}$$

$\nabla \cdot \mathbf{B}$ と $(\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho)$ はすべての時間で 0 になるので、回転方程式のみを使用する。発散方程式は FDTD 法を用いた定式化に必要ないが、電磁界の評価に利用できる。もちろん、計算により求めた電磁界を代入して得られた $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ と $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ は発散方程式を満足する。

2.2.2 電磁界の定式化

2 つの回転方程式(2.7)と(2.8)を入射界と散乱界に分離する。それぞれの界は以下のように表現される。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{total} \equiv \mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^{total} \equiv \mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat} \quad (2.10)$$

入射界と散乱界を分けて計算することにより、散乱界を計算により求め、入射界を解析空間全において定義できる。ただし、散乱界は解析空間の外部境界で吸収される。

媒質表面あるいは媒質内側の境界条件を満足するように散乱波が発生する。これらの境界条件はマクスウェル方程式であり、完全導体の境界面では $\mathbf{E}^{scat} = -\mathbf{E}^{inc}$ である。完全導体以外の媒質では散乱界が媒質の構成パラメータに依存する。散乱界は媒質中では媒質でのマクスウェル方程式を満足し、外部では自由空間のマクスウェル方程式を満足する。入射界は常に自由空間を伝播し(散乱媒質を通り過ぎる場合を含む)、散乱体がない場合の電磁界として定義する。

入射界と散乱界は独立してマクスウェル方程式を満足しなければならない(ここでは、線形媒質を考える)。入射界は自由空間を伝播すると定義する。必要ならば自由空間は一様媒質(土など)に一般化することができる。しかし、簡単化のため自由空間を仮定する。入射界にとって解析空間は基本的に自由空間である。しかしながら、入射界と散乱界から成る全電磁界は散乱体の外部では自由空間を伝播し、散乱体内部を伝播するときは散乱体の媒質中を伝播する。散乱媒

質中で全電磁界は次式を満足する.

$$\nabla \times \mathbf{E}^{total} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}^{total}}{\partial t} - \sigma * \mathbf{H}^{total} \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{total} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}^{total}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}^{total} \quad (2.12)$$

ここで, 媒質を通過する入射界は自由空間条件を満足する.

$$\nabla \times \mathbf{E}^{inc} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}^{inc}}{\partial t} \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{inc} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}^{inc}}{\partial t} \quad (2.14)$$

全電磁界を次式のように書き変える.

$$\nabla \times (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat}) = -\mu \frac{\partial (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat})}{\partial t} - \sigma * (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat}) \quad (2.15)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat}) = \varepsilon \frac{\partial (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat})}{\partial t} + \sigma (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat}) \quad (2.16)$$

式(2.13)および(2.14)を式(2.15)および(2.16)に代入して, 媒質内部の散乱界の方程式は次式となる.

$$\nabla \times \mathbf{E}^{scat} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}^{scat}}{\partial t} - \sigma * \mathbf{H}^{scat} - \left[(\mu - \mu_0) \frac{\partial \mathbf{H}^{inc}}{\partial t} + \sigma * \mathbf{H}^{inc} \right] \quad (2.17)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{scat} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}^{scat}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}^{scat} + \left[(\varepsilon - \varepsilon_0) \frac{\partial \mathbf{E}^{inc}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}^{inc} \right] \quad (2.18)$$

自由空間で全電磁界は次式を満足する.

$$\nabla \times \mathbf{E}^{total} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}^{total}}{\partial t} \quad (2.19)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{total} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}^{total}}{\partial t} \quad (2.20)$$

式(2.19)および(2.20)を次式のように書き直す.

$$\nabla \times (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat}) = -\mu_0 \frac{\partial (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat})}{\partial t} \quad (2.21)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}^{inc} + \mathbf{H}^{scat}) = \varepsilon_0 \frac{\partial (\mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{scat})}{\partial t} \quad (2.22)$$

入射界を取り除くと, 自由空間の散乱界を記述する方程式が得られる.

$$\nabla \times \mathbf{E}^{scat} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}^{scat}}{\partial t} \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{scat} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}^{scat}}{\partial t} \quad (2.24)$$

媒質を自由空間とすると、式(2.23)および(2.24)は媒質中の散乱界から導出される。式(2.17)と(2.18)は以下の条件が成立するとき式(2.23)および(2.24)になる。

$$\mu \rightarrow \mu_0$$

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon_0$$

$$\sigma \rightarrow 0$$

$$\sigma^* \rightarrow 0$$

結局、入射界と散乱界を別々に扱うには1組の方程式のみが必要であり、それは入射界の方程式(2.13)および(2.14)である。

$$\nabla \times \mathbf{E}^{inc} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}^{inc}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^{inc} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}^{inc}}{\partial t}$$

上記2つの方程式は解析的に定義された入射界がマクスウェル方程式を満足することを示している。したがって、散乱界の方程式(2.17)および(2.18)は計算により求められる。ただし、散乱体内部では $\mu, \varepsilon, \sigma^*$ および σ 、散乱体外部では $\sigma^* = \sigma = 0, \mu = \mu_0, \varepsilon = \varepsilon_0$ である。

散乱界の方程式(2.17)および(2.18)について、差分方程式を導入することで電磁界の時間微分項を残りの項の関数として記述できる。

$$\frac{\partial \mathbf{H}^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma^*}{\mu} \mathbf{H}^{scat} - \frac{\sigma^*}{\mu} \mathbf{H}^{inc} - \frac{(\mu - \mu_0)}{\mu} \frac{\partial \mathbf{H}^{inc}}{\partial t} - \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{E}^{scat}) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}^{scat}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}^{scat} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}^{inc} - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{E}^{inc}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} (\nabla \times \mathbf{H}^{scat}) \quad (2.26)$$

これら散乱界の方程式の差分化を行う。最初に完全導体の境界面でこれらの方程式を差分化する。次に、有限な ε, μ, σ および σ^* を用いて、一般的な散乱の場合について考察する。

2.2.3 完全導体の定式化

散乱体の外側で散乱界は自由空間の条件を満足する。したがって、 $\sigma^* = \sigma = 0, \mu = \mu_0$ および $\varepsilon = \varepsilon_0$ として、式(2.25)および(2.26)は次式のように簡略化される。

$$\frac{\partial \mathbf{H}^{scat}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{E}^{scat}) \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\nabla \times \mathbf{H}^{scat}) \quad (2.28)$$

完全導体上で散乱界の式(2.26)は次式のように書き換えられる。

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} \frac{\partial \mathbf{E}^{scat}}{\partial t} = -\mathbf{E}^{scat} - \mathbf{E}^{inc} - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\sigma} \frac{\partial \mathbf{E}^{inc}}{\partial t} - \frac{1}{\sigma} (\nabla \times \mathbf{H}^{scat}) \quad (2.29)$$

完全導体は $\sigma = \infty$ なので、式(2.29)は簡略化され次式となる。

$$\mathbf{E}^{scat} = -\mathbf{E}^{inc} \quad (2.30)$$

完全導体では $\sigma = \infty$ とした式(2.26)を使用するのではなく、式(2.30)を使用する。したがって、自由空間と完全導体のみが与えられたとしても、散乱界に対する入射界と自由空間の式(2.27), (2.28)および(2.30)が FDTD 法を適用するために必要である。さらに簡単化するには、式(2.30)を完全導体の表面に適用すればよい。その場合、完全導体内側の電磁界を計算する必要はない。

次に Yee により導入された表記法[10]を用いて離散化された時間と空間の電磁界について考察する。表記を簡単化するため、以下のような記述を行う。図 2.1 に示す直方体セルについて、空間座標を次式のように定義する。

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (2.31)$$

ここで、 $\Delta x, \Delta y$ および Δz は x, y および z 軸方向のセル寸法を示し、 i, j および k は整数である。また、セル上の離散化された座標および離散時間で評価する任意関数 u の表記を次式のように簡単化する。

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u(i, j, k, n) = u^n(i, j, k) \quad (2.32)$$

ここで、 Δt は時間離散間隔である。また、 n は整数である。

Yee の定式化においては空間と時間微分を中心差分で近似する。この場合、空間と時間の増加に対して、2 次の精度が保証される。ある時刻 $t = n\Delta t$ において、 x 方向の関数 u の空間における一次微分を次式のように差分表示する。

$$\frac{\partial u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial x} = \frac{u^n(i+1/2, j, k) - u^n(i-1/2, j, k)}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2] \quad (2.33)$$

式(2.33)における変数 i の増減($\pm 1/2$)は($\pm 1/2$) Δx にわたる空間差分であることを示している。 $1/2$ の座標の移動はセル上に電磁界成分を交互に配置させていることによる。すなわち、電界を Δx おきに配置し、その両隣の($\pm 1/2$) Δx 離れた座標点に磁界を配置する。磁界の時間変化が $\partial E / \partial x$ の数値解を与える。同様にして、 y および z 方向での差分表示は

$$\frac{\partial u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial y} = \frac{u^n(i, j+1/2, k) - u^n(i, j-1/2, k)}{\Delta y} + O[(\Delta y)^2] \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial z} = \frac{u^n(i, j, k+1/2) - u^n(i, j, k-1/2)}{\Delta z} + O[(\Delta z)^2] \quad (2.35)$$

で与えられる。

関数 u の時間微分はセル (i, j, k) において次式のように差分化される.

$$\frac{\partial u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)}{\partial t} = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - u^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2] \quad (2.36)$$

関数 u について時間 n の増分($\pm 1/2$)を仮定している. これは $(1/2)\Delta t$ おきに電界と磁界を交互に計算するために導入された. この手法は蛙飛アルゴリズム(leapfrog algorithm)とも呼ばれる.

図 2.2 に示すように, セル (i, j, k) には 6 つの電磁界成分が配置されている. 以下に示す導出では表記を簡単化する目的およびプログラミングへの適用を考慮して, 表 2.1 または表 2.2 に示すように記述する.

表 2.1 は図 2.2 に対応する. また, 表 2.2 は図 2.2 における点 (i, j, k) と対称な位置に存在する電磁界に着目した場合である. このような 2 つの場合分けを行うのは解析空間表面の電磁界成分として座標点のプラス側またはマイナス側の成分を考慮するのかの違いによる.

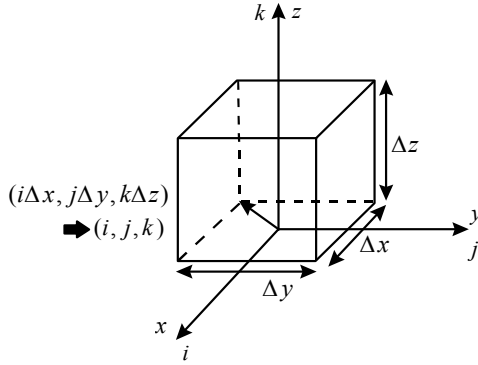


図 2.1 : Yee セルと座標系

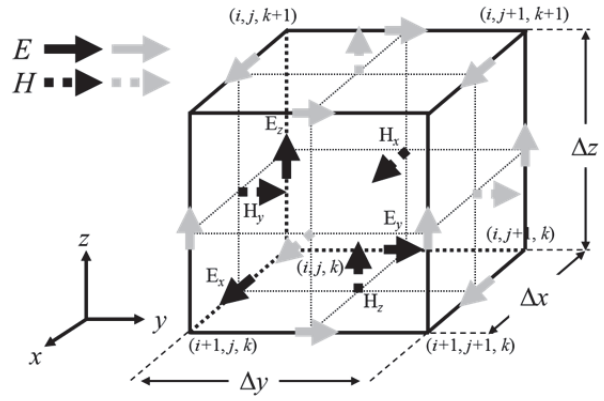


図 2.2 : セル (i, j, k) における電磁界の配置

表 2.1 : Yee セルと電磁界成分の表記法

正確な表記法	簡略化された表記
$E_x(i+1/2, j, k)$	$E_x(i, j, k)$
$E_y(i, j+1/2, k)$	$E_y(i, j, k)$
$E_z(i, j, k+1/2)$	$E_z(i, j, k)$
$H_x(i, j+1/2, k+1/2)$	$H_x(i, j, k)$
$H_y(i+1/2, j, k+1/2)$	$H_y(i, j, k)$
$H_z(i+1/2, j+1/2, k)$	$H_z(i, j, k)$

表 2.2 : セルと電磁界成分の表記法(2)

正確な表記法	簡略化された表記
$E_x(i-1/2, j, k)$	$E_x(i, j, k)$
$E_y(i, j-1/2, k)$	$E_y(i, j, k)$
$E_z(i, j, k-1/2)$	$E_z(i, j, k)$
$H_x(i, j-1/2, k-1/2)$	$H_x(i, j, k)$
$H_y(i-1/2, j, k-1/2)$	$H_y(i, j, k)$
$H_z(i-1/2, j-1/2, k)$	$H_z(i, j, k)$

散乱界に関するベクトルマクスウェル回転方程式をスカラ成分に分解することによって次式を得る.

$$\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial H_y^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.37a)$$

$$\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial H_z^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.37b)$$

$$\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.37c)$$

$$\frac{\partial H_x^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_y^{scat}}{\partial z} - \frac{\partial E_z^{scat}}{\partial y} \right) \quad (2.37d)$$

$$\frac{\partial H_y^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_z^{scat}}{\partial x} - \frac{\partial E_x^{scat}}{\partial z} \right) \quad (2.37e)$$

$$\frac{\partial H_z^{scat}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x^{scat}}{\partial y} - \frac{\partial E_y^{scat}}{\partial x} \right) \quad (2.37f)$$

微分方程式を差分方程式で置き換えると次式を得る.

$$\begin{aligned} E_x^{scat}(i, j, k, n+1) &= E_x^{scat}(i, j, k, n) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} \left\{ H_z^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_z^{scat} \left(i, j-1, k, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left\{ H_y^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_y^{scat} \left(i, j, k-1, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.38a)$$

$$\begin{aligned} E_y^{scat}(i, j, k, n+1) &= E_y^{scat}(i, j, k, n) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left\{ H_x^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_x^{scat} \left(i, j, k-1, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left\{ H_z^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_z^{scat} \left(i-1, j, k, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.38b)$$

$$\begin{aligned} E_z^{scat}(i, j, k, n+1) &= E_z^{scat}(i, j, k, n) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left\{ H_y^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_y^{scat} \left(i-1, j, k, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \\ &- \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} \left\{ H_x^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) - H_x^{scat} \left(i, j-1, k, n - \frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.38c)$$

$$\begin{aligned}
H_x^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) &= H_x^{scat} \left(i, j, k, n - \frac{1}{2} \right) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} \{ E_z^{scat} (i, j+1, k, n) - E_z^{scat} (i, j, k, n) \} \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} \{ E_y^{scat} (i, j, k+1, n) - E_y^{scat} (i, j, k, n) \}
\end{aligned} \tag{2.38d}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) &= H_y^{scat} \left(i, j, k, n - \frac{1}{2} \right) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} \{ E_x^{scat} (i, j+1, k, n) - E_x^{scat} (i, j, k, n) \} \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \{ E_z^{scat} (i+1, j, k, n) - E_z^{scat} (i, j, k, n) \}
\end{aligned} \tag{2.38e}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{scat} \left(i, j, k, n + \frac{1}{2} \right) &= H_z^{scat} \left(i, j, k, n - \frac{1}{2} \right) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \{ E_y^{scat} (i+1, j, k, n) - E_y^{scat} (i, j, k, n) \} \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} \{ E_x^{scat} (i, j+1, k, n) - E_x^{scat} (i, j, k, n) \}
\end{aligned} \tag{2.38f}$$

これは完全導体モデルを入射界と散乱界に分離して取り扱う定式化である．

2.2.4 損失のある媒質の定式化

式(2.9)および(2.10)を使って，損失を有する媒質中を伝播する散乱界の方程式(2.25)および(2.26)を導出した．式(2.26)の表記を以下のように変更する．すなわち，*inc* に対して *i*，*scat* に対し *s* を使用する．したがって，次式を得る．

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}^s}{\partial t} + \sigma \mathbf{E}^s = -\sigma \mathbf{E}^i - (\varepsilon - \varepsilon_0) \frac{\partial \mathbf{E}^i}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{H}^s) \tag{2.39}$$

直交成分に分割することにより，電界の *x* 成分を求める．

$$\varepsilon \frac{\partial E_x^s}{\partial t} + \sigma E_x^s = -\sigma E_x^i - (\varepsilon - \varepsilon_0) \frac{\partial E_x^i}{\partial t} + \left(\frac{\partial H_z^s}{\partial y} - \frac{\partial H_y^s}{\partial z} \right) \tag{2.40}$$

上式に中心差分式(2.33)～(2.36)および

$$E_x = \frac{E_x^{n+1} + E_x^n}{2} \tag{2.41}$$

を使用することにより次式を得る．他の成分についても同様である．

$$\begin{aligned}
E_x^s(i, j, k, n+1) &= \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_x^s(i, j, k, n) \\
&+ \frac{2(\varepsilon_0 - \varepsilon) - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_x^i(i, j, k, n+1) + \frac{2(\varepsilon - \varepsilon_0) - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_x^i(i, j, k, n) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta y} \left\{ H_z^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_z^s\left(i, j-1, k, n + \frac{1}{2}\right) \right\} \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta z} \left\{ H_y^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_y^s\left(i, j, k-1, n + \frac{1}{2}\right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.42a}$$

$$\begin{aligned}
E_y^s(i, j, k, n+1) &= \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_y^s(i, j, k, n) \\
&+ \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon) + 2\sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_y^i(i, j, k, n+1) + \frac{2(\varepsilon - \varepsilon_0) + 2\sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_y^i(i, j, k, n) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta z} \left\{ H_x^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_x^s\left(i, j-1, k, n + \frac{1}{2}\right) \right\} \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta x} \left\{ H_z^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_z^s\left(i-1, j, k, n + \frac{1}{2}\right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.42b}$$

$$\begin{aligned}
E_z^s(i, j, k, n+1) &= \frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^s(i, j, k, n) \\
&+ \frac{2(\varepsilon_0 - \varepsilon) - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^i(i, j, k, n+1) + \frac{2(\varepsilon - \varepsilon_0) - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} E_z^i(i, j, k, n) \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta x} \left\{ H_y^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_y^s\left(i-1, j, k, n + \frac{1}{2}\right) \right\} \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon + \sigma\Delta t)\Delta y} \left\{ H_x^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) - H_x^s\left(i, j-1, k, n + \frac{1}{2}\right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.42c}$$

$$\begin{aligned}
H_x^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) &= \frac{2\mu - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_x^s\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{2(\mu_0 - \mu) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_x^i\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) + \frac{2(\mu - \mu_0) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_x^i\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta y} \left\{ E_z^s(i, j+1, k, n) - E_z^s(i, j, k, n) \right\} \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta z} \left\{ E_y^s(i, j, k+1, n) - E_y^s(i, j, k, n) \right\}
\end{aligned} \tag{2.42d}$$

$$\begin{aligned}
H_y^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) &= \frac{2\mu - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_y^s\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{2(\mu_0 - \mu) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_y^i\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) + \frac{2(\mu - \mu_0) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_y^i\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta z} \{E_x^s(i, j, k + 1, n) - E_x^s(i, j, k, n)\} \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta x} \{E_z^s(i, j + 1, k, n) - E_z^s(i, j, k, n)\}
\end{aligned} \tag{2.42e}$$

$$\begin{aligned}
H_z^s\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) &= \frac{2\mu - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_z^s\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{2(\mu_0 - \mu) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_z^i\left(i, j, k, n + \frac{1}{2}\right) + \frac{2(\mu - \mu_0) - \sigma^* \Delta t}{2\mu + \sigma^* \Delta t} H_z^i\left(i, j, k, n - \frac{1}{2}\right) \\
&- \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta x} \{E_y^s(i + 1, j, k, n) - E_y^s(i, j, k, n)\} \\
&+ \frac{2\Delta t}{(2\mu + \sigma^* \Delta t)\Delta y} \{E_x^s(i, j + 1, k, n) - E_x^s(i, j, k, n)\}
\end{aligned} \tag{2.42f}$$

式(2.42a)～(2.42d)において、 $\sigma = 0$, $\sigma^* = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ および $\mu = \mu_0$, 入射電磁界が存在しないとすると、その結果はすでに導出された式(2.38a)～(2.38f)と一致する。

2.3 FDTD 法の基礎

本節においては，FDTD 法を用いて数値解析するときの注意事項と解析技術について明らかにする．検討事項は下記の通りである．

- ・ セル寸法
- ・ 時間ステップ間隔
- ・ 吸収境界条件

セル寸法の決定は FDTD 法を適用する際に重要である．解析を行う周波数において正確な結果が得られるほど十分小さいセルを使用する．さらに，計算機メモリの範囲内でセルの総数をできる限り多くする．セル寸法は取り扱う媒質に依存して考慮しなければならない．誘電率が大きいほど媒質内での波長は短くなるので，セル寸法を小さくしなければならない．

セル寸法を決定したならば，安定条件を満足するように時間ステップ間隔の最大値を決定する[11]．時間ステップ間隔を小さくしても，計算精度を向上することはできない．大きい時間ステップ間隔では解析が不安定になる．

散乱界の FDTD 方程式(2.42)を使用するときは，入射界を解析的に定義しなければならない．さまざまな入力波形を使用することが可能であるが，ガウシヤンパルスを使用するのが一般的である．周波数依存性媒質が含まれている場合はコサインパルスが有効である．

FDTD 法はダイナミックレンジが広く，解析解の精度は 120dB 以上である．ただし，セル寸法，周波数およびモデルの構造に依存して解析精度が決まる．

入射界が存在しない問題，例えばアンテナの放射界の解析では全電磁界を計算する FDTD 方程式を使用する．

全電磁界または散乱界の解析では，Mur[12]あるいは Higdon[13]の 1 次あるいは 2 次の吸収境界条件を適用することで，FDTD 解析空間の無反射終端を実現する．Mur あるいは Higdon の吸収境界条件は比較的容易に適用でき，ほとんどの FDTD 解析において十分な吸収境界を与える．

セル寸法を決定した後，解析モデルを取り囲む十分大きい解析空間を設定する．さらに，解析モデルと吸収境界間のセル数を決定する．また，解析モデルと電磁界の相互作用を解析するのに十分な時間ステップ数を推定する．

2.3.1 セル寸法の決定

正確な結果を求めるためには，最小波長よりもセル寸法を小さくしなければならない．セル寸法をどのくらい小さくしなければならないかに対して，どのくらい正確な結果を必

要とするのかを検討する．一般的な条件は，1 波長当たり 10 セルである．最高周波数に対してセルの 1 辺の長さは $1/10$ 波長，あるいはそれ以下とする．一方，セル寸法を大きくすると，ナイキストの標本化定理の上限である $\lambda = 2\Delta x$ に近づくので，正確な結果は得られなくなる．

解析空間の一部分が誘電体で満たされているならば，最大のセル寸法を誘電体内部での波長で決定する．大きな誘電率の誘電体を含む解析対象には，誘電体内部で小さいセル寸法を使用する．この場合，解析領域にわたって均一のセル寸法を使うと，セル数がかなり増加する．このような解析モデルには不均一セル(高誘電率誘電体内部では小さいセル，外部では大きいセル)[14]-[15]，表面またはシート状のインピーダンス[16]-[18]を考慮する．

セル寸法を決定する際に考慮すべきことは，解析モデルの構造を正確にモデル化しなければならないことである．寸法が $1/10$ 波長のセルを使用してモデルを充分近似できるのであれば，セル寸法を $1/10$ 波長以下にすることによって，条件を満足する．細いワイヤからなるアンテナでは，ワイヤの太さを $1/10$ 波長から $1/20$ 波長(もしくは，それよりも小さく)にすると，アンテナのインピーダンスに影響を与える．また，滑らかな表面を有する散乱体からの低レベルの散乱を計算する場合，立方体セルを利用して滑らかな表面をモデル化することによる階段近似の影響は重大な誤差の原因になる[19]．このような解析モデルにおいても良好な結果を得るためには，極端に小さいセルが必要である．

ただし，FDTD 法は他の電磁界解析手法と異なり，メモリ資源が多大になることに留意しなくてはならない．FDTD 法で要求されるメモリ数は総セル数と 1 セルあたりに考慮する必要のある電界や磁界，誘電率や導電率などにあてる変数パラメータが占める要求メモリ数で算出される．例えば，電車車両空間を想定した $3\text{ m} \times 3\text{ m} \times 40\text{ m}$ の領域について，IEEE 802.11 で用いられる周波数である 5 GHz 帯を対象としたシミュレーションを行うことを想定して 5 mm の立方セルで分割しようとする，総セル数は 288 万個となる．1 セル辺りの要求メモリが 96 bytes となるとシミュレーションに必要な要求総メモリは 280 Gbytes となる．この数は汎用 PC では扱えないサイズである．

2.3.2 時間ステップ間隔

セル寸法が決まると，時間ステップ Δt の最大値は安定条件から導出される．安定条件を導出するため，FDTD 格子を伝搬する平面波を考える．単位時間ステップで，1 つ以上のセルを通過しないようにする．これは，時間ステップごとに 1 つのセルを波が伝搬しなければならないからである．時間ステップを決定するため，最も速く平面波が伝搬する方向を選ぶ．この方向は，FDTD 格子平面に垂直である．すべてのセル寸法が Δu である d 次元(ここで， $d=1, 2$ あるいは 3)の格子に対して，解析空間すべての媒質内の伝搬速度の最大値を v とする．ただし，自由空間では， v は光速に対応する．安定条件は，

$$v\Delta t \leq \frac{\Delta u}{\sqrt{d}} \quad (2.43)$$

となる．3次元の直方体格子に対しては，次式で与えられる[11]．

$$v\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (2.44)$$

式(2.43)または(2.44)の等式で与えられる Δt を使用することで，正確な結果が得られる．多くの場合，上記の Δt より小さい値を使っても，精度を向上することはできない．すなわち，上記等号が成り立つとき，離散化された波は厳密に実際の波の伝搬を近似し，格子分散誤差が最小になる．

2.3.3 吸収境界条件(PML)

解析領域が完全導体で囲まれているような閉領域の問題を扱う場合には，完全導体上で電界の接線成分を 0 とすればよいから，本節で述べるような吸収境界条件（Absorbing Boundary Condition，以下 ABC と略称）は必要としない．

多くのアプリケーションでは，散乱体やアンテナのような自由空間に置かれた解析対象をモデル化する．そして，放射条件を満足して，散乱界や放射界を境界のない空間を伝播させる．FDTD 解析空間には境界が必要であり，散乱界や放射界が境界に達するとそれらは反射して解析空間に戻ってくる対策として，散乱界や放射界が FDTD 解析空間の境界に達したときに，ABC が散乱界や放射界を吸収するように設定する．その結果，境界のない自由空間の散乱や放射が近似的に解析される．ABC は Yee のアルゴリズムが使えないため，特別な扱いが必要となる．これまでに数多くの ABC が提案されてきたが，現在のところ，Berenger の PML（Perfectly Matched Layer）[20]-[21]が必要とする計算機メモリは増加するものの，最も有効な ABC である．そこで，平面波を各進行方向に分けて考える一般的な PML ではなく，多少精度は落ちるが，メモリの消費量が少ない非分離（unsplit）型の PML を用いることが多い．以下に，この PML の概念について説明する[22]．

まず，波が媒質 A 中を伝搬し，異なる媒質 B にぶつかる場合を考える．このとき媒質間の反射係数は各媒質の特性インピーダンス Z を用いて以下のように表すことができる．

$$\rho = \frac{Z_A - Z_B}{Z_A + Z_B} \quad (2.45)$$

ここで，特性インピーダンス Z は，各媒質中の誘電率 ϵ ，透磁率 μ を用いて

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.46)$$

と、表される．式(2.45)，(2.46)から反射係数 ρ が 0 となるような媒質を PML として考えると良いように思われる．しかし，ここで説明する PML は，媒質中を進行する波が境界端に到達する前に，損失として消滅させてしまうような層である．そこで，(2.46)中の ε ， μ の虚数部について考える．これは，虚数部が損失のパラメータを表している部分だからである．以下，議論をわかりやすく進めるために，マクスウェルの方程式を次のよう書き換える．

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.47a)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}(\omega) = \varepsilon^*_r(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}}(\omega) \quad (2.47b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.47c)$$

ここで，

$$\tilde{\mathbf{E}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \mathbf{E} \quad (2.48a)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \mathbf{D} \quad (2.48b)$$

また，さらに議論を簡単にするために，これより先は 2 次元の場合を扱い E_z, H_x, H_y からなる平面波についての方程式を考える．このとき(2.47a)，(2.47b)，(2.47c)は

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.49a)$$

$$D_z(\omega) = \varepsilon^*_r(\omega) \cdot E_z(\omega) \quad (2.49b)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.49c)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.49d)$$

のように書き換えられる．また，(2.49)のそれぞれを $j\omega$ を用いて複素表示に書き換えると

$$j\omega D_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.50a)$$

$$D_z(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot E_z(\omega) \quad (2.50b)$$

$$j\omega H_x = -c_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.50c)$$

$$j\omega H_y = c_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.50d)$$

となる．上の式では，真空中の光速 c_0 を用いることで， ε ， μ を除去した．そこで，代わりに PML 中の電磁界にのみ適用される仮想的なパラメータ ε_{Fz}^* ， μ_{Fx}^* ， μ_{Fy}^* を導入し(2.50)を書き換える[23].

$$j\omega D_z \cdot \varepsilon_{Fz}^*(x) \cdot \varepsilon_{Fz}^*(y) = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.51a)$$

$$D_z(\omega) = \varepsilon_r^*(\omega) \cdot E_z(\omega) \quad (2.51b)$$

$$j\omega H_x \cdot \mu_{Fx}^*(x) \cdot \mu_{Fx}^*(y) = -c_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.51c)$$

$$j\omega H_y \cdot \mu_{Fy}^*(x) \cdot \mu_{Fy}^*(y) = c_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.51d)$$

ここで，これらの仮想パラメータは

$$Z_0 = Z_m = \sqrt{\frac{\mu_{Fx}^*}{\varepsilon_{Fx}^*}} = 1 \quad (2.52)$$

さらに

$$\varepsilon_{Fx}^* = \frac{1}{\varepsilon_{Fy}^*} \quad (2.53a)$$

$$\mu_{Fx}^* = \frac{1}{\mu_{Fy}^*} \quad (2.53b)$$

を満たすことがわかっている[24]．また， ε_{Fm}^* ， μ_{Fm}^* はそれぞれ複素型であるとし，

$$\varepsilon_{Fm}^* = \varepsilon_{Fm} + \frac{\sigma_{Dm}}{j\omega\varepsilon_0} \quad (2.54a)$$

$$\mu_{Fm}^* = \mu_{Fm} + \frac{\sigma_{Hm}}{j\omega\mu_0} \quad (2.54b)$$

ただし

$$m = x, y \quad (2.55)$$

とする.

ここで, (2.53a), (2.53b)を満たすように

$$\varepsilon_{Fm} = \mu_{Fm} = 1 \quad (2.56a)$$

$$\frac{\sigma_{Dm}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{Dm}}{\mu_0} = \frac{\sigma_D}{\varepsilon_0} \quad (2.56b)$$

とおく[25]. このときこれらの値は

$$Z_0 = Z_m = \sqrt{\frac{\mu_{Fx}^*}{\varepsilon_{Fx}^*}} = \sqrt{\frac{1 + \sigma(x)/j\omega\varepsilon_0}{1 + \sigma(x)/j\omega\varepsilon_0}} = 1 \quad (2.57)$$

となり, (2.52)も満たすことがわかる. 仮に, σ が PML の深さにしたがって徐々に増加していくと, (2.51a), (2.51c), (2.51d)から D_z および H_y は減衰することになる.

そこでまず, x 方向にのみ PML が存在する場合を考える. すると(2.51)は

$$j\omega D_z \cdot \varepsilon_{Fz}^*(x) = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.58a)$$

$$j\omega H_x \cdot \mu_{Fx}^*(x) = -c_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.58b)$$

$$j\omega H_y \cdot \mu_{Fy}^*(x) = c_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.58c)$$

として書き換えられる. さらに(2.56)を代入すると

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0} \right) D_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.59a)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0} \right)^{-1} H_x = -c_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.59b)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\varepsilon_0} \right) H_y = c_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.59c)$$

となり、(2.59b)と (2.59c)の透磁率の部分を見ると、互いに逆数になっている事がわかり、(2.53b)の関係式を満たしていることが確認できる。よって PML に必要な両条件を満たしたことになる。

以上の(2.59)の式を用いて PML 中の電磁界の定式化を行うことを考える。まず、(2.59a)の左辺に着目し、以下のように変形する。

$$j\omega\left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right)D_z = j\omega D_z + \frac{\sigma_D(x)}{\epsilon_0} D_z \quad (2.60)$$

さらに、虚数部を時間微分の形に変形し差分法を適用すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_z}{\partial t} + \frac{\sigma_D(i)}{\epsilon_0} D_z &\cong \frac{D_z^{n+1/2}(i, j) - D_z^{n-1/2}(i, j)}{\Delta t} + \frac{\sigma_D(i)}{\epsilon_0} \frac{D_z^{n+1/2}(i, j) + D_z^{n-1/2}(i, j)}{2} \\ &= D_z^{n+1/2}(i, j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 + \frac{\sigma_D(i) \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_0} \right] - D_z^{n-1/2}(i, j) \frac{1}{\Delta t} \left[1 - \frac{\sigma_D(i) \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_0} \right] \end{aligned}$$

この式に差分法を適用した(2.59a)に代入すると、

$$\begin{aligned} D_z^{n+1/2}(i, j) &= gi3(i) \cdot D_z^{n-1/2}(i, j) \\ &+ gi2(i) \cdot 0.5 \cdot \left[H_y^n(i + 1/2, j) - H_y^n(i - 1/2, j) - H_x^n(i, j + 1/2) - H_x^n(i, j - 1/2) \right] \end{aligned} \quad (2.61)$$

として D_z 成分が定式化される。ただし

$$gi2(i) = \frac{1}{1 + \sigma_D(i) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)} \quad (2.62a)$$

$$gi3(i) = \frac{1 - \sigma_D(i) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)}{1 + \sigma_D(i) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)} \quad (2.62b)$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} c_0 = \frac{\Delta x / (2 \cdot c_0)}{\Delta x} c_0 = \frac{1}{2} \quad (2.62c)$$

とした。同様の操作を(2.59c)に対しても行い H_y 成分の定式化を行うと

$$\begin{aligned} H_y^{n+1}(i + 1/2, j) &= fi3(i + 1/2) \cdot H_y^n(i + 1/2, j) \\ &+ fi2(i + 1/2) \cdot 0.5 \cdot \left[E_z^{n+1/2}(i + 1, j) - E_z^{n+1/2}(i, j) \right] \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$fi2(i + 1/2) = \frac{1}{1 + \sigma_D(i + 1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \epsilon_0)} \quad (2.64a)$$

$$fi3(i+1/2) = \frac{1 - \sigma_D(i+1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)}{1 + \sigma_D(i+1/2) \cdot \Delta t / (2 \cdot \varepsilon_0)} \quad (2.64b)$$

となる. $fi2$, $fi3$ において, それぞれ $i+1/2$ での値となっているのは2次元でのFDTDの電磁界配置を考えれば容易に理解できる. しかし(2.59b)に対しては少し異なった操作を施す必要がある. まず, (2.59b)を次のように書き換える.

$$j\omega H_x = -c_0 \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{\sigma_D(x)}{\varepsilon_0} \frac{1}{j\omega} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right]$$

さらに, $j\omega$, $1/j\omega$ の部分をそれぞれ時間微分, 積分の形に書き換え, 次の差分法を用いると

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} \cong \frac{E_z^{n+1/2}(i, j+1) - E_z^{n+1/2}(i, j)}{\Delta x} = -\frac{curl_e}{\Delta x}$$

$$\frac{H_x^{n+1}(i, j+1/2) - H_x^n(i, j+1/2)}{\Delta t} = -c_0 \left[-\frac{curl_e}{\Delta x} - \frac{\sigma_D(x)}{\varepsilon_0} \Delta t \sum_{n=0}^T \frac{curl_e}{\Delta x} \right]$$

最終的には

$$\begin{aligned} H_x^{n+1}(i, j+1/2) &= H_x^n(i, j+1/2) + \frac{c_0 \cdot \Delta t}{\Delta x} curl_e \\ &\quad + \frac{\Delta t \cdot c_0}{\Delta x} \frac{\sigma_D(x) \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) \\ &= H_x^n(i, j+1/2) + \frac{c_0 \cdot \Delta t}{\Delta x} curl_e \\ &\quad + \frac{\sigma_D(x) \cdot \Delta t}{2\varepsilon_0} I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) \end{aligned}$$

ここで(2.62c)から,

$$\begin{aligned} H_x^{n+1}(i, j+1/2) &= H_x^n(i, j+1/2) + 0.5 curl_e \\ &\quad + fi1(i) I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) \end{aligned} \quad (2.65)$$

と変形できる. ただし

$$curl_e = [E_z^{n+1/2}(i, j) - E_z^{n+1/2}(i, j+1)] \quad (2.66a)$$

$$I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) = \sum_{n=0}^T curl_e \quad (2.66b)$$

$$I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) = I_{Hx}^{n-1/2}(i, j+1/2) + \text{curl_}e \quad (2.66c)$$

$$f1(i) = \frac{\sigma(i) \cdot \Delta t}{2\epsilon_0} \quad (2.66d)$$

である．いままでの式から，導電率 σ については値を PML の深さによって直接変化させなければならないように思えるが，実際には次のような操作を施すことによってその必要はなくなる．まず，次のように PML の深さに従って増加するような補助パラメータ xn を定義する．

$$xn = \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2 \cdot \epsilon_0}$$

このとき，以前に示した f , g パラメータはそれぞれ，次のように計算される．

$$xn(i) = 0.333 * \left(\frac{i}{\text{length_pml}} \right)^3 \quad i = 1, 2, \dots, \text{length_pml} \quad (2.67)$$

$$f1(i) = xn(i) \quad (2.68a)$$

$$gi2(i) = \left(\frac{1}{1 + xn(i)} \right) \quad (2.68b)$$

$$gi3(i) = \left(\frac{1 - xn(i)}{1 + xn(i)} \right) \quad (2.68c)$$

(2.67)については実験的に導き出されたもので，これを用いても正しい解析結果が得られることがわかっている．また， $f1(i), gi2(i), gi3(i)$ についてはそれぞれ

$$0 \leq f1(i) \leq 0.333 \quad (2.69a)$$

$$0.75 \leq gi2(i) \leq 1 \quad (2.69b)$$

$$0.5 \leq gi3(i) \leq 1 \quad (2.69c)$$

のように変化し，それぞれプログラムのメインスペース中では $f1(i)$ は 0 $gi2(i), gi3(i)$ については 1 となる．よって，メインスペース中から PML に向けての入射の際に，急激に各パラメータの急激な変化が起こらないためより安定した結果が得られることになる．

今までは， x 方向にのみ PML が存在する場合を考えたが，2 次元空間で議論を進めるためには， y 方向についても同様の操作が必要である．そこでもう一度(2.51)に戻る必要が

ある．そこから，(2.59)の代わりに，新たに以下のように変形できる．

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) D_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.70a)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) H_x = -c_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.70b)$$

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_D(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_D(y)}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} H_y = c_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.70c)$$

x 方向の場合と同じ手順を踏むことで(2.61)が以下のように置き換えられる．

$$\begin{aligned} D_z^{n+1/2}(i, j) &= gi3(i) \cdot gj3(j) \cdot D_z^{n-1/2}(i, j) \\ &+ gi2(i) \cdot gj2(j) \cdot 0.5 \cdot \begin{bmatrix} H_y^n(i+1/2, j) - H_y^n(i-1/2, j) \\ -H_x^n(i, j+1/2) - H_x^n(i, j-1/2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.71)$$

H_y, H_x についてもそれぞれ

$$curl_e = [E_z^{n+1/2}(i+1, j) - E_z^{n+1/2}(i, j)] \quad (2.72a)$$

$$I_{Hy}^{n+1/2}(i+1/2, j) = I_{Hy}^{n-1/2}(i+1, j) + curl_e \quad (2.72b)$$

$$\begin{aligned} H_y^{n+1}(i+1/2, j) &= fi3(i+1/2) \cdot H_y^n(i+1/2, j) \\ &- fi2(i+1/2) \cdot 0.5 \cdot curl_e + fj1(j) \cdot I_{Hy}^{n+1/2}(i+1/2, j) \end{aligned} \quad (2.72c)$$

$$curl_e = [E_z^{n+1/2}(i, j) - E_z^{n+1/2}(i, j+1)] \quad (2.73a)$$

$$I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) = I_{Hx}^{n-1/2}(i, j+1/2) + curl_e \quad (2.73b)$$

$$\begin{aligned} H_x^{n+1}(i, j+1/2) &= fj3(j+1/2) \cdot H_x^n(i, j+1/2) \\ &+ fj2(j+1/2) \cdot 0.5 \cdot curl_e \\ &+ fi1(i) \cdot I_{Hx}^{n+1/2}(i, j+1/2) \end{aligned} \quad (2.73c)$$

となる．以上に示した PML に関連したパラメータはそれぞれ

$$0 \leq f1(i) \& f1(j) \leq 0.333 \quad (2.74a)$$

$$0.75 \leq f2(i), gi2(i), f2(j), \& gj2(j) \leq 1 \quad (2.74b)$$

$$0.5 \leq f3(i), gi3(i), f3(j), \& gj3(j) \leq 1 \quad (2.74c)$$

と変化する．プログラム中では $f1(i), f1(j)$ を 0，その他のパラメータを 1 とすればその場所から PML を取り除くことが出来る．また，PML を用いたシミュレーションを行う場合，層の厚さは通常 7，8 セル分にすれば良いということも覚えておきたい．以上，2 次元空間における PML について説明したが，3 次元空間での場合も原理的にはほとんど 2 次元の場合と変わらない．例として以下に 3 次元における D_z の定式化について示す．3 次元の場合(2.70a)は以下のように変形される．

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_y(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_z(z)}{j\omega\epsilon_0}\right)^{-1} D_z = c_0 \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.75)$$

さらに，以下のように書き換えれば 2 次元の場合の発展型であると考えやすい．

$$\begin{aligned} j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_y(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) D_z &= c_0 \left(1 + \frac{\sigma_z(z)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \\ &= c_0 \cdot \text{curl}_- h + c_0 \cdot \frac{\sigma_z(z)}{\epsilon_0} \frac{1}{j\omega} \text{curl}_- h \end{aligned} \quad (2.76)$$

ここで

$$I_{Dz} = \frac{1}{j\omega} \text{curl}_- h$$

とすると

$$j\omega \left(1 + \frac{\sigma_x(x)}{j\omega\epsilon_0}\right) \left(1 + \frac{\sigma_y(y)}{j\omega\epsilon_0}\right) D_z = c_0 \left(\text{curl}_- h + \frac{\sigma_z(z)}{\epsilon_0} I_{Dz} \right)$$

となる．ここから 2 次元の場合と同様に，

$$\text{curl}_- h = \begin{bmatrix} H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i-1/2, j, k+1/2) \\ -H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) + H_x^n(i, j-1/2, k+1/2) \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$I_{Dz}^n(i, j, k+1/2) = I_{Dz}^{n-1}(i, j, k+1/2) + \text{curl}_- h \quad (2.78)$$

$$D_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2) = gi3(i) \cdot gj3(j) \cdot D_z^{n-1/2}(i, j, k+1/2) + gi2(i) \cdot gj2(j) \cdot 0.5 \cdot (\text{curl}_h + gk1(k) \cdot I_{D_z}^n(i, j, k+1/2)) \quad (2.79)$$

1 次元のパラメータである g については(2.68)と同じように定義される．他の成分についても同様に，2 次元の場合の延長として定式化を行うことが出来る．

2.4 CPML(Convolutional Perfectly Matched Layer)

前節で PML について説明したが，一般的に用いられている PML は斜め方向に入射する電磁波に対して吸収量が劣化することにより反射波が発生する性質を確認されている．過去の大規模数値シミュレーションではエレベータモデル等解析空間が立方体に近い形状のため，非分離型の PML を用いても問題はなかった．しかし，本論文の対象となる高速鉄道車両や航空機といった解析モデルの領域は非常に横長であるため，PML に対して斜めに入射する電磁波が増加し，PML での反射波による誤差が生じる．そこで，本論文では斜め方向の電磁波に対する吸収劣化の問題を解決するために CPML を適用する．

CPML とは後に説明する CFS PML (Complex Frequency Shift PML) を帰納的畳み込み積分に基づいて実装する方法である．本節では，最初に PML の理論特性を示した後に，CFS テンソルについて説明する．そして FDTD プログラムにおける CPML の効果的な実装方法を示す．

2.4.1 PML の理論特性

FDTD 格子を終端するために PML を用いるとし，厚さ d とし，格子の外部境界で終端される．外部境界が完全導体(PEC)ならば，有限の電力が主計算領域に反射される． w 軸 (x, y, z 軸) に垂直な表面に角度 θ で PML に入射する波に対して，反射波は伝送線路解析を用いて計算され，次式となる．

$$R(\theta) = \exp(-2\sigma_w \eta d \cos \theta) \quad (2.80)$$

ここで， η および σ_w は w 軸方向に伝搬する波に対する PML における波動インピーダンスおよび導電率である．FDTD 解析において， $R(\theta)$ は反射誤差であり，PML を終端する PEC 壁による非物理的な反射である．反射誤差は分離型 PML，ストレッチ座標系 PML および Uniaxial PML すべてについて同一である．これは同一の波動方程式を利用しているからである．この誤差は σ_w と d に対して指数関数的に減少する．しかし，反射誤差は $\exp(\cos \theta)$ とともに増加し， $\theta = 90^\circ$ のとき最大となる．この入射角に対して， $R=1$ であり PML は無効である．FDTD 解析で有効であるためには， $R(\theta)$ は可能な限り小さくな

なければならない．PML が薄い場合， σ_w は可能な限り大きくし， θ が 90° に近づいても許容範囲内でできるだけ $R(\theta)$ を小さくする．

連続な入射電磁界に対して σ および σ^* が局所的に階段状ステップであったとしても，理論的に波はPML 境界を無反射で伝搬しうる．ただし，FDTD またはマクスウェル方程式の離散表現において有限空間サンプリングによる数値誤差が発生する．結局，FDTD 格子での σ および σ^* の階段状の不連続性を考慮したPML の実現はPML 表面で重大な不要反射波を発生する．

この反射誤差を減少させるため，PML 境界に垂直な方向に漸次増加する損失を提案している[20]．漸次増加する損失を仮定すると，ストレッチ座標理論から明らかのようにPML は整合している．この考えに基づいて， $x=0$ を境界面とする厚さ d のPML に対して， x 軸から相対角度 θ で入射する平面波について考察する．漸次増加するPML 導電率 $\sigma_x(x)$ を仮定すると反射量は以下のように表せる．

$$R(\theta) = \exp\left[-2\eta \cos \theta \int_0^d \sigma_x(x) dx\right] \quad (2.81)$$

$\sigma_x(x)$ (Uniaxial PML における $\kappa_x(x)$) の設定法について，さまざまな提案が行われている．比較的適した方法は， x 軸方向に多項式または幾何的变化である．多項式増分は簡単に，

$$\sigma_x(x) = \left(\frac{x}{d}\right)^m \sigma_{x,max} \quad (2.82a)$$

$$\kappa_x(x) = 1 + (\kappa_{x,max} - 1) \left(\frac{x}{d}\right)^m \quad (2.82b)$$

$x=0$ のPML 境界において σ_x を0 とし，PEC 外部境界の $x=d$ で $\sigma_{x,max}$ になるように増加させる．Uniaxial PML については， κ_x は $x=0$ で1 で， $x=d$ で $\kappa_{x,max}$ まで増加する．(2.82)を(2.81)に代入して，

$$R(\theta) = \exp(-2\eta \sigma_{x,max} d \cos \theta / (m+1)) \quad (2.83)$$

と表す．一定の d に対して，多項式増分では2つのパラメータ $\sigma_{x,max}$ および m を与える． m が大きいと，PML 境界付近では平坦な $\sigma_x(x)$ の分布となるが，PML を進むにつれて急速に $\sigma_x(x)$ が増加する．したがって，電磁界振幅は徐々に減衰し，離散化誤差による反射少ない．典型的に $3 \leq m \leq 4$ がFDTDシミュレーションにとって最適であることがわかっている[24-27]．

多項式増分にとって，PML パラメータは誤差量を適当に与えることで直ちに決定される．例えば， m, d および所望の反射量 $R(\theta)$ が既知であるとする．そのとき，式(4.7)から $\sigma_{x,max}$ は次式のように書かれる．

$$\sigma_{x,\max} = \frac{(m+1)\ln R(0)}{2\eta d} \quad (2.84)$$

PML の損失を次式のように定義する[28].

$$\sigma_x(x) = g^{x/\Delta} \sigma_{x,0} \quad (2.85a)$$

$$\kappa_x(x) = \kappa_{x,\max}^{x/d} g^{x/\Delta} \quad (2.85b)$$

ただし, $\sigma_{x,0}$ は境界面における PML 導電率, g は増加定数, Δ はセル寸法である. PML 導電率は $\sigma_{x,0}$ から $g^{d/\Delta} \sigma_{x,0}$ まで増加する. 式(2.85)を式(2.81)に代入して, 次式を得る.

$$R(\theta) = \exp(-2\eta \sigma_{x,0} \Delta (g^{d/\Delta} - 1) \cos \theta / \ln g) \quad (2.86)$$

d が一定のとき, 幾何的増加は2つのパラメータ g と $\sigma_{x,0}$ を設定する. $\sigma_{x,0}$ は初期離散誤差を最小化するため小さな値とし, $g > 1$ のとき PML 内部の導電率は増加する. g が大きいとき $x=0$ 近傍の導電率の増加は平坦で, 内部ほど急勾配となる. g, d および $R(0)$ を前もって設定するので,

$$\sigma_{x,0} = \frac{\ln R(0) \ln g}{2\eta (g^{d/\Delta} - 1)} \quad (2.87)$$

一般に, $2 \leq g \leq 3$ とするのが, ほとんどの FDTD シミュレーションにとって最適である.

効果的な PML を設定するためには理論的反射誤差 $R(0)$ と数値離散化誤差の両方を検討しなければならない. 例えば, 式(2.84)は $R(0)$ と m に対して多項式増加特性を有する導電率 $\sigma_{x,\max}$ を与える. $\sigma_{x,\max}$ が小さいと, PML からの主要な反射は PEC での反射となる. 式(2.80)は反射誤差に関する限り大きな $\sigma_{x,\max}$ を用いる. しかし, $\sigma_{x,\max}$ が大きすぎると FDTD 近似による離散化誤差が無視できなくなり, 実際の反射誤差は式(2.81)よりも大きくなる可能性がある. 結局, PEC 境界からの反射と離散化誤差のバランスをとる $\sigma_{x,\max}$ の最適値が存在する.

Berenger の文献によると, 反射は $x=0$ の PML 表面で発生すると同時に最大の離散化誤差が明らかであるとされている[26,27]. PML を伝搬し, 反射される波動エネルギーは反射点の前後で減衰され, 影響は少ない. $x=0$ における不連続性を最小化することが望ましい. 以前議論したように, 一つの方法は $x=0$ 付近で PML の損失を平坦にすることである. ただし, 深さとともに損失が急激に増加すると, PML からの反射は無視できない.

数値解析から, 多くの応用に対して 10 セル PML では, 多項式増分で $R(0) = \exp(-16)$,

5 セルPML では $R(0) = \exp(-8)$ が最適値である. 式(4.5)から, 多項式増分に対する $\sigma_{x,\max}$ の最適値は,

$$\sigma_{x,opt} = \frac{0.8(m+1)}{\eta_0 \Delta \sqrt{\epsilon_{r,eff} \mu_{r,eff}}} \sigma_{x,opt} = \frac{0.8(m+1)}{\eta_0 \Delta \sqrt{\epsilon_{\gamma,eff} \mu_{\gamma,eff}}} \quad (2.88)$$

ただし, η_0 は自由空間での波動インピーダンス, Δ は垂直方向のセル寸法, $\epsilon_{\gamma,eff}$ および $\mu_{\gamma,eff}$ は実効比誘電率および比透磁率をあらわす定数である. 不均一媒質および分散性媒質に対して, $\epsilon_{\gamma,eff}$ および $\mu_{\gamma,eff}$ は媒質パラメータの平均値またはPML 境界に入射すると予想される基本モードの波数などから決定される. このように決定された $\sigma_{x,\max}$ は, 多くの解析対象に対して適応可能である.

2.4.2 複素周波数シフトテンソル

前節のPMLの理論特性において, PML にほぼ垂直に入射する伝搬波の吸収特性について考察した. しかし, 離散的FDTD 解析空間においてPML を実装する際, PML 吸収境界に対してほぼ平行に入射する数値伝搬波では大規模な不要反射が発生することに注意しなければならない. 例えば, 高速鉄道車両といった特定方向に長い構造を持つFDTD解析モデルをPML で終端するとき, このような状況を考慮しなければならない. さらに, 入射伝搬波が表面波であるような場合, 大規模なPML による反射が起こりうる. その他の例として, 導体構造の不連続部分および頂点, あるいはアンテナ近傍界など電磁界の特異点がPML 吸収境界に近接している場合に発生する.

PML 境界正面から垂直に入射する TE_z 平面波による不要反射について考察する. 反射係数は次式のとおき書くことができる.

$$\gamma_0 = \frac{1 - \sqrt{s_x^*(0)/s_x(0)}}{1 + \sqrt{s_x^*(0)/s_x(0)}} \quad (2.89)$$

詳細については以下から導く.

Uniaxial PMLにおける時間調和マクスウェル回転方程式は,

$$\nabla \times \vec{\tilde{H}} = j\omega \epsilon \vec{\tilde{S}} \vec{\tilde{E}} \quad (2.90a)$$

$$\nabla \times \vec{\tilde{E}} = -j\omega \mu \vec{\tilde{S}} \vec{\tilde{H}} \quad (2.90b)$$

と書かれる. $\vec{\tilde{S}}$ は外角テンソルであり, 次式で定義される.

$$\bar{\bar{S}} = \begin{bmatrix} S_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & S_x & 0 \\ 0 & 0 & S_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_y & 0 & 0 \\ 0 & S_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & S_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_z & 0 & 0 \\ 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & S_z^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_y S_z}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x S_z}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x S_y}{S_z} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

1以外の値である実部 κ を導入して、 $\bar{\bar{S}}$ の対角成分は次式で与えられる。

$$s_x = \kappa_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon} \quad (2.92a)$$

$$s_y = \kappa_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon} \quad (2.92b)$$

$$s_z = \kappa_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon} \quad (2.92c)$$

式(2.91)のテンソルで、FDTD 解析空間内の非等方性 PML を定義することができる。

このとき、Uniaxial PML における誘電体は均一であると仮定しているので、(2.92a)でいうと、 $\epsilon = \epsilon(y, z)$ で区間ごとに連続である。このように、表面電荷密度は媒質境界に存在し、不連続関数の微分により以下のガウス則により推定され、この非物理的電荷は不都合な定式化となる。

$$\nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot (\bar{\bar{\epsilon}} \vec{E}) = \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon s_x^{-1} E_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon s_x E_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon s_x E_z) = 0 \quad (2.93)$$

これを避けるため、 s_x は y と z に独立でなければならない。 σ_x / ϵ が一定のときのみ、満足される。 $\sigma_x(y, z) / \epsilon(y, z)$ が一定になるように接線方向を可変にすることで実現される。 σ_x を比誘電率で規格化するのが単純な方法であり、式(4.13a)を次式のとおり書き換える。

$$s_x = \kappa_x + \frac{\sigma'_x}{j\omega\epsilon_0} \quad (2.94a)$$

ただし、 ϵ_0 は自由空間中の誘電率である。 σ'_x は接線方向の y 軸および z 軸に対して一定値であるが、垂直方向の x 軸に対して変化する。ここで、Uniaxial PML でガウス則が満足され、取り扱い易い定式化となる。さらに、Uniaxial PML の媒質に独立な定式化となる [27-34]。

この(2.89)で定義されている電氣的テンソル s_x および磁氣的テンソル s_x^* を利用して、

(4.10)で表記している.

ストレッチ座標系は式(2.82)から空間的に伸張されていると仮定している. このとき, PML境界正面において, $s_x(0) = 1$ である. 離散空間において, 磁氣的テンソルおよび電氣的テンソルが2 分の1 セルごとに交互に配置される. 離散空間であることから, 磁氣的テンソル係数はPML境界表面から2 分の1 セルだけ内側において0 ではない. すなわち,

$$\gamma_0 = \frac{1 - \sqrt{s_x(\Delta_x/2)}}{1 + \sqrt{s_x(\Delta_x/2)}} \quad (2.95)$$

ただし, Δ_x はFDTD セル寸法である. 式(4.13a)に示される s_x の定義から, 式(2.95)は次式のように書き換えられる.

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{1 + \sigma_x(\Delta_x/2)/j\omega\epsilon_0} - 1}{\sqrt{1 + \sigma_x(\Delta_x/2)/j\omega\epsilon_0} + 1} = \frac{\sqrt{\omega - j\sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0} - \sqrt{\omega}}{\sqrt{\omega - j\sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0} + \sqrt{\omega}} \quad (2.96)$$

ただし, 簡単化のため $\kappa_x(\Delta_x/2)=1$ としている. 周波数範囲 $\omega \gg \sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0$ において, $\gamma_0 = 0$ である. 低周波数 $\omega \ll \sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0$ では, $\gamma_0 = 1$ である. 結局, PML 吸収境界と長い時間にわたって相互作用しながら, ゆっくりと変化する電磁界または伝搬波により大きな反射が生じる[25],[35].

低周波数における大きな反射と高周波数における小さな反射の境目となる周波数は式(4.96)から次式のとおり定義される[36].

$$t_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{1.8 \times 10^{10} \sigma_x(\Delta_x/2)} \quad (2.97)$$

この時間以降, 相対的に大きな反射が発生することを, Berenger が数値実験により確認している[37]. 斜め入射波やゆっくりと移動する表面波など, 結果的にPML と長時間にわたって相互作用するような電磁界に対してPML では十分な吸収特性が得られない.

$\sigma_x(\Delta_x/2)$ を減少させるまたは解析領域寸法を拡大することで, PML 吸収境界からの非所望の反射を低下させることは可能である. しかし, そのような対策では, $R(\theta)$ が増加する, あるいは解析に必要な計算機リソースが増加することになる. 離散化誤差および理論的な反射誤差をうまく調整しなければならない.

低周波数において反射係数が大きな値となる理由は, テンソル係数 s_x がゼロ周波数でポールあるいは特異点となるためである. すなわち, $\omega \rightarrow 0$ のとき, $s_x \rightarrow -j\infty$ である. しかし, 原点から複素空間上方にポールをずらすことによって, この問題を解決することができる. この目的で, テンソル係数 s_x を次式のとおり与える[38,39].

$$s_x = \kappa_x + \frac{\sigma_x}{a_x + j\omega\epsilon_0} \quad (2.98)$$

この式は複素周波数シフト(CFS)テンソル係数と呼ばれている[38,39]．ここで， $\kappa_x \geq 1$ ， $\sigma_x \geq 0$ ， $a_x \geq 0$ かつすべて実数であると仮定すると，式(4.17)で与えられる s_x は因果律を満足し，その解は安定である[40]．

式(2.89)を利用してCFS-PML テンソルから反射係数を推定する．この場合， s_x は多項式で表され， $\sigma_x(0) = 0$ ， $\kappa_x(0) = 1$ ， $a_x \neq 0$ ならば， $s_x(0) = 1$ である．磁氣的テンソル係数 s_x^* は $\Delta_x/2$ において0ではない値を持つ．反射係数は近似的に次式で与えられる．

$$\gamma_{CFS} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\sigma_x(\Delta_x/2)}{a_x(\Delta_x/2) + j\omega\epsilon_0}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_x(\Delta_x/2)}{a_x(\Delta_x/2) + j\omega\epsilon_0}} + 1} \quad (2.99)$$

簡単化のため， $\kappa_x(\Delta_x/2) = 1$ と仮定する．高周波数 $\omega \gg a_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0$ および $\omega \gg \sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0$ において， $\gamma_{CFS} \rightarrow 0$ となることが分かる．一方，低周波数 $\omega \gg \sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0$ において，次式となる．

$$\gamma_{CFS} \big|_{low-f \text{ limit}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\sigma_x(\Delta_x/2)}{a_x(\Delta_x/2)}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_x(\Delta_x/2)}{a_x(\Delta_x/2)}} + 1} \quad (2.100)$$

ここで， $\sigma_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0 / a_x(\Delta_x/2)/\epsilon_0 \ll 1$ を仮定すると，式(2.100)は次式となる．

$$\gamma_{CFS} \big|_{low-f \text{ limit}} = \frac{\sigma_x(\Delta_x/2)}{4a_x(\Delta_x/2)} \quad (2.101)$$

式(2.95)と式(2.101)を比較して，CFS テンソル係数は，低周波数帯におけるPML 境界正面からの不要反射誤差をかなり低減できる．

CFS PML の動作を完全に理解するため，この媒質中を伝搬する電磁界の減衰について議論する．伝搬波は複素伝搬定数 $\gamma_x^{inc} = \alpha_x^{inc} + j\beta_x^{inc}$ を仮定する．ただし， α_x^{inc} は減衰定数である．完全整合一軸性媒質[41] と同じ導出手法により，伝搬波は波面と垂直な軸方向に対して $\exp(-\gamma_x^{inc} s_x x)$ で表される指数関数依存性を有している．式(2.98)のCFS テンソル係数は次式のように展開することができる．

$$\begin{aligned} & \exp \left[-(\alpha_x^{inc} + j\beta_x^{inc}) \left(\kappa_x + \frac{\sigma_x}{\alpha_x + j\omega\epsilon_0} \right) x \right] \\ &= \exp \left[-\alpha_x^{inc} \kappa_x + j\beta_x^{inc} \kappa_x + \frac{\alpha_x^{inc}(\sigma_x)}{\alpha_x + j\omega\epsilon_0} + \frac{j\beta_x^{inc}(\sigma_x)}{\alpha_x + j\omega\epsilon_0} \right] x \end{aligned} \quad (2.102)$$

式(2.102)から，多くのことが分かる．最初に， κ_x は入射波のCFS PML 中における減衰

定数 α_x^{inc} を増幅する．次に， $\omega \gg a_x / \varepsilon_0$ の極限において，CFS PML は通常のPML と同等な吸収特性を有する．しかし， $\omega \ll a_x / \varepsilon_0$ の極限では，CFS PML の導電率 σ_x が入射波の減衰に寄与しないことが分かる．事実，入射波が減衰しない ($\alpha_x^{inc} = 0$) で伝搬すると，CFS PML は低周波数帯で入射波が減衰させることはない．CFS PML の境界周波数は次式のように見積もることができる．

$$f_a = a_x / 2\pi\varepsilon_0 \quad (2.103)$$

$f \ll f_a$ ならば，伝搬波はPML による減衰を受けず，伝搬に起因する減衰のみが観測される．逆に， $f \gg f_a$ ならば，PML は伝搬波を効果的に減衰させる．

結論として，CFS PML は低周波数帯で反射誤差をかなり減少させることが可能であるが，従来のPML では全く減衰させることはない．しかし，この課題は空間係数 a_x を利用して解決することができる．式(2.99)および(2.101)から予想されるように， a_x はPML 境界正面の近傍で相対的に大きな値としなければならない．その理由として， $\sigma_x(\Delta_x / 2) / \varepsilon_0 / a_x(\Delta_x / 2) / \varepsilon_0 \ll 1$ のとき，反射係数が最小になるからである．PML 内部では， a_x を徐々に小さな値として，PML 内部を伝搬する電磁界の低周波スペクトルが近似的に減衰されるようにする．したがって， $a_x(x)$ はPML 境界正面において最大とし，PML 内部に進むほどゼロに近づく．この目的を達成するため， $a_x(x)$ に推奨される多項式近似は次式となる．

$$a_x = \begin{cases} a_{x,\max} ((d-x)/d)^{m_a} & 0 \leq x \leq d \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (2.104)$$

ただし，PML 境界正面は $x=0$ にあるとする．また， m_a はべき乗数， d はPML の厚さである．

2.4.3 FDTD プログラムにおける CPML の効果的実装方法

一般的なUniaxial PMLはプログラム開発者によって広く利用され，多数の商用FDTD ソフトウェアパッケージで採用されている．しかし，2.4.2 で示したように，式(2.98)で定義される古典的なテンソル係数を利用すると，表面波，最新時刻の電磁波あるいは低周波数帯での相互作用により，大規模な反射誤差が生じる．この課題を解決するためには，適切に設定されたCFS テンソル係数を利用する必要がある．その方法として，帰納的畳み込み積分法に基づく実装する手法がある．それ以来，この方法はCPML 定式化と呼ばれるようになった．CPML は説明したとおり，PML のストレッチ座標系に基づいている．この後で説明するように，CPML 定式化は古典的なUniaxial PML，前述のUnsplit PML よりも正確であり，効率的であらゆる媒質に対して適用可能である．

F^{-1} で逆フーリエ変換を定義し，次の関係式を定義する．

$$\bar{s}_w = F^{-1} [1 / s_w(\omega)] w = x, y, z \quad (2.105)$$

ただし, $\bar{s}_w$ は式(2.98)で定義されるCFS ストレッチ座標系テンソルである. このとき, PMLのストレッチ座標系における定式化から, 時間領域におけるアンペール則は次式となる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} = & \hat{x} \left(\bar{s}_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} H_z - \bar{s}_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) + \hat{y} \left(\bar{s}_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} H_x - \bar{s}_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \\ & + \hat{z} \left(\bar{s}_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} H_y - \bar{s}_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \end{aligned} \quad (2.106)$$

さらに, フーリエ変換理論から, 次式が成り立つ.

$$\bar{s}_w = F^{-1} \left(\frac{1}{\kappa_w + \frac{\sigma_w}{a_w + j\omega\epsilon_0}} \right) = \frac{\delta(t)}{\kappa_w} - \frac{\sigma_w}{\epsilon_0 \kappa_w^2} e^{-\left(\frac{\sigma_w}{\epsilon_0 \kappa_w} + \frac{a_w}{\epsilon_0}\right)t} u(t) \equiv \frac{\delta(t)}{\kappa_w} + \zeta(t) \quad (2.107)$$

ただし, $u(t)$ は単位ステップ関数, $\delta(t)$ は単位インパルス関数である. 式(2.107)を式(2.106)に代入して, アンペール則は次式のように書かれる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} = & \hat{x} \left(\frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial}{\partial z} H_y + \zeta_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} H_z - \zeta_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \\ & + \hat{y} \left(\frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{1}{\kappa_x} \frac{\partial}{\partial x} H_z + \zeta_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} H_x - \zeta_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \\ & + \hat{z} \left(\frac{1}{\kappa_x} \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} H_x + \zeta_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} H_y - \zeta_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \end{aligned} \quad (2.108)$$

双対な式がファラディ則に対して導出される.

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B}{\partial t} = & \hat{x} \left(\frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial}{\partial z} E_y + \zeta_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} E_z - \zeta_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \\ & + \hat{y} \left(\frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{1}{\kappa_x} \frac{\partial}{\partial x} E_z + \zeta_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} E_x - \zeta_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} E_z \right) \\ & + \hat{z} \left(\frac{1}{\kappa_x} \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} E_x + \zeta_x \otimes \frac{\partial}{\partial x} E_y - \zeta_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} E_x \right) \end{aligned} \quad (2.109)$$

次に, 離散化されたFDTD 定式化に基づいて式(2.108)から電界成分, 式(2.109)から磁界成分の時間更新式を導出する. 離散畳み込み $\zeta_w \otimes (\partial H_v / \partial w)$ を効率的に実装する必要がある. そのまま実装してしまうと, 計算機リソースを浪費してしまう. しかし, $\zeta_w(t)$ を与えることで, Luebbers とHunsbergerによって報告された帰納的畳み込み(RC)法[42]を利用して, 極めて効率的に実装することができる.

最初の手順は、 $Z_w(m)$ および $\zeta_w(t)$ の離散インパルス応答を導出することである。

$$Z_w(m) = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \zeta_w(\tau) d\tau = -\frac{\sigma_w}{\varepsilon_0 \kappa_w^2} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e^{-\left(\frac{\sigma_w}{\varepsilon_0 \kappa_w} + \frac{a_w}{\varepsilon_0}\right)\tau} d\tau = c_w e^{-\left(\frac{\sigma_w}{\varepsilon_0 \kappa_w} + \frac{a_w}{\varepsilon_0}\right)m\Delta t} \quad (2.110)$$

ただし、

$$\begin{aligned} c_w &= \frac{\sigma_w}{\sigma_w \kappa_w + \kappa_w^2 a_w} \left[\exp \left\{ -\left(\frac{\sigma_w}{\varepsilon_0 \kappa_w} + \frac{a_w}{\varepsilon_0} \right) \Delta t \right\} - 1 \right] \\ &= \frac{\sigma_w}{\kappa_w (\sigma_w + \kappa_w a_w)} \left[\exp \left\{ -\left(\frac{\sigma_w}{\kappa_w} + a_w \right) \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} \right\} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.111)$$

ここで、畳み込みは $\zeta_w(t)$ および $\partial H_v / \partial w$ を微小区間内の定数値で近似することにより、離散的に実装することができる。

$$\psi_{w,v}(n) = \zeta_w(t) \otimes \frac{\partial}{\partial w} H_v(t) \Big|_{t=n\Delta t} \approx \sum_{m=0}^{n-1} Z_w(m) \frac{\partial}{\partial w} H_v(n-m) \quad (2.112)$$

この定式化で、時刻 $n\Delta t$ において離散畳み込み積分 ψ を計算するためには、 n 回の浮動小数点演算が必要である。FDTD シミュレーションにこのまま実装してしまうと、その計算量は非常識なものとなる。その代わり、 ψ の時間発展を効率的に計算する帰納的計算式を利用することとし、次式の計算式を利用する。

$$\psi_{w,v}(n) = b_w \psi_{w,v}(n-1) + c_w \frac{\partial}{\partial w} H_v(n) \quad (2.113)$$

ただし

$$b_w = e^{-\left(\frac{\sigma_w}{\varepsilon_0 \kappa_w} + \frac{a_w}{\varepsilon_0}\right)\Delta t} \quad (2.114)$$

さらに、 c_w は式(2.111)で与えられている。上式においては、 $\psi_{w,v}(n)$ は単純な時間発展の手法を適用して、非常に効率的に時間ステップとともに値を更新している。

離散的畳み込み積分を適用して、効果的なFDTDの定式化が式(2.108)および(2.109)に対して導出される。例として、式(2.108)のアンペール則の x 軸方向の変化について考察する。ただし、一般的な議論を行うために、解析空間は有限の導電率 σ を有しているものとする。電束密度 D と電界 E に妥当な構成関係式を適用し、次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon E_x) + \sigma E_x = \left(\frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) + \left(\zeta_y \otimes \frac{\partial}{\partial y} H_z - \zeta_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \quad (2.115)$$

離散時間と離散空間における近似および帰納的畳み込み積分近似を利用することで、式(2.115)は離散定式化において次式となる。

$$\begin{aligned}
& \varepsilon(i+1/2, j, k) \frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) - E_x^{n-1/2}(i+1/2, j, k)}{\Delta t} \\
& + \sigma(i+1/2, j, k) \frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) - E_x^{n-1/2}(i+1/2, j, k)}{2} \\
& = \frac{H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k)}{\kappa_y \Delta y} \\
& - \frac{H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i+1/2, j, k-1/2)}{\kappa_z \Delta z} \\
& + \psi_{E_{x,y}}^n(i+1/2, j, k) - \psi_{E_{x,z}}^n(i+1/2, j, k)
\end{aligned} \tag{2.116}$$

ただし、 $\psi_{E_{x,y}}$ および $\psi_{E_{x,z}}$ はそれぞれ y 軸方向および z 軸方向に垂直な境界表面を有する PML 領域にのみ保存された未知数である。これら未知数は次式のとおり時間更新される。

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{x,y}}^n(i+1/2, j, k) &= b_y(j) \psi_{E_{x,y}}^{n-1}(i+1/2, j, k) \\
&+ c_y(j) \frac{H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k)}{\Delta y}
\end{aligned} \tag{2.117}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{x,z}}^n(i+1/2, j, k) &= b_z(k) \psi_{E_{x,z}}^{n-1}(i+1/2, j, k) \\
&+ c_z(k) \frac{H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i+1/2, j, k-1/2)}{\Delta z}
\end{aligned} \tag{2.118}$$

離散係数 $b_y(j)$ および $c_y(j)$ は y 軸方向に垂直な境界表面を有する PML においてのみゼロでない。これらの係数は、式(2.114)および式(2.111)を利用して、離散格子の辺中心 $(i+1/2, j, k)$ の y 軸座標であるある離散点 $j\Delta y$ において計算された拡張テンソル係数 $\kappa_y(j)$, $\sigma_y(j)$ および $a_y(j)$ からそれぞれ計算される。離散係数 $b_z(k)$ および $c_z(k)$ は z 軸方向に垂直な境界表面を有する PML においてゼロ以外の値を持つ。これらの係数は、離散格子の辺中心 $(i+1/2, j, k)$ の z 軸座標であるある離散点 $k\Delta z$ において計算された拡張テンソル係数 $\kappa_z(k)$, $\sigma_z(k)$ および $a_z(k)$ からそれぞれ計算される。

E_x の時間更新式は式(2.116)から導出され、次式となる。

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k) = & C_a(i+1/2, j, k)E_x^{n-1/2}(i+1/2, j, k) \\
& + C_b(i+1/2, j, k) \left(\frac{H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i+1/2, j-1/2, k)}{\kappa_y(j)\Delta y} \right. \\
& - \frac{H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) - H_y^n(i+1/2, j, k-1/2)}{\kappa_z(k)\Delta z} \\
& \left. + \psi_{E_{x,y}}^n(i+1/2, j, k) - \psi_{E_{x,z}}^n(i+1/2, j, k) \right)
\end{aligned} \tag{2.119}$$

ただし,

$$C_a(i+1/2, j, k) = \frac{1 - \frac{\sigma(i+1/2, j, k)\Delta t}{2\varepsilon(i+1/2, j, k)}}{1 + \frac{\sigma(i+1/2, j, k)\Delta t}{2\varepsilon(i+1/2, j, k)}} \tag{2.120a}$$

$$C_b(i+1/2, j, k) = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i+1/2, j, k)}}{1 + \frac{\sigma(i+1/2, j, k)\Delta t}{2\varepsilon(i+1/2, j, k)}} \tag{2.120b}$$

(i, j, k) と (x, y, z) を置き換えることで, E_y および E_z の式を次式のとおり導出できる.

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k) = & C_a(i, j+1/2, k)E_y^{n-1/2}(i, j+1/2, k) \\
& + C_b(i, j+1/2, k) \left(\frac{H_x^n(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^n(i, j+1/2, k-1/2)}{\kappa_z(k)\Delta z} \right. \\
& - \frac{H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^n(i-1/2, j+1/2, k)}{\kappa_x(i)\Delta x} \\
& \left. + \psi_{E_{y,z}}^n(i, j+1/2, k) - \psi_{E_{y,x}}^n(i, j+1/2, k) \right)
\end{aligned} \tag{2.119b}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1/2}(i, j, k + 1/2) = & C_a(i, j, k + 1/2)E_z^{n-1/2}(i, j, k + 1/2) \\
& + C_b(i, j, k + 1/2) \left(\frac{H_y^n(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y^n(i - 1/2, j, k + 1/2)}{\kappa_x(i)\Delta x} \right. \\
& - \frac{H_y^n(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_y^n(i, j - 1/2, k + 1/2)}{\kappa_z(k)\Delta z} \\
& \left. + \psi_{E_{z,x}}^n(i, j, k + 1/2) - \psi_{E_{z,y}}^n(i, j, k + 1/2) \right)
\end{aligned} \tag{2.119c}$$

さらに,

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{y,z}}^n(i, j + 1/2, k) = & b_z(k)\psi_{E_{y,z}}^{n-1}(i, j + 1/2, k) \\
& + c_z(k) \frac{H_x^n(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_x^n(i, j + 1/2, k - 1/2)}{\Delta z}
\end{aligned} \tag{2.120c}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{y,x}}^n(i, j + 1/2, k) = & b_x(i)\psi_{E_{y,x}}^{n-1}(i, j + 1/2, k) \\
& + c_x(i) \frac{H_z^n(i + 1/2, j + 1/2, k) - H_z^n(i - 1/2, j + 1/2, k)}{\Delta x}
\end{aligned} \tag{2.120d}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{z,x}}^n(i, j, k + 1/2) = & b_x(i)\psi_{E_{z,x}}^{n-1}(i, j, k + 1/2) \\
& + c_x(i) \frac{H_y^n(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y^n(i - 1/2, j, k + 1/2)}{\Delta x}
\end{aligned} \tag{2.120e}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{E_{z,y}}^n(i, j, k + 1/2) = & b_y(j)\psi_{E_{z,y}}^{n-1}(i, j, k + 1/2) \\
& + c_y(j) \frac{H_x^n(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_x^n(i, j - 1/2, k + 1/2)}{\Delta y}
\end{aligned} \tag{2.120f}$$

双対性を利用して、磁界成分に関する式を導出する．例えば、式(2.109)における x 軸方向へのファラディ則から H_x の時間更新式は次式となる．

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1}(i, j + 1/2, k + 1/2) = & D_a(i, j + 1/2, k + 1/2)H_x^n(i, j + 1/2, k + 1/2) \\
& - D_b(i, j + 1/2, k + 1/2) \left(\frac{E_z^{n+1/2}(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^{n+1/2}(i, j, k + 1/2)}{\kappa_y(j + 1/2)\Delta y} \right. \\
& - \frac{E_y^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1) - E_y^{n+1/2}(i, j + 1/2, k)}{\kappa_z(k + 1/2)\Delta z} \\
& \left. + \psi_{H_{x,y}}^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) - \psi_{H_{x,z}}^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \right)
\end{aligned}$$

$$(2.121a)$$

ここで,

$$D_a(i, j+1/2, k+1/2) = \frac{1 - \frac{\sigma^*(i, j+1/2, k+1/2)\Delta t}{2\mu(i, j+1/2, k+1/2)}}{1 + \frac{\sigma^*(i, j+1/2, k+1/2)\Delta t}{2\mu(i, j+1/2, k+1/2)}} \quad (2.122a)$$

$$D_b(i, j+1/2, k+1/2) = \frac{\frac{\Delta t}{\mu(i, j+1/2, k+1/2)}}{1 + \frac{\sigma^*(i, j+1/2, k+1/2)\Delta t}{2\mu(i, j+1/2, k+1/2)}} \quad (2.122b)$$

ただし, $\psi_{H_{x,y}}$ および $\psi_{H_{x,z}}$ はそれぞれ y 軸方向および z 軸方向に垂直境界表面を有する PML 領域内においてのみ保存されている離散系での未知数である. これらの未知数は次式で更新される.

$$\begin{aligned} \psi_{H_{x,y}}^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= b_y(j+1/2)\psi_{H_{x,y}}^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \\ &+ c_y(j+1/2)\frac{E_z^{n+1/2}(i, j+1, k+1/2) - E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.123a)$$

$$\begin{aligned} \psi_{H_{x,z}}^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) &= b_z(k+1/2)\psi_{H_{x,z}}^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) \\ &+ c_z(k+1/2)\frac{E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1) - E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (2.123b)$$

離散係数 $b_y(j+1/2)$ および $c_y(j+1/2)$ は y 軸に垂直な境界表面を有する PML 領域においてゼロ以外の値を持つ. これら係数は式(2.111)および式(2.114)から, 離散格子表面中心 $(i, j+1/2, k+1/2)$ の y 軸座標である離散位置 $(j+1/2)\Delta y$ において計算された拡張テンソル係数 $\kappa_y(j+1/2)$, $\sigma_y(j+1/2)$ および $a_y(j+1/2)$ から計算される. 離散系の係数 $b_z(k+1/2)$ および $c_z(k+1/2)$ は z 軸に垂直な境界表面を有する PML 領域においてゼロ以外の値を持つ. これら係数は, 離散格子表面中心 $(i, j+1/2, k+1/2)$ の z 座標である離散点 $(k+1/2)\Delta z$ における拡張テンソル係数 $\kappa_z(k+1/2)$, $\sigma_z(k+1/2)$ および $a_z(k+1/2)$ から計算される. (i, j, k) と (x, y, z) を置き換えることで, H_y および H_z の式を次式のとおり導出できる.

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1}(i+1/2, j, k+1/2) = & D_a(i+1/2, j, k+1/2)H_y^n(i+1/2, j, k+1/2) \\
& - D_b(i+1/2, j, k+1/2) \left(\frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) - E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k)}{\kappa_z(k+1/2)\Delta z} \right. \\
& - \frac{E_z^{n+1/2}(i+1, j, k+1/2) - E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2)}{\kappa_x(i+1/2)\Delta x} \\
& \left. + \psi_{H_{y,z}}^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - \psi_{E_{y,x}}^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \right)
\end{aligned} \tag{2.124b}$$

$$\begin{aligned}
H_z^{n+1}(i+1/2, j+1/2, k) = & D_a(i+1/2, j+1/2, k)H_z^n(i+1/2, j+1/2, k) \\
& - D_b(i+1/2, j+1/2, k) \left(\frac{E_y^{n+1/2}(i+1, j+1/2, k) - E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k)}{\kappa_x(i+1/2)\Delta x} \right. \\
& - \frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1, k) - E_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k)}{\kappa_y(j+1/2)\Delta y} \\
& \left. + \psi_{E_{z,x}}^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - \psi_{E_{z,y}}^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \right)
\end{aligned} \tag{2.124c}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
\psi_{H_{y,z}}^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) = & b_z(k+1/2)\psi_{H_{y,z}}^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \\
& + c_z(k+1/2) \frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1) - E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k)}{\Delta z}
\end{aligned} \tag{2.125c}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{H_{y,x}}^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) = & b_x(i+1/2)\psi_{H_{y,x}}^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \\
& + c_x(i+1/2) \frac{E_z^{n+1/2}(i+1, j, k+1/2) - E_z^{n+1/2}(i, j, k+1/2)}{\Delta x}
\end{aligned} \tag{2.125d}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{H_{z,x}}^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) = & b_x(i+1/2)\psi_{H_{z,x}}^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \\
& + c_x(i+1/2) \frac{E_y^{n+1/2}(i+1, j+1/2, k) - E_y^{n+1/2}(i, j+1/2, k)}{\Delta x}
\end{aligned} \tag{2.125e}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{H_{z,y}}^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) = & b_y(j+1/2)\psi_{H_{z,y}}^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \\
& + c_y(j+1/2) \frac{E_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1, k) - E_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k)}{\Delta y}
\end{aligned} \tag{2.125f}$$

標準のFDTDアルゴリズムの E_x の時間更新式, H_x の時間更新式をそれぞれ以下に表す.

$$\begin{aligned}
E_x \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j+1/2,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k+1/2}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j+1/2,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k+1/2}}} \right) E_x \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} \\
&+ \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j+1/2,k+1/2}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j+1/2,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k+1/2}}} \right) \cdot \left(\frac{H_z \Big|_{i,j+1,k+1/2}^n - H_z \Big|_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta y} \right. \\
&\quad \left. - \frac{H_y \Big|_{i,j+1,k+1}^n - H_y \Big|_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} - J_{source_x} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^n \right)
\end{aligned} \tag{2.126}$$

$$\begin{aligned}
H_x \Big|_{i-1/2,j+1,k+1}^{n+1} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i-1/2,j+1,k+1}^* \Delta t}{2\mu_{i-1/2,j+1,k+1}}}{1 + \frac{\sigma_{i-1/2,j+1,k+1}^* \Delta t}{2\mu_{i-1/2,j+1,k+1}}} \right) H_x \Big|_{i-1/2,j+1,k+1}^n \\
&+ \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i-1/2,j+1,k+1}}}{1 + \frac{\sigma_{i-1/2,j+1,k+1}^* \Delta t}{2\mu_{i-1/2,j+1,k+1}}} \right) \cdot \left(\frac{E_y \Big|_{i-1/2,j+1,k+3/2}^{n+1/2} - E_y \Big|_{i-1/2,j+1,k+1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right. \\
&\quad \left. - \frac{E_z \Big|_{i-1/2,j+3/2,k+1}^{n+1/2} - E_z \Big|_{i-1/2,j+1/2,k+1}^{n+1/2}}{\Delta y} - M_{source_x} \Big|_{i-1/2,j+1,k+1}^{n+1/2} \right)
\end{aligned} \tag{2.127}$$

式(2.42)と E_x の時間更新式(2.121), 式(2.43)と H_x の時間更新式(2.123)をそれぞれ比較することで, 畳み込み積分と拡張パラメータの項を除けば, CPML更新式は標準のFDTD アルゴリズムと同一であることが分かる. 拡張パラメータ κ_y および κ_z はPML領域内の格子を効率的に伸張り, 不等間隔格子と類似していることから, 結果的にストレッチ座標系と同じである. 畳み込み積分の項は時間に依存した電磁波が誘起する電流とみなすことができる. それによる放射はPML 領域外部に放射するのではなく, PML を通過して伝搬する電磁波を打ち消す働きを持つ.

2.5 むすび

本章では，一般的な電磁界解析手法の 1 つとして時間領域差分法(FDTD 法)について説明した．FDTD 法は空間と時間を離散化することによって，時間領域で電磁界のふるまいを求める解析手法である．FDTD 法の定式化，セル寸法および時間ステップ間隔の決定法，入射界，吸収境界条件について説明した．また，一般的な Uniaxial PML や Unsplitted PML に対して，より吸収特性の高い CPML について解説した．

第 3 章

並列演算技術

3.1 まえがき

第 2 章では，代表的な電磁界解析手法の 1 つである FDTD 法について解説した．FDTD 法は，電車車両や航空機といった乗り物内のような複雑な構造を有する環境下におけるマクスウェル方程式の解を求める手法として有効である．また，人体のような損失性媒質を含む問題を容易に取り扱うことが可能である．

前章でも説明したが，FDTD 解析では，解析領域をセルと呼ばれる微小領域に分割し，離散的な時間における各セルの電磁界成分を計算する．解析領域外部の境界は，領域端での反射を防ぐため吸収境界条件が適用される．セルサイズは，正確な結果を得るために十分に小さく設定する必要がある．一般的な目安としては，解析周波数の $1/10$ 波長以下とする．

以上のことを踏まえると，高速鉄道車両のように使用する周波数に対して規模が非常に大きいモデルを有する解析空間の FDTD 解析を行う場合，分割セル総数が増大し，計算実行に必要な主記憶容量が膨大になり，非常に潤沢な計算機資源が必要となる．そこで，MPI(Message Passing Interface)ライブラリを用いた並列プログラミング技術を適用し，大型計算機の複数のノードを用いた FDTD 解析を行う[43,44]．大規模な解析空間を複数のノードに分割し，各ノードで同時に計算を行うことにより高精度な解析を合理的な時間内で迅速に行うことが可能となる[45]．

3.2 大型計算機(スーパーコンピュータ)

大型計算機とは、同世代の計算機に比べてはるかに高いスペックを持つ計算機のことである。現在利用されている一般的な大型計算機は、CPU を数 10～数 100 程搭載し、主記憶容量も数 10～数 100GB、またハードディスク容量についても数 TB となっている。このような、非常に高い水準の計算機環境によって、CPU 数や主記憶容量に依存した処理においてその機能を大いに発揮できる

また、大型計算機最大の特徴は、複数の CPU を搭載し、並列処理が可能であるという点である。こういった並列計算機はメモリの形態によって共有メモリ型と分散メモリ型の 2 つに分類される。以下、それぞれについて説明する。

3.2.1 共有メモリ型並列処理

共有メモリ型の計算機のアーキテクチャは、複数の CPU が同一のメモリを共有する形をしている。その簡単な構成を図 3.1 に示す。

共有メモリ型並列処理の特徴としては、並列プログラムを作成する際に自動並列化コンパイラの使用が可能であること、並列プログラムの作成が容易であることなどがあげられる。そのことから、共有メモリ型のマシンでは合理的な時間内で高いパフォーマンスのプログラムを作成することが可能である。

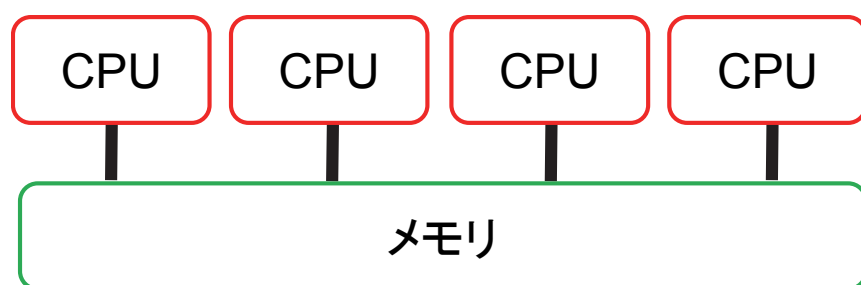


図 3.1 : 共有メモリ型計算機構成図

3.2.2 分散メモリ型並列処理

分散メモリ型計算機のアーキテクチャは、メモリが各 CPU にローカルに接続されている。この構成は図 3.2 に示す。

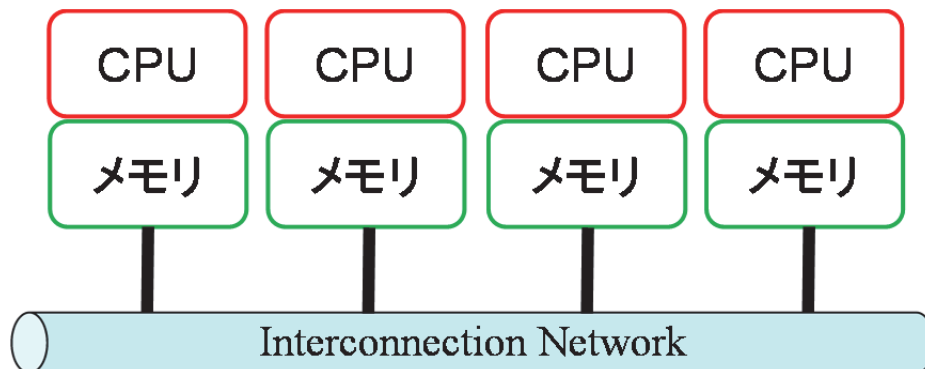


図 3.2 : 分散メモリ型計算機構成図

CPU とメモリの 1 まとまりであるノードがそれぞれ処理を分担することによって並列化が実現される。ただしこの際に、異なるノード間でのデータの交換が必要になるが、これは MPI(Message Passing Interface)ライブラリというメッセージ交換用のライブラリを用いて並列プログラミングを行うことにより可能となる。そのためプログラムの並列化を行う際にはプログラミングに関する特別な知識が必要になるが、大規模並列化へのスケーラビリティが高いため、共有メモリ型と比較して、より高パフォーマンスなプログラムの作成が可能となっている。

共有メモリ型および分散メモリ型並列処理の簡単な流れについて図 3.3 に示す。共有メモリ型の処理では、CPU0 で逐次処理がなされた後、並列化実行可能部分になると CPU1 にスレッドが生成され 2 つの CPU で並列処理がなされる。並列処理が完了すると自動的にスレッドは消滅し、新たに実行可能部分が現れると再びスレッドが生成される。

一方、分散メモリ型の処理は、共有メモリ型とは異なり、逐次処理部分および並列実行可能部分を任意の数のノードで並列化し、MPI ライブラリによってノード間でのデータの送受信を繰り返しながらプロセスを実行していくという形となっている。

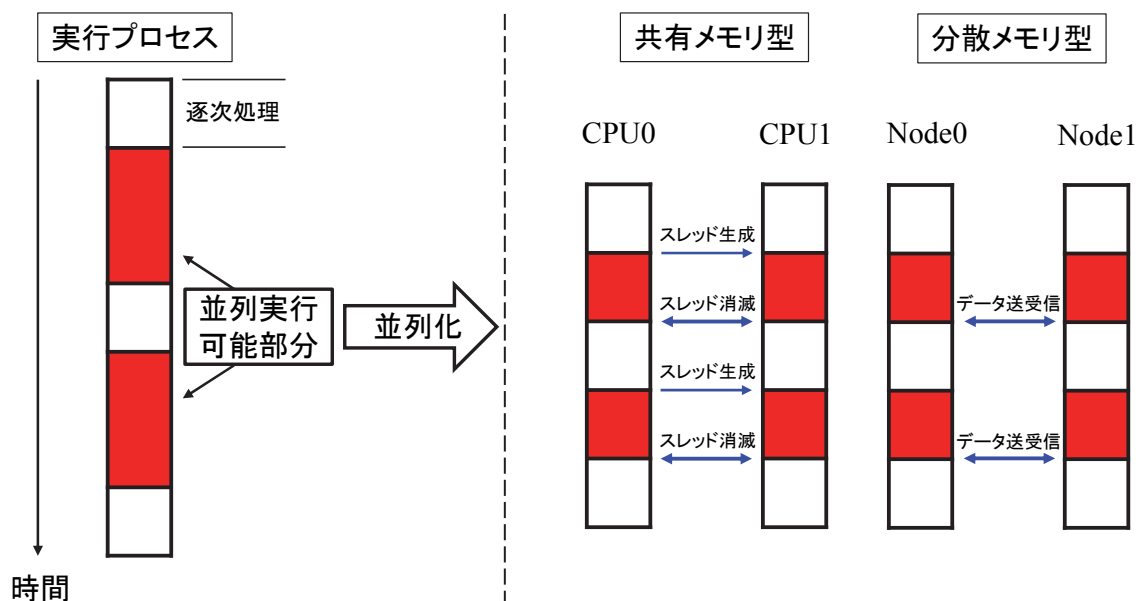


図 3.3：並列処理の流れ

3.2.3 HITACHI SR16000/M1

大型計算機の他に大容量計算資源を持つものとして PC クラスタがあげられる．PC クラスタは複数の PC/WS をネットワークで接続することで用意に構成可能で，分散メモリ型アーキテクチャと同様の構成である．大型計算機と比較するとより安価に利用可能であるが，管理や運用が必要であり，本研究では大型計算機を使用し，電磁界解析を行った．



図 3.4：解析に用いた大型計算機(HITACHI SR16000/M1)

本解析に使用した大型計算機は、32 の CPU と 1 つのメモリからなるノードと呼ばれるもので構成されている。図 3.4 にこの大型計算機を示す。この大型計算機にはノードが全部で 128 あり、その各々が高速な内部ネットワークにより接続されている。SR16000/M1 は、ノード内では 32CPU がメモリを共有する共有メモリ型、ノード間は分散メモリ型になり、MPI 並列されていない逐次プログラムは 1 ノード 32CPU で実行される。32CPU を使ったノード内並列化は自動並列化コンパイラが行い、MPI で書かれた並列プログラムは複数ノードを使ったノード間並列実行を可能にする。

また CPU は IBM 社製 3.83 GHz POWER7 プロセッサが搭載され、主記憶容量は 1 ノードあたり 100 GB となっている。総合演算性能は 5.4 Tflops、総合主記憶容量は 16.6 TB である。MPI ではノード内を MPI で実行することもコンパイラによる自動並列を利用することもある。MPI プログラムにおけるノード間の通信は SR16000 独自仕様の 24 GB/s の性能を持ったハイスピードネットワークを使用するまたキャッシュも L1, L2, L3, キャッシュが搭載されており、この大容量 L3 キャッシュにより実効性能が向上する。

3.3 並列処理

3.3.1 並列処理のための FDTD 解析定式化

FDTD 解析手法において高精度な解析結果を得るためには、セル寸法を十分に小さくする必要がある。例えば、空間分解能を 2 倍にするならば、3 次元解析モデルに対してセル数は 8 倍になる。精度を向上させると必要になる主記憶容量が増大することから、1 ノードで利用できる主記憶容量を超過する場合は分散メモリ型並列処理を行う。分散メモリ型並列処理については前の 3.2.2 節において説明したが、MPI ライブラリを用いたノード間でのデータの送受信の回数が多くなる(ノード間で送受信されるデータの数が増える)と並列処理特有のオーバーヘッドが多く発生するようになり高速処理の阻害要因となる。このことから、一連の処理の高速化を実現するためにはノード間で送受信されるデータ量、および送受信回数を最小化する必要がある。さらに、ノード毎の処理量がほぼ同一になるように、適切な負荷分散を行うことも計算処理の高速化につながる。上記のことは、取り扱う解析空間および計算機リソースに依存することから、合理的な時間内および計算機環境内で高精度な解析を実現するためにはこれらのことを踏まえた上でプログラム開発を行う必要がある[50]。

3.3.2 解析領域の分割

並列演算手法を適用した FDTD 法では，図 3.5 のように大規模な解析空間を複数の領域に分割し，それぞれの領域を異なるノードに割り当て処理を行わせることにより，大きなメインメモリを確保し高速な演算を実現する．第 2 章で示したように，FDTD 法における各セルの電磁界成分は 1 時刻前のデータおよびその周囲の電磁界成分から計算される．そのため解析領域の分割面における電磁界成分の計算を行うためには，MPI ライブラリを用いて，隣接するノードとの間でのデータの共有を行うことが必要となる．

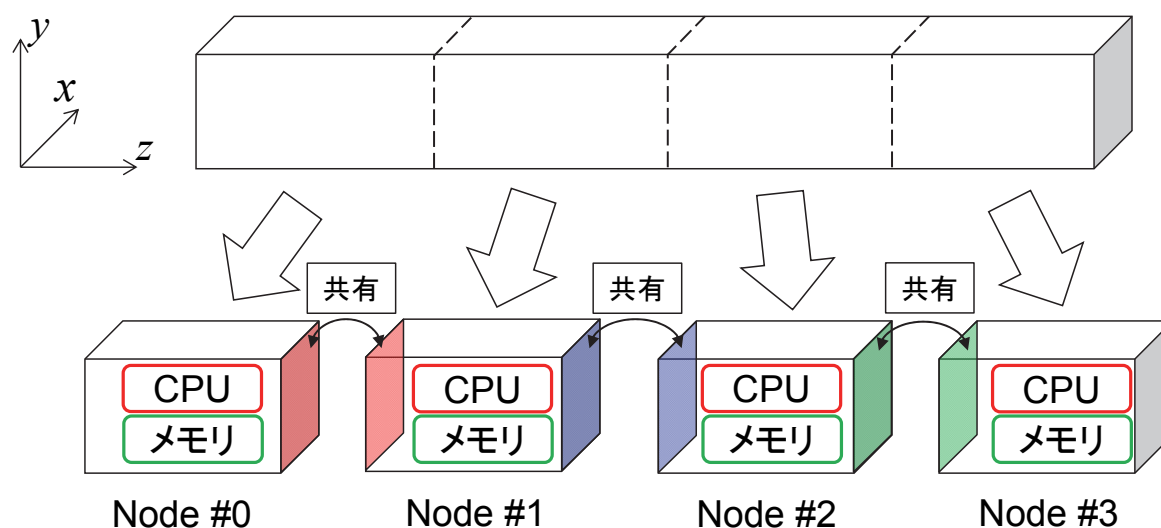


図 3.5：領域分割に伴うノード毎の処理の分散

3.3.3 分割面でのデータの送受信

分散メモリ型並列処理は、解析空間の領域分割に基礎を置いている。重複部分を介して2つのノード間で行われるデータ送受信の具体的な流れについて図 3.6 に示す。z 軸方向の $Kz-1$ と Kz 番目のセル間を分割面とする場合、Node#0 の $Kz-1$ と Kz のセルがそれぞれ Node#1 の 1 と 2 のセルに重複する。異なるノード、つまり Node#0 と Node#1 がそれぞれの領域の処理を行う場合、重複部分では図 3.8 のように Node#0 からは Node#1 に対して磁界のデータが、Node#1 からは Node#0 に対して電界データがそれぞれ送信される。

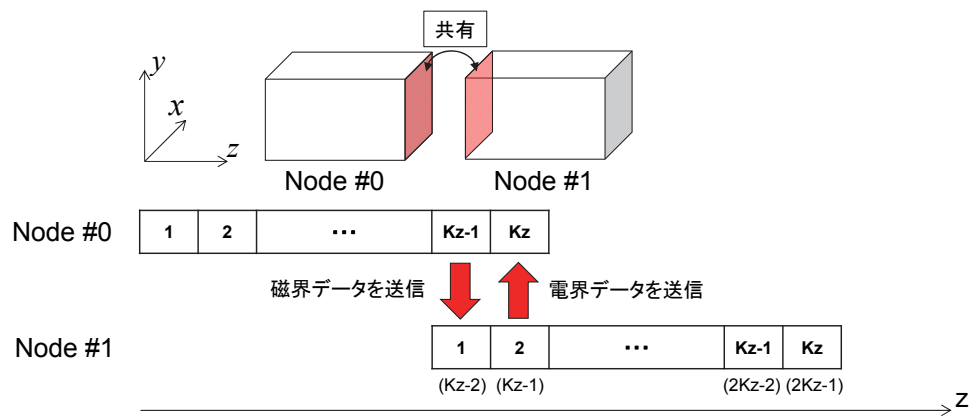
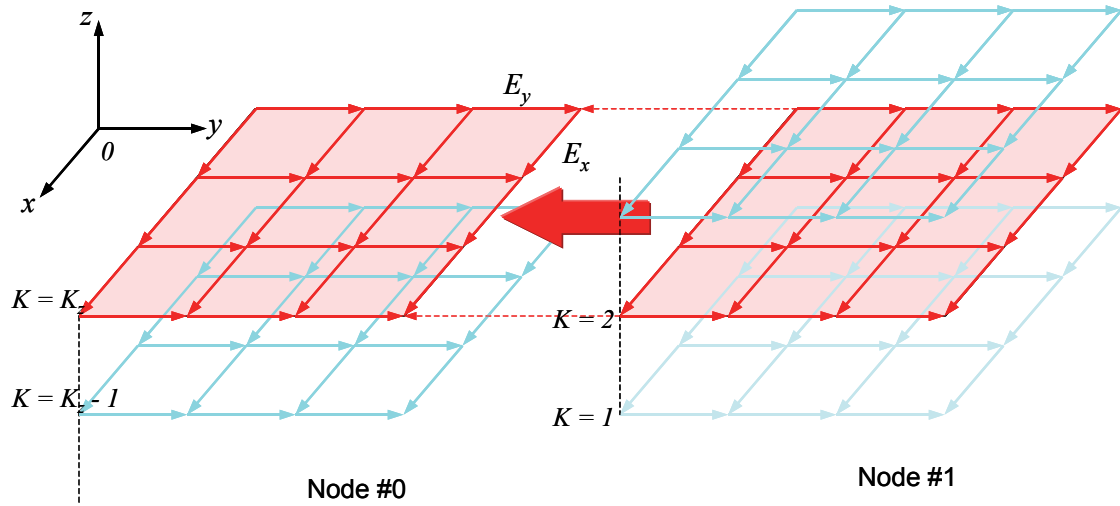


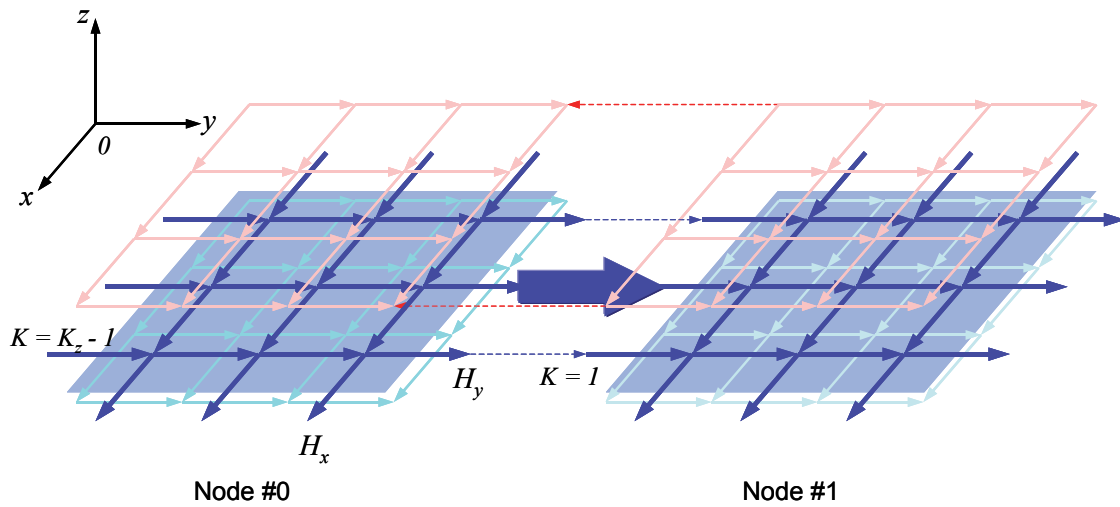
図 3.6：分割面におけるデータの送受信

3.3.4 ノード間における電磁界成分の共有とデータの送受信

ノード間で共有するセルまたは電界および磁界データについて図 3.7 に示す．同図は Node0 および Node1 の間での電界および磁界データの共有について示している．また各ノードの z 軸方向のセル数を K_z としている．電界成分 E_x および E_y を共有するため，ノード1でセル $K=2$ の $E_x(*,*,2)$ および $E_y(*,*,2)$ をノード0で $K=K_z$ の $E_x(*,*,K_z)$ および $E_y(*,*,K_z)$ に送信する．このとき，ノード1でセル $K=1$ の $E_x(*,*,1)$ および $E_y(*,*,1)$ は最終的な結果のデータとしては扱わない．一方，磁界データについてはノード0でセル $K=K_z-1$ の $H_x(*,*,K_z-1)$ および $H_y(*,*,K_z-1)$ をノード1でセル $K=1$ の $H_x(*,*,1)$ および $H_y(*,*,1)$ に送信する．



(a) 電界 E_x および E_y の共有



(b) 磁界 H_x および H_y の共有

図 3.7 : ノード間の電磁界データの送受信

データの転送においては、一時作業用変数を定義せずメモリ上で連続していない境界部分のデータなど、飛び飛びのデータを新しいタイプのデータセットにまとめ一括して送受信を行うことが出来るようにするため、派生データタイプ(Derived Data Type)を新たに定義する。派生データタイプの定義およびノード間送受信を行うためのプログラム例を図 3.8 に示す。ただし、x 軸方向および y 軸方向のセル数を K_x および K_y としている。新しい変数型を `Newvec` とし、倍精度実数型で $K_x \times K_y$ 個のデータから構成されると定義している。z 軸方向に領域分割する場合、FORTRAN の配列変数の要素アドレス順との関係から `MPI_TYPE_VECTOR` で指定するストライドおよびブロック長をいずれも 1 とする。

同図より、送受信先のランク番号を変数 `Lower` および `Upper` 代入する。送受信ではデッドロックの発生を回避するため、サブルーチン `MPI_SENDRECV` を用いる。派生データタイプの定義を行った場合、プログラムの最後でサブルーチン `MPI_TYPE_FREE` を使用して定義したデータタイプを抹消する。

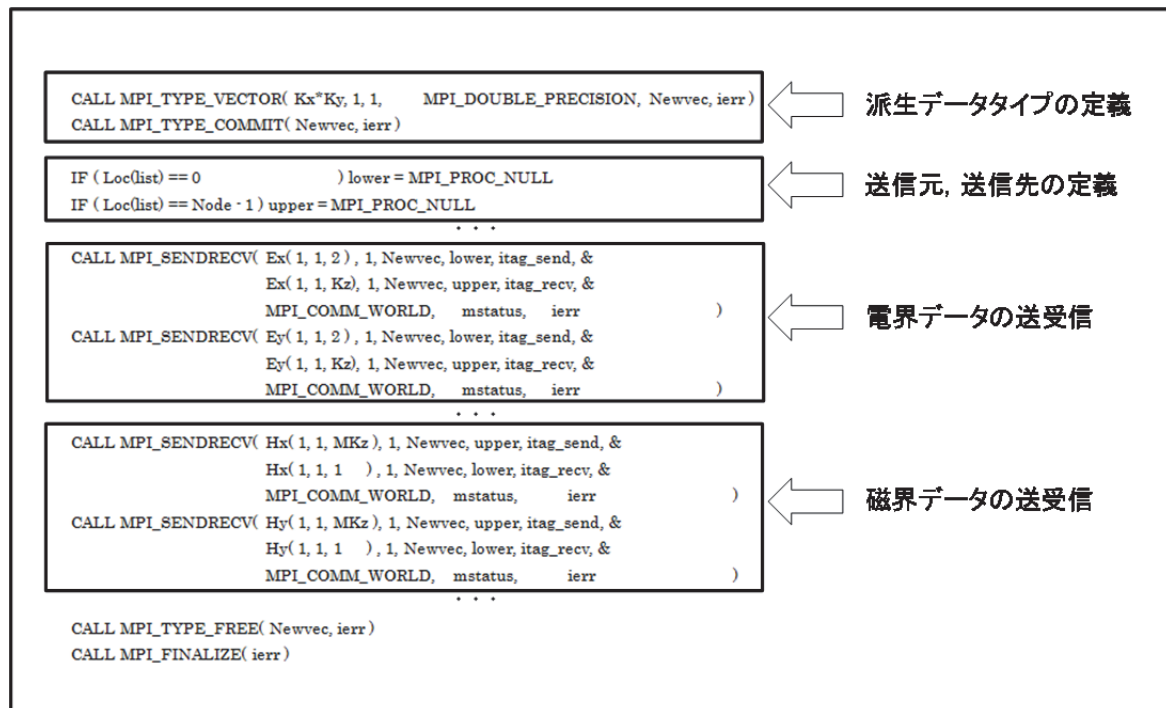


図 3.8 : 派生データタイプを用いた型宣言および電磁界成分のノード間送受信

3.4 むすび

本章では高速鉄道車両や航空機といった大規模な解析モデルを適用した電磁界解析を高精度かつ高速に行うための手法の1つとして、大型計算機を用いた分散メモリ型並列処理をFDTD法に適用することに着目し、その流れおよび定式化について説明した。

分散メモリ型並列処理を適用したFDTD法のプログラムの全体の流れを図3.9に示す。初期化部分において派生データタイプの定義、ランク番号および起動されたノード数の取得、送受信先のランクを定義する。次に、図に示した部分においてノード間でのデータの送受信を行う。電界および磁界のいずれにおいても、PML吸収境界条件を適用した直後にデータの送受信を行う。このように、分散メモリ型並列処理において、プログラム中の解析部分の変更はわずかである。しかし、扱う解析モデルをノード毎に分割すること、ノード毎の計算負荷を均等にするなどの工夫を行う必要が有る。

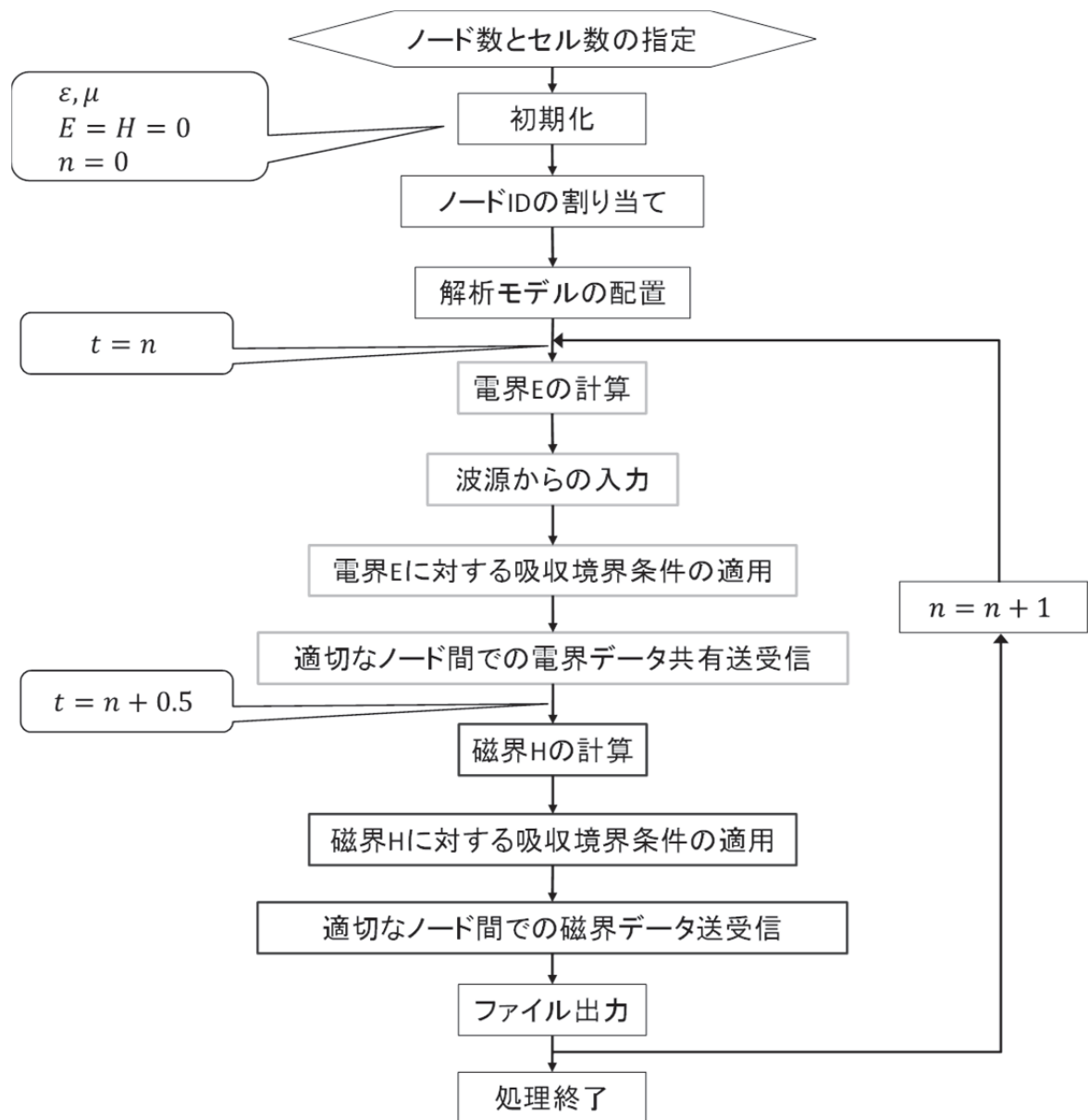


図 3.9 : FDTD 法に基づく電磁界シミュレーションプログラム並列化のフローチャート

第 4 章

多重反射環境内における基本伝搬特性

4.1 まえがき

第2章および第3章で示した手法を用いて多重反射環境内における伝搬特性推定を行う。本章では乗客を考慮しない多重反射環境，すなわち高速鉄道車両と航空機における基礎伝搬特性について示す。まず，高速鉄道車両の FDTD 解析モデルについて示したのち，周波数，偏波，送信ポイント位置の違いによる伝搬特性の変化について明らかにする。さらに，高速鉄道車両の客車間を仕切る車両間ドアによる車車間伝搬に及ぼす影響について示す。また，航空機の FDTD 解析モデルについて示したのち，周波数特性について明らかにする。さらに交差偏波電力比(Cross-Polarization Ratio, XPR)の推定を行う。

4.2 高速鉄道車両の基礎伝搬特性

高速鉄道車両では乗客に無線 LAN 接続サービスを提供する試みがなされている。各車両の上部に設置された無線局からそれぞれの車両にいる乗客に無線サービスを提供するために IEEE802.11b/g である 2 GHz 帯の周波数を用い，無線局間をリンクさせるために IEEE802.11a である 5 GHz 帯の周波数を用いる。本節では，まず大規模 FDTD シミュレーションで用いる高速鉄道車両の数値モデルについて詳細に示したのち，周波数，偏波，送信ポイント位置の違いによる伝搬特性の変化について示す。

4.2.1 高速鉄道車両モデル

高速鉄道車両モデルを図 4.1 に示す。モデルの基本構造は日本で運用されている N700 系をベースにしている。同図より，本解析モデルは 2 車両連結したモデルとなり，客車内は 2 人掛けと 3 人掛けの座席がある。ただし，本研究では車両内の電波伝搬特性を評価することから，影響がないと考えられる車輪やパンタグラフなどの構造物は考慮していない。車両間の接続は通路床面部分のみ完全導体による接続を行い，連結部用外幌といったそれ以外の部分についてはモデリングしない。客車スペース両端にある車両間ドアは開放している。図 4.2 に 3 次元的に見た車両接続部を示す。ここでは，金属を完全導体，その他の材料については以下の電気定数を用いた。解析モデルは x 軸方向 3.2 m，y 軸方向 2.6 m，z 軸方向 49.3 m となった。また，図 4.3 に高速鉄道車両内の座席寸法を示す。

構造物等のパラメータ

車体	厚さ 10 cm の完全導体
車内スペースの仕切り	厚さ 5 cm の完全導体
座席シート	比誘電率 1.6 導電率 10^{-3}
座席	完全導体
天井荷物用棚	厚さ 2 cm の完全導体
窓ガラス	厚さ 1 cm 比誘電率 5.0 導電率 0.003
連結部分	通路を厚さ 10 cm の完全導体で連結
車体外部	モデル化省略

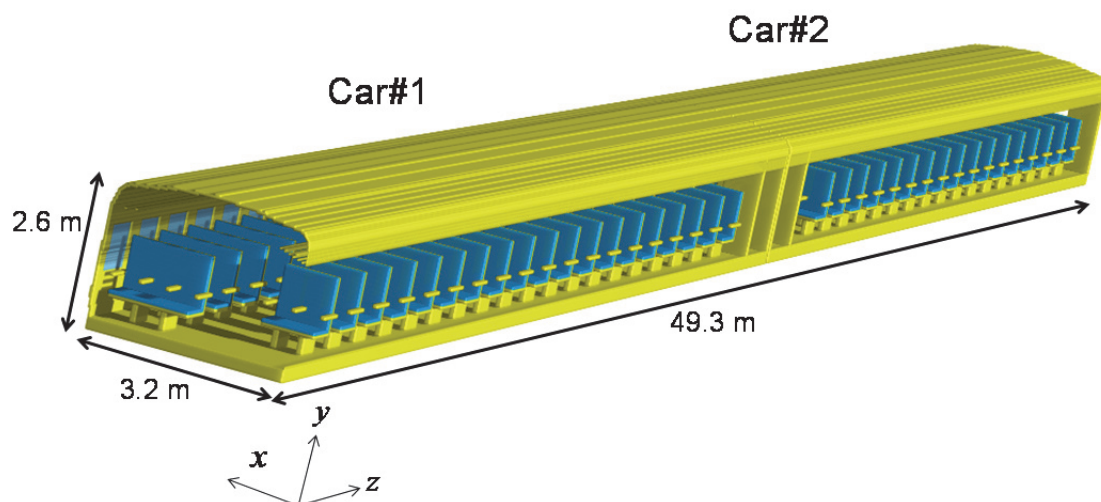


図 4.1：高速鉄道車両モデル

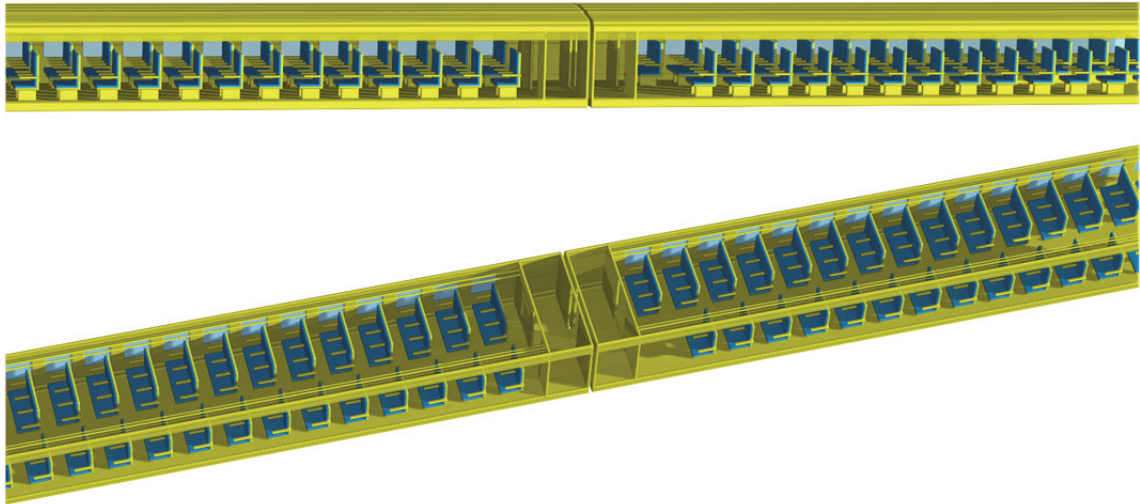


図 4.2：車両間接続部の 3 次元構造図

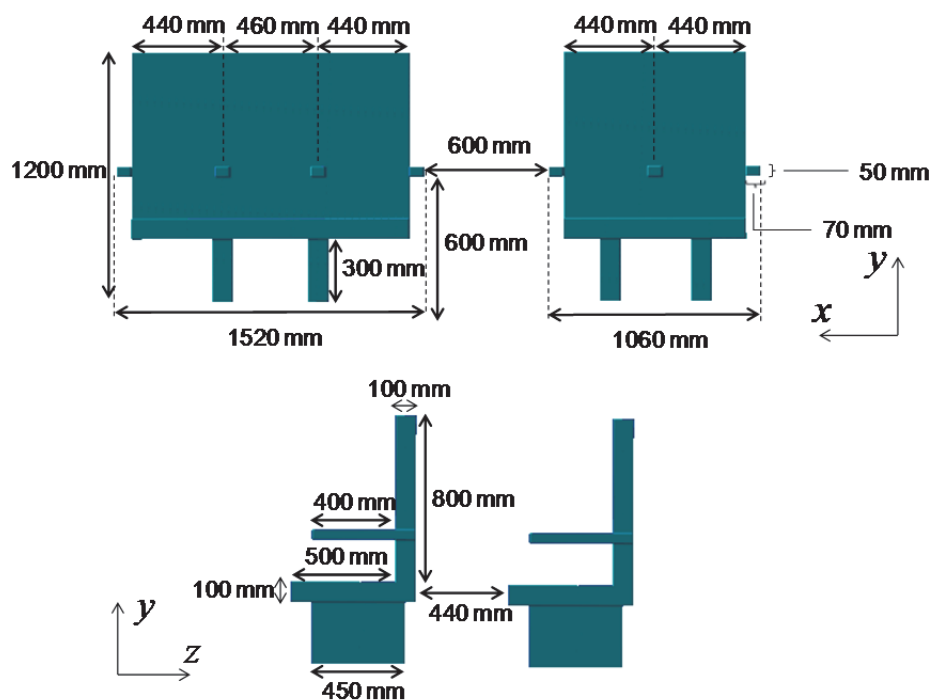


図 4.3：高速鉄道車両内部に配置する座席寸法

4.2.2 高速鉄道車両の基本伝搬特性評価

FDTD 解析パラメータを表 4.1 に示す．無線 LAN アクセスポイントは 802.11a/b/g を

想定し，評価周波数を 2.45 GHz および 5.25 GHz とする．アクセスポイントとしての送信アンテナは，共同研究先で行われた測定との比較のために半波長ダイポールアンテナとしている．本論文では，アクセスポイントの設置位置は，1 両目前方中央の天井付近とする．アンテナの入力電力は 1 W とする．セルサイズは 5 mm，使用するノード数は 10 とし，解析時に使用する総メモリ数は約 790 GB である．本論文においては，2.45 GHz，5.25 GHz に対する計算周期は 4000,7000 となっており，計算時間はおよそ 36 時間，40 時間となった．いずれの周波数も定常状態になることを確認している．FDTD 解析中のアンテナ配置は，アンテナの長軸方向を垂直偏波時には y 軸方向，水平偏波時には x 軸方向に向けている．

表 4.2 : FDTD 解析パラメータ

FDTDパラメータ	
Problem Space	398*300*4950 cm ³
Cell size	$\Delta = 5 \text{ mm}$
Antenna	$\lambda/2$ dipole (Vertical, Horizontal Polarization) Input 1 W
Absorbing Boundary Conditions	CPML (10 layers)
Iteration	5.25 GHz:7000 periods 2.45 GHz:4000 periods
Number of nodes	10
Total required Memory	790 GB

以下に図 4.4 に垂直偏波における 2.45 GHz と 5.25 GHz の 2 次元電界強度分布を示す．電界成分は主偏波方向成分(垂直偏波なら E_y ,水平偏波なら E_x)とする．評価位置は床面から高さ 68 cm, 乗客が無線端末を利用する高さに相当する．これ以降の 2 次元電界強度分布の水平面高さもこれと同一とする．同図より, Car#1 では分布に大きな違いはないものの, 5 GHz 帯の Car#2 においては, 通路部で比較的大きな値の分布になっていることが分かる．

高速鉄道車両モデルの偏波特性を調べるため, アンテナの偏波方向をそれぞれ垂直偏波と水平偏波にした電界強度分布を図 4.5 に示す．周波数は 5.25 GHz である．同図より, Car#1 では, 送信アンテナ近傍で水平偏波が垂直偏波に比べて僅かに大きい, Car#2 では, 通路部の分布において垂直偏波の場合が大きくなっていることが分かる．図 4.6 に周波数 2.45 GHz における垂直偏波と水平偏波の電界強度分布を示す．同図より, Car#1 では, 送信アンテナ近傍の領域で水平偏波の場合が明らかに大きな分布になっており, Car#2 では図 5.7 同様に垂直偏波が大きな値になっている．

Car#2 の通路部と座席部で電界強度に違いが生じているのは高速鉄道車両の y 軸方向の寸法が 2.6 m に対して座席の y 軸方向の寸法が 1.2 m あり, Car#2 の床上 68 cm の位置までに電波が行き届くにはより複雑な伝搬経路を辿る必要があると考えられる．また, 偏波によって Car#2 への伝搬の度合いが異なる要因として, 乗客が座るスペースに設置されるドアの位置と車両間接続部のドアの位置が異なっており, これが偏波による差異を生じていると考えられる．

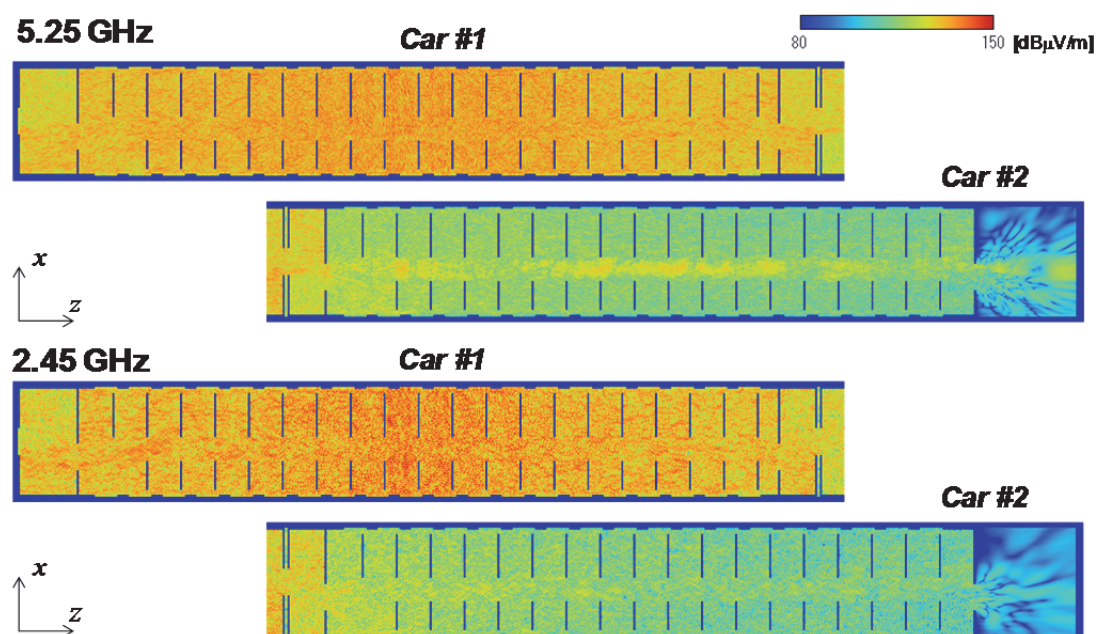


図 4.4 : 垂直偏波における 2 次元電界強度分布

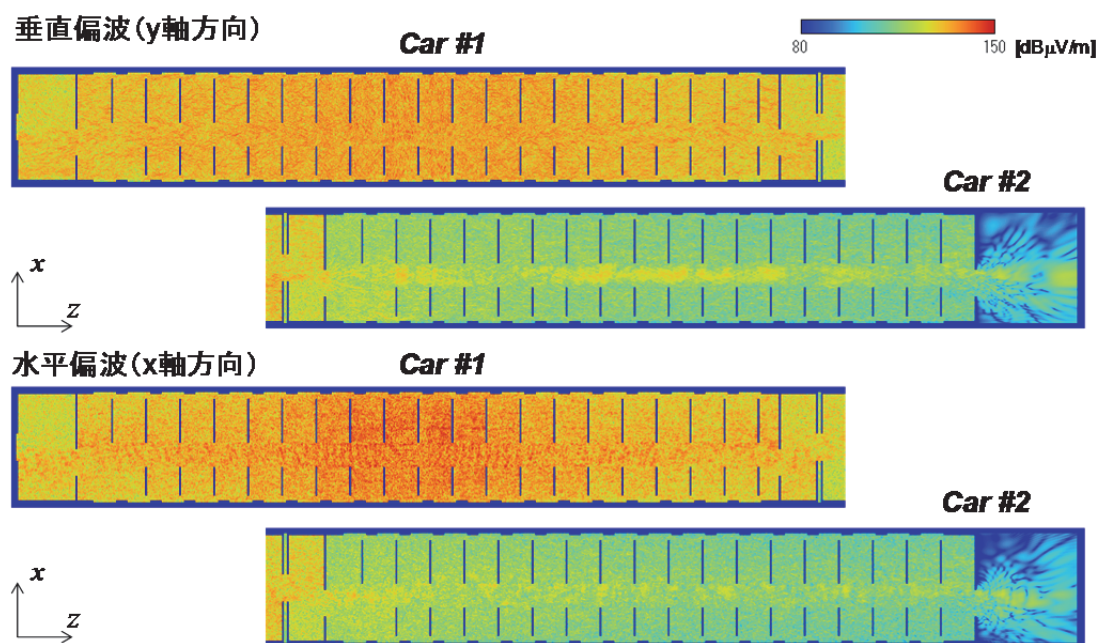


図 4.5 : 5.25 GHz の 2 次元電界強度分布

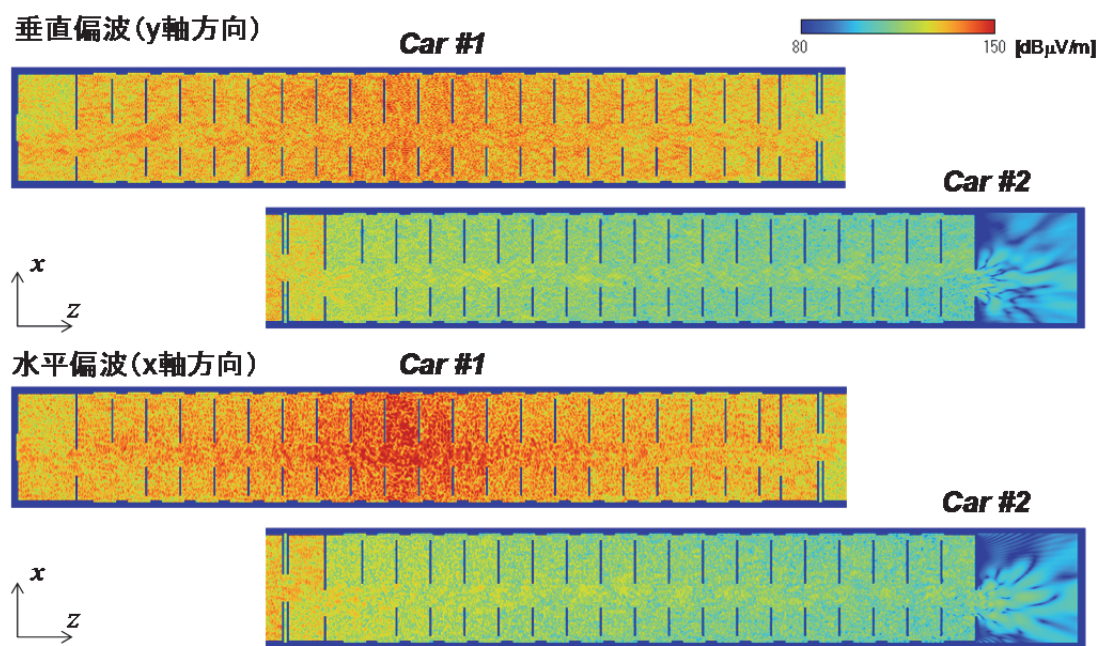


図 4.6 : 2.45 GHz の 2 次元電界強度分布

4.2.3 車両間ドアによる高速鉄道車両内車車間伝搬への影響

次に、各車両の客車スペースの両端に設置されている車両間ドアによる影響について評価を行う。本論文で評価する車両間ドア条件について、図 4.7 に示す。

同図の黒丸で示すように扉が配置されており、第 1 車両の前方および第 2 車両の後方にも同様の位置に扉が存在する。2 枚の扉の間には連結通路が存在する。扉モデルは実際の高速鉄道車両で用いられる窓付き扉の一つから選択し寸法データを基に作成した。窓寸法は幅 24cm、高さ 72cm でありガラス製とした。本稿では、扉が開放されている場合、扉が閉じられている場合、比較のため設定した金属壁で完全に遮蔽されている場合の 3 条件について評価結果を示す。

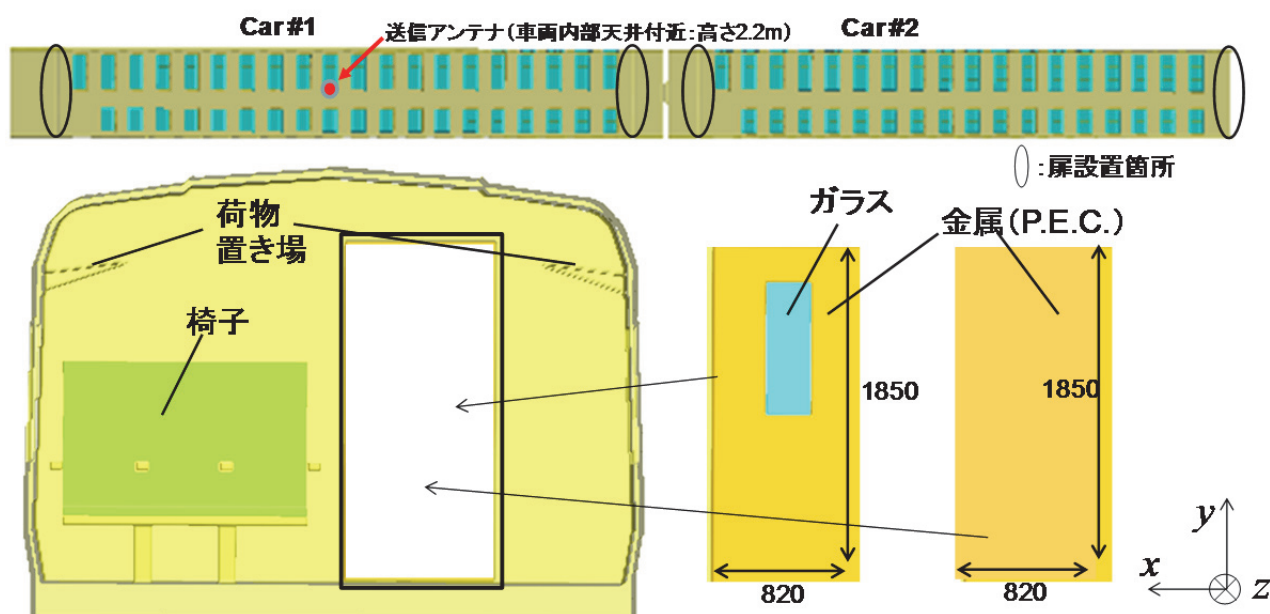


図 4.7：車両内伝搬の評価モデル

図 4.8 および図 4.9 に、FDTD 解析により得られた電界強度分布の評価結果例を示す。周波数は 2.45 GHz である。図 4.8 の参照面はこれまでと同様床上高さ 68 cm であるが、図 4.9 は車両中央付近通路部における垂直面内の 2 次元電界強度分布を示しており、高さ方向の分布がどのようになるのかを評価する領域として設定している。

いずれの分布特性においても、自由空間とは大きく異なる多重反射伝搬となっていることが分かる。高速鉄道車両内では側面に窓があるものの、周囲が金属壁で囲まれているため、多くの伝搬パスが存在することにより定在波生じており、距離による減衰が小さい。また、隣接車両への伝搬については、ドア条件に起因した伝搬損特性変化が大きいことがわかる。つまり、車両間扉を開放とした場合に比べ、窓付きのドアを閉じた条件を仮定した場合には、隣接車両における電界強度分布は低くなり、金属扉で完全に遮

蔽すると、隣接車両への伝搬はほとんど見られなくなる。

さらにドア条件による違いを定量的に評価するために 1 次元電界強度分布を用いた評価を行う。図 4.10 に図 4.8 で示した水平面の電界強度分布で車両中央を通過する 1 次元電界強度分布を 3 つのドア条件についてまとめて示す。同図より、車両間ドアによる電波遮蔽効果により、隣接する車両への伝搬に大きな違いがあることが分かる。具体的に、標準的な車両間ドア 2 枚で 10dB 程度、完全導体のみで構成されたドア 2 枚で 32dB 程度減衰している。

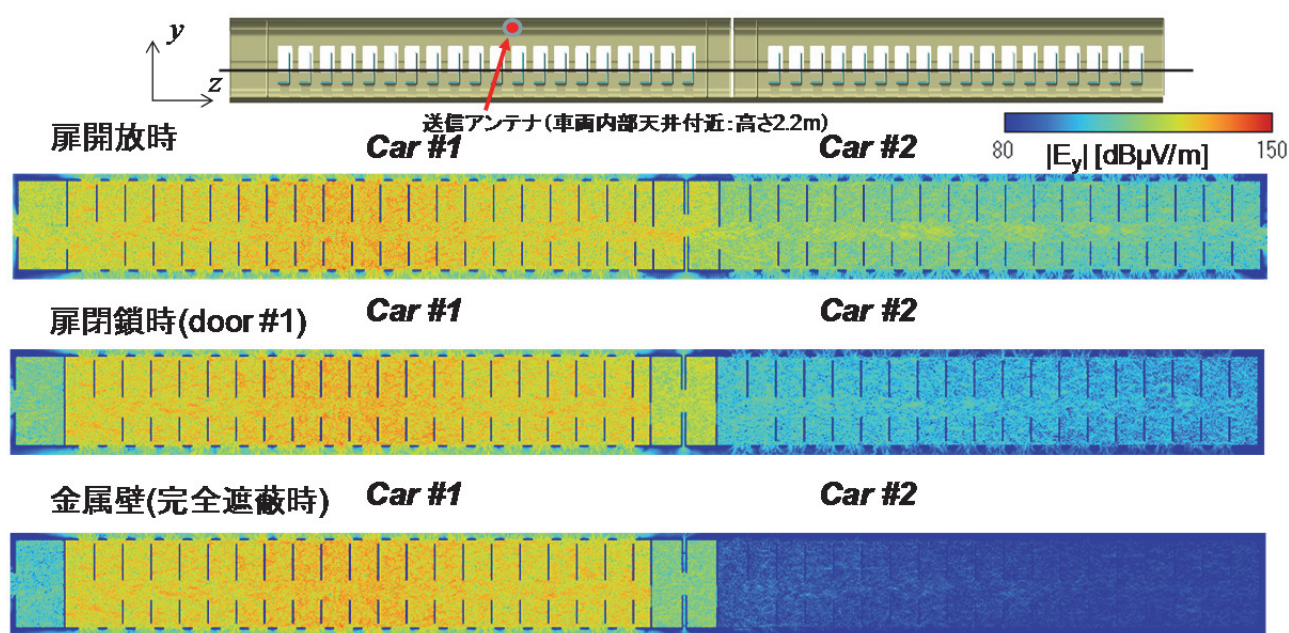


図 4.8：ドア条件ごとの車両内電界強度分布の (68 cm の水平面)

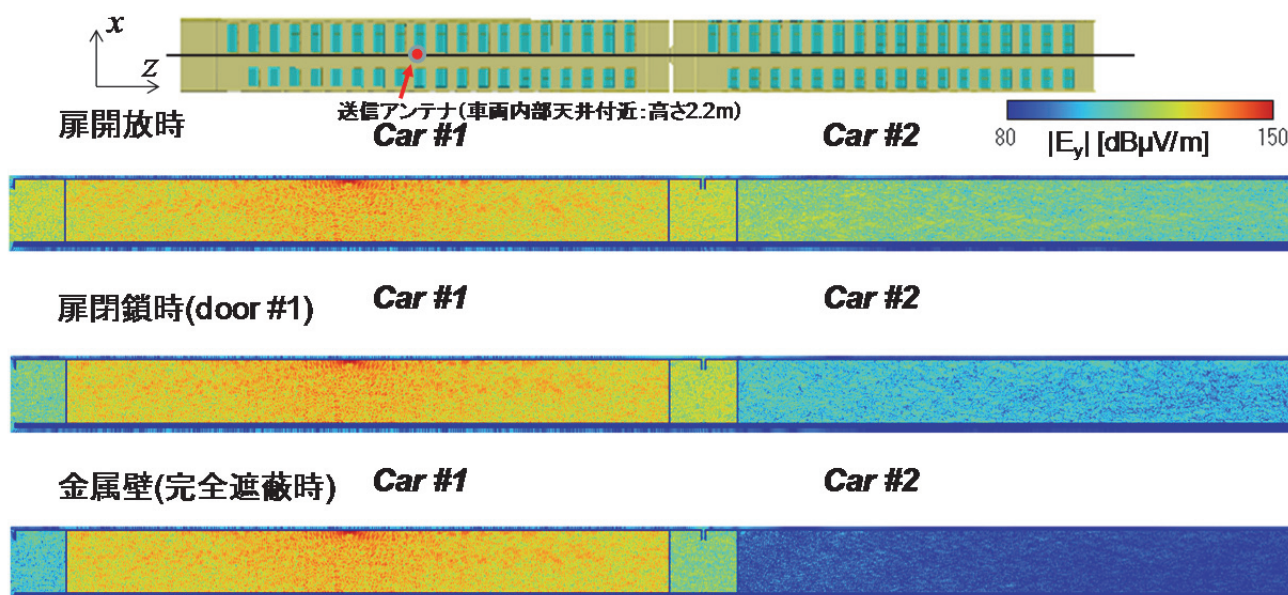


図 4.9：ドア条件ごとの車両内電界強度分布 (車両中央部の垂直面)

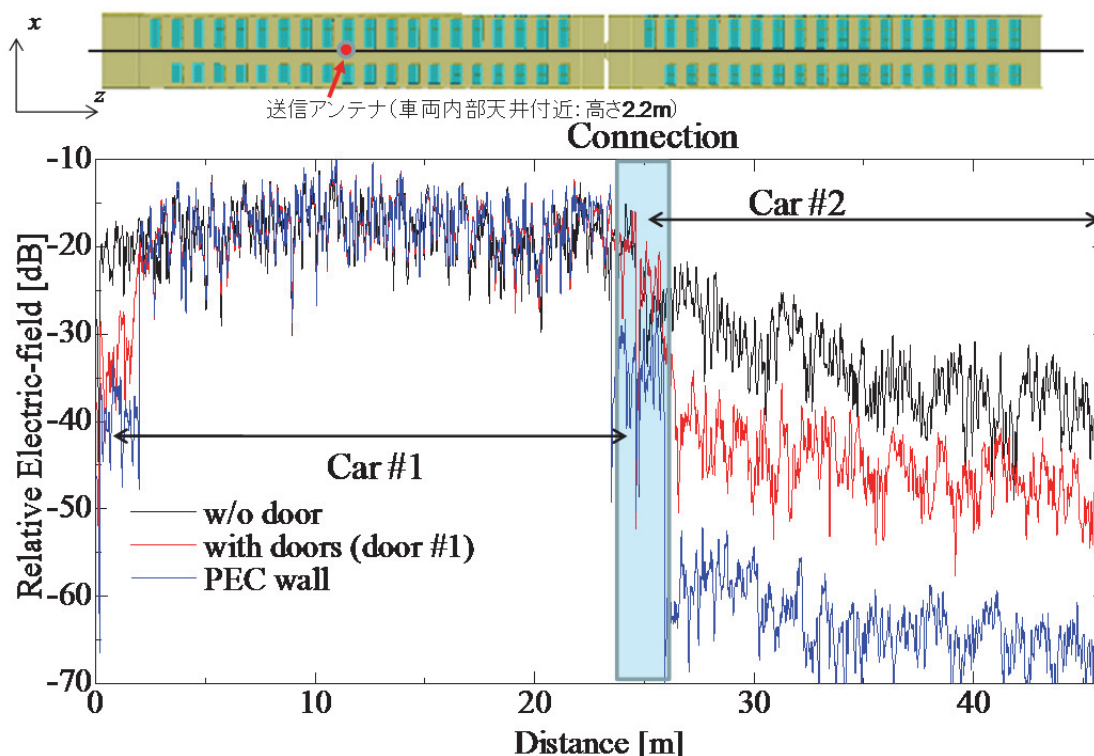
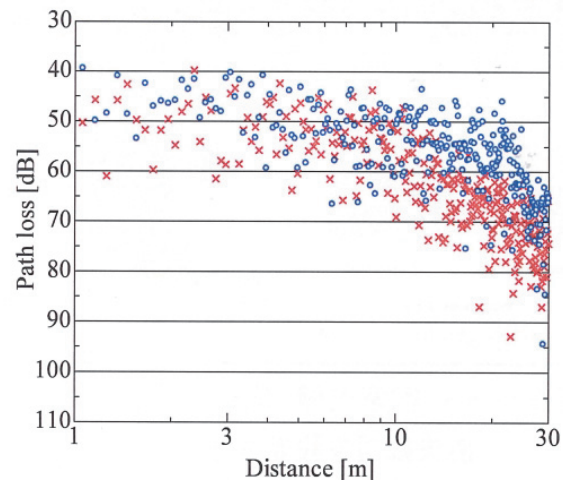


図 4.10 : 1 次元電界強度分布の比較 (車両内高さ : 68 cm の水平面)

文献[46]において、高速鉄道車両内における 2GHz 帯電波の path loss 特性の測定結果が報告されている。そこで、送信アンテナの中心を通る+z 軸上の path loss 特性について評価する。得られた特性について、見通し良好な室外環境および ITU-R の計算式で得られるオフィス環境の特性と比較したものを図 4.11 に示す。図中、○印と×印でそれぞれ送信アンテナを車両前方に設置している場合と車両中央に設置している場合の特性を示している。同図より、送信アンテナが設置される Car #1 の車両内の減衰は自由空間や ITU-R (office)の式で示される環境より小さいことがわかる。これは、多重反射環境である鉄道車両内での導波管モードの影響であると考えられる。また両者を比較すると、シミュレーションで取得した伝搬特性は測定結果と良好に一致していることから、シミュレーションの結果が妥当であると考えられる。

➤ シミュレーション



➤ 測定

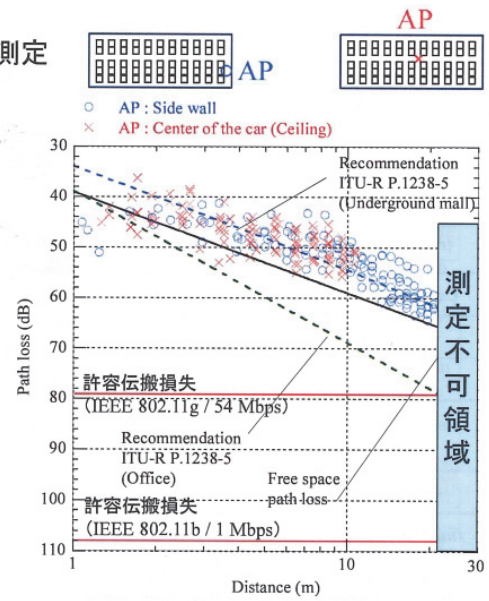


図 4.11 : 車両内 path-loss 特性

4.3 航空機内の電波伝搬特性推定

80 年代、90 年代の航空機ではワープロや携帯ゲーム機といった乗客が所有する携帯電子機器から意図せず放射された電磁波により航法機器に電磁干渉影響を与えたことから、航行中の携帯電子機器の使用については長いこと禁止されていた。しかし、航空中の携帯通話サービスやデータ通信サービスの需要の高まりを受けて、国内外を問わず航空会社による無線サービスが開始されている。さらに、近年では航空機メーカーやアビオニクスメーカーからなる業界団体の下で Wireless Avionics Intra-Communication と呼ばれる、航空機内を行き交う電気信号の一部をワイヤハーネスの代わりに無線で行う規格の作成が進められている。このように、航空機内でも無線を利用する取り組みが進められている。しかし、航空機内で放射された電磁波により航法機器等に影響を与えるのではないかと懸念する声もある。本論文では、過去に航空機内で携帯電話基地局を設置するという計画があった経緯から、航空機内という金属で囲まれた多重反射環境について FDTD シミュレーションでモデルを構築し、励振源を設置して電磁波がどのように伝搬するかについて評価する。さらに、携帯電子機器から放射された電磁波による航法機器へ及ぼす干渉量についても評価する。

4.3.1 航空機解析モデル

本論文で使用する航空機モデルは、Boeing777-200ER を基としている。B777-200ER は真円形断面を持った胴体に特徴があり、胴体部にはアルミ軽合金が使用されている。また客席上方荷物入れまでの高さは 193 cm という従来機よりも高く設定されている。B777-200ER に関する機体パラメータを表 4.1 に示す。全幅(主翼幅)6090 cm，全長 6370 cm，全高 1850 cm，キャビン幅 586 cm，キャビン長 4897 cm，エグゼクティブクラス座席数 56 席，プレミアムエコノミー座席数 40 席，エコノミークラス座席数 149 席，全座席数 245 席である。

表 4.3 : B777-200ER 機体パラメータ

全幅	6090 cm
全長	6370 cm
キャビン幅	586 cm
キャビン長	4897 cm
座席数(エグゼクティブクラス)	56 席
座席数(プレミアムエコノミー)	40 席
座席数(エコノミークラス)	149 席
座席数(合計)	245 席

以上の B777-200ER 機体パラメータを基に作成された計算機上で再現された航空機解析モデルを図 4.12 に示す。解析においては航空機内部の電磁界のみを評価するため、図 4.12 に示される主翼や尾翼等の機体外部のモデル化は省略している。モデル寸法は z 軸方向に 52.3 m, x 軸および y 軸方向に 4.12 m とする。

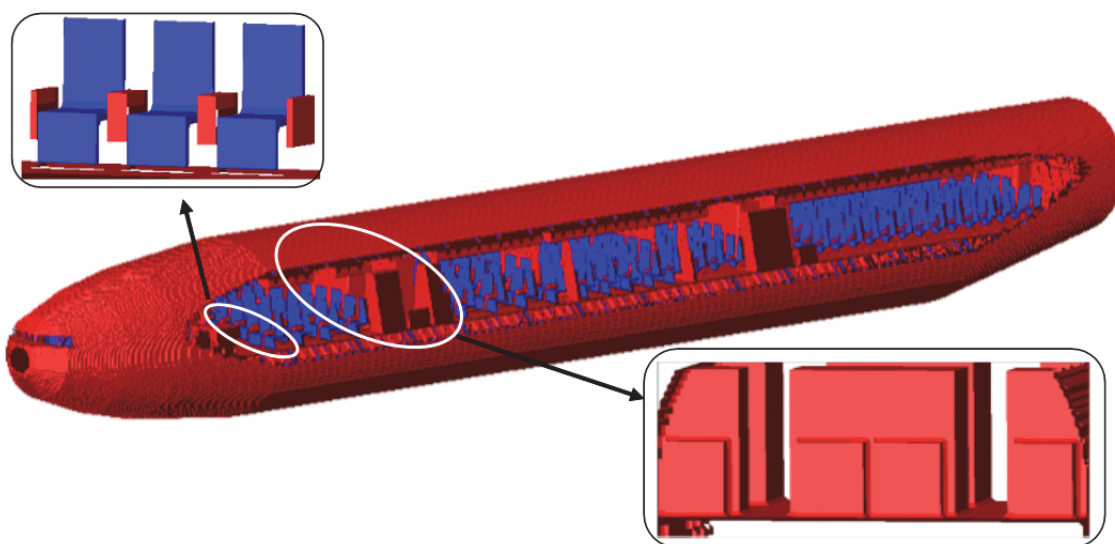


図 4.12：航空機解析モデル(主翼，尾翼等の外部のモデル化は省略)

FDTD 解析パラメータを表 4.4 に示す。本解析では、1 辺が 1 cm の立方体セルを用いる。解析空間に含まれる全セル数は $673 \times 673 \times 5298$ となる。使用する周波数は代表的な携帯電話周波数である、810MHz と 1.47GHz, そして 2.12 GHz である。吸収境界条件として、8 層の PML を適用して、繰り返し計算回数は 810MHz と 1.47GHz, 2.12 GHz でそれぞれ 800, 1400, 2100 である。使用するアンテナは半波長ダイポールアンテナとし、入力電力は 0.1W である。ただし、機体外部全ての方向に対して、ガードセルを 22 セル設けている。、さらにその外部に 8 層の PML を適用している。CPML は、FDTD 解析においてほぼ平行に入射する数値伝搬波での不要反射を低減可能な吸収境界条件であり、航空機のような細長い形状のモデルに適している。解析には、近年機内での利用が拡大している無線 LAN 電波を扱う。このときのアンテナモデルとして、入力電力 0.1W の半波長ダイポールアンテナを設置する。解析周波数は 2.45 GHz とする。

表 4.4 : FDTD 解析パラメータ

Problem space	673×673×5298 cells (x×y×z)
Cell size (cubic)	$\Delta = 10$ mm
Frequency	810 MHz, 1.47 GHz, 2.12 GHz
Absorbing boundary condition	P.M.L. (8 layers) in all directions
Iteration number	810MHz:800 1.47GHz:1400 2.12 GHz:2100
Antenna (input power)	$1/2 \lambda$ dipole antenna (0.1 W)

機体内部の電磁界をより精度よく算出するため、機内の構造部について詳細なモデリングを行っている。図 4.13 に航空機内の什器(椅子、パーティション等)構造物のモデルを示す。座席配置等は実際に国内で運用されている機材のデータに基づいている。表 4.5 に機内構造物の電気定数をまとめて示す。胴体部は厚さ 10 cm の完全導体(PEC)としている。窓部には厚さ 1 cm のプラスチックを用いている。シートは背もたれと手置き部を PEC, 座席部には厚さ 10 cm の損失媒質が設置してある。パーティション、トイレ、ギャレイ、荷物入れについては PEC のみで構成されている。また、胴体の内側には円形のフレームが、さらにその内側に内壁が設定されている。内壁は厚さ 1 cm の損失媒質で構成されている。また、床面にも同様に厚さ 1 cm の損失媒質が設定してある。

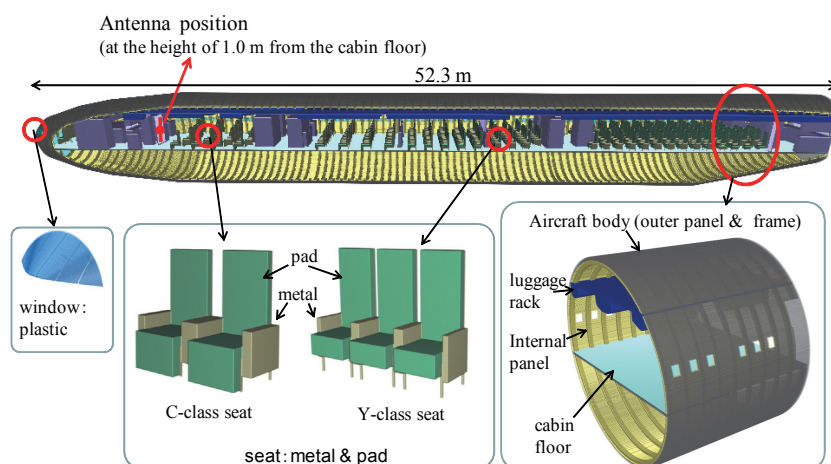


図 4.13 : 機内構造物のモデル

表 4.4 : 機内構造物の電気定数

Media	ϵ_r	σ [S/m]
Free space	1.0	0
Aircraft body	-	∞ (PEC)
Seat (metal & pad)	-	∞ (PEC)
	2.0	$3.02 \cdot 10^{-3}$
Cabin Partition	-	∞ (PEC)
Lavatory	-	∞ (PEC)
Galley	-	∞ (PEC)
Ceiling luggage rack	-	∞ (PEC)
Cabin floor	3.5	1.51
Inside panel wall	3.5	1.51
Window	2.25	$8.34 \cdot 10^{-4}$

4.3.2 航空機の基本伝搬特性推定

図 4.14 に前項で述べた 3 つの周波数帯における航空機内 2 次元電界強度分布について示す。参照面は航空機内床面の 1.0 m の高さとする。同図より、高速鉄道車両と同様に複雑な電磁界分布が形成されていることが分かる。さらに実際の航空機内で測定されたデータと比較するため、図 4.15 に送信アンテナから後方の見通し経路における 1 次元電界強度分布についてそれぞれの周波数について示す。同図より、それぞれの周波数帯の解析データは測定と一致していることがわかる。

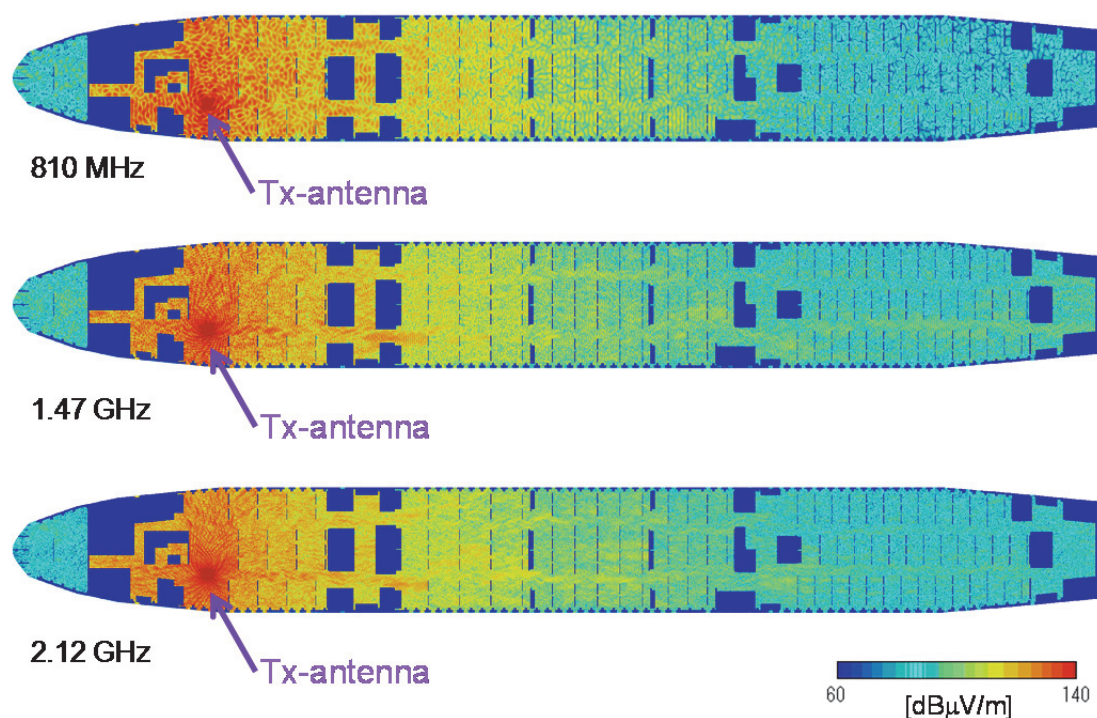
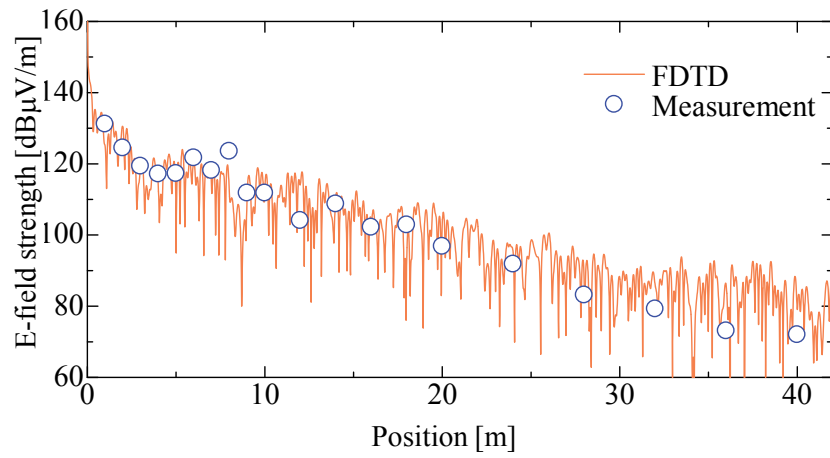
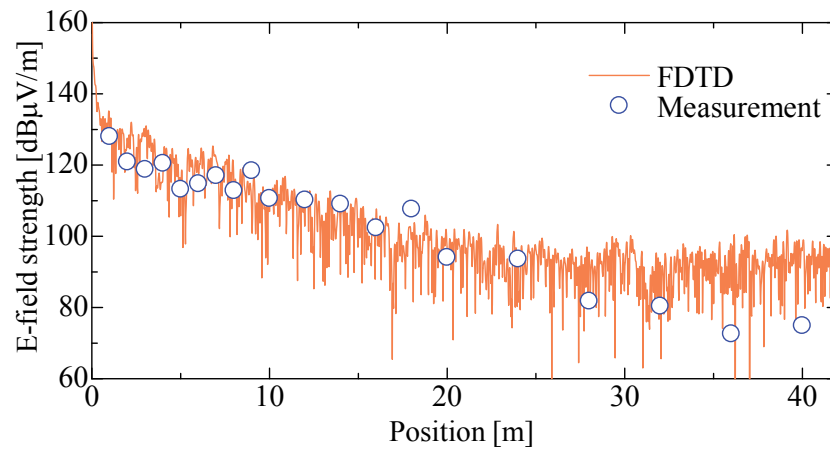


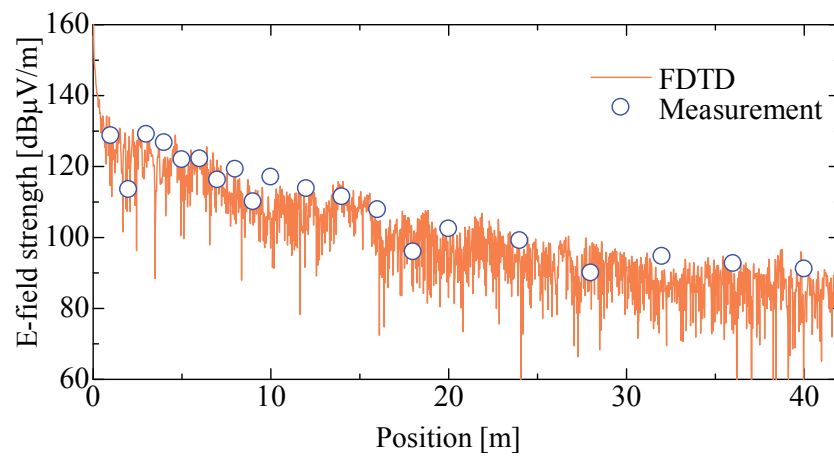
図 4.14 : 航空機内 2 次元電界強度分布(床上高さ 1m)



(A) 810MHz



(B) 1.47GHz



(C) 2.12 GHz

図 4.15 : FDTD シミュレーションデータと測定データとの比較

4.3.3 Cross-Polarization Ratio(XPR)の評価

次に航空機内における XPR の評価を行う。XPR とは交差偏波電力比のことを指し、送信アンテナと直交する偏波の電力レベルに対して一致する偏波の電力レベルの比として表現される。一般的にモバイルコミュニケーションのマルチパス環境下での XPR は 4~9dB とされる。本論文では大規模 FDTD シミュレーションにより得られたデータを基に航空機内の XPR を垂直偏波図 4.16 および図 4.17 に、主偏波，交差偏波それぞれの 2 次元電界強度分布より得られた XPR ヒストグラムを示す。図 4.16 の結果はアンテナを垂直偏波で励振した場合，図 4.17 の結果は水平偏波で励振した場合となっている。周波数は 810.05 MHz である。評価面については，図 4.14 に示す，アンテナを含む垂直および水平の 2 次元平面であり，金属を除く航空機内部としている。横軸は交差偏波電力比(XPR)の値，縦軸は全体のセル数に対して，対応する XPR の値をもつセルがどの程度存在するかを確率分布で示している。

XPR ヒストグラムより，垂直面および水平面における XPR ヒストグラムのピークが共に 0dB 付近に位置していることが確認できる。このことから航空機内部では，アンテナの偏波方向によらず，主偏波成分と交差偏波成分が同程度に存在することが分かる。このようになる原因としては，機内は複雑な多重反射環境であり，さらに内壁が円筒形状であるため，偏波が反射や散乱により大きく変化するためであると考えられる。

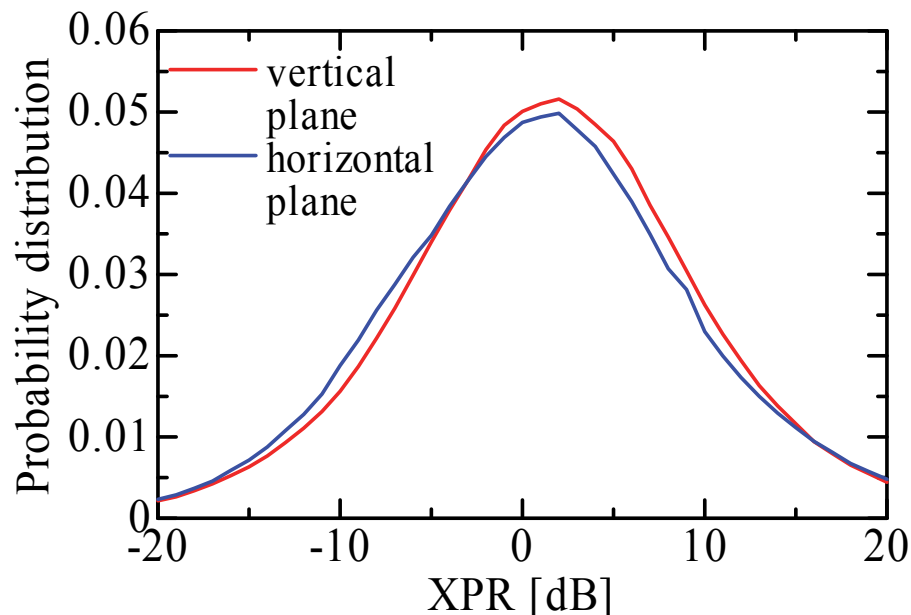


図 4.16 : XPR ヒストグラム(垂直偏波励振)

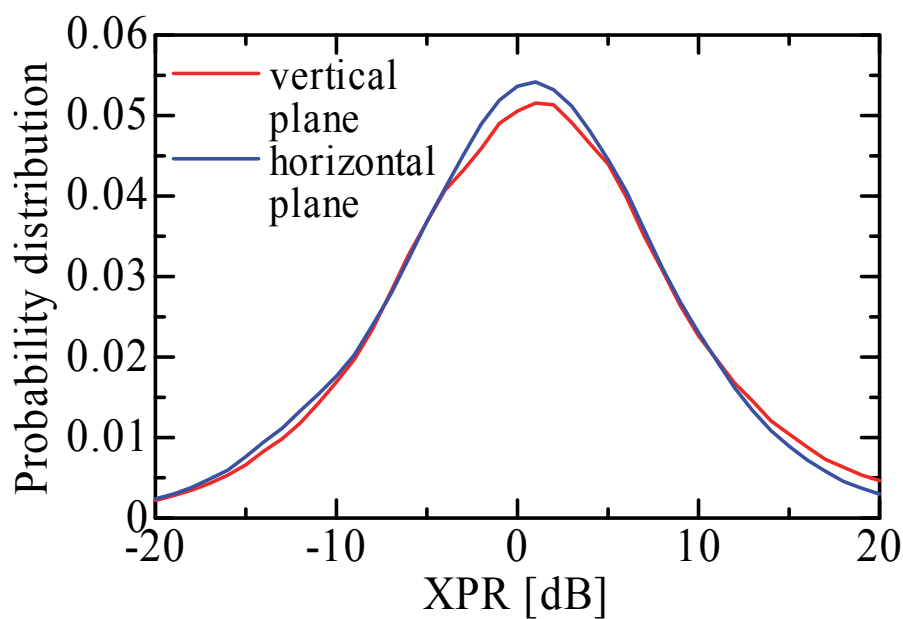


図 4.17 : XPR ヒストグラム(水平偏波励振)

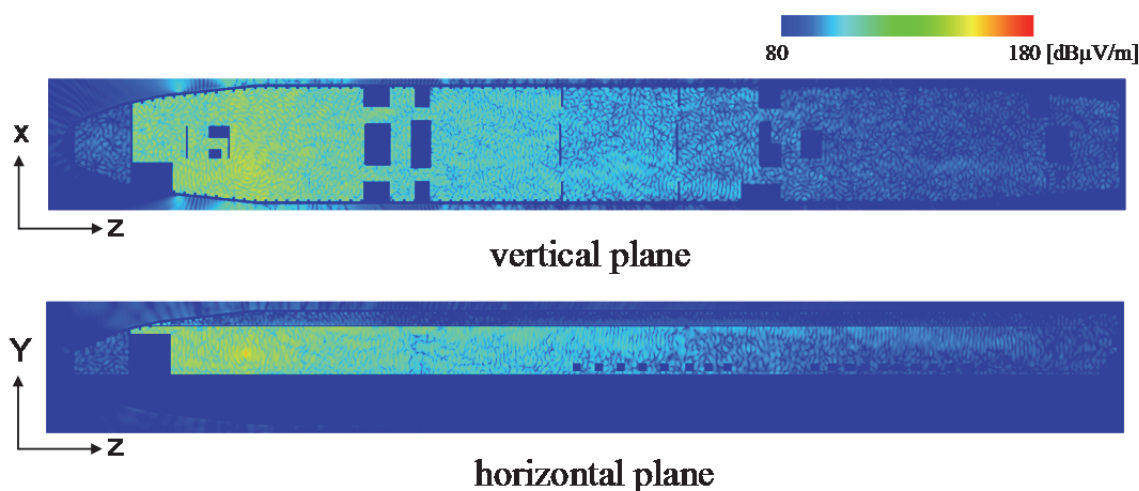


図 4.18 : ヒストグラム導出における参照面

次に、主偏波成分と交差偏波成分が均等に存在するということが航空機の形状に起因したものなのかについての詳細な検討を行うため、航空機の形状を簡易に変更したモデルについて XPR 評価を行う。

図 4.19 に形状を簡易に変更した場合のモデルについて示す。左側のモデルは、航空機解析モデルから、内部の什器を取り除き、より内壁による影響が分かり易いような、単純な環境に変更したモデルである。右側のモデルは、航空機の円筒形状による影響を除外するため、全体を角形に変更したモデルである。全長は同様としたまま、断面が真円から正方形となっており、一辺は円の直径と同様である。両モデル共に、窓や床、内

壁などの損失媒質については、そのまま残した状態である．その他の解析パラメータや電気定数は同様となっている．

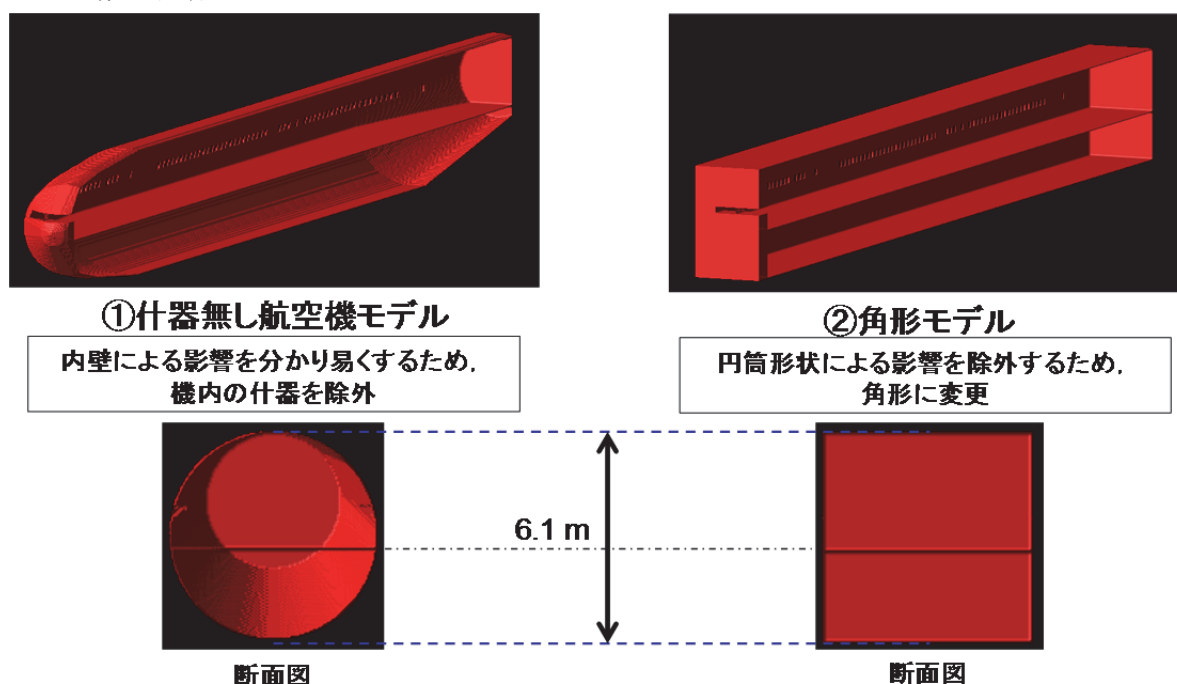


図 4.19：形状を簡易に変更したモデル

図 4.20 に什器無し航空機モデルおよび角形モデルの場合における 2 次元水平面の電界分布を示す．解析結果は、共に垂直偏波励振の場合を示している．什器が取り除かれることで、機内後部において高い強度の電界が存在していることが確認できる．上記の 2 次元電界強度より求められた什器無し航空機モデルおよび角形モデルの XPR ヒストグラムを図 4.21 にそれぞれ示す．同図より、什器無し航空機モデルでは、ヒストグラムのピークが 0dB となっており、先の什器が有る場合と比較し、大きな変化は特に見られないことが分かる．しかし、角形モデルについては、ヒストグラムのピークが 12dB に位置しており、主偏波が交差偏波に比べ、高強度で多数の点に存在し、支配的となっていることが分かる．

これらにより、航空機内の電波伝搬における、偏波の方向が著しい変化は、内壁の形状が大きな要因となっていることが分かる．また、このような環境となる航空機内の通信では、偏波ダイバーシティ技術が有効となる可能性がある．その他、偏波 MIMO 技術の適用が困難となってしまう可能性が考えられる．

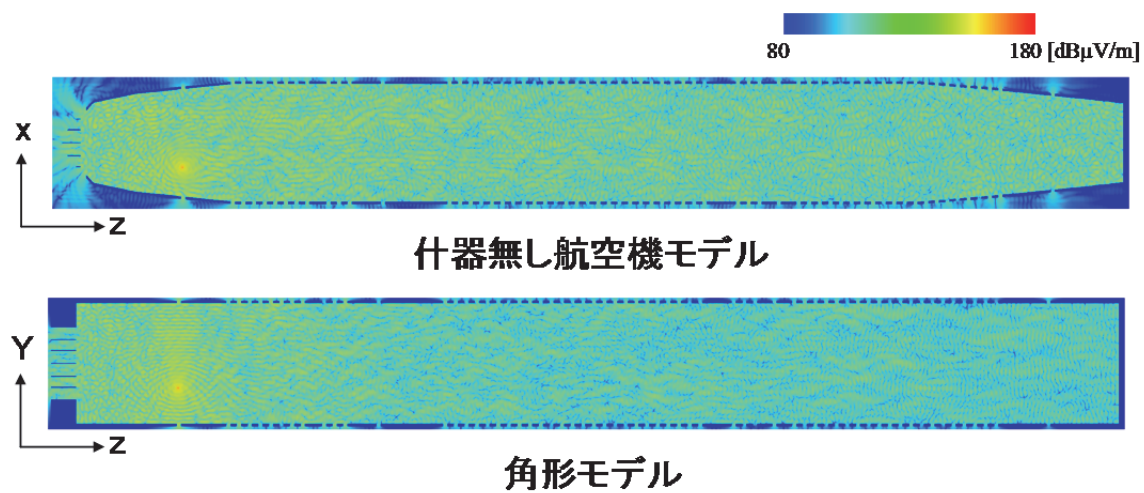
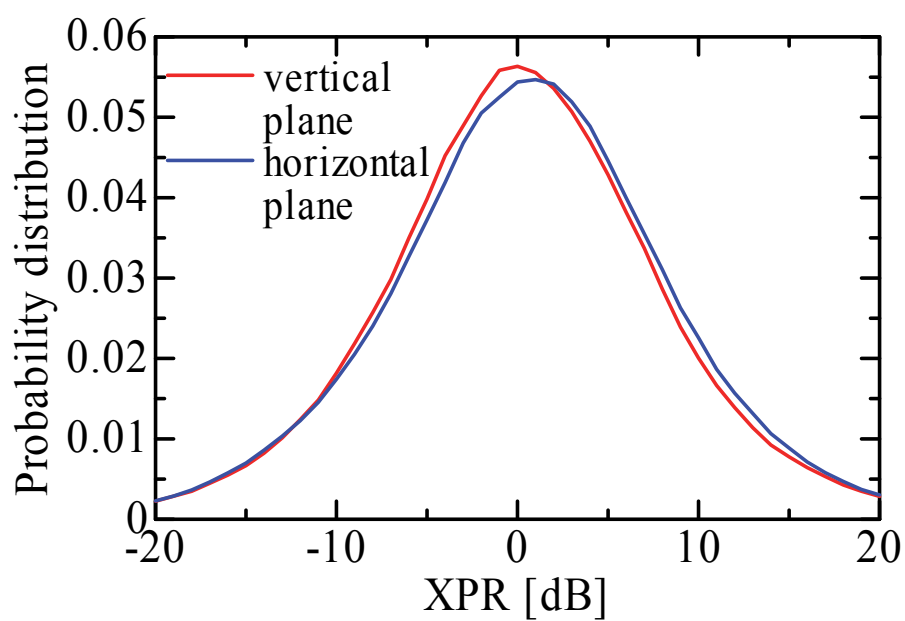
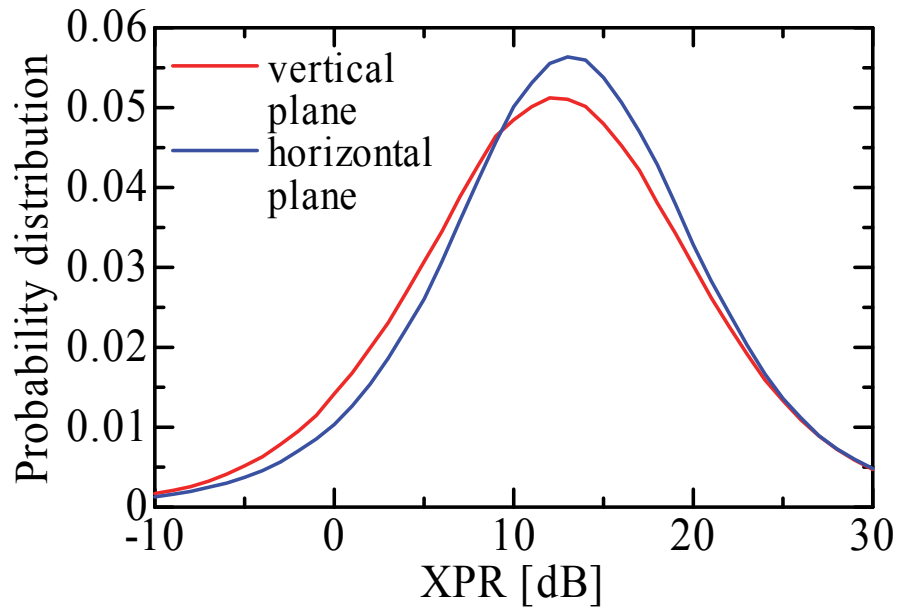


図 4.20 : 形状を簡易に変更したモデルにおける 2 次元電界強度分布



(A) 什器無し航空機モデルにおける XPR ヒストグラム



(B) 角形モデルにおける XPR ヒストグラム

図 4.21：モデル形状の差異に関する XPR ヒストグラム

4.4 むすび

本章では、FDTD 法に基づいた電磁界シミュレーションと並列演算技術を用いて高速鉄道車両や航空機内における伝搬諸特性について評価した。その結果、高速鉄道車両と航空機内で形成される電磁界分布は自由空間と大きく異なる分布になることを確認し、伝搬特性を評価するためのデータを詳細に取得出来た。また、電磁界シミュレーションによって得られたデータと実測によって得られた値を比較した結果、シミュレーションの結果は妥当であることを示した。

第 5 章

多重反射環境内における人体の影響

5.1 まえがき

本章では、多数の乗客が及ぼす多重反射環境内の伝搬特性に及ぼす影響について評価する。第 1 章で述べたように、乗客の体内によって電波の吸収あるいは遮蔽が生じるため、高速鉄道車両や航空機といった内部の電磁界分布がさらに複雑なものとなる。

まず、高速鉄道車両と航空機で用いる乗客を模擬した数値人体モデルについて示す。次にそれぞれで乗客数あるいは搭乗数が多重反射環境内の電磁界分布に及ぼす影響について相関がないかを調べるため何パターンかの乗客配置に関する大規模シミュレーションを実施する。そして、電磁界分布を統計的に処理することで乗客の影響について定量的に評価し、それを明らかにする。

5.2 高速鉄道車両における乗客の影響

図 5.1 に乗客としての数値人体モデルを示す。数値人体モデルには情報通信研究機構が開発した日本人平均数値人体モデルを座姿勢に変更したものをを用いている[47]。モデルの寸法は x 軸方向 45 cm, y 軸方向 136 cm, z 軸方向 70 cm である。計算において、人体の電気定数は 2/3 筋肉等価[48]を用いた。

高速鉄道車両モデルの座席に対して、その座席に数値人体モデルを配置した割合の百分率を乗車率とする。乗車率 20%時の乗車人数は 37 名、40%時は 74 名、60%時は 111 名、80%時は 149 名、100%時は 186 名となる。20%~80%時の数値人体モデル配置は不規則に配置した。

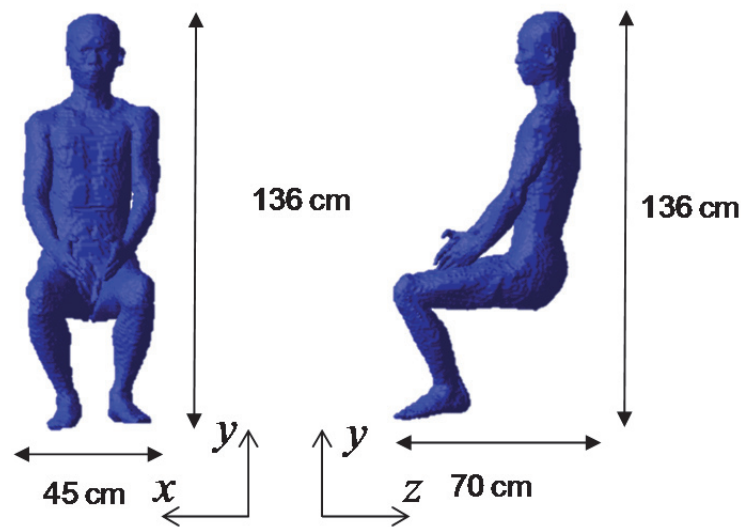


図 5.1：乗客としての数値人体モデル

5.2.1 2GHz/5GHz 帯無線 LAN 電波の車両内伝搬特性評価

図 5.2 に乗車率 0%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布を示す. 電界成分は主偏波方向成分(垂直偏波なら E_y , 水平偏波なら E_x)とする. 評価位置は床面から高さ 68cm, 座姿勢数値人体モデルの膝上高さになる. これ以降の 2 次元電界強度分布もこの高さとする. 同図より, Car#1 では分布に大きな違いはないものの, 5GHz 帯の Car#2 においては, 通路部で比較的大きな値の分布になっていることが分かる. 図 5.3 に乗車率 100%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布を示す. 図 5.2 と比較する数値人体モデルが配置されることで全車両内部の電界強度が減衰していることが分かる. また, 図 5.2 で観測された Car#2 の通路部の電界強度分布の違いが図 5.3 では明らかになっている. 20%, 40%, 60%, 80% の 2 次元電界強度分布を図 5.4~図 5.7 に示す. これらの図から乗客人数が増えることによって Car#1, Car#2 の電界強度が減少していることが分かる.

高速鉄道車両モデルの偏波特性を調べるため, 乗車率 0%及び 100%の図を図 5.8, 図 5.9 に示す. 周波数は 5.25GHz である. 図 5.8 より, Car#1 では, 送信アンテナ近傍で水平偏波が垂直偏波に比べて僅かに大きい, Car#2 では, 通路部の分布において垂直偏波の場合が大きくなっていることが分かる. 一方, 図 5.9 より, Car#1 では, 送信アンテナ近傍の領域で水平偏波の場合が明らかに大きな分布になっており, Car#2 では図 5.8 同様に垂直偏波が大きな値になっている. また 2.45GHz においても(図 5.10, 図 5.11)同様の特性が得られた.

図 5.2 から図 5.11 において, Car#2 の通路部と座席部で電界強度に違いが生じているのは高速鉄道車両の y 軸方向の寸法が 2.6m に対して座席の y 軸方向の寸法が 1.2m あり,

Car#2 の床 68cm の位置までに電波が行き届くにはより複雑な伝搬経路を辿る必要があると考えられる。また、偏波によって Car#2 への伝搬の度合いが異なる要因として、乗客が座るスペースに設置されるドアの位置と車両間接続部のドアの位置が異なっており、これが図 5.7 から図 5.10 に示される偏波特性を与えていると考えられる。

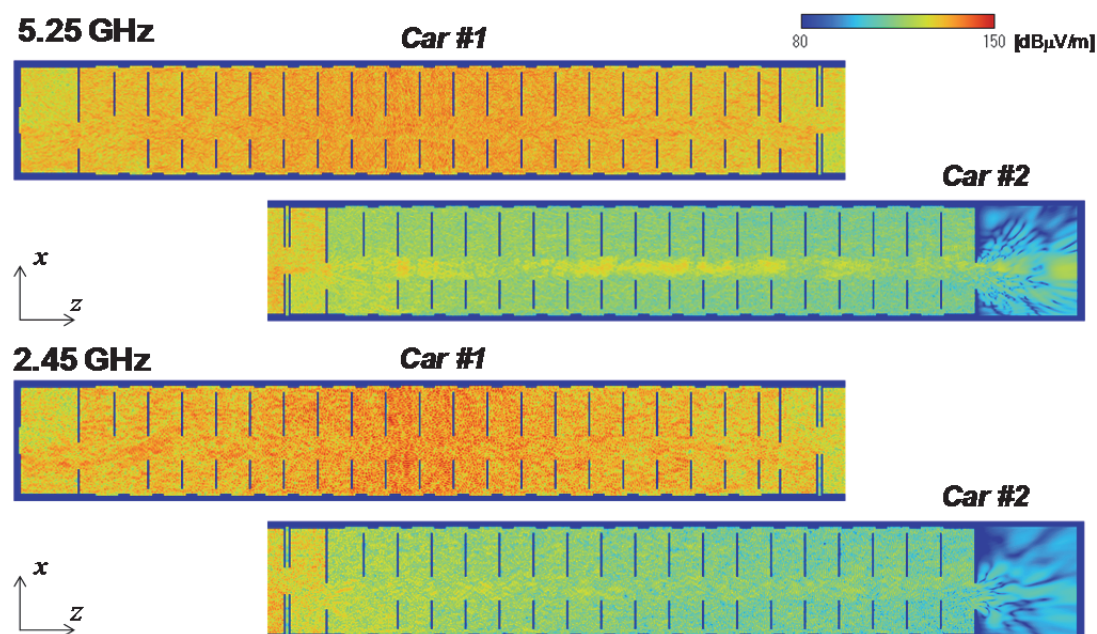


図 5.2 : 乗車率 0%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(乗客なし)

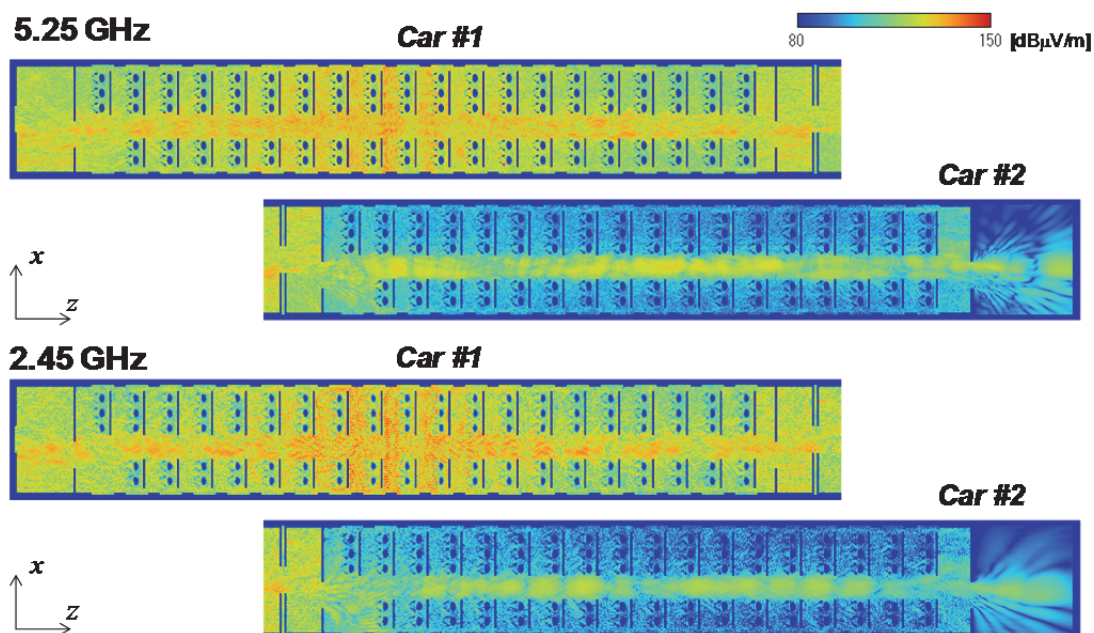


図 5.3 : 乗車率 100%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(合計 37 名)

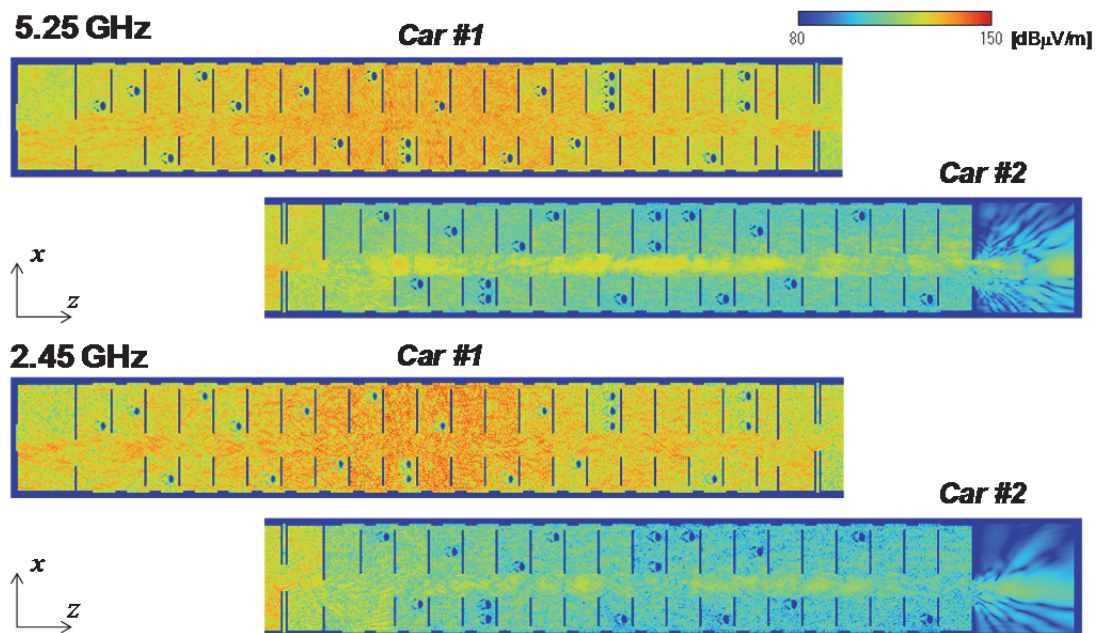


図 5.4 : 乗車率 20%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(合計 186 名)

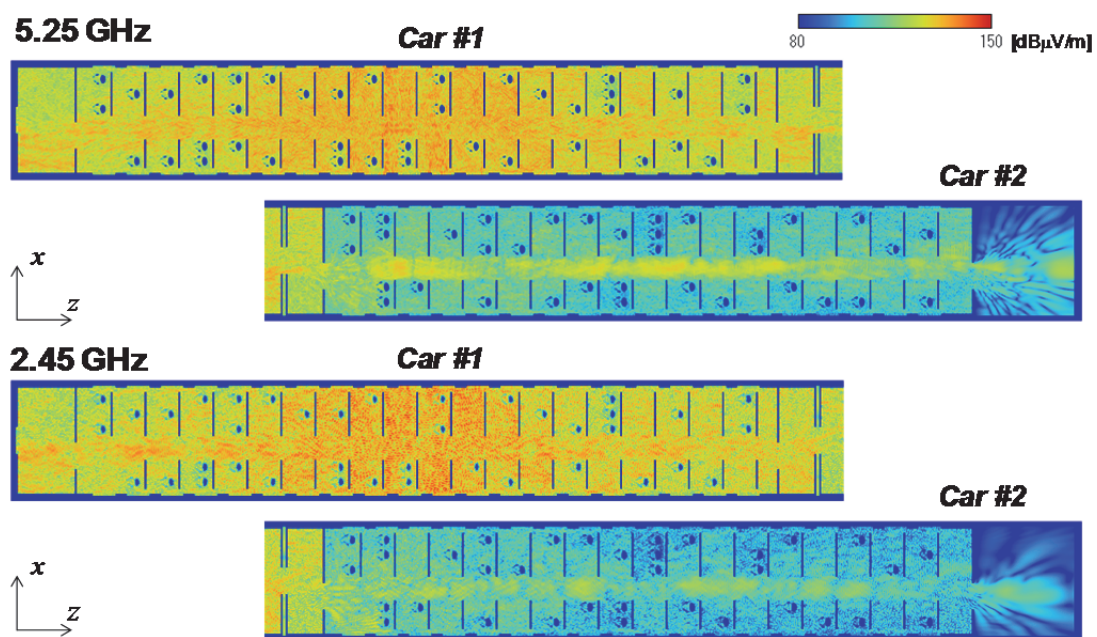


図 5.5 : 乗車率 40%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(合計 74 名)

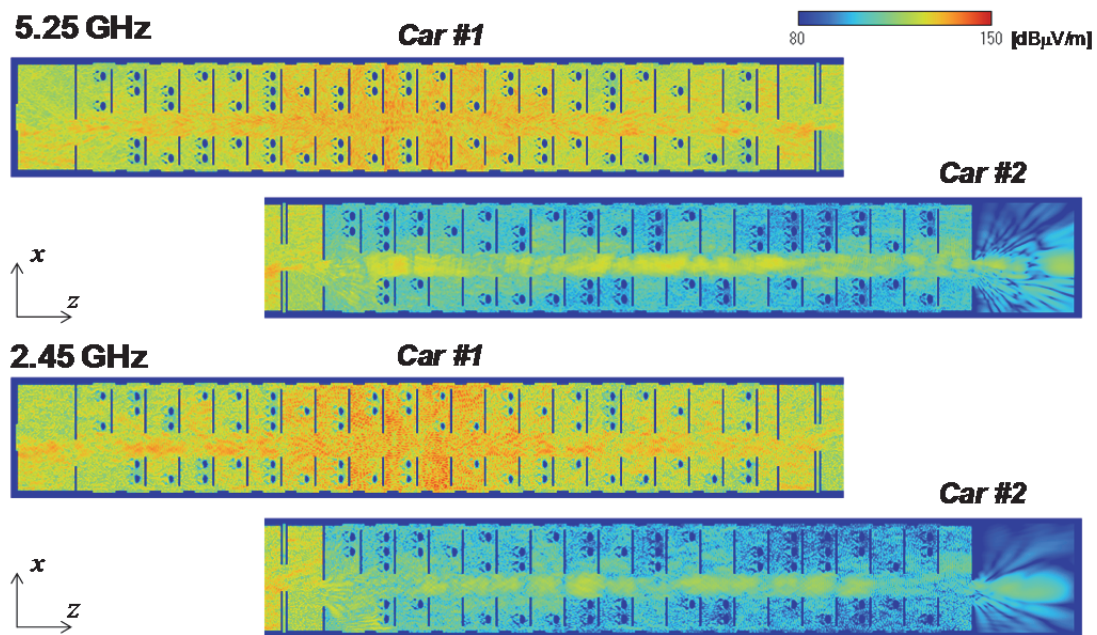


図 5.6 : 乗車率 60%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(合計 111 名)

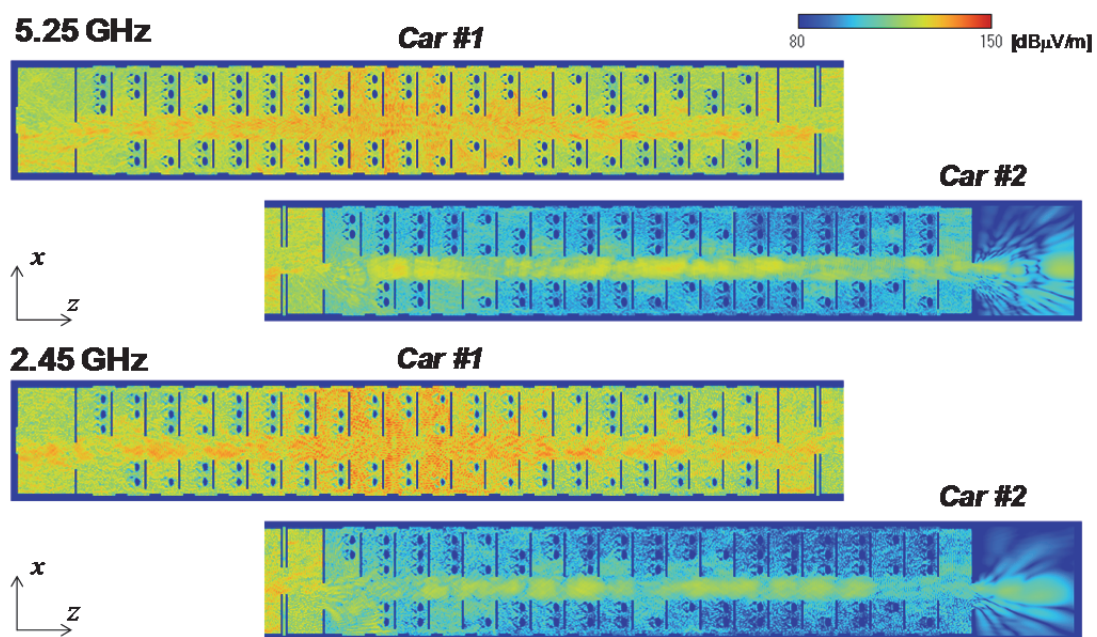


図 5.7 : 乗車率 80%, 垂直偏波における 2 次元電界強度分布(合計 149 名)

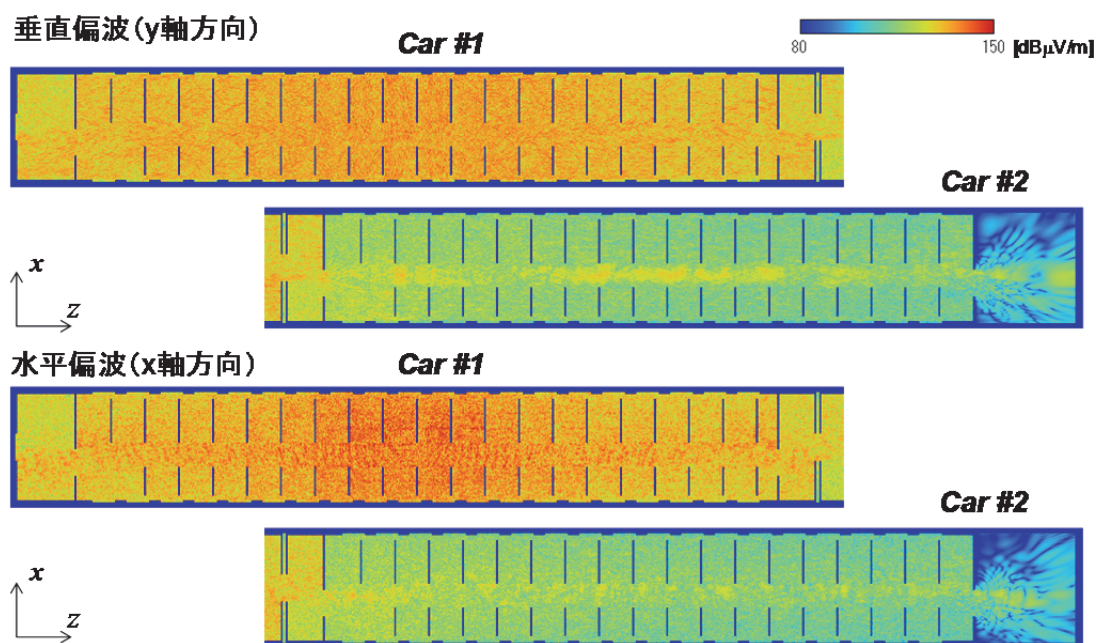


図 5.8 : 乗車率 0%, 5.25GHz の 2 次元電界強度分布

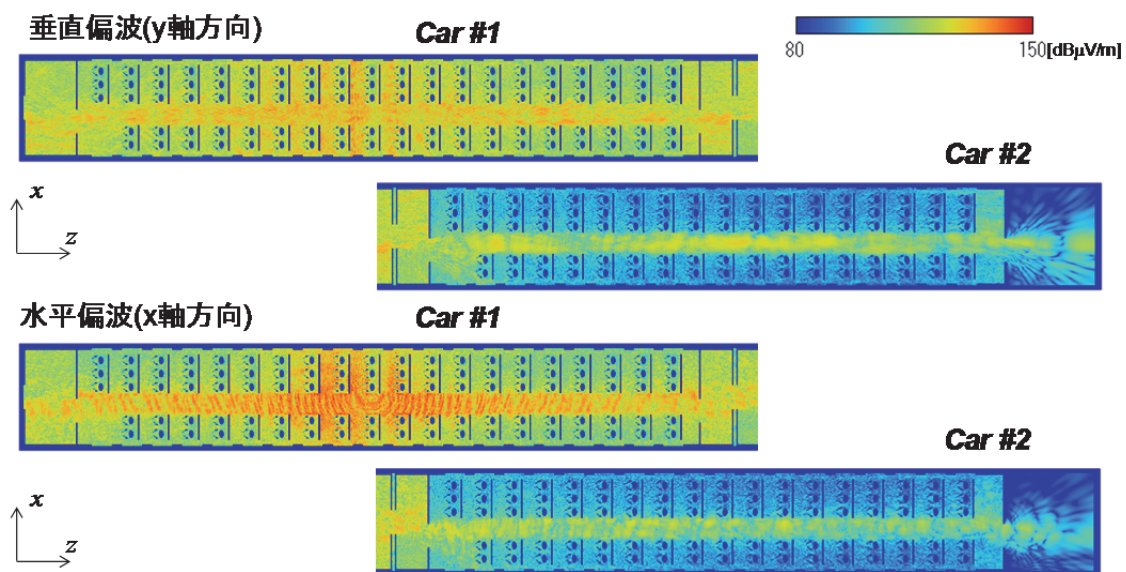


図 5.9 : 乗車率 100%, 5.25GHz の 2 次元電界強度分布

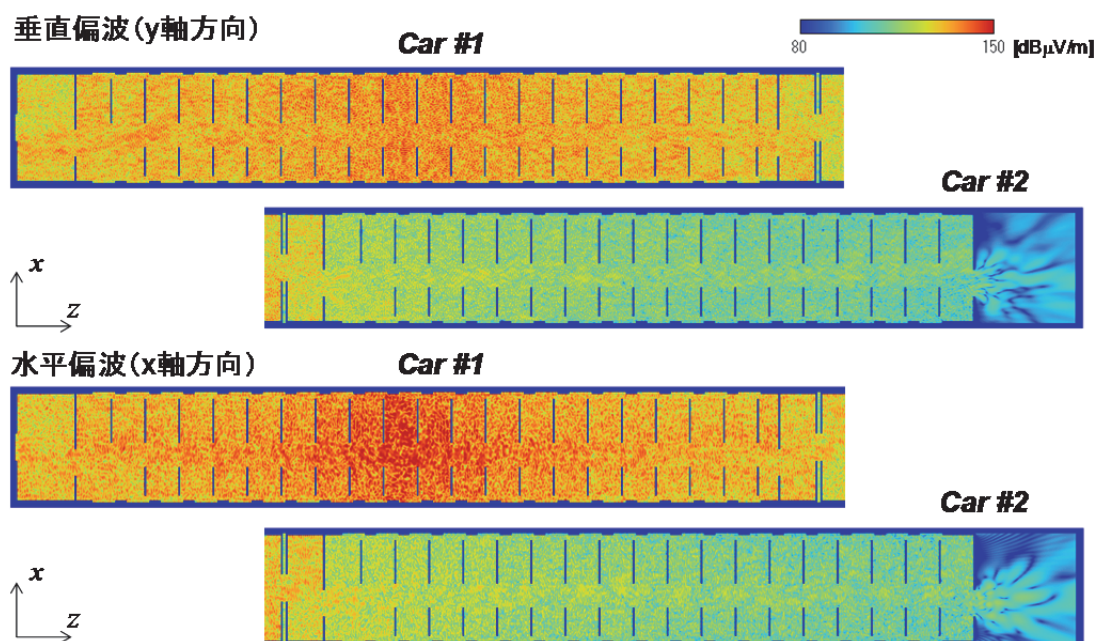


図 5.10 : 乗車率 0%, 2.45GHz の 2 次元電界強度分布

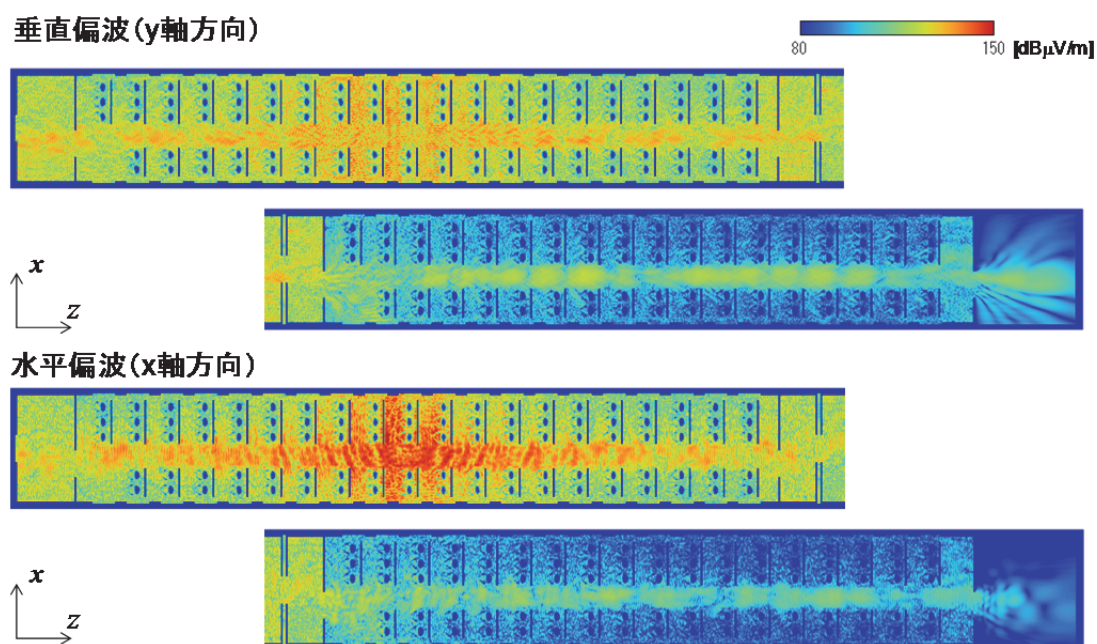


図 5.11 : 乗車率 100%, 2.45GHz の 2 次元電界強度分布

次に先ほど示した 2 次元電界強度のデータから 1 次元電界強度分布のデータを作成する。図 5.12 に 1 次元電界強度分布の評価位置を示す。A 点は車両中央で通路上にあり、B 点は右端の座席シート中央部分で座席背もたれ、乗客がある場合は人体を通ることになる。

図 5.13 に垂直偏波時の A 点の 1 次元電界強度分布を示す。5GHz 帯、2GHz 帯いずれの場合も乗車率 0% 時と乗車率 100% 時で 10dB~20dB 程度の差があることがわかる。図

5.14 に垂直偏波時の B 点の 1 次元電界強度分布を示す．図 5.13 の A 点の 1 次元電界強度分布と比較すると 5GHz 帯，2GHz 帯いずれの場合も A 点上の場合より，10dB 程度低い値になっていることがわかる．図 5.15 に水平偏波時の A 点の 1 次元電界強度分布を示す．図 5.13 と比較すると 5GHz 帯では垂直偏波とほぼ同様な減衰特性を示しているが，2GHz 帯では垂直偏波より減衰が大きくなっていることがわかる．特に Car#2 の乗車率 100%時では，同車両の乗車率 0%時の 1 次元電界強度分布と大きくかけ離れているのがわかる．さらに図 5.16 に水平偏波時の B 点の 1 次元電界強度分布を示す．図 5.15 と比較すると 5GHz 帯，2GHz 帯いずれも乗客の影響により全体的に 20dB 程度低い値になっていることがわかる．

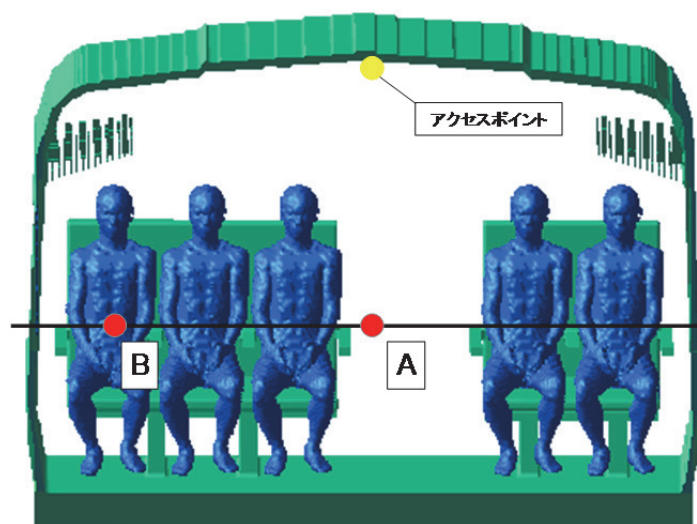


図 5.12 : 1 次元電界強度分布の評価位置

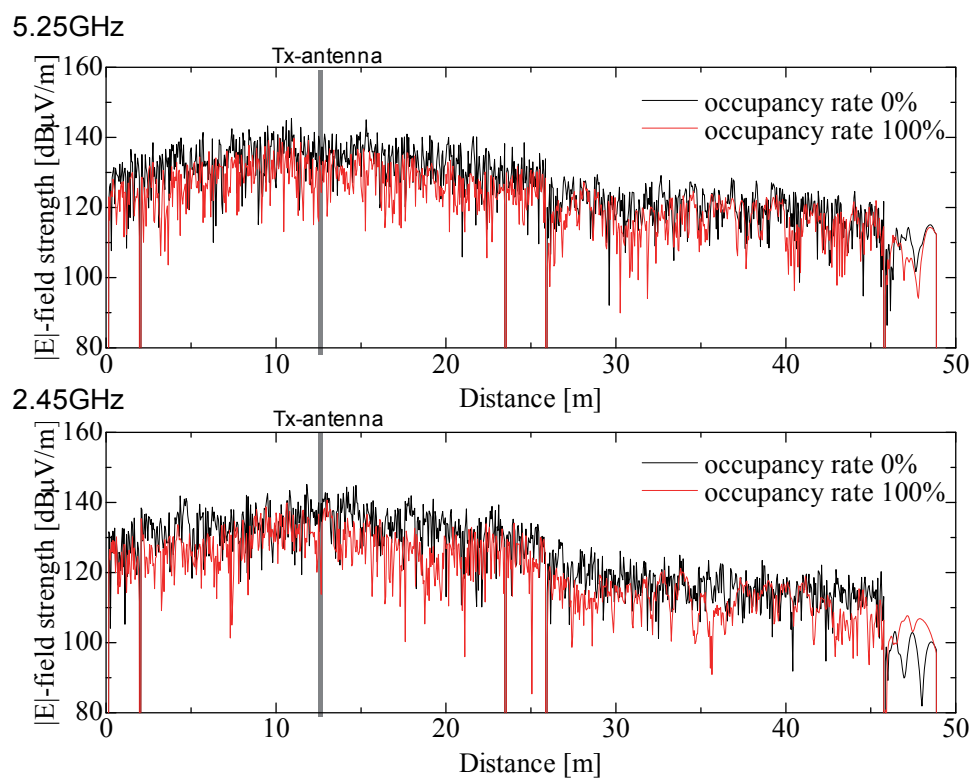


図 5.13：垂直偏波時の 1 次元電界強度分布(A 点)

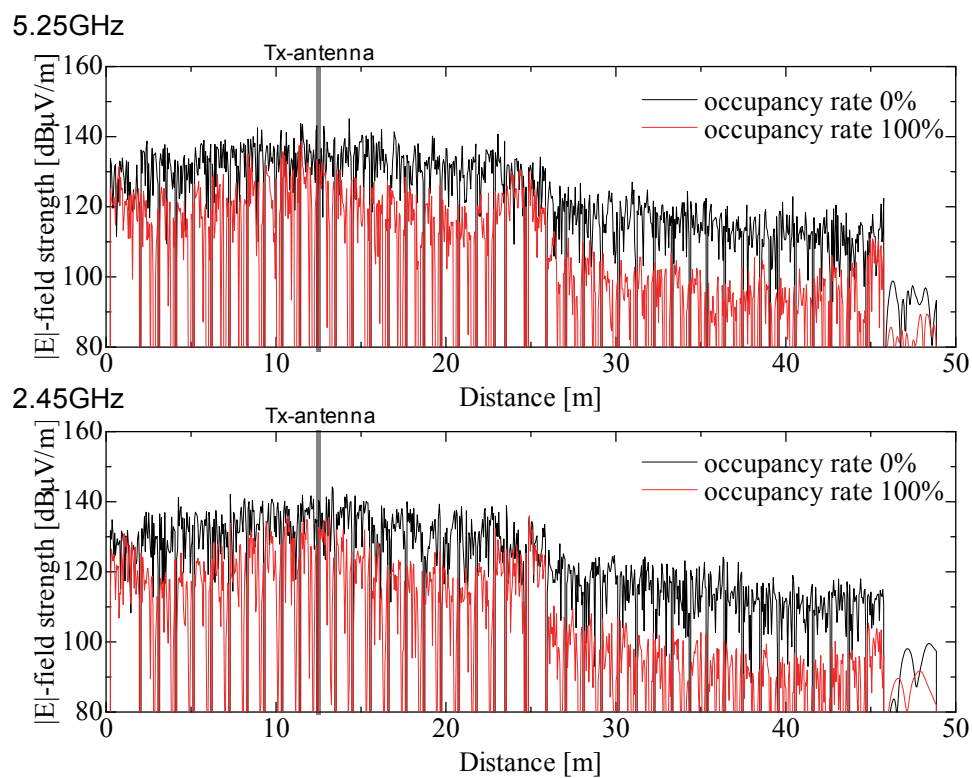


図 5.14：垂直偏波時の 1 次元電界強度分布(B 点)

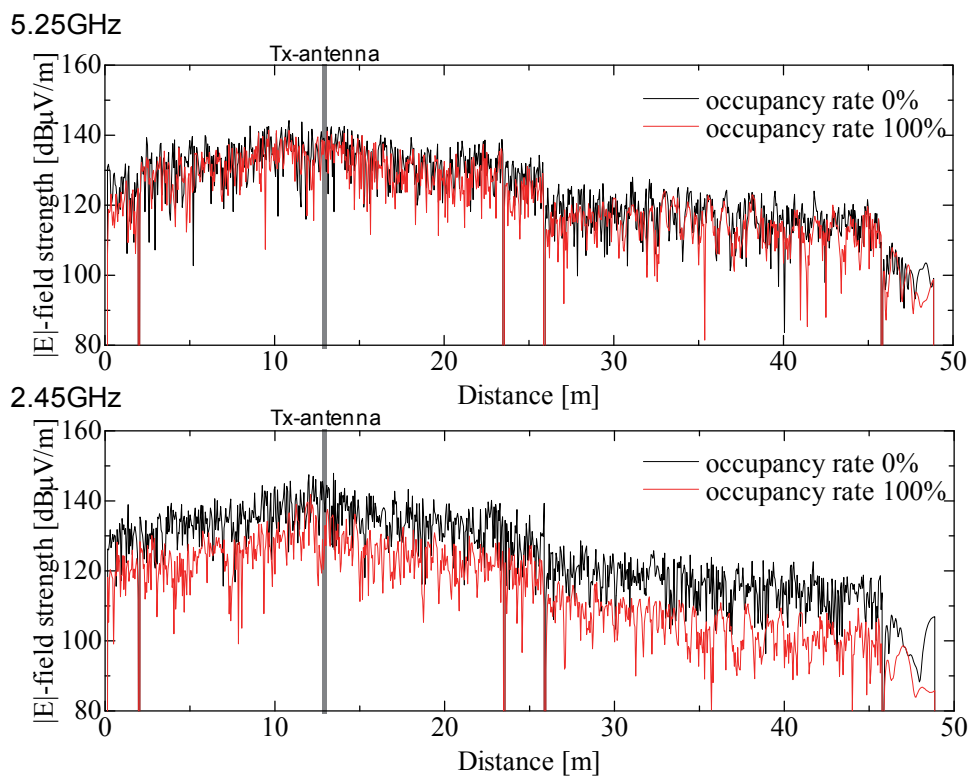


図 5.15 : 水平偏波時の 1 次元電界強度分布(A 点)

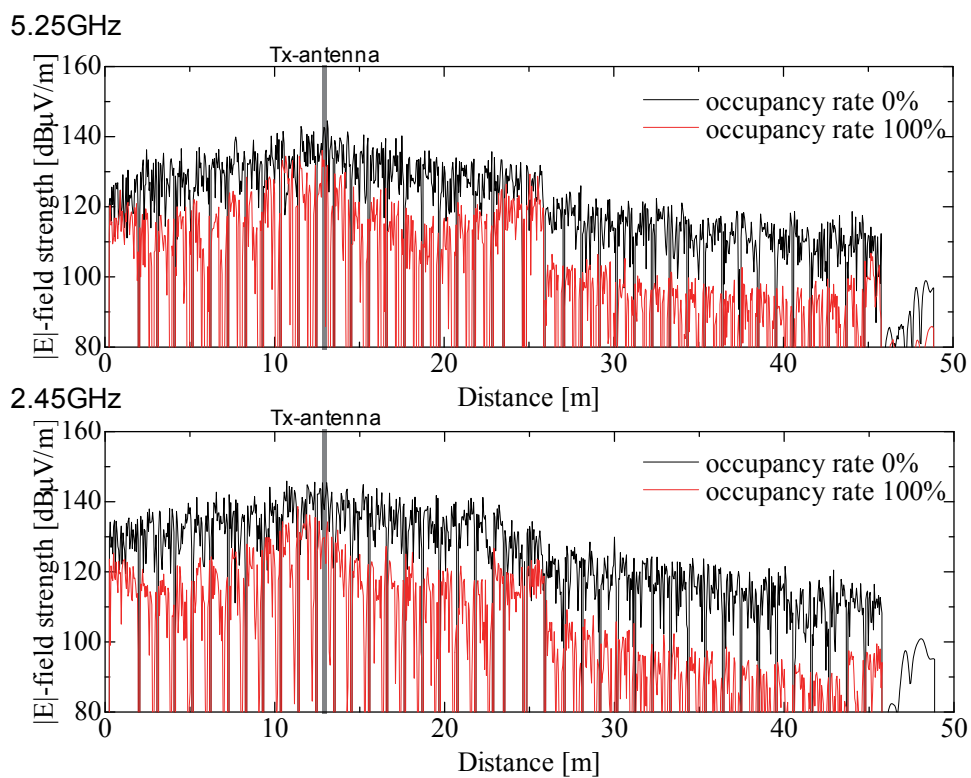


図 5.16 : 水平偏波時の 1 次元電界強度分布(B 点)

図 5.17 に垂直偏波となるように配置した 5.25GHz の電界分布ヒストグラムを示す。乗車率が増加するに従って電界強度の最頻値が減少していること、Car#1 と Car#2 の電界強度の差は 20～26dB 程度であることが分かる。また、同図中の Car#2 におけるヒストグラム形状を見ると、乗車率 100% で 2 つのピークを持っていることが分かる。これは図 5.2 にも示されたように、通路部と座席部で電界強度に大きな違いがあり、その違いが電界分布ヒストグラムにも表れているためである。加えて、乗車率 0% と 100% の場合を比較すると、Car#1 で 10dB、Car#2 で 18dB 減少していることが分かる。図 5.18 に垂直偏波となるように配置した 2.45 GHz の電界分布ヒストグラムを示す。同図より、2.45GHz で励振した場合でも 5.25 GHz 同様の特性を示しているが、Car#2 における電界強度が 5.25GHz に比べて僅かに低下している。

図 5.19 に水平偏波となるように配置した 5.25 GHz の電界分布ヒストグラムを示す。同図より、垂直偏波となるように配置した場合と比較して電界強度の最頻値が低下し、広範囲にわたって電界強度が分布していることが分かる。図 5.20 に水平偏波となるように配置した 2.45GHz の電界分布ヒストグラムを示す。図 5.15、図 5.16 と比較するとさらに広い電界強度分布を形成していることが分かる。

次に図 5.17～図 5.20 のヒストグラムの最頻値を基に、乗車率と損失増加量の関係を示す。図 5.21 に 5.25GHz、垂直偏波のヒストグラムの最頻値プロットを示す。図中の破線は 1 次の近似直線を示しており、その傾きを数値で示している。いずれの評価領域でも乗車率上昇と損失の増加が線形の特性であり、Car#1 に比べて Car#2 の損失増加量が大きいことが分かる。2.45GHz、垂直偏波のヒストグラムの最頻値プロットを図 5.22 に示す。図 5.21 と同様に乗車率上昇と損失の増加が線形の特性を示しており、Car#2 における乗車率当りの損失増加量が大きいことが確認された。図 5.23 に各周波数における水平偏波のヒストグラムの最頻値プロットをまとめて示す。垂直偏波時に比べると Car#1 での損失増加量が増加していることが分かる。また、図 5.21 と照らし合わせるといずれの評価領域でも Car#2 の損失増加量が最大 0.06dB/m 増加していることが分かる。

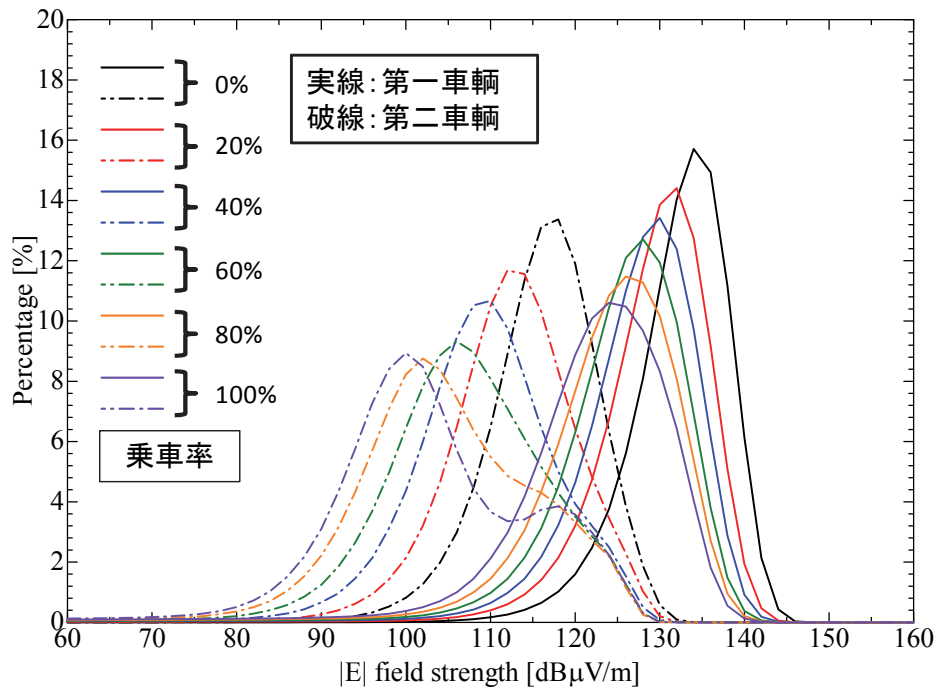


図 5.17 : 5.25 GHz, 垂直偏波の電界強度ヒストグラム

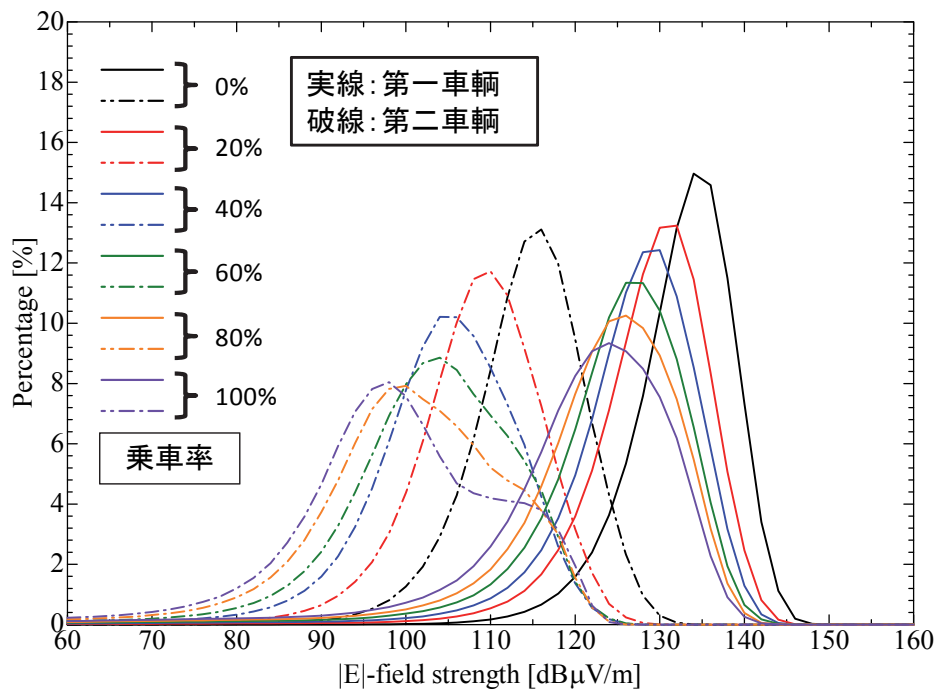


図 5.18 : 2.45 GHz, 垂直偏波の電界強度ヒストグラム

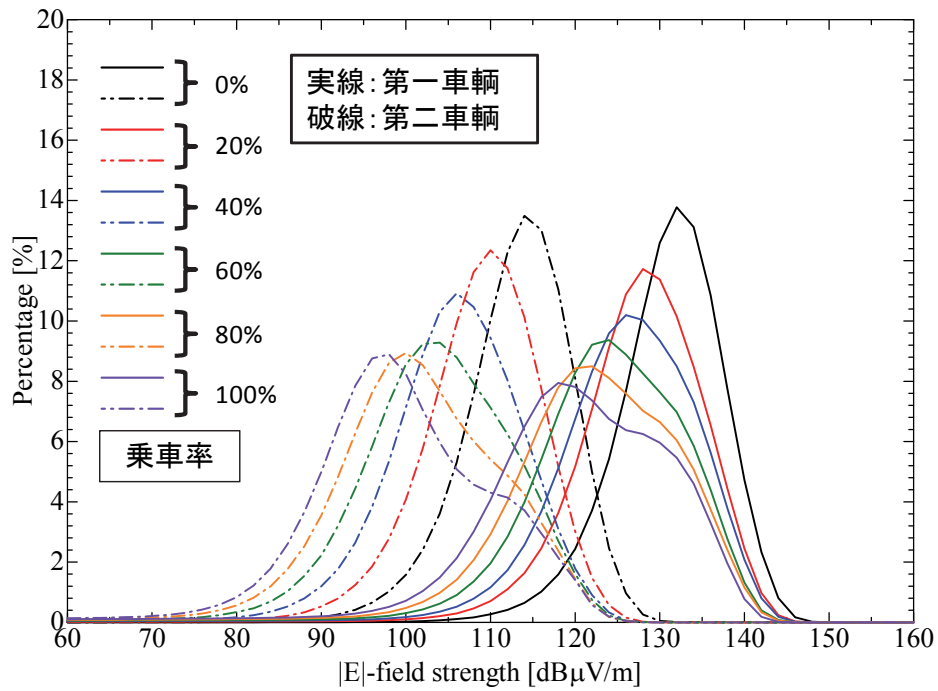


図 5.19 : 5.25 GHz, 水平偏波の電界強度ヒストグラム

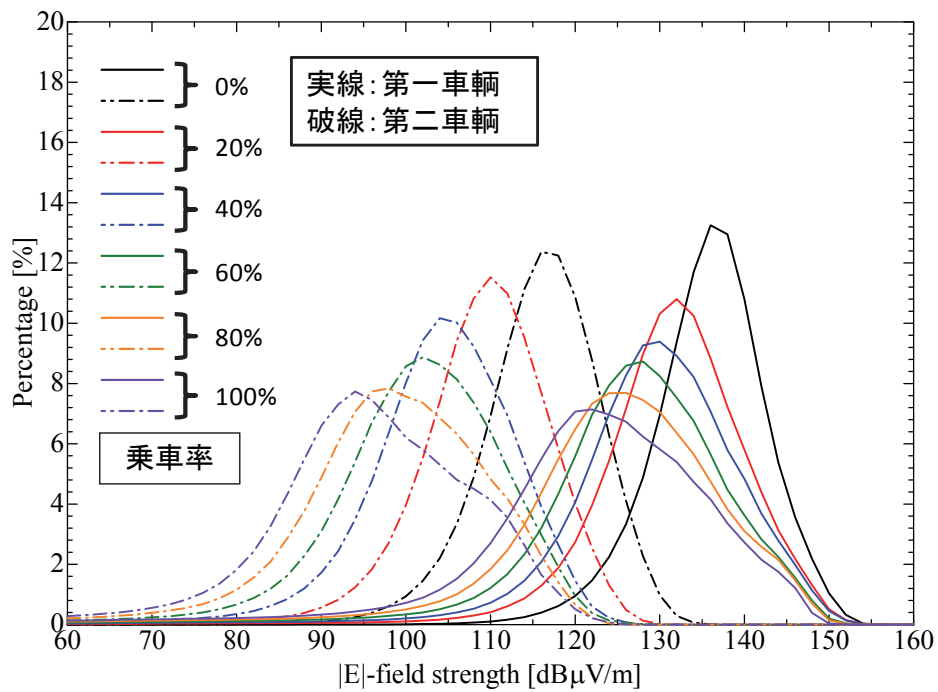


図 5.20 : 2.45 GHz, 水平偏波の電界強度ヒストグラム

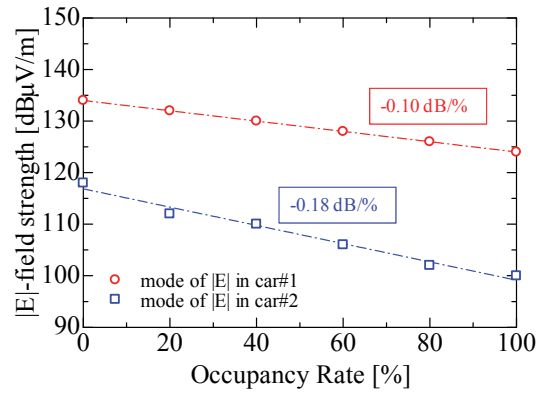


図 5.21 : 5.25 GHz, 垂直偏波のヒストグラムの最頻値プロット

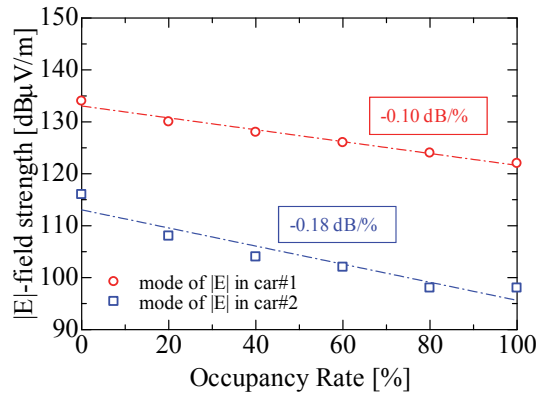


図 5.22 : 2.45 GHz, 垂直偏波のヒストグラムの最頻値プロット

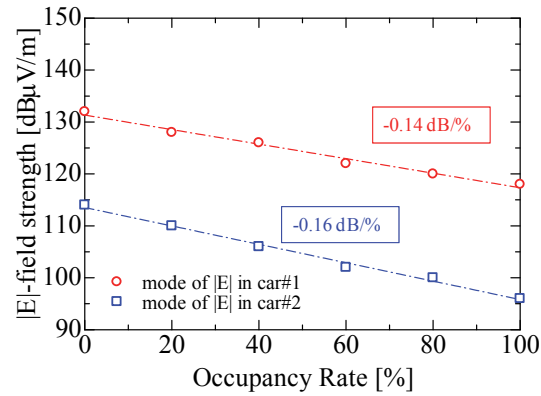


図 5.23 : 5.25 GHz, 水平偏波のヒストグラムの最頻値プロット

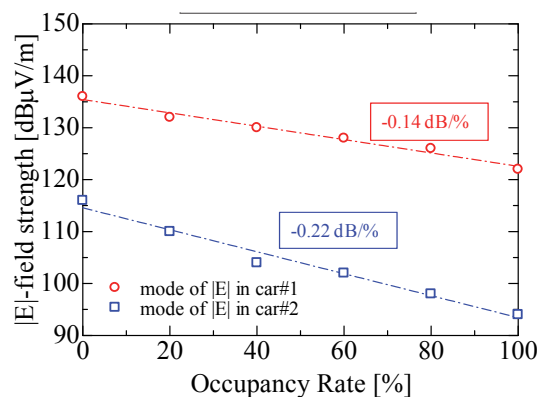


図 5.24 : 2.45 GHz, 水平偏波のヒストグラムの最頻値プロット

5.3 航空機における乗客の影響

図 5.25 に航空機内の乗客としての人体モデルを示す。人体モデルは身長 170 cm の人間が着席している状態である。なお、高速鉄道車両と航空機モデルでセルサイズが異なることを考慮して、航空機における大規模シミュレーションでは簡易的なモデルを採用している。人体モデルが設置される航空機キャビン内座席配置を図 5.26 に示す。操縦席に 2 席，エグゼクティブクラスに 56 席，プレミアムエコノミーに 40 席，エコノミークラスに 149 席の合計 247 席の座席が配置してある。

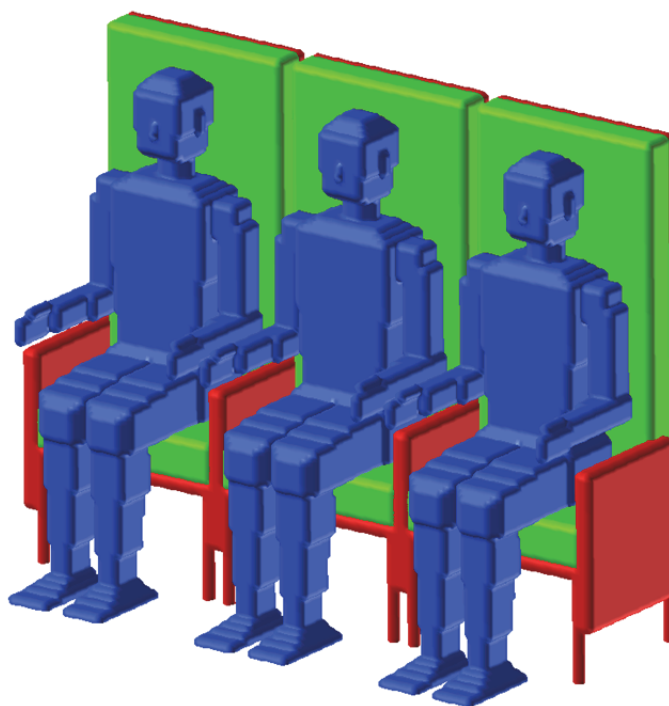


図 5.25 : 人体モデル

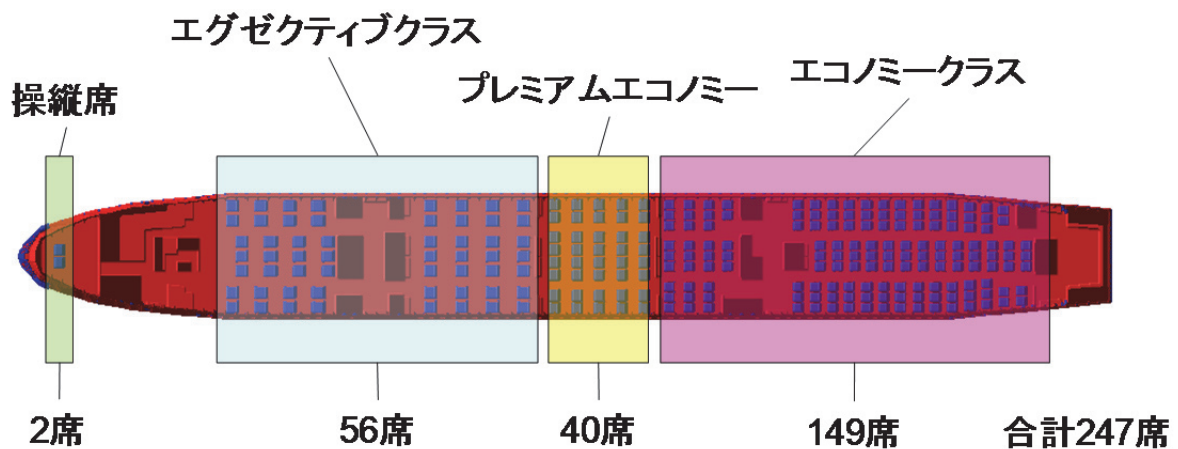


図 5.26：機内座席配置

5.3.2 航空機内の乗客が及ぼす伝搬特性への影響評価

図 5.27～図 5.29 に、FDTD 解析により得られた航空機内における主偏波成分(E_y)の電界強度について、評価面の高さがそれぞれ機内床部より 1.0 m, 1.25 m, 1.5 m である場合の 2 次元分布および同一平面内の赤直線上の 1 次元分布の解析値について、搭乗率別に示す。搭乗率については図 5.30 に示す配置に従って、0 %, 25 %, 50 %, 75 %, 100 % の 5 パターンとしている。なお、搭乗率 0 % の結果は 4.3.2 項のものと同様である。また、周波数は 810.05 MHz としており、その他の解析条件についても 4.3 節と同様である。横軸は z 軸上における位置であり、縦軸は主偏波成分の電界強度値を示している。また、自由空間伝搬損失の値についても比較のため示している。これら図より、航空機内の電波伝搬の減衰特性の全体的な傾向は、自由空間伝搬損失と比較して、機体前部では什器により周辺が囲まれていることで高強度に、後部では反射や回折回数の極端な増加により強度が低下していると考えられる。また、機内の乗客の搭乗率の変化に伴い、減衰傾向に変化が現れることが確認できる。特に、人体の配置が多くなる箇所である機体中部のエコノミークラスにおいて、搭乗率の変化がより顕著であり、最大約 10 ~ 15 dB の変化が生じている。しかし、評価面の高さが上昇するに従い、この搭乗率による違いは生じにくくなっている。これは、床部から離れることで人体の影響を受けにくくなるためであると考えられる。

さらに、先の人体モデルを配置した場合の航空機内 2 次元分布について定量的な評価を行う。図 5.31～図 5.33 に、得られた 2 次元分布における電界強度累積分布を示す。評価面は同様にそれぞれ機内床部より 1.0 m, 1.25 m, 1.5 m における 2 次元平面とし、横軸は

電界強度値、縦軸は評価面における累積分布となっている。累積分布確率の結果から、いずれの高さにおいても、搭乗率が増加するに従い、広範囲に渡って電界強度が減衰していくことが確認できるが、その減衰量は評価面の高さによって異なっている。累積確率 50 % において搭乗率 0 % と 100 % を比較すると、床上高さ 1.0 m では約 10dB の差、床上高さ 1.25 m では約 7dB の差、床上高さ 1.5 m では約 5dB の差となっている。以上より、人体の存在により航空機内の広範囲において伝搬損失が大きくなるということが分かり、通信エリア設計等においては、その影響を十分に考慮する必要が有ると考えられる。

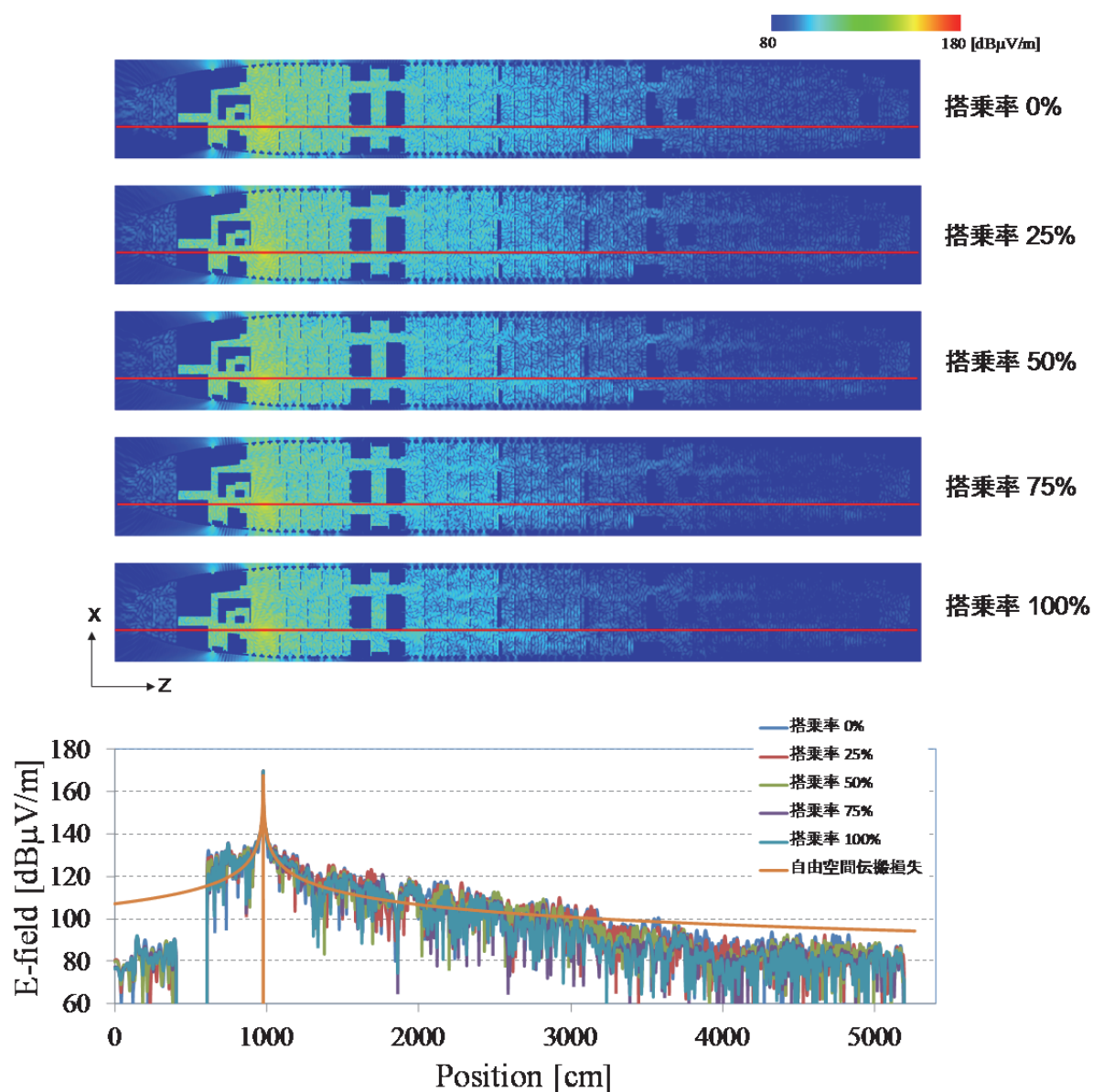


図 5.27 : 搭乗率別機内電界強度分布(評価面床上 1.0 m)

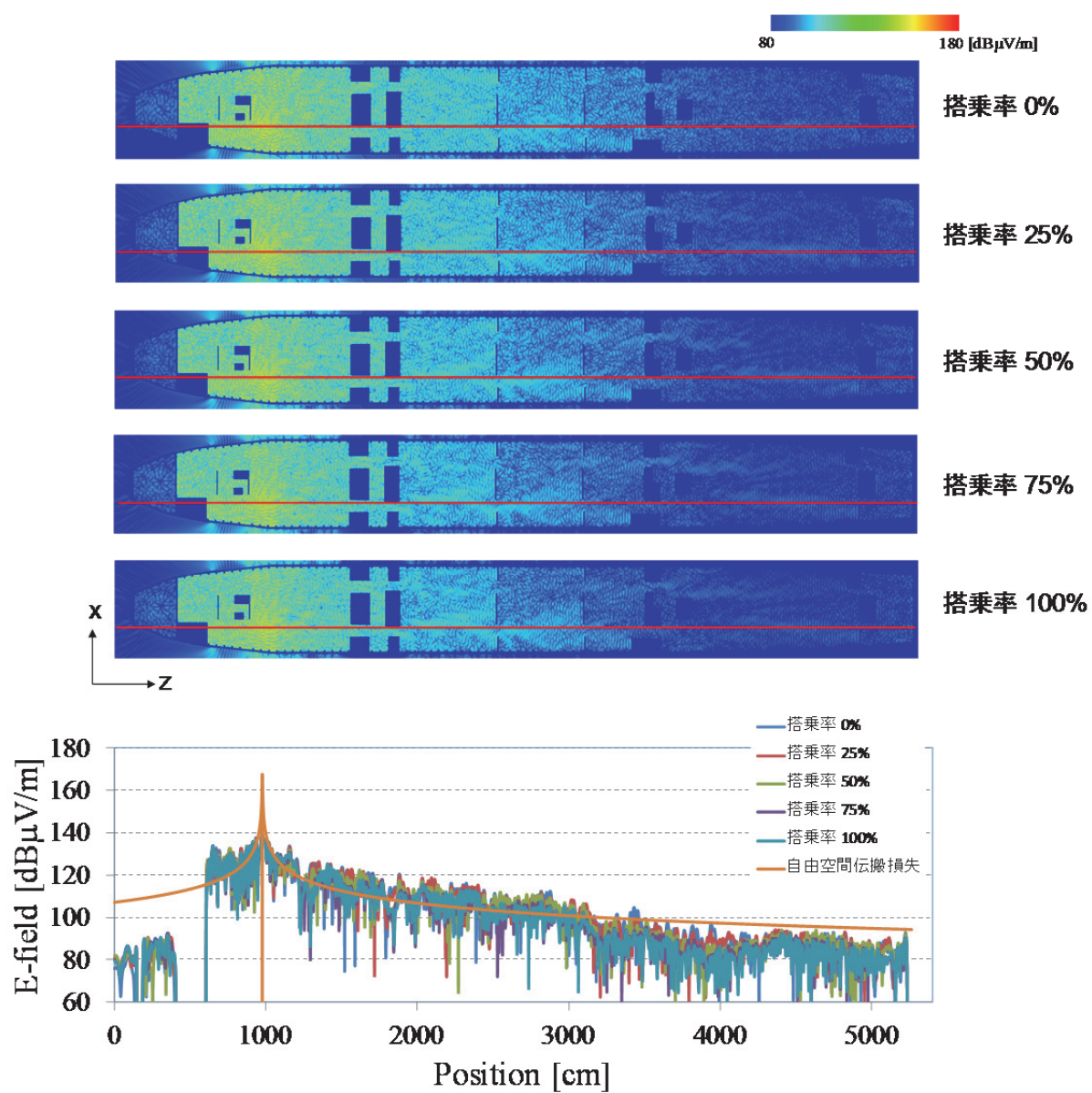


図 5.28 : 搭乘率別機内電界強度分布(評価面床上 1.25 m)

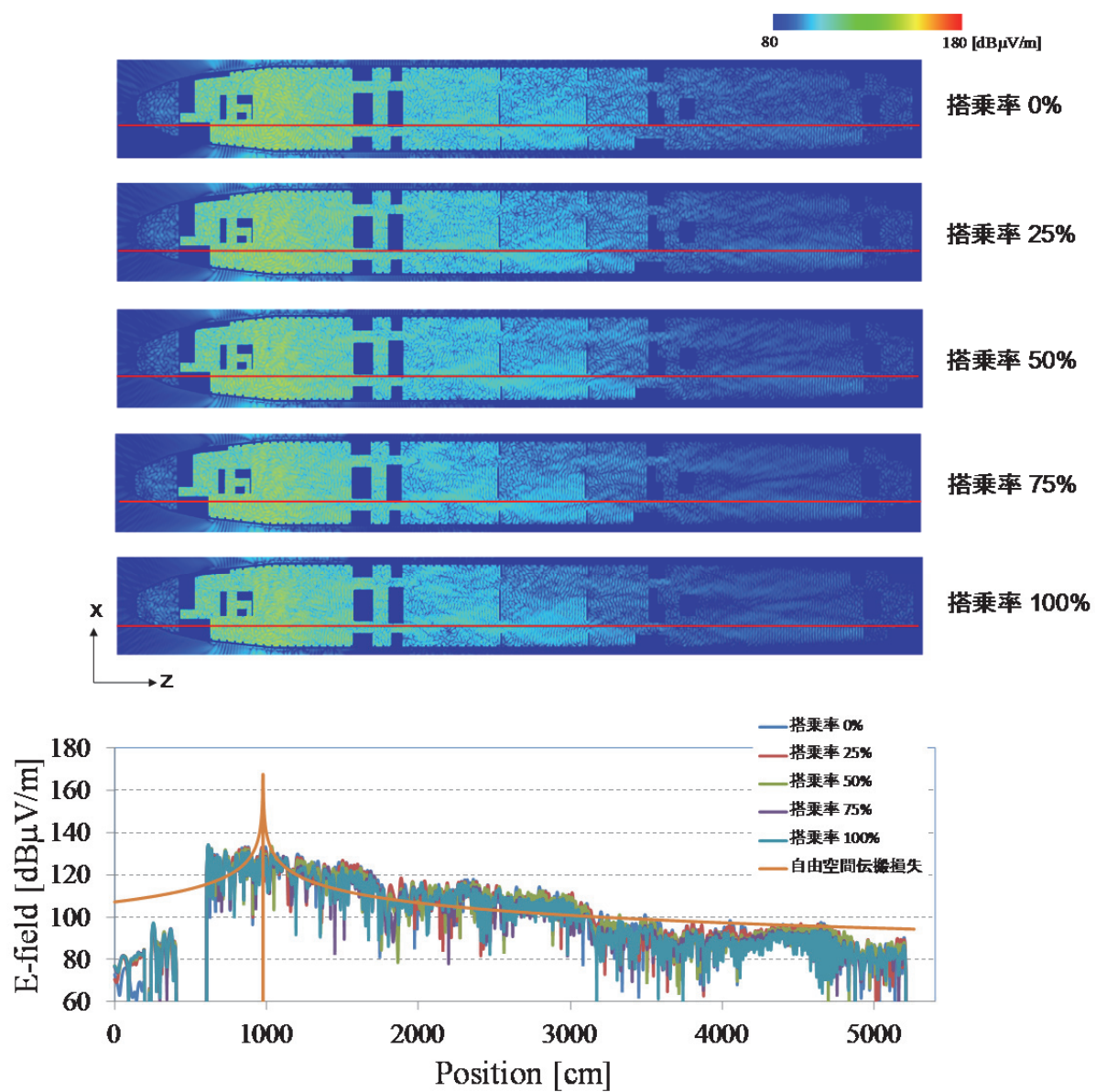
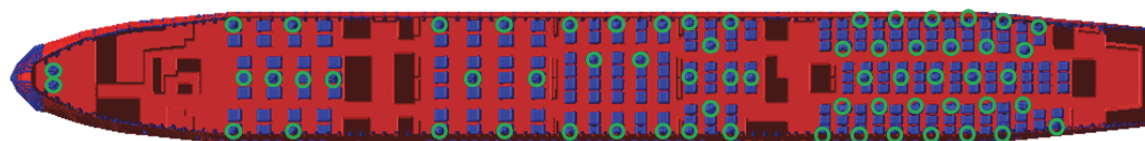


図 5.29：搭乗率別機内電界強度分布(評価面床上 1.5 m)



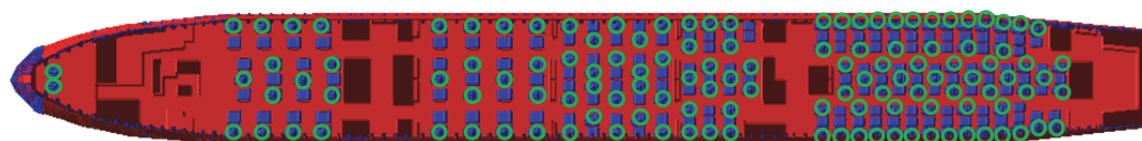
搭乗率 0 % 人体モデル 0 体配置

○: 人体モデル設置箇所



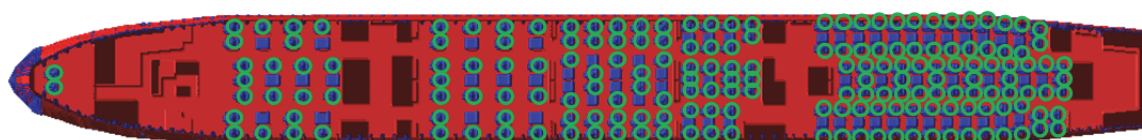
搭乗率 25 % 人体モデル 61 体配置

○: 人体モデル設置箇所



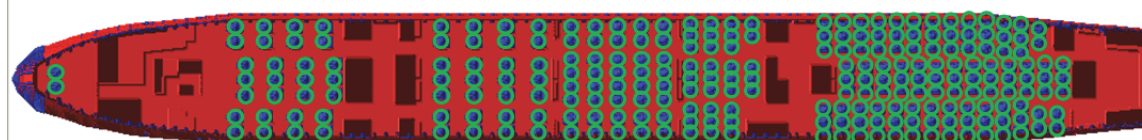
搭乗率 50 % 人体モデル 125 体配置

○: 人体モデル設置箇所



搭乗率 75 % 人体モデル 185 体配置

○: 人体モデル設置箇所



搭乗率 100 % 人体モデル 247 体配置

図 5.30 : 各搭乗率における人体モデルの配置

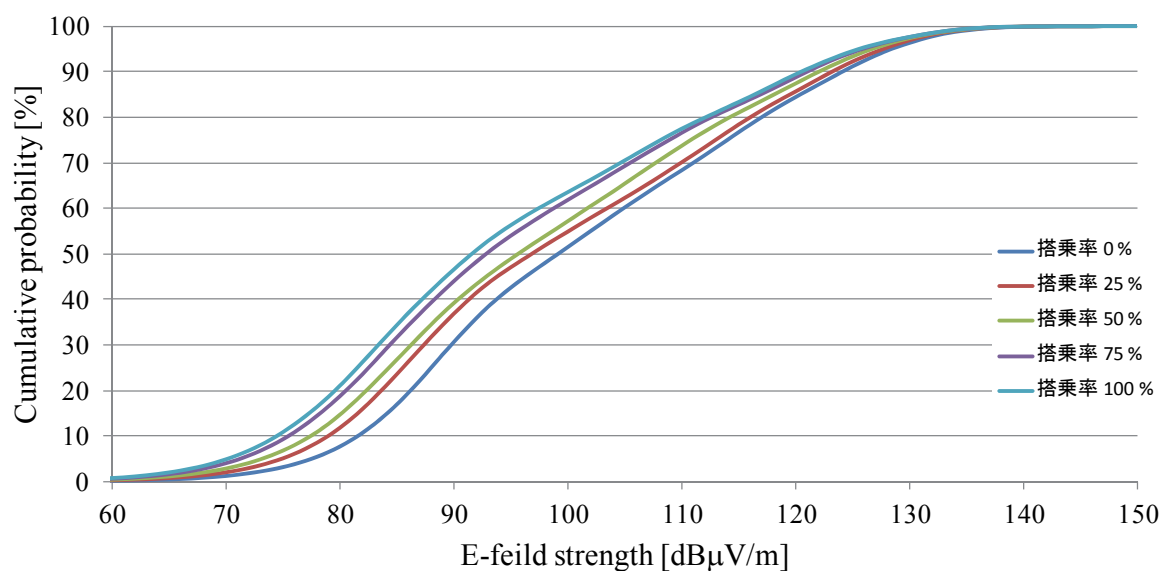


図 5.31 : 搭乗率別電界強度累積分布(評価面床上 1.0 m)

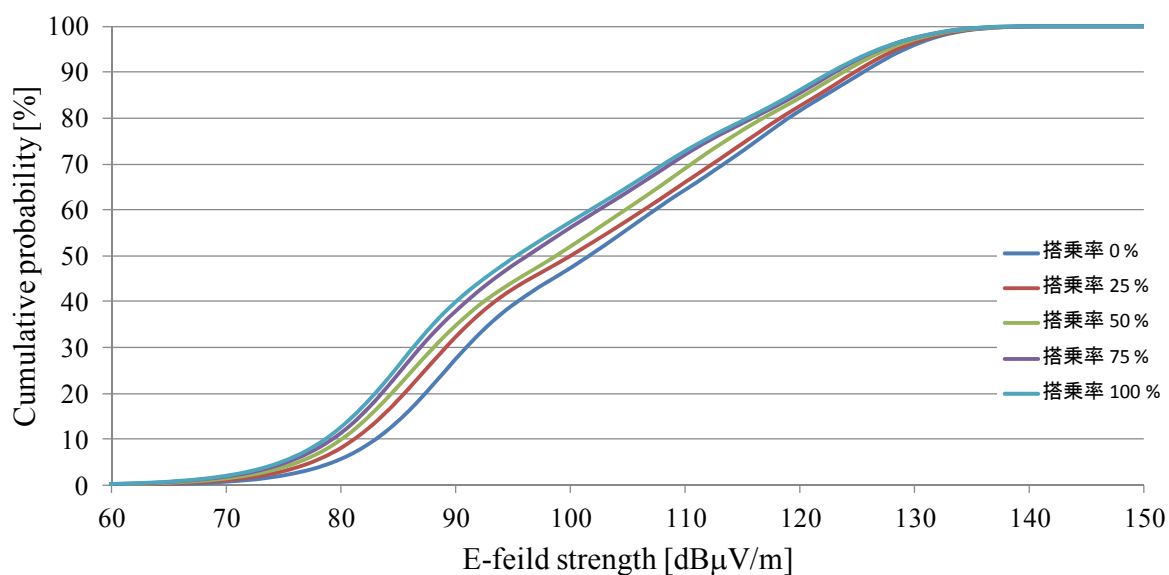


図 5.32 : 搭乗率別機内電界強度分布(評価面床上 1.25 m)

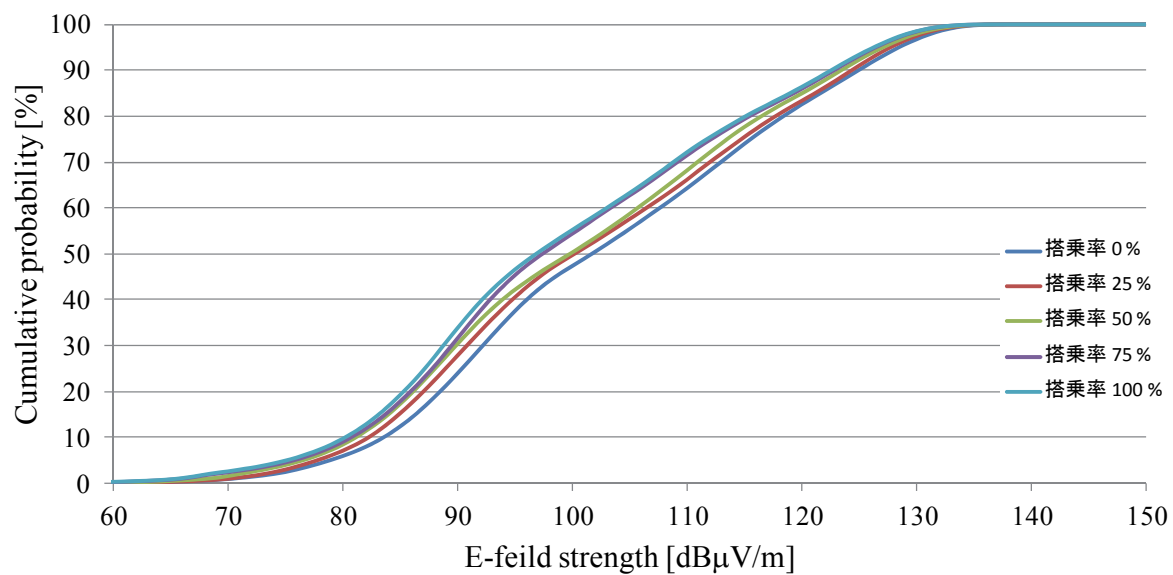


図 5.33：搭乗率別機内電界強度分布(評価面床上 1.25 m)

5.4 むすび

本章では、人体を模擬した数値人体モデルを用いて高速鉄道車両あるいは航空機内部における伝搬特性について評価した。人体形状を模擬した数値モデルを開発し、高速鉄道車両および航空機内の伝搬特性について乗客の影響を評価できるようにした。

第 6 章

結論

以下に本論文で得られた成果および考察について各章ごとに要約する.

第 1 章では, 本研究の背景および目的について述べた.

第 2 章では, FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法に基本について解説し, それに基づく電磁界シミュレーションを実行する時に要するセルサイズおよび計算に必要なメモリ数について説明した. また, 高速鉄道車両や航空機といった, ある特定の一方方向に長い空間の電磁界シミュレーションで問題となる吸収境界条件部の反射量の増加について説明し, その解決策としての CPML について示した.

第 3 章では, 第 2 章で述べた莫大な計算機資源が要求されるという問題に対して並列演算技術の電磁界シミュレーションを検討し, 複数のノードで 1 つの大規模空間を効率的に処理する方法を明らかにした. また, 並列演算技術を用いた電磁界シミュレーションの概要フローを示した.

第 4 章では, 第 2 章と第 3 章で述べた手法を用いて高速鉄道車両及び航空機内の伝搬諸特性について評価した. シミュレーションにおける高速鉄道車両と航空機の数値モデルについて示したのち, それらの内部における周波数特性や偏波特性を明らかにした. また, 測定データとの比較によってシミュレーション結果の妥当性を示した.

第 5 章では, 乗客を模擬した数値モデルを開発し, 乗車率あるいは搭乗率を変更させながら配置することで高速鉄道車両及び航空機内の伝搬特性における乗客の影響を明らかにした.

本論文は, 様々なアプリケーションが導入され, ますます発展が予想される高速鉄道車両内の無線通信環境, 航空機内における無線システムの導入のための無線回線設計に応用できると見込まれる.

謝辞

本研究を行うに当たり，終始変わらぬ暖かい励ましとご指導を賜りました北海道大学大学院情報科学研究科メディアネットワーク専攻 名誉教授 野島 俊雄先生に心より感謝の意を表します．

また，細部にわたってご検討頂くとともに，多くの貴重なご助言をくださいました北海道大学大学院情報科学研究科メディアネットワーク専攻，教授 宮永喜一 先生，同教授 齊藤晋聖 先生，同教授 大鐘武雄，准教授 山本 学先生に謹んで感謝の意を表します．日頃から有益なご指導及びご助言を頂いた 日景 隆 助教に心より感謝いたします．

また，本研究のご指導・ご鞭撻を頂きました，日本電信電話株式会社の猪又 稔 様，佐々木元晴 様，山田 渉 様，鬼沢 武 様，杉山隆利 様，国立研究開発法人 海上・港湾・航空技術研究所(旧 国立研究開発法人電子航法研究所)の二ッ森俊一 様，河村暁子 様，米本成人 様に深く感謝いたします．

最後に，公私ともにお付き合い頂いたワイヤレス情報通信研究室の皆さんに深く感謝申し上げます．

参考文献

- [1] <http://www.mir.co.jp/service/wireless/>
- [2] https://www.emirates.com/english/flying/inflight_entertainment/communication.aspx
- [3] 細谷良雄, “電波伝搬ハンドブック”, リアライズ理工センター, 1999
- [4] 今井哲朗, “電波伝搬解析のためのレイトレーシング法”, コロナ社, 2016
- [5] 川原 悠輔, 日景 隆, 野島 俊雄 他, “並列 FDTD 解析を用いた準閉空間モデルの電磁界解析 –電車モデルと航空機モデル–”, 信学技報 EMCJ2005-30, Jun. 2005.
- [6] T.Hikage, T. Nojima, M. Omiya, K. Yamamoto, "Numerical Analysis of Electromagnetic Field Distributions in a Typical Aircraft", Proceedings of the 8th Int. Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC Europe 2008), pp. 303-306, Sep. 2008.
- [7] K.S.Yee, “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media”, IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-14, no. 3, pp. 302-307, May 1966.
- [8] K.Kunz and R.J.Luebbers, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press, Tokyo, 1993.
- [9] A.Taflove, Computational Electrodynamics (The Finite-Difference Time-Domain Method), Artech House, Boston, 1995.
- [10] 橋本 修, 阿部琢美, FDTD 時間領域差分法入門, 森北出版株式会社, 東京, 1996.
- [11] 宇野 亨, “電磁界解析の基礎とアンテナ工学への応用[Ⅲ・完] –FDTD 法のアンテナ解析への応用–”, 電子情報通信学会誌, vol. 80, no. 2, pp. 184-191 (1997-02).
- [12] E.Theile and A.Taflove, “Finite-Difference Time-Domain Modeling of Vivaldi Slot Antennas and Arrays”, IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-42, pp. 633-642, 1994.
- [13] A.Taflove and M.E.Brodwin, “Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations”, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-23, no. 8, pp. 623-630, Aug. 1975.
- [14] G.Mur, “Absorbing Boundary Conditions for Finite-Difference Approximation of the Time Domain Electromagnetic-Field Equations”, Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-23, no. 4, pp. 1073-1077, Nov. 1981.
- [15] R.L.Higdon, “Numerical Absorbing Boundary Conditions for the Wave Equation”, Math.Comp., 49, 179, pp. 65-90, Jul. 1987.
- [16] I.S.Kim and W.J.R.Hoefer, “A Local Mesh Refinement Algorithm for the Time Domain-Finite Difference Method Using Maxwell's Curl Equations”, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-38, no. 6, pp. 812-815, Jun. 1990.

- [17] S.S.Zivanovic, K.S.Yee, and K.K.Mei, "A Subgridding Method for the Time-Domain Finite-Difference Method to Solve Maxwell's Equations", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-39, no. 3, pp. 471-479, Mar. 1991.
- [18] P.A.Tirkas and K.R.Demarest, "Modeling of Thin Dielectric Structures Using Finite-Difference Time-Domain Techniques", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-39, no. 9, pp. 1338-1344, Sept. 1991.
- [19] J.G.Maloney and G.S.Smith, "The Efficient Modeling of Thin Material Sheets in the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-40, no. 3, pp. 323-330, Mar. 1990.
- [20] R.J.Lubbers and K.Kunz, "FDTD Modeling of Thin Impedance Sheets", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-40, no. 3, pp. 349-350, Mar. 1992.
- [21] A.C.Cangellaris and D.B.Wright, "Analysis of the Numerical Error Caused by the Stair-Stepped Approximation of a Conducting Boundary in FDTD Simulations of Electromagnetic Phenomena", IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-39, no. 10, pp. 1518-1525, Oct. 1991.
- [22] 宇野 亨, "FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析" コロナ社 1999.
- [23] J.J.Boonzaaij and C.W.Pistorius "Thin Wire Dipoles – A Finite-Difference Time-Domain Approach", Electronics Letters, 26, 22, pp.1891-1892, 1990
- [24] D.M Sullivan, "Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method", IEEE PRESS
- [25] D.M Sullivan, "A simplified PML for use with the FDTD method", IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol.6, Feb. 1996,pp. 97-99
- [26] Z. S. Sacks, D.M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", IEEE Trans. Anten. and Prop.,vol. 43, Dec. 1995, pp1460-1463.
- [27] D. M. Sullivan, "An unsplit step 3-D PML for use with the FDTD method", IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol. 7, July 1997, pp. 184-186
- [28] Berenger, J. P. , "Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structure interaction problems,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.51, 1996, pp. 110-117
- [29] Berenger, J. P. , "Improved PML for the FDTD solution wave-structure interaction problems,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.45, 1997, pp. 466-473
- [30] Wu, Z., and J. Fang , "High-performance PML algorithms,"IEEE Microwave Guided Wave Lett., Vol.6, 1996, pp. 335-337
- [31] Gedney, S. D., "Anisotropic perfectly matched layer absorbing media for the truncation of FDTD lattices,"IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.44, 1996, pp. 1630-1639
- [32] Gedney, S., "The Perfectly matched layer absorbing medium,"Ch.5 in Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Taflov, A.,

(ed.), Norwood, MA, Artech House, 1998.

- [33] Zhao, A. P., "Generalized-material-independent PML absorbers used for the FDTD simulation of electromagnetic wave in 3D arbitrary anisotropic dielectric and magnetic media," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 46, 1998, pp. 1511-1513
- [34] Teixeira, F. L., and W. C. Chew, "A general approach to extend Berenger's absorbing boundary condition to anisotropic and dispersive media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 46, 1998, pp. 1386-1387
- [35] Teixeira, F. L., and W. C. Chew, "General closed-form PML constitutive tensors to match arbitrary bianisotropic and dispersive linear media," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, Vol. 8, 1998, pp. 223-225
- [36] Teixeira, F. L., and W. C. Chew, M. L. Oristaglio, and T. Wang, "Perfectly matched layer and piecewise-linear recursive convolution for the FDTD solution of the 3D dispersive half-space problem," *IEEE trans. Magnetics*, Vol. 34, 1998, pp. 2747-2750.
- [37] Teixeira, F. L., and W. C. Chew, M. Straka, M. L. Oristaglio, and T. Wang, "Finite-difference time-domain simulation of ground penetrating radar on dispersive, inhomogeneous, and conductive soils," *IEEE trans. Geoscience remote Sensing*, Vol. 36, 1998, pp. 1928-1937.
- [38] Zhao, A. P., "Application of the material-independent PML absorbers to the FDTD analysis of electromagnetic waves in nonlinear media," *Microwave Optical Tech. Lett.*, Vol. 17, 1998, pp. 164-168
- [39] Berenger, J. P., "A perfectly matched layer for free-space simulations in finite-difference computer codes," *Annales des Telecommunications*, Vol. 51, 1996, pp. 39-46
- [40] E. Becache, P. G. Petropoulos, and S. D. Gedney, "On the long-time behavior of unsplit perfectly matched layers," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 52, 2004, pp. 1335-1342.
- [41] Roden, J. A., and S. D. Gedney, "Convolutional PML (CPML) : An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media," *Microwave Optical Tech. Lett.*, Vol. 27, 2000, pp. 334-339
- [42] Kuzuoglu, M. and R. Mittra, "Frequency dependence of the constitutive parameters of causal perfectly matched anisotropic absorbers," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, Vol. 6, 1996, pp. 447-449.
- [43] Berenger, J.-P., "Numerical reflection from FDTD PMLs: A comparison of the split PML with the unsplit and CFS PMLs," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 50, 2002, pp. 258-265.
- [44] Abardanel, S., and D. Gottlieb, "A mathematical analysis of the PML method," *J. Computational Physics*, Vol. 134, 1997, pp. 357-363
- [45] Allen Taflov, Susan C. Hagness, "Computational Electromagnetics," ARTECH HOUSE, 2005, pp. 285-288

- [46] Allen Taflov, Susan C. Hagness, "Computational Electromagnetics, "ARTECH HOUSE, 2005, pp. 282-285
- [47] Luebbers, R. J.,and F.Hunsberger, "FDTD for Nth-order dispersive media, "IEEE Trans. Antennas Propagat, Vol.40, 1992, pp. 1297-1301
- [48] Allen Taflov, Susan C. Hagness, "Computational Electromagnetics, "ARTECH HOUSE, 2005, pp. 51-105
- [49] Allen Taflov, Susan C. Hagness, "Computational Electromagnetics, "ARTECH HOUSE, 2005, pp. 62-67
- [50] Taflove, Computational Electromagnetics, Artech House, Boston, 1995.
- [51] 秋葉 博 訳, MPI 並列プログラミング, 培風館, Jul. 2001.
- [52] C. Guiffaut and K.Mahdjoubi, "A Parallel FDTD Algorithm Using the MPI Library," IEEE Antennas and Propagation Mag., vol. 43, no. 2, pp. 94-103, Apr. 2001.
- [53] M. Omiya, K. Munakata and T. Hikage, "Design of Slot Antennas and Arrays Using the FDTD Technique and a Parallel Supercomputer," The 19th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, pp. 539-544, Mar. 2003.
- [54] 鷺見 勇紀, 日景 隆, 野島 俊雄, 大宮 学, 渡辺 聡一, 篠塚 隆, "準閉空間内電磁界分布の並列 FDTD 解析定式化に関する一検討", 信学技報 EMCJ2004-17(2004-06)
- [55] N Kita, et al., "Experimental study of path loss characteristics in high-speed train cars,"proc. of IEEE APS-URSI '09. 2009.
- [56] T. Nagaoka, et al., "Development of Realistic High-Resolution Whole-Body Voxel Models of Japanese Adult Male and Female of Average Height and Weight, and Application of Models to Radio-Frequency Electromagnetic-Field Dosimetry " Physics in Medicine and Biology, Vol.49, pp.1-15, 2004.
- [57] C.Gabriel, Brooks Air Force Technical Report AL/OE-TR-1996-0037, 1996

本研究に関わる発表論文・資料等

研究業績目録

氏名 白船 雅巳

1. 査読付き学会誌等

- [1]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島 俊雄, ニッ森 俊一, 河村 暁子, 米本 成人, "大規模 FDTD 解析による航空機内無線 LAN 端末の経路損失推定,"電子情報通信学会論文誌 C, Vol. J97-C No. 5 pp. 197-200, May 2014.
- [2]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島 俊雄, 佐々木 元晴, 山田 渉, 杉山 隆利, "FDTD 解析による高速鉄道車両内 5GHz 帯無線接続サービスの伝搬特性推定,"電子情報通信学会論文誌 B, Vol.J97-B, No.9, pp.762-769, Sep. 2014.

2. 査読付国際会議プロシーディング

- [1]. Masami Shirafune, Takashi Hikage, Toshio Nojima, Motoharu Sasaki, Wataru Yamada and Takatoshi Sugiyama,"Numerical Estimation on Shielding Effect of Connecting Doors for Wireless LAN Access Service in High-Speed Train Cars," Proc. of 2013 Thailand-Japan MicroWave (TJMW2013), TU2-38, Dec. 2013.
- [2]. M. Shirafune, T. Hikage, T. Nojima, S. Futatsumori, A. Kohmura, and N. Yonemoto,"Estimation of the Electromagnetic Fields Excited by a Cellular Phone in a Typical Aircraft Cabin,"Proc. of 2014 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp.178-181, May 2014.
- [3]. M. Shirafune, T. Hikage, T. Nojima, M. Sasaki, W. Yamada, T. Sugiyama,"Propagation Characteristic Estimations of 2 GHz Inter-Car Wireless Links in High-Speed Train Cars in a Railway Tunnel" ,Proc. of 2014 International Symposium on Antennas and Propagation, pp.215-216, Dec. 2014.
- [4]. M. Shirafune, T. Hikage, M. Yamamoto, T. Nojima, M. Inomata, M. Sasaki, W. Yamada, T. Onizawa," Estimation of RF Leakage to Oncoming Train Cars From Wireless Access Point Operating in Bullet Train Passing Through a Tunnel,"Proc. of

2015 International Symposium on Antennas and Propagation, pp.619-620, Nov 2015.

3. 電子情報通信学会大会等講演

- [1]. 白船雅巳, 日景 隆, 野島俊雄, 山田 渉, 杉山隆利, “FDTD 解析を用いた高速鉄道車両内無線接続サービスの伝搬特性推定,” 電子情報通信学会技術研究報告, vol.112, no.149, AP2012-36, pp.35-38, 2012 年 7 月.
- [2]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島 俊雄, “高速鉄道車両間ドアによる 2GHz 帯無線 LAN 遮蔽効果の FDTD 解析”, 2012 年電気・情報関係学会北海道支部連合大会 p.102, 札幌市, Oct. 2012.
- [3]. 白船雅巳, 日景 隆, 野島俊雄, 山田 渉, 杉山隆利, “数値解析を用いた高速鉄道車両内無線 LAN の車外漏えい評価”, 2013 年電子情報通信学会総合大会, B-1-51, p.51, 岐阜市, Mar. 2013.
- [4]. 白船雅巳, 日景 隆, 野島俊雄, ニッ森俊一, 河村暁子, 米本成人, “主翼からの反射波を考慮した航空機内部の無線 LAN 電波伝搬特性評価,” 信学技報, vol. 113, no. 143, EST2013-18, pp. 51-54, 2013 年 7 月.
- [5]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島 俊雄, “列車内無線 LAN 電波の車車間伝搬に及ぼす車両間ドアの遮蔽影響推定”, 2013 年電気・情報関係学会北海道支部連合大会 p.104, 室蘭市, Oct. 2013.
- [6]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島 俊雄, 佐々木元晴, 山田 渉, 杉山隆利, “トンネル通過時の高速鉄道車両内 2GHz 帯電波の伝搬推定”, 2014 年電子情報通信学会総合大会, p.12, 新潟市, Mar. 2014.
- [7]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島俊雄, ニッ森俊一, 河村暁子, 米本成人, “FDTD 解析を用いた航空機客室-機上アンテナ間の経路損失評価”, 2014 年電気・情報関係学会北海道支部連合大会, p.87, 札幌市, 2014 年 10 月.
- [8]. 白船 雅巳, 日景 隆, 野島俊雄, 佐々木元晴, 山田 渉, 杉山隆利, “トンネル内すれ違い車両に対する高速鉄道車両内無線 LAN の漏えい評価”, 2015 年電子情報通信学会総合大会, p.162, 草津市, 2015 年 3 月.
- [9]. 白船雅巳, 日景 隆, 山本 学, 野島俊雄, 猪又 稔, 佐々木元晴, 山田 渉, 鬼沢 武” 乗客人体による損失を考慮した鉄道車両内無線 LAN における自車両内伝搬及び対向車両漏えい特性の大規模数値解析トンネル内すれ違い車両に対する高速鉄道車両内無線 LAN の漏えい評価”, 2016 年電子情報通信学会総合大会, B-1-39, 福岡市, 2016 年 3 月.
- [10]. 白船雅巳, 日景 隆, 山本 学, 野島俊雄, 猪又 稔, 佐々木元晴, 北 直樹, 鬼沢 武, “FDTD 法を用いた高速鉄道車両内無線 LAN の伝搬特性解析における乗客

吸収が及ぼすマルチパス抑圧効果,”信学技報, vol. 116, no. 56, EST2016-6, pp. 27-31, 2016 年 5 月.

- [11]. 白船 雅巳, 日景 隆, 山本 学, 野島 俊雄, ニッ森 俊一, 河村 暁子, 米本 成人, ”大規模 FDTD シミュレーションを用いた航空機 GPS 装置への干渉経路損失推定”, 2016 年電気・情報関係学会北海道支部連合大会 , p.123, 札幌市, 2016 年 11 月.