



|                  |                                                                                   |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Title            | サヴェジ基礎論と幾つかの用心                                                                    |
| Author(s)        | 園, 信太郎                                                                            |
| Citation         | 経済學研究, 67(1), 1-4                                                                 |
| Issue Date       | 2017-06-13                                                                        |
| Doc URL          | <a href="https://hdl.handle.net/2115/66750">https://hdl.handle.net/2115/66750</a> |
| Type             | departmental bulletin paper                                                       |
| File Information | 2ES_67(1)_001.pdf                                                                 |



# サヴェジ基礎論と幾つかの用心

園 信 太 郎

## 1. はじめに

サヴェジ氏の「基礎論」(1954, 1972)は幾つかの誤解されやすい傾向を持つ。だが、統計的決定理論に関する必読の書物であることは、今日でもなお変わらない。この冊子は、Bayesian Statisticsの基礎づけを行ったものとしてとらえる流儀もあるが、しかもそれは今日からは誤りではないが、元来は統計的決定理論の公理化を追求したものである。サヴェジ氏自身が認めている様に、今日のBayesian Statisticsの源は、Schlaifer (1959)とすべきであり、実際サヴェジ氏は「基礎論」においてBayesian Statisticsを展開してはいない。そこでは、統計学の基礎をなす「確率」に関する深い思索が遂行されている。

## 2. 解釈か定義か

「基礎論」の序文を浅く読むと、「確率」の解釈が論点なのだと思えてくる。しかし、サヴェジ氏の関心事はあくまでも「確率」の「定義」なのである。確率の「合理的な」定義がなければ、統計的決定理論は「科学」たりえない。サヴェジ氏は、「定義」の問題を避けるわけには行かないのである。このことを了解しておかないと、彼がなぜ、Bruno de Finettiの立場を支持して、Kolmogorov systemにおける完全加法性を、「公理」ではなく「仮説」とするのか、了解できないであろう。「たしからしさ」の定量的把握を、合理的根拠に基づいて、遂行しようとする作業を通して、彼は、「完全加法性」の合理的根拠

が見出し得ないことに気づいたのである。

「完全加法性」は、確率の解析学を豊饒に、つまり rich に、展開するために導入される数学的仮説である。Kolmogorov system は、確率の定義の問題を回避して、rich な（確率の）解析学を展開するための、いわば装置であり、それは多大な成功をおさめた。しかしそれは、初等的な確率算を前提とする一方で、この確率算の「合理的な根拠」は提示していない。だが、確率論を応用する際には、この定義の問題は、避けて通れないはずである。そこでサヴェジ氏は、この「定義の問題」と取り組むこととなる。しかし、言うまでもなく、これは難問である。

## 3. 確率及び主観主義

「個」から分離された客体としての「確率」、つまり「絶対確率」を認めず、あくまでも「個」の信念の程度として「確率」をとらえる立場が、主観主義である。サヴェジ氏は、この Bruno de Finetti の立場を強く支持する。

主観主義によれば、本来の確率は「未知」ではなく、「個」が定めるものである。従って、頻度論的な「未知固定確率」は、そのままでは「意味」を持たない。de Finetti は、主観主義の立場から、「未知固定確率」が持ち出される頻度論的状况を数学的に分析し、今日確率論において de Finetti の表現定理とよばれている命題の原型を導出した。この命題によって、「未知固定確率」に対する主観主義的把握が可能となったのだが、一方、頻度論では、いまだに「未知固定確率」に対する合理的定義が為されていない

い。

なお、「未知固定確率」については、「基礎論」の第3章第7節と園（2001）の第4章とを参照していただきたい。

#### 4. 事物論理

「基礎論」の第2章の冒頭の節でサヴェジ氏は、logic と model という二つの単語を用いている。彼は、logic を展開すると主張する一方で model の構築を予言する。彼が、model の構築を通して表現しようとした logic とは、結局「何」か。彼の第5章第5節での「苦しみ」を視れば、この「何」は、少しも自明ではない。

Bruno de Finetti が主張している様に、事象とは「一回性」のものである。つまり unique である。「あしたのその雨」、つまり「その雨」は、一回限りであり、降るか降らないかのいずれかである。繰り返すのは、「雨が降る」という現象である。事象、つまり「できごと」に、繰り返しはない。このことは本格的な実験家やフィールドワーカーにとっては、身にしみる現実である。

結局サヴェジ氏は、事物論理を定式化しようとしているのである。この事物論理とは、事事物物に即して展開される論理であり、「事」とは「事象」を、「物」とは「もの」を意味する。「できごと」も「もの」も、当然数学外であり、ヒト、モノ、マネー、選好（preference）、嗜好（taste）、などは当然ここでの「もの」である。なお、人生全般にわたる「決定」というようなものも一回的である。「決定」に巻き戻しはないのである。

サヴェジ氏は七つの公準を提示して、この定式化を試みる次第である。

#### 5. 期待効用の最大化

これら七つの公準によれば、「個」は、自身の期待効用を最大化する決定を下すこととなる。しかも「観察」後は、自身の事後確率に基

づく期待効用を最大化するように行為し、「観察」前にこの事後の判断の様式を承知している。

しかしこの結論には用心が必要である。P1 から P7 までの公準は定性的であり、「個」の行為を合理的に縛る規範である。「個」自身が、自身の定量的確率や自身の価値尺度としての効用を承知しているとは限らない。しかし一方、ある種の「執拗な」数学者がいて、数及び量に基づいて、問題の「個」の行動をつぶさに観察すると想定してみる。その「執拗な」数学者は、実は、その「個」の行動様式が、「確率」及び「効用」に基づいて記述できることを指摘し、彼からすれば、その「個」は、「期待効用最大化の原理」に従っているとみなせると主張するのである。一方「個」の方は、当然「執拗な」数学者であるとは限らないので、P1 から P7 までを規範とする事を除いては、「自由に」振る舞うのである。

つまり規範的「個」は、「自由に」振る舞うことで、自身の期待効用を（意識はせずに）最大化するのである。この場合の「確率」及び「効用」は、「その」数学者が、「その」個の振る舞いをいわば説明するために導入する、数学的利器である。

#### 6. 大きな決定

サヴェジ氏は、「個」の人生全般にわたる決定を「大きな決定、grand decision」とよんでいる。彼が念頭に置いているのが、正にこの「大きな決定」なのである。しかし、「基礎論」の第5章第5節を視ればわかるように、この決定は難物である。彼は、von Neumann 式の戦略概念によって、この決定をとらえようと苦しんでいる。だが、その路線は、彼自身も認めている様に極めて苦しい道である。

筆者は提案したいのだが、量子コンピュータが実用化されていない現段階で von Neumann 式の戦略に固執することは得策ではないので、「大きな決定」を、「個」による「志、こころざし」の選択ととらえ直せば良いのではなかろう

か。この「こころざし」は、「個」の日常の「小さな」諸決定を統治するに至るものであり、正に「立志」という場合の「志」である。すると、サヴェジ氏式の「結果」、つまり「個」にもたらされる窮極的な「むくい」としての「結果」の概念も、「生きて来る」ように思われる。

## 7. 純粹経験としての「結果」

サヴェジ氏の「結果」とは、「個」にとっての純粹経験である。この純粹経験としての「結果」は、外物（例えば言語）によって示唆はできても近似はできない代物である。筆者の場合、「平常心」、「適」、「根元苦」、などがある。読者もどうか冷静に、自身の「純粹経験」とつきあってもらいたい。この「個」にとっての窮極的な「むくい」だが、少なくとも筆者は、サヴェジ氏の思索を「おもしろく」していると、判断する。彼の思索は「ふかい」のである。

だがここで用心すべき事がある。純粹経験を持ち出したからには、「個」も、この純粹経験へと解消して良いのではないかという、ある種の傾向である。この「傾向」は、ある意味で「危険」である。もし「解消」してしまえば、経済及び統計といった領域が、その「個」にとっては「どうでもよい」こととなり、「個」は「神秘」へと傾斜して行くことであろう。「どうでもよい」とまで行かなくとも、「個」の人生にとって、それは二次的副次的なものとなりかねない。だが、個人的にも世界的にも、経済及び統計といった領域は、一大事のはずである。だがここで、「利」と「得」との区別に言及しておくことが有益であろう。

## 8. 「とく」について

「得」とは「個」の持ち前であり、「徳」に通じる。つまり「とく」とは元来（個人的な）内在的持ち前である。一方「利」は、利益、勝利、有利、などと言われるように、その表現がしば

しば外在的な尺度で、特にマネーによって、為される傾向を持つ。「利」は、結果からすれば、なるほど外在的客観的性格を持つ。

サヴェジ氏がとらえようとしたのは、内在的価値、つまり「とく」である。この「とく」に、サヴェジ氏の「効用」が宿るのである。

もしサヴェジ氏が「利」に束縛されていたのならば、そもそも「基礎論」を著わすことなどなかったはずである。世の多数派に迎合する方が「有」利であったはずである。だが、彼は「とく」を問題とした「はず」である。筆者はここに哲人統計家の面目を視る。

## 9. 再び純粹経験

筆者は、純粹経験を契機とした、「神秘」への傾斜が「わるい」と主張するつもりはない。ただし、純粹経験の達人が、地球の裏側での「苦」を、この災害列島の一角で、直下（じきげ）に感得する場合、いわゆる「ともだおれ」に陥るのではないのかと心配している。やはり、経済及び統計といった領域を「きまじめ」に学んだ方が、迂遠なようでも、「とく」策ではなかろうか。

## 10. サヴェジ氏の謎

晩年サヴェジ氏は、主観主義的ベイズ統計学に傾斜し、それが「正しい」と信じるに至る。しかし、自身のベイズ統計学を具体的に提示することはしていない。わずかに「論文集」の(1973b)にその片鱗があるが、この(1973b)は絶筆であり断片である。

さらに用心すべきなのは、Pratt-Raiffa-Schlaiferの路線を支持すると口では言っても、「基礎論」の第二版の文献表には、DeGroot (1970) が揭示されていない。サヴェジ氏は、口では主観主義的ベイズ統計学を語るが、彼自身の「統計学」は、自身の心中深くに蔵されたままなのである。彼は、「見果てぬ夢」

を見ていたのであろうか。

なお彼は、Sir Ronald の流儀に厳しい態度をとっているが、なるほど有意性検定はそのままでは明らかに common sense に反している。また、「未知固定確率」の問題は、「基礎論」の第3章第7節を視ればわかるように両刃の剣である。頻度論は「未知固定確率」の定義で行詰る。一方、主観主義は、この「確率」を主観主義的「分布」へと読みかえる。だが、「未知固定確率」,  $p$ , を自由に駆使した方が、現実上は「有利」である。サヴェジ氏は当然これらの状況を、身に刻まれる程に、承知している。どうやら彼もまた、沈黙せざるを得ない地点に行き着いたようである。

2016年12月3日(土)

#### 参考文献

- de Finetti, Bruno, “Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources,” (1937). これは例えば, Kyburg, Henry E., Jr. and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*, Krieger, New York, 1980, に収められている。de Finetti がフランスで行った講義に基づくものであり、元来はフランス語だが、Kyburg が英語へと翻訳した。
- DeGroot, Morris Herman, *Optimal Statistical Decisions*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics, Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972. サヴェジ氏の「基礎論」である。初版は1954年に、John Wiley & Sons, New York, より出ている。第二版を勧める。
- Savage, Leonard Jimmie, *The Writings of Leonard Jimmie Savage — A Memorial Selection—*, The American Statistical Association, Washington, D. C., 1981. 「論文集」である。サヴェジ氏の思索を知る上で、「基礎論」と並んで、必読。
- Schlaifer, Robert, *Probability and Statistics for Business Decisions*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- 園 信太郎『サヴェジ基礎論覚書』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2001。
- 園 信太郎『サヴェジ氏の思索』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2007。
- 園 信太郎『確率概念の近傍—ベイズ統計学の基礎をなす確率概念—』, 内田老鶴圃, 東京, 2014。ぜひとも若い学徒に一読してもらいたい冊子である。授業中は、カヴァーが緑なので、「みどりぼん」と呼んでいる。確率算の基礎づけであり、確率算の三法則、つまり、加法法則、乗法法則、ベイズ・ルール (Bayes' rule) が示され、また、条件つき確率の「定義」の合理的根拠が提示されている。