



# HOKKAIDO UNIVERSITY

|                     |                                                                                                                                                                            |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title               | Theory of solvability of generalized Hamiltonian systems and its application to sub-Riemmanian geometry [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review] |
| Author(s)           | 土田, 旭                                                                                                                                                                      |
| Degree Grantor      | 北海道大学                                                                                                                                                                      |
| Degree Name         | 博士(理学)                                                                                                                                                                     |
| Dissertation Number | 甲第12868号                                                                                                                                                                   |
| Issue Date          | 2017-09-25                                                                                                                                                                 |
| Doc URL             | <a href="https://hdl.handle.net/2115/67395">https://hdl.handle.net/2115/67395</a>                                                                                          |
| Rights(URL)         | <a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/</a>                                                  |
| Type                | doctoral thesis                                                                                                                                                            |
| File Information    | Asahi_Tsuchida_review.pdf, 審査の要旨                                                                                                                                           |



## 学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称    博士（理学）                      氏 名    土田 旭

主 査 教 授    石川 剛郎  
審査担当者    副 査 教 授    大本 亨  
副 査    特任教授    泉屋 周一

### 学 位 論 文 題 名

「Theory of solvability of generalized Hamiltonian systems and  
its application to sub-Riemmanian geometry」  
(一般化ハミルトン系の可解性の理論とそのサブリーマン幾何学への応用)

### 博士学位論文審査等の結果について（報告）

著者である土田旭君は、本学位論文において、幾何学的制御理論におけるサブリーマン幾何学をハミルトン力学系の一般化と関連付けた重要な研究を行っています。

幾何学的制御理論は、多様体論、微分解析、測度論、関数解析などの理論を基に最適制御問題を解析し、微分式系の幾何学や多様体上のベクトル場の理論などを深く関連して発展しています。特に、サブリーマン幾何学は、測地線の理論を制御理論の観点を取り入れながら、通常のリーマン幾何学との差異を含めて、近年活発に研究されている幾何学です。一方、ディラックによって提案された一般化ハミルトン系の理論は、通常のハミルトン系の自然な一般化であると同時に、写像の幾何学的特異点論と関係する興味深い理論であり、福田-ヤネチコは特異点論の観点から、アーノルド学派によるラグランジュ特異点論を背景とし、特に、一般ハミルトン系の可解性に関する理論を先行研究として展開していました。

著者は本学位論文において、福田-ヤネチコにより導入された、implicit differential system（陰的微分式系）の理論、implicit Hamiltonian system（陰的ハミルトン系）の理論、とくにラグランジュ特異点論と関係する一般化ハミルトン系の可解性の理論が、幾何学的制御理論、とくにサブリーマン幾何学において特有な異常測地線（特異曲線）の存在証明・解析に有効であることを見抜き、先行研究である福田-ヤネチコの定理を、ある種の場合に拡張した結果をいくつか示し、さらに、その申請者自身が得た結果をサブリーマン幾何学へ応用することで、階数が2のある種のサブリーマン多様体に対して、滑らかなサブリーマン異常測地線が多数存在することを示すことに成功しています。すなわち、系の可解性の十分条件を与える福田-ヤネチコによる基礎的な方法を用いながら、福田-ヤネチコが設定していた仮定を緩めることができることを明らかにし、彼らの結果を一般化することに成功しているのです。

本論文に述べられた研究は、先行研究を基本とし、その理論を整備しながら、著者の独創的な視点・考察を加え、意欲的に研究を重ねることにより得られた新しい結果と言えます。本論文は、最適制御問題の幾何学、幾何学的制御理論における重要な結果を与えると共に、ハミルトン力学系や可微分写像の特異点論への広い応用の可能性を持つ知見・アイディアが盛り込まれた、十分な新規性・重要性を有した論文と考えられます。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認めます。