HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Peridynamicsを用いた岩石の動的破壊プロセス解析に関する基礎的検討
Author(s)	福田, 大祐; Sang-Ho, CHO; 児玉, 淳一 他
Description	資源・素材2017（札幌）：平成29年度資源・素材関係学協会合同秋季大会, 2017年9月26日～28日, 北海道大学, 札幌市
Citation	資源・素材講演集2017（札幌）, 4(2), 2301-06-03
Issue Date	2017-09-26
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/67670
Type	conference paper
File Information	2301-06-03.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

企画講演（Special Session）
岩盤工学・採掘技術に関する研究の動向と新たな展開（ Recent trend and advancement in mining and rock engineering）
Recent trend and advancement in mining and rock engineering
2017年9月27日(水) 10:30 ～ 12:00 第3会場 B31 (B3棟1階/Fl.1.,Build. B3)

[2301-06-03] Peridynamicsを用いた岩石の動的破壊プロセス解析に関する基礎的検討
Fundamental study on application of peridynamics to dynamic fracture process analysis of rock

○福田 大祐[1]、Sang-Ho CHO[2]、児玉 淳一[1]、藤井 義明[1]（1. 北海道大学、2. Chonbuk National University）
○Daisuke FUKUDA[1], Sang-Ho CHO[2], Jun-ichi KODAMA[1], Yoshiaki FUJII[1]（1. Hokkaido University, 2. Chonbuk National University）

キーワード：岩石、動的破壊プロセス、き裂生成・進展・分岐・連結、Peridynamics(ペリダイナミクス)理論
Rock, Dynamic Fracture Process, Initiation, Propagation, Branching and Coalescence of cracks, Peridynamics theory

周知の通り，古典的な連続体力学では，支配方程式（Cauchyの運動方程式）中に応力の空間勾配，即ち，歪み・変位の空間勾配が含まれる．このため，岩石を含む固体材料中のき裂進展を陽に取扱う場合，き裂先端の応力・ひずみの特異性を考慮した破壊力学的手法が不可欠となる．また，その数値的な取扱いでは，例えばFEMの観点からは，き裂の存在による変位場等の不連続性を表現するためにXFEM等によるEnrich関数の導入や，そうでなくとも，極めて細分化したメッシュが必要となり，特に3次元き裂進展問題の処理は，2次元のそれと比較して煩雑化する．

これに対して，Silling（J Mech Phys Solids 48:175–209, 2000）が提唱したPeridynamics（PD）理論では，支配方程式に応力・歪み・変位の空間勾配（微分）ではなく，積分方程式を代わりに用いることで連続体力学が再構築され，従来手法と比較して，材料中のき裂の生成・進展・分岐・連結等の複雑な過程を比較的容易に表現できると期待されている．しかしながら，PD理論は比較的新しい力学理論であり，岩石破壊力学問題への適用例は極めて少ないのが現状である．

本稿では，岩石の動的き裂進展問題に対するPDの適用可能性に関して行った基礎的な検討について紹介する．

©一般社団法人 資源・素材学会

1. はじめに

岩石を含む種々の固体材料における動的破壊現象（亀裂進展・分岐・連結）をモデル化するために，有限要素法（FEM）や拡張FEM（XFEM）といったFEMベースの手法を適用する試みが多くなされてきている[例えば1),2)]．これらの試みの大半は，局所（local）理論を用いた古典的な連続体力学から得られる次式のCauchyの運動方程式（静的な問題の場合は左辺の慣性項はゼロ）に基づいている．

$$\rho_0(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{X},t) = \nabla \bullet \mathbf{P}(\mathbf{X},t) + \mathbf{b}(\mathbf{X},t) \tag{1}$$

ここで，(1)式では，$\mathbf{X}$は固体の初期配置おける各点の位置，tは時間，$\ddot{\mathbf{u}}$，ρ_0，$\mathbf{P}$，$\mathbf{b}$はそれぞれ，$\mathbf{X}$における変位の時間に関する二階微分，固体の初期密度，第1 Piola-Kirchhoff応力，外力に起因する体積力である．また，∇は空間勾配演算子であり，明らかに応力の空間微分項が含まれている．(1)式や変位の空間勾配で表させるひずみテンソルに基づいて亀裂進展を陽に取扱う場合，亀裂先端の応力・ひずみの特異性を考慮する等の破壊力学的手法の適用が不可欠となる．特に，その数値的な取扱いにおいては，亀裂進展に伴う亀裂トポロジー変化を何らかの方法により表現・追跡する必要性が生じ，3次元亀裂進問題の場合に必要となる処理は，2次元のそれと比較して極めて煩雑化する．

FEMベースで亀裂進展問題を扱う最も単純な方法は要素消去法（要素侵食法）[1)]である．これは，文字通り破壊規準を満たした要素を消去していくことにより亀裂進展を表現するため，3次元的な動的亀裂進展問題への適用も極めて容易であるが，必要条件として極めて細分化したFEMメッシュが必要となり，要素寸法をゼロに近づけても亀裂経路が一意に収束しないことが知られている[1),2)]．このため，要素消去法は，定性的・定量的な観点から使用することは望ましくない．要素消去法に代わる方法としては，Smeared Crack ModelおよびCohesive Zone Model（CZM）に基づいたFEM要素境界分離法[1)]が挙げられる．この方法では要素境界上のみで亀裂進展が表現されることに起因して，歪みエネルギーを最小にするようにメッシュ境界が亀裂進展経路に沿っていない場合，数値解析から得られる亀裂パターンや亀裂進展に伴う歪みエネルギーの解放量は，真の傾向・値からは多かれ少なかれ逸脱し，この場合も亀裂進展を定性・定量の両側面から正しく“予測”することはやはり困難となる[1),2)]．また，XFEMではFEM要素内も含めた任意亀裂進展を扱うことが可能であるが，発破等に起因する亀裂分岐・連結・フラグメンテーション・その後の破砕片の接触プロセスなどの複雑なプロセスを表現するための処理は，特に3次元問題の場合，非常に煩雑化すると考えられる[1),2)]．

これに対して，Silling[3)]によって提唱されたPeridynamics（PD）理論では，(1)式の支配方程式における応力（即ち歪み・変位）の空間微分項の代わりに，次節(2)式で述べる積分方程式を用いることで連続体力学を再構築しており，従来手法と比較して，材料中の亀裂の生成・進展・分岐・連結等の複雑なプロセスを平易に表現できると期待されている．しかしながら，PDは比較的新しい連続体力学理論であるため，岩石動的破壊力学問題への適用例は極めて少ないのが現状である．そこで，本稿では，PD理論を簡単に俯瞰した後，PDの岩石の動的亀裂進展問題への適用可能性を考えるために，PDを用いたいくつかの基礎的な動的亀裂進展解析結果を紹介する．

2. Peridynamics（PD）の理論

PD理論[3),4)]は，非局所（non-local）理論を用いて連続体力学を再構築した理論体系である．PD理論は分子動力学を基礎とした方法であり，図1に示すように初期配置の連続体内のある1点$\mathbf{X}$から有限な距離δ内（以下，Sillingに従いδをHorizonと呼ぶ）に存在する複数の点$\mathbf{X'}$との間にそれぞれ結合$\boldsymbol{\xi}(=\mathbf{X'}-\mathbf{X})$を考え，結合$\boldsymbol{\xi}$を介して2点$\mathbf{XX'}$間に働く力密度$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（$\mathbf{X'}$が$\mathbf{X}$が及ぼす力で，単位はN/m^6）及び力密度$-\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}$（$\mathbf{X}$が$\mathbf{X'}$に及ぼす力の反作用，単位はN/m^6）によって，結合$\boldsymbol{\xi}$が結合$(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta})$に変形すると考えることで連続体の変形を表現する．具体的には，(1)式の代わりに次式を用いる[3)-5)]．

$$\rho_0(\mathbf{X})\frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{X},t)}{\partial t^2} = \left[\iiint_{\mathbf{X'}\in H'_{\mathbf{X}}} \{\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta},t)\} dV_{\mathbf{X'}} + \iiint_{\mathbf{X'}\in H_{\mathbf{X}}} \{-\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}(-\boldsymbol{\xi},-\boldsymbol{\eta},t)\} dV_{\mathbf{X'}}\right] + \mathbf{b}(\mathbf{X},t) \tag{2}$$

ここで，$H_{\mathbf{X}}$は$\mathbf{X}$からHorizon $\delta_{\mathbf{X}}$の距離範囲内に存在する全点群領域を，$H'_{\mathbf{X}}$は$\mathbf{X}$の周囲に存在する点$\mathbf{X'}$のうち，$\mathbf{X'}$のHorizon $\delta_{\mathbf{X'}}$内に$\mathbf{X}$を含む全点群領域（Dual Horizon[5)]）を示し，これらの点群はFamilyと呼ばれる．(2)式から明らかなように，PDでは，(1)式の応力の空間勾配項が積分項に置き換わっている．また，(1)の場合，構成方程式は応力テンソルと-歪みテンソルとの関係で記述することが通常であるが，PD（(2)式）では，力密度$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（及び密度$\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}$）と例えば結合の伸縮量との関係等により記述する．また，後述するように，(1)とは異なり，PDでは、基礎方程式そのものに不連続を許容することができる。さらに、(2)式の空間離散化はFEMやメッシュフリー法などを用いて平易に行える．現在，PDは大きく分けてBond-based PD（BB-PD）[3),5)]，Ordinary state-based PD(OSB-PD)[4),5)]，Non-ordinary state-based PD(NOSB-PD)[4),5)]と呼ばれる異なる3種類の方法がこの順番で提案されてきている．BB-PD理論はSillingが初めてPD理論を開発した際に構築された理論であり[3)]，ある$\mathbf{X}$のFamily内の各結合$\boldsymbol{\xi}$をそれぞれ独立したバネとみなし，結合$\boldsymbol{\xi}$の伸縮量から力密度$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（及び$\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}$）を計算する．この際，ある結合$\boldsymbol{\xi}$は他の結合の変形状態の影響は受けず，かつ，$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（及び$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$）は変形後のbondに平行に作用するという制約のため，等方の線形弾性挙動をモデル化する場合，ヤング率は任意値を設定可能な一方で，ポアソン比は3次元問題の場合1/4に限定されるという制約があった．その後，同じくSillingにより，テンソルを一般化したStateと呼ばれる考え方を導入

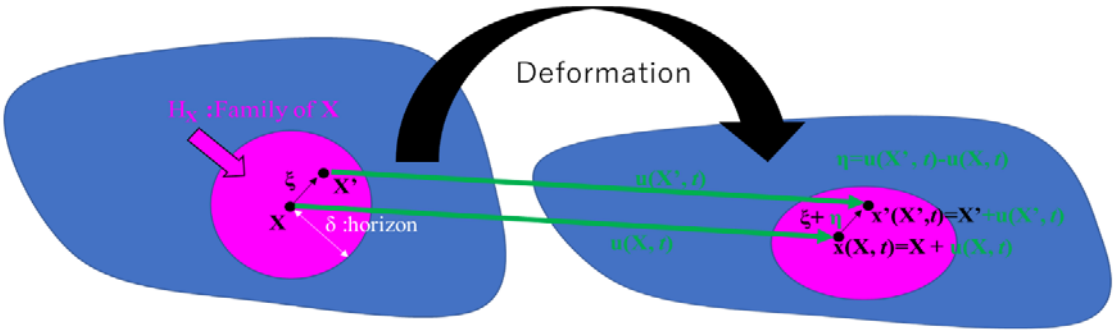


図 1　Peridynamics(PD)における変形の考え方

した OSB-PD 理論が開発された[4]．OSB-PD 理論では，ある **X** の Family 内の結合 **ξ** に作用する力密度は，その Family 内の全結合の変形状態によって集合的に影響を受けると考える．これにより，等方の線形弾性挙動をモデル化する場合において，任意のヤング率・ポアソン比を扱えるようになった．ただし，OSB-PD 理論においても，$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（及び $\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}$）は変形後の bond に平行に作用するという制約（注：この制約を Ordinary と呼ぶ）が課される．なお，本稿では扱わないが，NOSB-PD 理論では，non-local 変形勾配テンソル[4]の考え方を導入し，古典的な連続体力学で提案された構成方程式をそのまま適用することで，$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$（及び $\mathbf{f}_{\mathbf{X'X}}$）が変形後の bond に平行に作用するという制約が解かれているが，現在も開発途上段階にある．そこで，本稿では，BB-PD 及び OSB-PD 理論についてのみ取り扱う．

まず，BB-PD 理論においては，等方線形弾性体に相当する力密度 $\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$ は(3)式で表現される[3),5)]．

$$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}} = C(\delta_{\mathbf{X'}}) \cdot s_{\mathbf{XX'}} \cdot \frac{(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta})}{\|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}\|} \left({}^{\forall}\mathbf{X} \in H_{\mathbf{X'}}\right) \tag{3}$$

ただし，C は Micro-modulus であり，ヤング率 E とポアソン比 ν により次式で与えられる(注:2 次元 : ν=1/3 のみ，3 次元 : ν=1/4 のみ)[5)]．

$$C(\delta_{\mathbf{X'}}) = \begin{cases} 3E/\left\{\pi\delta_{\mathbf{X'}}^3(1-\nu)\right\} & (\text{Plane Stress}) \\ 3E/\left\{\pi\delta_{\mathbf{X'}}^3(1+\nu)(1-2\nu)\right\} & (\text{Plane Strain}) \\ 3E/\left\{\pi\delta_{\mathbf{X'}}^4(1-2\nu)\right\} & (\text{3D}) \end{cases} \tag{4}$$

また，$s_{\mathbf{XX'}}$ は各結合 **ξ** のストレッチであり，$s_{\mathbf{XX'}}=(\|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}\|-\|\boldsymbol{\xi}\|)/\|\boldsymbol{\xi}\|$ で与えられる（注：$\|\Delta\|$ は Δ の長さを示す．）．

他方，OSB-PD 理論[4),5)]では，等方線形弾性体に相当する力密度 $\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$ は(5)式で表現される．

$$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}} = \underline{t}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle \cdot \frac{(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta})}{\|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}\|} \left(\forall\mathbf{X} \in H_{\mathbf{X'}}\right) \tag{5}$$

ここで，$\underline{t}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle$ は[N/m^6]の単位を持つ Force State と呼ばれる **X** と **X'** の相互作用力を現す関数（スカラーState）であり，スカラーState $\underline{t}$ が作用する結合が $\langle\boldsymbol{\xi}\rangle$ であることを示す．State の詳細な説明は紙面の制限のため参考文献[4)]を参照されたい．$\underline{t}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle$ は次式で与えられる[4),5)]．

$$\underline{t}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle = \frac{nK\theta}{m}\underline{\omega}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle\|\boldsymbol{\xi}\| + \frac{n(n+2)G}{m}\underline{\omega}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle\left(\underline{e}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle - \frac{\theta}{n}\|\boldsymbol{\xi}\|\right) \tag{5}$$

ただし，n は問題の次元(2 又は 3 のみ)であり，K 及び G はそれぞれ体積弾性率と剛性率である．また，$\underline{e}$, m 及び θ は，それぞれ Extension state，物体の初期配置において定義される重み付き体積及び体積ひずみであり，次式で定義される[4),5)]．

$$\underline{e}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle = \|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}\| - \|\boldsymbol{\xi}\|, \qquad m = \int_{H_{\mathbf{X}}} \underline{\omega}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle\boldsymbol{\xi}\cdot\boldsymbol{\xi}\,dV_{\boldsymbol{\xi}}, \quad \theta = \int_{H_{\mathbf{X}}} \underline{\omega}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle\|\boldsymbol{\xi}\|\underline{e}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle dV_{\boldsymbol{\xi}} \tag{6}$$

なお，(6)式の積分における $dV_{\boldsymbol{\xi}}$ は **X** と結合 **ξ** を成す他端点 **X'** に付随する体積である．また，$\underline{\omega}\langle\boldsymbol{\xi}\rangle$ は，重み関数と呼ばれるスカラーState であり，Horizon 内の各結合 **ξ** の長さに応じてその影響を調節する役割を持ち，種々の形態が提案されている．本稿では次式を用いた[6)]．

$$\omega\langle\boldsymbol{\xi}\rangle = \omega\langle\|\boldsymbol{\xi}\|\rangle = \exp\left(-\|\boldsymbol{\xi}\|^2/\delta_{\mathbf{X}}^2\right) \tag{7}$$

なお，$\mathbf{f}_{\mathbf{XX'}}$ の算定については，上記(3)や(5)式における **X** と **X'** を単に入れ替えれば良い．

最後に，本稿で採用した PD 理論における破壊の取り扱いについて述べる．本稿では，固体内に生じる亀裂進展プロセスを各結合 **ξ** の切断プロセスとして考えた．具体的には，**X** の Family に属する各 **X'** の結合 **ξ** に関して，特定の破壊規準を満たした場合に，この結合を消去することで亀裂をモデル化した．このために，**X** の Family に属する各結合 **ξ** に対して変数 $\mu(\mathbf{X}, \boldsymbol{\xi}, t)$ を与え，**ξ** が破壊規準を満たした場合には μ=0 を，そうでない場合には μ=1 を与え，**X** の破壊状態を表すダメージ関数 $D(\mathbf{X}, t)$ を次式で表した[5),6)]．

$$D(\mathbf{X},t)=1-\left(\int_{H_{\mathbf{X}}}\mu(\mathbf{X},\boldsymbol{\xi},t)dV_{\boldsymbol{\xi}}\right)\Big/\left(\int_{H_{\mathbf{X}}}dV_{\boldsymbol{\xi}}\right) \tag{7}$$

ここで，D=0，0<D<1，D=1 は，それぞれ点 $\mathbf{X}$ がインタクトな状態，軟化状態，及び完全に破壊した状態に対応する．なお，一旦 μ=0 を満たした結合については，μ=0 に固定した．このように破壊プロセスを表現することにより，3 次元的な破壊プロセスであっても，計算量が単に増加するのみで，数値計算への実装を考える場合に必要なアルゴリズムとしては 2 次元・3 次元問題ともに極めて簡単なものとなる．なお，本稿では，各結合のストレッチ $s_{\mathbf{X}\mathbf{X}'}=(\|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}\|-\|\boldsymbol{\xi}\|)/\|\boldsymbol{\xi}\|$ が次式で与えられる s_0 を超えた場合に，μ=0 とした[5]．

$$s_0(\delta_{\mathbf{X}'})=\begin{cases}\sqrt{(4\pi G_0)/(9E\pi\delta_{\mathbf{X}'})} & (\text{Plane Stress})\\ \sqrt{(5\pi G_0)/(12E\pi\delta_{\mathbf{X}'})} & (\text{Plane Strain})\\ \sqrt{(5G_0)/(6E\pi\delta_{\mathbf{X}'})} & (\text{3D})\end{cases} \tag{8}$$

ただし，G_0 は破壊エネルギー(J/m^2)である．

なお，PD における(2)式はあくまで支配方程式（理論式）であり，これを数値的に解く場合，FEM やメッシュフリー法（粒子法近似）等を採用することが可能である．本稿では，実装が極めて容易なメッシュフリー法により(2)式を離散化した次式[5),6)]を用いて行った動的破壊プロセス解析例を紹介する．

$$\rho_0(\mathbf{X}_i)\frac{\partial^2\mathbf{u}(\mathbf{X}_i,t)}{\partial t^2}=\left[\sum_{\mathbf{X}_j\in H'_{\mathbf{X}_i}}\left\{\mathbf{f}_{\mathbf{X}_i\mathbf{X}_j}\right\}\Delta V_{\mathbf{X}_j}+\sum_{\mathbf{X}_j\in H_{\mathbf{X}_i}}\left\{-\mathbf{f}_{\mathbf{X}_j\mathbf{X}_i}\right\}\Delta V_{\mathbf{X}_j}\right]+\mathbf{b}(\mathbf{X}_i,t)\quad for\qquad i=1,\cdots,N \tag{9}$$

ただし，(9)式中では，解析対象領域は N 個の粒子で規則的或いは不規則に離散化され，任意の粒子 i は初期配置 $\mathbf{X}_i$，それに付随する体積 $\Delta V_{\mathbf{X}_i}$ をもつ．解析対象を等間隔 Δx の粒子配置で離散化する場合，各粒子 $\mathbf{X}_i$ の Horizon $\delta_{\mathbf{X}_i}$ には $3\Delta x$~$4\Delta x$ 程度にすることにより，亀裂進展経路の粒子配置依存性がほぼ無視可能であることが明らかにされており[2)]，本稿でもこれに従った．なお，上述の数値解析の実装は極めて容易である一方で，必要となる計算量は特に 3 次元の場合莫大なものとなることから，本稿では，上述の理論を CUDA C を用いた GPU による高速数値シミュレータとして実装した．また，BB-PD では(3)~(4)及び(7)~(9)式の計算のみで実装可能であるのに対し，OSB-PD では，(5)~(9)式が必要であり，シミュレーションに要する時間が相対的に長くなることに注意されたい．

3. Peridynamics を用いた岩石の動的亀裂進展解析

3・1 切り欠きを有した板における動的亀裂進展プロセス解析

まず，実装した PD 数値シミュレータが正しく実装されたかの verification を実施した．そこで，文献[2)]で実際に PD を用いた動的亀裂シミュレーションが行われた Homalite を対象として，既往研究と同じ解析条件（縦 20cm，横 40 cm の Homalite 板に 20cm 切り欠きを施したもの（図 2(a)）の上下端面に時刻 t=0 において引張力 1MPa を載荷）から，既往研究と同じ結果が得られるかを確認した．なお，ここでは，BB-PD（2D，平面応力状態）を用いることとし，規則的な粒子配置（粒子間隔は 0.001m で一定）及び Horizon δ を粒子間隔の 4.015 倍とした数値モデルを作成し，E = 4.55GPa, ρ_0 = 1230 kg/m^3, G_0=38.46 J/m^2 及び時間刻み 0.05μs の条件で解析[2)]を行った．総節点数は 83809 であった．数値解析結果の一例を図 2 に示す．図 2 は(7)式で定義したモデル内の各位置における損傷値 D の空間分布の経時変化を示しており，青色は損傷なし，赤色は損傷あり（亀裂）を示す．本結果は，文献[2)]と同じ結果を示しており，実装したシミュレータにより，動的亀裂進展及び亀裂分岐過程を表現できていることがわかる．BB-PD 理論は極めてシンプルで実装が容易な理論であるが，XFEM や CZM に基づいた要素境界分離法ベースの FEM と同等以上の高い精度の結果が得られることは注目に値する．なお，亀裂進展・分岐機構については，文献[2)]で粒子速度と損傷進展の経時変化の観点から詳細に議論されており，本稿では省略する．

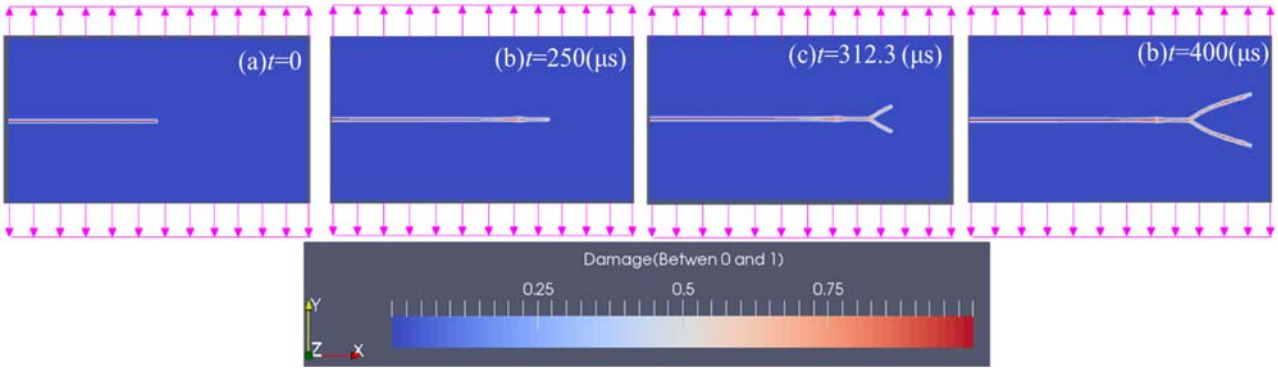
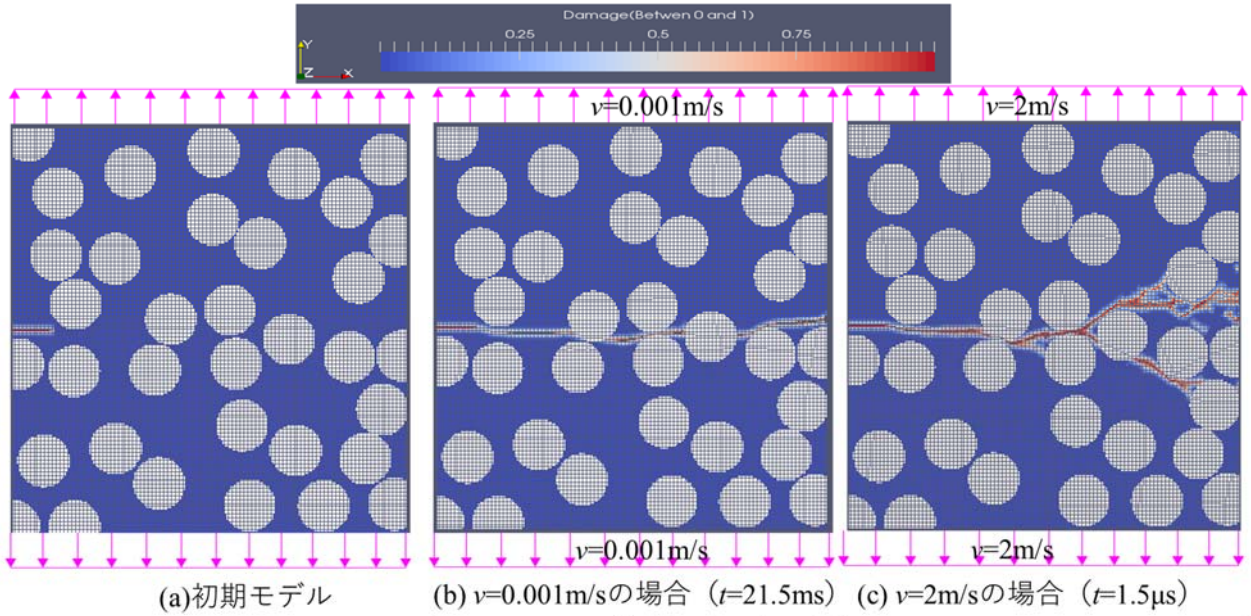


図 2　切り欠きを有した板における 2 次元動的亀裂進展プロセス解析結果（損傷分布）の一例（BB-PD 理論、平面応力）

3・2　材料内にインクルージョンを有した動的亀裂進展プロセス解析

岩石の動的亀裂進展プロセスを考える場合，その内部構造の不均一性を考慮することはとても重要である．ここでは，verification も兼ねて，PD シミュータで不均質構造における動的亀裂進展シミュレーションを行う場合の一つの指標として，図 3(a)のように，1 辺 3mm の四角形材料（ρ_{0_1}=1230kg/m^3, E_1=72GPa, ν_1=1/3, G_{01}=40J/m^2)内に円形状の介在物(ρ_{0_2}=1230kg/m^3，E_2=144GPa, ν_2=1/3, G_{02}=80 J/m^2)がランダムに配置されたモデル[5]を考え，本モデルの上・下外側境界を，それぞれ一定速度で上及び下方向に引張った場合に生じる動的亀裂進展プロセス解析例を紹介する．なお，モデル左端中央部には長さ 0.3mm の切り欠きが存在し，数値モデルは規則的な粒子配置（粒子間隔は 1.5e^{-5}m で一定）及び Horizon δ を粒子間隔の 3.015 倍とした．総節点数は 41607 であった．モデル上下端部の移動速度 v は 0.001m/s の場合と 2m/s の場合の 2 ケースについて比較を行った．図 3(b)(c)にそれぞれの亀裂進展パターンを示す．図 3(b)より，載荷速度が相対的に低い 0.001m/s の場合，亀裂は介在物をできるだけ避け，かつ，比較的直接状に進展している様子が確認できる．ただし，亀裂進展方向正面が介在物で囲まれている部分においては，亀裂は介在物を突き抜けて進むことがわかる．他方，図 3(c)より，載荷速度が相対的高い 2m/s の場合，(b)の場合と比較して，モデル左側領域の亀裂進展パターンはわずかに亀裂形状が荒くなる点以外は類似しているといえる．他方，亀裂進展方向正面が介在物で囲まれている部分では亀裂が分岐し，介在物をできるだけ避けながら進み，かつ，分岐を繰り返すことがわかる．本例は岩石を対象とした力学物性を用いていないが，岩石の不均一構造を何らかの方法で詳細にモデル化し，PD 理論を用いれば，内部構造や載荷速度の違いに起因した亀裂進展パターン・進展機構の検討が可能になることが期待できる．



(a)初期モデル　(b) v=0.001m/sの場合（t=21.5ms）(c) v=2m/sの場合（t=1.5μs）

図3　インクルージョン及び切り欠きを有した 2 次元材料の亀裂進展解析結果（損傷分布）の一例（BB-PD 理論、平面ひずみ）

3・3　1 つの装薬孔を起爆した際に装薬孔周辺で生じる岩石の動的亀裂進展プロセス解析

発破工学において重要な破断面平滑性や発破損傷域の低減を目指すためには，岩石の動的破壊メカニズムの理解は極めて重要な役割を果たすが，現在も発破等に伴う岩石の 3 次元的に複雑な動的亀裂進展プロセスを表現する数値シミュレータは限られている．そこで，本節では，PD の発破問題への適用性を考えるため，BB-PD 理論及び OSB-PD 理論を用いて，図 4 に示すように，直径 100mm の 1 つの円柱装薬孔を有した 3 次元円柱岩石モデル（直径 10m，高さ 0.6m）を考え，装薬孔を起爆した際に装薬孔周辺で生じる岩石の動的亀裂進展プロセス解析を行った例を紹介する．解析モデルは CUBIT[10]を用いて非構造の 3D 四面体メッシュを作成し，各節点に粒子を配置した．総節点数は 47780 であった．各粒子の体積は，各四面体の体積を 4 等分することで与えた．装薬孔表面に作用させる圧力 $P(t)$は次式[7]で与えた．

$$P(t) = P_0\zeta\{\exp(-\alpha t_0) - \exp(-\beta t_0)\}, \quad \zeta = 1/\{\exp(-\alpha t_0) - \exp(-\beta t_0)\} \tag{10}$$

ただし，最大圧 P_0 は 100MPa，ライズタイム t_0 は 1000μs，圧力減衰率 β/α=1.5 とした．ここでは、BB-PD 及び OSB-PD のそれぞれの解析から得られる結果の比較目的から ρ$_0$=2700kg/m^3, E=56.4GPa, ν=1/4, 平均破壊エネルギーG_0=100 J/m^2 とし，各 bond の破壊エネルギーG は weibull 分布[7](m=5)により空間分布させた．装薬孔表面以外はすべて自由表面として扱った．

図 4 に BB-PD 及び OSB-PD の場合の解析結果の例を示す．図の上段及び下段は，それぞれ変位速度の絶対値の経時変化と損傷値 D の経時変化を示している．載荷開始後 t=250μs の結果より，モデル中心部に位置する装薬孔表面への載荷に伴い，変形がモデル外側自由

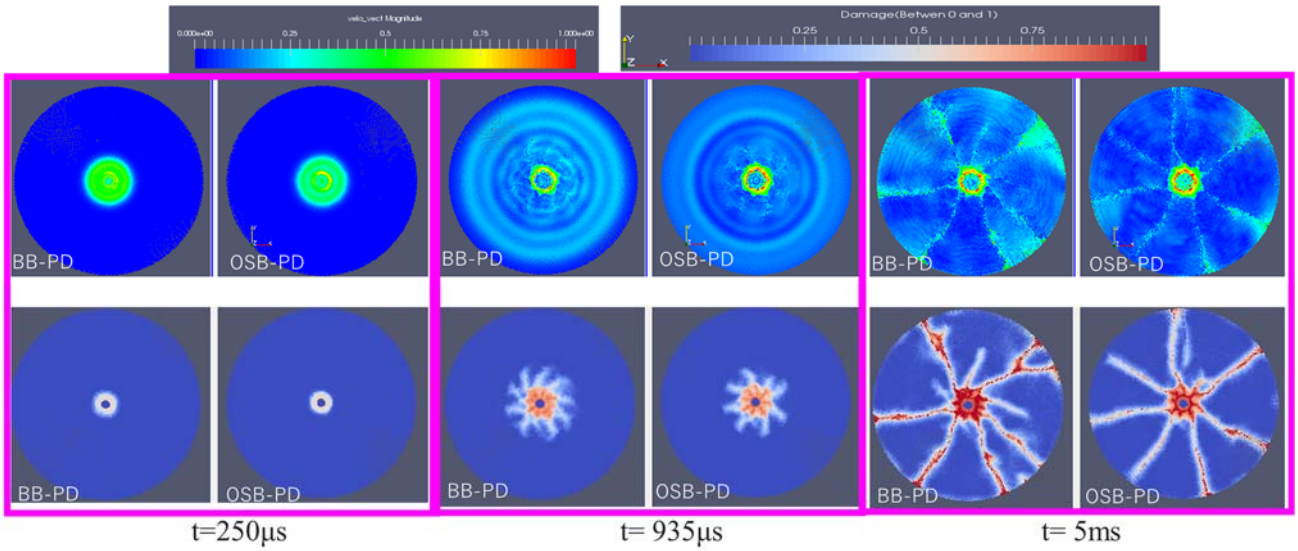


図4　1つの装薬孔を起爆した際に装薬孔周辺で生じる岩石の動的亀裂進展プロセス解析結果の一例（3次元解析）

面に向かって伝播していくことがわかる．これに伴い，装薬孔近傍に多数の亀裂からなる損傷域(以下，A 領域)が生じている．次に，t=935μs の結果から，A 領域を覆うような形で，いくつかのの卓越した亀裂が選択的に進展していくことがわかる．また，装薬孔からの変形が外側の自由面に到達し始めることもわかる．この後の結果(例えば t=5ms)から，これらの亀裂のいくつかはさらに進展し，自由面まで到達していることがわかる．なお，BB-PD 及び OSB-PD では応力の概念を用いていないため図示していないことに注意されたい．

以上の解析の結果，BB-PD 及び OSB-PD の亀裂パターンの詳細（特に BB-PD の方が亀裂分岐が顕著となる）は異なるものの，装薬孔からいくつかの卓越亀裂が放射状に伸張するという特性はとらえられており，CZM に基づいた要素境界分離法ベースの FEM を用いた既往の研究結果における同種の動的亀裂進展解析結果[7]と調和的な傾向を示すことがわかる．なお，モデルの厚みが小さいため，亀裂進展パターンは，モデル高さ方向にはほぼ同様の傾向を示した．ここで強調すべき点は，図4で実施した解析を XFEM や CZM に基づいた要素境界分離法ベースの FEM で実装・シミュレートする場合と比較して，PD シミュレータの場合は、2D から 3D への拡張は極めて容易であることにある．

3・4　放電衝撃破砕法の室内破砕実験を模した岩質材料の動的亀裂進展プロセス解析

3・1~3・3 で行った PD による動的亀裂進展解析については逐次計算でも比較的短時間で実現可能なものである．そこで，CUDA C で実装した開発コードの特性を活かして，岩質材料（コンクリート・岩石）の高速破砕工法の一つである放電衝撃破砕工法を対象とし，文献[8]で実施されたコンクリートの破砕実験を模擬した比較的計算規模の大きな PD による動的亀裂進展解析を実施することにした．本手法では非火薬類の燃焼液を放電により爆燃させることで，燃焼ガスを発生し，爆薬の爆轟よりも時間スケールにして1オーダー載荷速度の低い載荷特性を示す．そのため，破砕は主として引張亀裂が主体となる．なお，本手法の詳細は文献[9]を，また，解析対象とした破砕実験の詳細については文献[8]を参照されたい．図5(a)(b)に，文献[8]より破砕実験に供したコンクリート供試体寸法と破砕実験前後の高速度カメラ観察結果について引用したものを示す．図5(c)は OSB-PD 解析に用いた粒子モデル（節点数は289504）であり，**3・1~3・3** での節点数よりも計算規模が大きい．なお，載荷圧力については，簡単のために，(10)式を用い，文献[9]を参考に最大圧 P_0 は 1GPa,

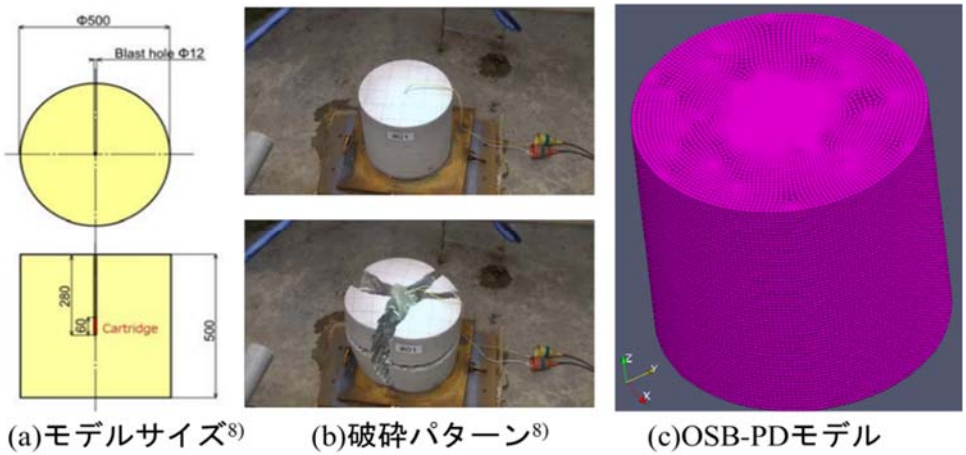


図5　放電衝撃破砕法の室内破砕実験[8]の概要と破砕実験を模した PD シミュレーション用に作成したモデル

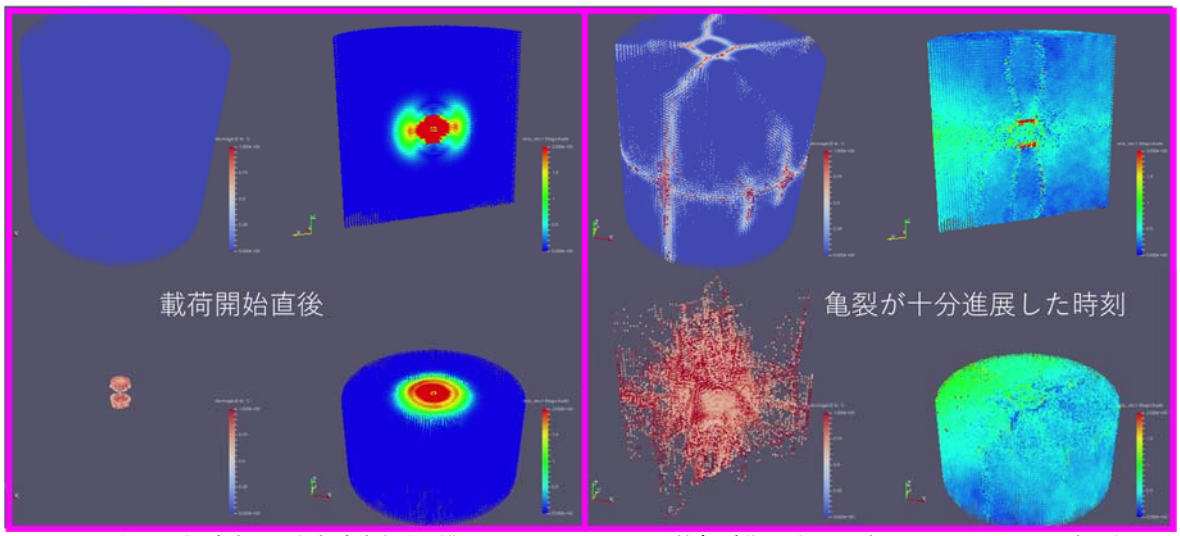


図 6　放電衝撃破砕法の室内破砕実験を模したコンクリートの動的亀裂進展プロセス解析(OSB-PD，3 次元解析)

ライズタイム t_0 は 130μs，圧力減衰率 β/α=1.5 とした．コンクリートの力学物性は，ν=1/4，ρ_0=2320kg/m^3, E=34.2GPa，平均破壊エネルギーG_0=25J/m^2 とし，各 bond の破壊エネルギーG は Weibull 分布(m=5)により空間分布させた．装薬孔表面以外はすべて自由表面とし，簡単のために詰め物部分はコンクリートとして扱った．

図 6 に載荷開始直後及び亀裂が十分進展した時刻における数値解析結果の一例を示す．各時刻において左上段は供試体表面における損傷の概観図，左下段は損傷部分のみを抽出して 3 次元的に可視化した図，右列は変位速度の絶対値の空間分布を、モデル中央を通る縦断面と横断面でそれぞれ示したものである．図より，載荷開始直後は，変形が装薬孔からモデル外側自由面に向かって伝播していく様子がわかる．特に，鉛直断面と水平断面において，速度場の形状が異なるのは装薬孔が円柱形であることに起因する．そして，この変形の空間伝播により，装薬孔近傍から亀裂が生じ始めることがわかる．この装薬孔からの亀裂に加えて，自由面からも亀裂が生じ，装薬孔からの亀裂と連結して最終的に破断面を形成した．そして，十分破壊が進んだ時刻において供試体表面における損傷の概観図と図 5(b)の破断面パターンがとても良い一致を示していることがわかる．なお，現時点では，自由面の変位速度などの計測結果が無いため定量的な議論は行うには不十分であるが，少なくとも亀裂パターンのような定性的な観点からは OSB-PD によるシミュレーション結果は実際の岩質材料の高速破砕実験結果を良く捉えられているものと考えられる．

4.　まとめ

本稿では，Silling によって提唱された BB-及び OSB-Peridynamics を取り上げ，制御発破の検証等において極めて重要な岩石の動的亀裂進展への適用可能性に関して検討した．具体的には，PD 理論を簡単に俯瞰し，PD を用いた 4 例の動的亀裂進展解析を行った結果を紹介した．まず，新たに実装した CUDA C(GPU 並列計算)ベースの Peridynamics 数値シミュレータは、既往の研究と同様の結果を示すことを確認することで verification を行った．そして，簡易的な 3D 発破モデル及び放電衝撃破砕モデルを作成し，PD による動的破壊解析を実施した結果，少なくとも既往の研究と調和的な亀裂パターンをシミュレート可能であることや 3 次元的に複雑な高速破壊プロセスを現実的にシミュレートできる可能性を示すことができたと考えている．今後は，PD における構成式の検討や破砕片の接触プロセスのモデル化，GPU（CUDA）解析のさらなる大規模解析への適用，SPH 又は PD に立脚した亀裂内ガス流動のモデル化などを行うことで，大規模発破等の問題を現実的にシミュレート可能なツールの構築を実現していきたいと考えている．

参考文献

1)　Song et al., Comput Mech.,**42**(2007), 239–250.
2)　Bobaru and Zhang, Int. J. Fract.,**196**(2015), 59–98.
3)　Silling, J. Mech. Phys. Solids. **48**(2000), 175–209.
4)　Silling et al., J. Elast. **88**(2007), 151-184.
5)　Ren et al., Int. J. Comput. Meth. Appl. Mech. Engng. **318**(2015) , 762-782.
6)　Silling and Askari, Compt. Struct. **83**(2005), 1526-1535.
7)　Cho & Kaneko, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. **41**(2004), 771-784.
8)　山地 宏志・中森 純一郎，放電破砕によるコンクリートの破壊機構，三井住友建設技術開発センター報告，Vol.12，pp.67-72.
9)　Fukuda et al., Int. J. Fract. ,**180**(2013), 163–175.
10)　The CUBIT Geometry and Mesh Generation Toolkit, https://cubit.sandia.gov/