HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	携帯電話用ガラスパネルに関する動力学的研究
Author(s)	海藤, 義彦
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第12953号
Issue Date	2017-12-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k12953
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/68072
Type	doctoral thesis
File Information	Yoshihiko_Kaito.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

携帯電話用ガラスパネルに関する動力学的研究

(Research on Dynamics of Glass Panels Used in Mobile Phones)

平成 29 年 11 月

海藤　義彦

目次

第 1 章　序論

1.1　研究背景と目的 ····· 1
1.2　携帯電話とガラスパネルの振動機能 ····· 1
1.3　各章の概要 ····· 2
1.4　文献 ····· 4

第 2 章　様々な形状を持つガラスパネルの自由振動特性

2.1　緒言 ····· 5
2.2　ガラス材料のモデル化と連続体解析 ····· 5
2.3　自由支持のガラスパネルに対するモード解析実験 ····· 7
2.4　解析結果と実験の比較と考察 ····· 11
2.5　結言 ····· 17
2.6　文献 ····· 17

第 3 章　携帯電話に用いられるガラスパネルのモーメント加振

3.1　緒言 ····· 19
3.2　解析モデルと ANSYS による FEM 解析 ····· 19
3.2.1　二加振源による平行加振 ····· 20
3.2.2　リブを利用したモーメント加振 ····· 21
3.2.3　様々なリブ形状を用いたモーメント加振 ····· 21
3.3　加振方法の異なるアルミ製モデルに対するモード解析実験 ····· 35
3.4　結言 ····· 39
3.5　文献 ····· 39

第 4 章　携帯電話に用いられるガラスパネルの境界条件の同定

4.1　緒言 ····· 41
4.2　弾性支持を考慮したリッツ法解析と最適化法 ····· 42
4.2.1　弾性支持長方形板の振動特性 ····· 42
4.2.2　遺伝的アルゴリズム ····· 46
4.3　解析結果と実験の比較と考察 ····· 52
4.3.1　リッツ法解析の検証 ····· 52
4.3.2　境界条件の違いによる振動特性への影響 ····· 52
4.3.3　弾性ばね定数の同定 ····· 53

4.4 結言 ····· 63
4.5 文献 ····· 63

第 5 章 携帯電話に用いられるガラスパネルの線状加振による動的応答
5.1 緒言 ····· 66
5.2 定常応答解析 ····· 66
5.2.1 ラグランジュ方程式による解析 ····· 66
5.2.2 応答解析の数値結果 ····· 72
5.3 結言 ····· 81
5.4 文献 ····· 81

第 6 章 振動機能を有するガラスタッチパネルの感性評価
6.1 緒言 ····· 82
6.2 実験方法と感性応答の測定 ····· 83
6.2.1 実験目的 ····· 83
6.2.2 測定装置 ····· 83
6.2.3 測定方法 ····· 83
6.2.4 実験と測定手順 ····· 85
6.3 測定結果と考察 ····· 95
6.4 結言 ····· 99
6.5 文献 ····· 99

第 7 章 総括 ····· 101

謝辞 ····· 103

第１章
序論

1.1 研究背景と目的

ガラスは窓ガラス，鏡，食器，レンズ，光学部品など日常品から工業製品分野まで幅広く利用されている[1-1][1-2]．ガラスの特徴は様々であるが，長所の代表的なものとして固体の透明性が挙げられる．これは主成分が SiO_2，B_2O_3，Al_2O_3 等からなり，可視光を吸収，散乱しないために起こる．また製造上の長所としては，成形のし易さが挙げられる．最も一般的な製造法である溶融法では，固体原料を高温で加熱して溶かし，液体状態にした後，冷却し非晶質なガラスにする．温度上昇に伴い粘度が変化するため，温度制御による加工が容易である．さらに，耐薬品性，防汚性も利用価値が高い．短所としては，その靭性が小さく破壊しやすいことがある．そのため，ガラスの機械的特性に関する研究報告では，ガラスへの外力負荷や熱衝撃への耐性に関するものが多い[1-3]-[1-8]．これらの特徴を踏まえ，ガラスはパッシブな部材として，力学的な負荷を回避しながら固体時の透明性を利用されることがほとんどである．一方，最近では電子機器等で，ガラスパネルを加振してアクティブに利用する例が見られるようになってきた．しかしながら，非晶質構造を成すガラスについて振動特性を扱った研究報告は見当たらず，ガラスの振動特性を明らかにする必要性が高まっている．本研究の目的は，ガラスパネルの振動特性を理論と実験から検証し，最適設計手法を確立することである．

1.2 携帯電話とガラスパネルの振動機能

最近 20 年間で，携帯電話の利用は急激に世界へと拡がった．そして現在，携帯電話のほとんどは高機能な，いわゆるスマートフォンが主流になっている．スマートフォンは，入力デバイスとしてガラスパネルと一体化したタッチパネルを搭載している．通常，タッチパネルは画面上に映された表示にユーザーが指で触れることで，操作されるものである．その際，ユーザーは自分の入力操作が意図したとおりに受けつけられたか否かを，画面表示を見て確認するか，あるいは確認音によって判断

することとなる．しかしながら，音を発せられない環境で操作をしいられる場合がある．また，身体障がい者や高齢者にとっては視覚，聴覚での判断の困難な場合がある．そこで，これらを解決する機能として，触覚による確認方法を採用した装置が開発されている．その中には，ユーザーの入力操作直後にタッチパネルガラスを振動させて，ユーザーの指にフィードバックする機能を有する機種も数多く存在する．しかしながら，確立された設計方法が存在しないため，タッチパネルガラスの十分な振動特性が得られていない．そのため，製品化する場合には要求仕様を満たすための膨大な数の実験を繰り返し，トライアンドエラーで対応しているのが現状である．また，ガラスはその破壊しやすい性質から，金属や複合材料に比べて振動の技術的な利用がなされてこなかった．そのため，ガラスの機械的特性に関する研究報告は，外力負荷や熱衝撃への耐性に関するものが多く，ガラスパネルの振動特性に関する報告が少ない．そこで，本研究ではガラスパネルの振動特性に関し，ガラス形状，振動強度，境界条件，動的応答，感性品質の観点で検討を行った．本研究結果は，スマートフォンの他，タブレット端末，最近開発が盛んなウェアラブル機器等の機能向上に大いに貢献するものと考える．

1.3 各章の概要

本論文は，7 章で構成されており，概要は以下のようになる．

第 1 章は序論であり，本研究の背景と目的を示した後，携帯電話とガラスパネルの振動機能について述べ，各章の概要を記載した．

第 2 章では，様々な形状の平板ガラスの自由振動特性を確認した．ガラスはアモルファス構造から成るため，連続体力学の適用可否を確認する必要がある．また，近年開発が盛んなウェアラブル機器は用途に応じて様々な形状のタッチパネルガラスが使用されている．そこで本研究に用いる平板ガラスの形状は，製品に使用されることが最も多い正方形，長方形，台形，および円形とし，その固有振動数とモード形について，有限要素法（Finite element method：FEM），Rayleigh-Ritz 法および実験により検証した．

第 3 章では，ガラスパネルの振動強度を向上させるための検討案に関して論述し

た．スマートフォンのガラスパネルは，外周の粘着テープによって本体に固定されている．そして，振動デバイスはディスプレーの表示を阻害しないように，ガラスパネルの外周近くに配置しなければならないという制約がある．そのため，十分な振動強度を得ることが難しい．そこで本章では，振動デバイスに圧電トランスデューサ（Piezoelectric Transducer：PZT）を使用し，シミュレーションとモード解析法による実験から振動強度が高効率に得られる加振構造について検討した．

第 4 章では，振動しているガラスパネルの境界条件について記述した．スマートフォンのガラスパネルは，粘着テープによって装置本体に接着されている．粘着テープは，弾性的に振る舞うため，ガラスパネル周囲辺の拘束は数学的な境界条件と完全には一致しない．そこで，本章ではガラスパネル周囲を固定する粘着テープを垂直ばねと回転ばねを有する弾性ばねと仮定して，Rayleigh-Ritz 法を用いて長方形板の振動特性の理論解析，数値解析および実験を行った．また，実験で得られた固有振動数を用いて，粘着テープのばね定数を多点探索手法である遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm：GA）で同定した．なお，固有振動数と固有モードの測定は，実験モード解析を用いた．さらに，本手法の妥当性を確認するため，得られた実験結果と計算結果を比較検証した．

第 5 章では，ガラスパネルを線状加振したときの振動特性を示した．実際のスマートフォンでは，加振する振動デバイスはディスプレー表示を阻害しないようにコンパクトに設計され，ガラスパネルの外周近くに直線状に固定するのが有効である．そのため，実際に製品に適用している PZT を想定し，直線加振による板の周波数応答関数（Frequency Response Function：FRF）の検討を行った．まず初めに，理論的にアクセレランスを求め，第 4 章で同定した粘着テープのばね定数を用いて FRF を求める．そして，数値解析と実験結果から，単純支持条件の場合と比較して検証を行った．最後に加振点と観測点を変えた場合の FRF の位置依存性を考察した．

第 6 章では，スマートフォンのタッチパネル独自のクリック感を明らかにした．スマートフォンのタッチパネルの操作性において「キーボードのような物理ボタンと比べて入力が遅く不正確になりやすい」点や「視覚障害者にとって扱うのが難しい」点などが短所として挙げられている．そして，このような欠点が生じる原因と

して，物理的な応答であるクリック感の欠如が挙げられている．ここでは，その解決策として振動刺激による触覚フィードバックについて考察した．

第 7 章は，本論文の結論であり，各章の成果をまとめた．

1.4 文献

[1-1] 山根正之, 他：*ガラスハンドブック*, *朝倉書店*, (1999)

[1-2] 職業訓練教材協会：*ガラス材料の知識*, *全国板ガラス商工協同組合連合会*, (1994)

[1-3] Behr R. A., et al.: Structural behavior of architectural laminated glass, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.119, (1993), pp.202-222

[1-4] Duser A.V., et al.: Analysis of glass/polyvinyl butyral laminates subjected to uniform pressure, *Journal of Engineering Mechnaics*, Vol.125, (1999), pp.435-442

[1-5] Rahul-Kumar P., et al.: Interfacial failure in compressive shear strength test of glass/polymer laminates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.37, (2000), pp.7281-7305

[1-6] Asik M. Z., Tezcan S.: A mathematical model for the behavior of laminated glass beams, *Computers and Structures*, Vol.83, (2005), pp.1742-1753.

[1-7] Asik M. Z.: Laminated glass plates: revealing of nonlinear behavior, *Computers and Structures*, Vol.81, (2003), pp.2659-2671

[1-8] Ivanov V. I.: Analysis, modelling and optimization of laminated glasses as plane beam, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.46, (2006), pp.6887-6907

第２章
様々な形状を持つガラスパネルの自由振動特性

2.1 緒言

近年，携帯端末はスマートフォンのような通信機器を筆頭にウェアラブル端末など，様々な用途の装置が開発されている．そして，端末のディスプレーガラスはその用途およびデザインにより様々な形状をなしている．また，携帯端末のディスプレーガラスはタッチパネルとして利用されることが多く，その付加機能として振動を利用して入出力の発生をユーザーへ通知する．一般的に板の固有振動数および固有モードは，材料の機械的特性と拘束条件によって決まることが知られている．そして，長方形板の振動解析を扱った論文が多数発表されている．長方形板以外の形状では，航空機の翼モデルとしての台形や後退翼形の積層板を FEM（有限要素法）により解析した研究がある[2-1]．また，平行四辺形板[2-2]，ねじりのある片持ち板（偏平シェル）の振動[2-3]や角に応力を持った菱形板の曲げ振動[2-4]についても報告されている．円板では，周辺自由板[2-5]，回転板[2-6]，有孔円板[2-7]の報告がある．さらに円孔を持つ長方形板の FEM 解析を行った報告もある[2-8]．その他，単純支持下での長方形，円形，楕円形板において，低速衝撃を加えられた複合積層材板の強制振動[2-9]，軽量化のために穴を空けた長方形板の振動[2-10]についての研究報告がある．しかしながら，これらはいずれも FRP や金属を対象としており，ガラスパネルの振動に関連する動的現象の研究はほとんど見受けられず，Inaba らによるガラス円板の文献[2-11]が見られる程度である．そこで本章では，様々な形状のガラスパネルの自由振動特性について，実験と理論解析の比較検証を行う．研究に用いるガラスパネルの形状は，正方形，長方形，台形，円形とし，その固有振動数とモード形について検証する．

2.2 ガラス材料のモデル化と連続体解析

工業製品や建物に利用される透光性の高いガラスは，光の波長オーダーの範囲で均質で等方的であり，多結晶セラミクスのような粒界がない[2-12]．このガラスの光

に対する透明性は，ガラスの成形性や加工性と共に，携帯電話などの工業用製品の用途に対して重要な長所である．一般にガラスは，不規則な原子配列構造をもつ過冷却液体を冷却して作られる[2-13]．この他の物理的特徴は，力学，光透過や電気伝導についてもガラスは等方的な物性を示す．

ガラスの内部構造は，結晶構造と異なるアモルファス構造，すなわち無定形である．構造の分類としては，静的構造と動的構造に分けられる[2-14]．静的構造は，ガラス形成酸化物における単位構造の短距離構造分子的な情報と，この単距離構造がどのような繋がり方をしているかなどの中距離構造の情報である．動的構造は，ガラスと融液が粘弾性的な挙動を示すため弾性と粘性，またガラス転移に関する現象の評価である．これら静的・動的構造は相互に関連しているため複数の評価を組合せて利用することが多い[2-14]. 本研究で対象としている携帯電話用ガラスパネルについては，製品への要求上，軽量化へのニーズが非常に強い．また日常生活で使うため，バック内などで荷重を受ける，また落下による破損など，機械的な性質に対して考慮する必要がある．このうち弾性定数については，材料組成と弾性率の関係を求める研究が行われている[2-15].

以上に述べたようにガラスは，金属や複合材料と異なるアモルファス(無定形)構造である．このため本研究の携帯電話ガラスパネルに対して，連続体力学の理論適用の妥当性を見る必要がある．すなわち,「微小要素の機械的特性(ミクロ特性)がそのまま全体特性(マクロ特性)へと適用できる」か確認しなければならない．そこで本章では，様々な形状を持つ一般ガラスパネルを対象に，連続体有限要素法とリッツ法による振動解析を行い，実験モード解析による測定結果と比較して，連続体力学の適用の妥当性を確認する．

一般に固定や単純支持の条件を実験的に実現しようとしても，実際には弾性支持となり，その影響が定量的に評価できない．このため本章では，境界条件の影響を極力排するため，周辺自由のガラスパネルの固有振動数および固有モード形を実験と計算により求める．扱うガラスパネルの形状と機械的特性を表 2-1 に示す．ヤング率 71.6GPa とポアソン比 0.23 は，一般的なガラスの材料特性を用いた．また，密度 2.52 については寸法と質量の実測から算出した値を用いた．

また表 2-1 のパラメータを用いて数値計算し，FEM ツールには, Pro MECHANICA（PTC 社）を使用した FEM によるシミュレーションを行った．また，正方形と長方形については Rayleigh-Ritz 法のシミュレーションも行った．Ritz 法の理論解析については第 4 章にて詳しく示す.

2.3 自由支持のガラスパネルに対するモード解析実験

実験は実験モード解析法により行った．実験の測定系は図 2-1 に示す(a)インパクトハンマー（小野測器，GK-2110），(b)加速度センサ（PCB Piezotronics，352C22），(c)FFT アナライザ（小野測器，DS-2000，ソフトウェア：Vibrant Technology,ME'scope VES）を用いた．各ガラスパネルの打撃加振点，観測点を図 2-3(a)～(d)に示す．図 2-3(a)は正方形の場合であり, 縦横の 4 等分線を引いたときにできる 5×5 = 25 の分割点で加振した．また，図 2-3(b)は長方形の場合であり，短辺を 5 等分，長辺を 5 等分する線を引いたときにできる 6×6 = 36 の分割点で加振した．また，図 2-3(c)は台形の場合であり，上底，下底をそれぞれ 4 等分する点同士を結んだ線と，上底または下底に平行に高さを 4 等分する線を引いたときにできる 5×5 = 25 の分割点で加振した．さらに，図 2-3(d)は円形の場合であり，半径を 4 等分した点を通る 4 つの同心円と，周方向を 8 等分する直径との交差点 8×4 = 32 と中心点を加えた合計 33 点で加振した．データの取得は図 2-1(c)のスペクトラムアナライザで行った．計測は各加振点に対して 5 回の打撃加振を実施し平均化した．また，加速度センサは図 2-3(a)～(d)に示す位置でガラスパネル表面に固定し測定した.

また地上では重力のため完全に自由な支持条件は実現できないが，本研究では図 2-2 に示す様に，ガラスパネルの一端に輪ゴムをテープで貼付け，輪ゴムをフックに架け吊るす方法で自由端を模擬した．各ガラスパネルの輪ゴムの固定位置は，図 2-3(a)～(d)に示す.

Table 2-1 Sample parameter

Plate shape	Size [mm]	Mass [g]	Density [g/cm^3]	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio
Square	198×199×1.75	174.0	2.52	71.6	0.23
Rectangle	198×132×1.76	115.9			
Torapezoid	(100+200)×200×1.76	133.1			
Circle	R=100,t=1.76	139.3			



(a)hammer
(Ono-sokki, GK-2110)



(b) accelerometer
(PCB Piezotronics, 352C22)



(c) FFT analyzer
(Ono-sokki, DS-2000)
with Modal analysis software
(Vibrant Technology, ME'scope VES)

Fig.2-1 Experimental set-up

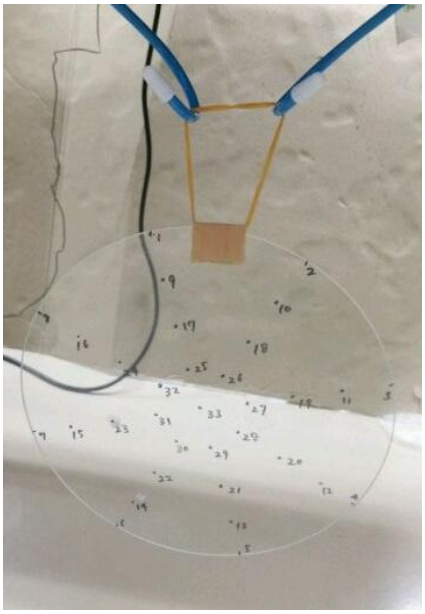
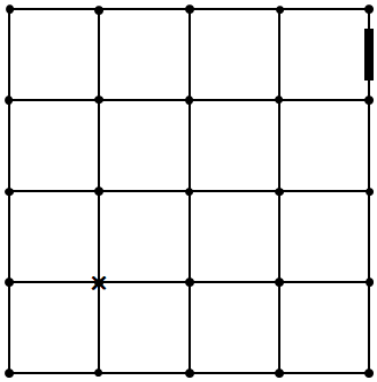
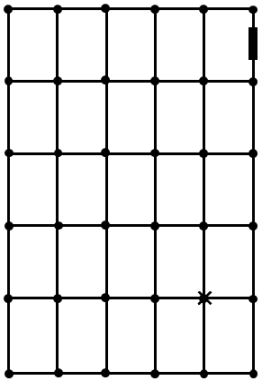


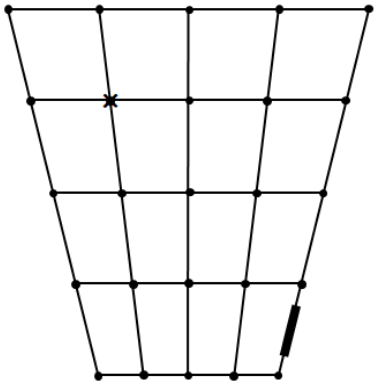
Fig.2-2 Measurement hanging on elastic cord



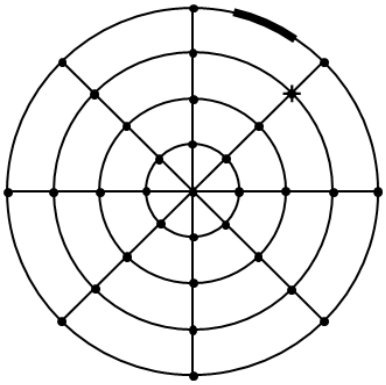
(a)square



(b)rectangle



(c)trapezoid



(d)circle

Fig.2-3 Measurement positions

•:excitation points, ×:observation point, ▬:position fixed rubber band

2.4 解析結果と実験の比較と考察

図 2-4～2-7 に第 1 次モードから第 6 次モードまでの各ガラス形状の数値解析と実験の結果を示す.

図 2-4 は正方形板を自由端とした場合の固有振動数およびモード形状を示す．1 行目が FEM(Pro Mechanica)，2 行目が Ritz 法によるシミュレーション結果である．3 行目が実験結果である．また，各シミュレーションで得られた固有振動数の下部には, 実験で得られた固有振動数との誤差を記載している. FEM の誤差は最大 0.51%, Ritz 法の誤差は最大 3.13%となった．両者とも誤差が十分に小さく精度の良い結果が得られた．一般的なガラスのヤング率を使用したため，ここでの両シミュレーションの優劣は判断できない．一方，モード形状については，両シミュレーション，実験結果とも類似した結果が得られた．ただし，実験結果の第 5 次モードでは，両シミュレーション結果とやや異なる形状が現れた．これは，観測点位置の選び方による影響の可能性が考えられる．また，Ritz 法と実験の第 2 次モード形状を検出できなかった．Ritz 法に関しては，プログラム上の不備である．また，実験に関しては，観測点の選び方の影響が考えられる.

図 2-5 は長方形板を自由端とした場合の固有振動数およびモード形状を示す．1 行目が FEM(Pro Mechanica)，2 行目が Ritz 法によるシミュレーション結果である．3 行目が実験結果である．また，各シミュレーションで得られた固有振動数の下部には, 実験で得られた固有振動数との誤差を記載している. FEM の誤差は最大 0.64%, Ritz 法の誤差は最大 0.85%となった．両者とも誤差は十分に小さく精度の良い結果が得られた．モード形状についても，両シミュレーション，実験結果とも類似した結果が得られた.

図 2-6 は台形板を自由端とした場合の固有振動数およびモード形状を示す．1 行目が FEM(Pro Mechanica)によるシミュレーション結果，2 行目が実験結果である．また，シミュレーションで得られた固有振動数の下部には，実験で得られた固有振動数との誤差を記載している．シミュレーションの誤差は最大 2.13%となり，誤差が十分に小さく精度の良い結果が得られた．一方，モード形状については，第 1 次～第 4 次モードでシミュレーションと実験結果に類似性が見られた．しかし，第 5

次モードでは，板中心部において実験結果の節の幅がシミュレーション結果よりも大きくなった．また，実験において第 6 次モード形状は検出できなかった．これらは，他の形状と同様，観測点の選び方の影響が考えられる．

図 2-7 は円板を自由端とした場合の固有振動数およびモード形状を示す．1 行目が FEM(Pro Mechanica)によるシミュレーション結果，2 行目が実験結果である．また，シミュレーションで得られた固有振動数の下部には，実験で得られた固有振動数との誤差を記載している．シミュレーションの誤差は最大 0.95%となり，誤差が十分に小さく精度の良い結果が得られた．一方，モード形状については，第 1 次，第 2 次，第 4 次モードでシミュレーションと実験結果に類似が見られた．しかし，第 3 次，第 5 次，第 6 次モードでは，シミュレーションで得られた円周上の数個の節が見られなかった．これは，周方向の加振点数の不足および観測点位置の選び方による影響が考えられる．

図 2-4～図 2-7 には細川[2-16]が行った同様の検討を比較のため併記してある．細川は，FEM 解析には，LS-DYNA を使用した．図 2-4 の正方形の場合は，シミュレーションで最大 5.10%の誤差，実験で最大 5.48%の誤差となった．図 2-5 の長方形の場合は，シミュレーションで最大 2.58%の誤差，実験で最大 8.38%の誤差となった．図 2-6 の台形の場合は，シミュレーションで最大 5.64%の誤差，実験で最大 3.51%の誤差となった．図 2-7 の円形の場合は，シミュレーションで最大 4.80%の誤差，実験で最大 2.16%の誤差となった．固有振動数，固有モードともに本研究とよく一致した結果が得られているのがわかる．

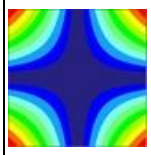
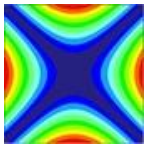
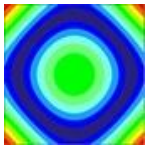
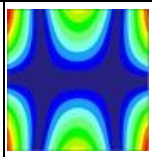
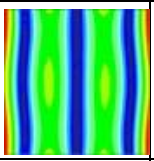
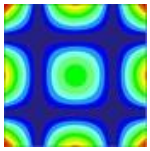
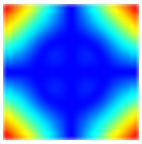
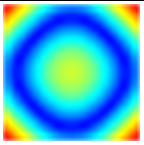
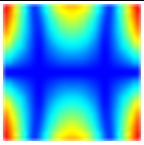
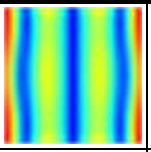
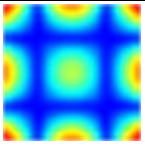
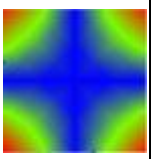
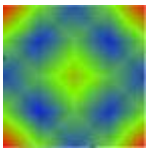
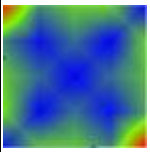
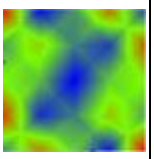
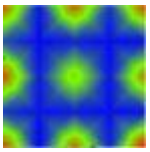
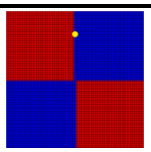
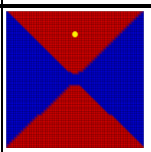
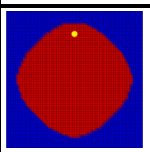
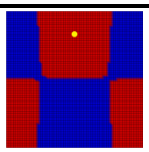
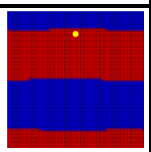
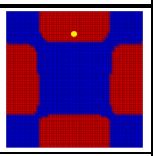
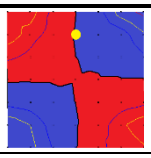
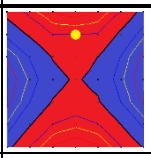
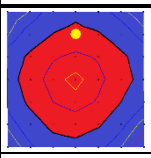
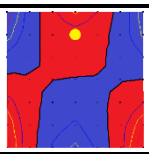
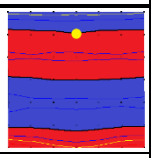
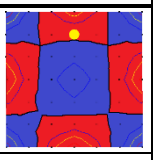
	Degree	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Present results	Pro MECHANICA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	157.0	227.2	267.2	401.3	689.5	731.2
	Difference(%)	0.00	-0.35	0.10	0.10	0.51	-0.38
	Ritz Method Mode shape		-				
	Natural frequency(Hz)	157	228	269	405	703	757
	Difference(%)	0.00	0.00	0.75	1.00	2.48	3.13
	Experiment Mode shape		-				
	Natural frequency(Hz)	157	228	267	401	686	734
Reference [2-16]	LS-DYNA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	165.6	227.2	268.5	410.4	687.4	755.5
	Difference(%)	5.10	0.00	0.49	2.27	-0.30	3.32
	Experiment Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	165.6	232.1	272.1	404.2	690.7	741.3
	Difference(%)	5.48	-	1.91	0.80	0.69	0.99

Fig.2-4 Comparison of mode shapes of square glass plates

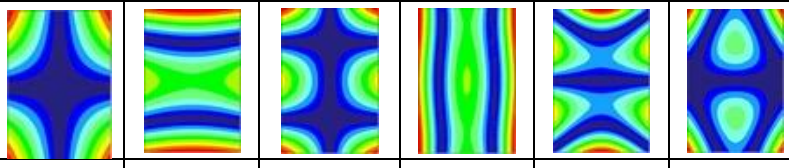
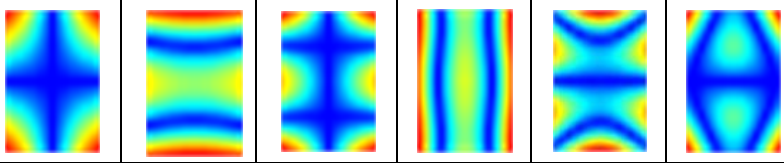
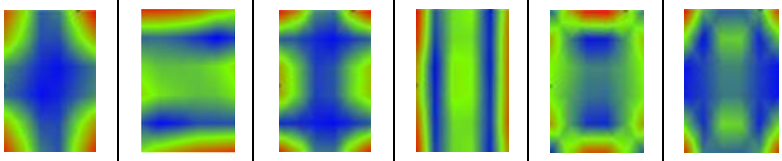
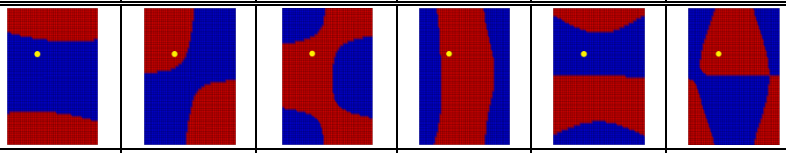
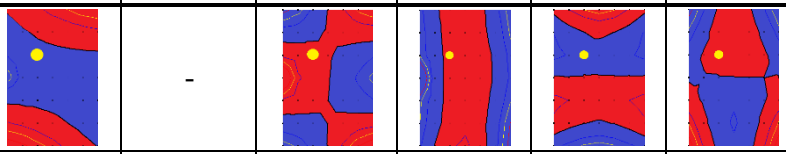
	Degree	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Present results	Pro MECHANICA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	236.5	246.4	540.7	566.1	670.2	758.7
	Difference(%)	0.64	-0.24	-0.06	-0.33	0.18	0.09
	Ritz Method Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	237	246	543	566	674	760
	Difference(%)	0.85	-0.40	0.37	-0.35	0.74	0.26
	Experiment Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	235	247	541	568	669	758
Reference [2-16]	LS-DYNA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	242.6	246.0	554.0	561.9	661.6	757.6
	Difference(%)	2.58	-0.16	2.46	-0.74	-1.28	-0.14
	Experiment Mode shape		-				
	Natural frequency(Hz)	254.7	-	549.9	577.6	673.1	759.8
	Difference(%)	8.38	-	1.65	1.69	0.61	0.24

Fig.2-5 Comparison of mode shapes of rectangular glass plates

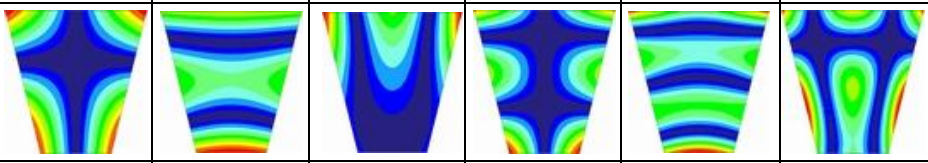
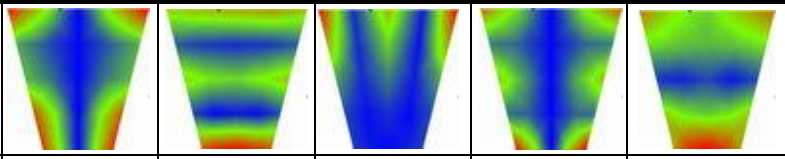
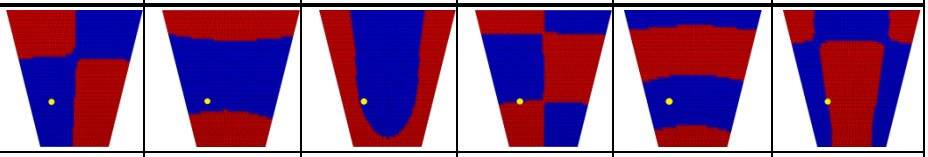
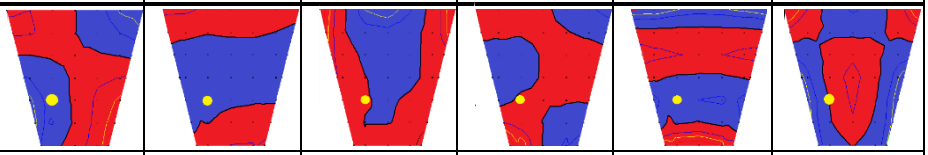
	Degree	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Present results	Pro MECHANICA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	216.3	242.5	342.7	500.9	663.6	718.7
	Difference(%)	-2.13	-1.82	-2.09	-1.98	-1.40	-2.08
	Experiment Mode shape						-
	Natural frequency(Hz)	221	247	350	511	673	734
Reference [2-16]	LS-DYNA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	228.5	246.5	350.2	526.6	668.7	739.9
	Difference(%)	5.64	1.65	2.19	5.13	0.77	2.95
	Experiment Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	222.3	252.5	362.3	527.4	676.9	741.0
	Difference(%)	0.59	2.23	3.51	3.21	0.58	-

Fig.2-6 Comparison of mode shapes of trapezoidal glass plates

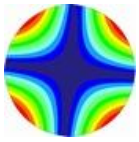
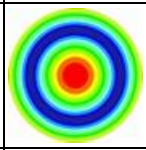
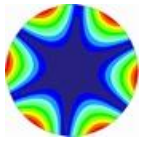
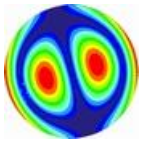
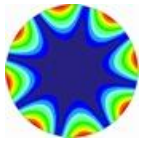
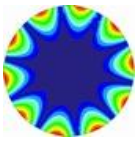
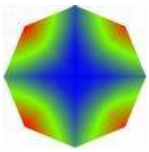
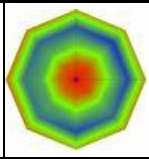
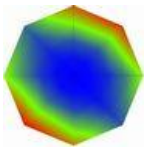
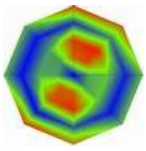
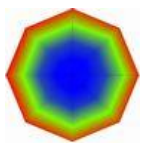
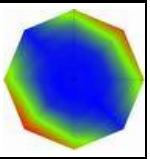
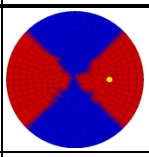
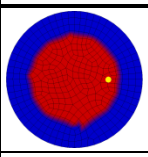
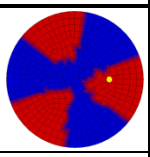
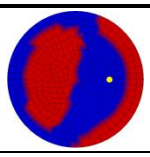
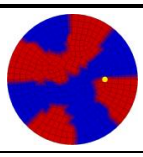
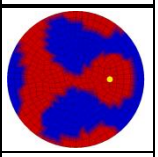
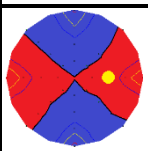
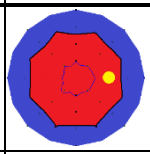
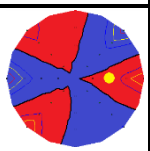
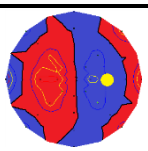
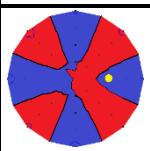
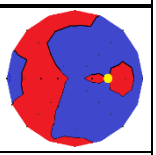
	Degree	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Present results	Pro MECHANICA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	246.5	391.6	569.0	902.3	996.5	1524.1
	Difference(%)	-0.60	-0.61	-0.87	-0.95	-0.35	-0.39
	Experiment Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	248	394	574	911	1000	1530
Reference [2-16]	LS-DYNA Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	255.8	395.5	596.3	931.9	1041	1564
	Difference(%)	3.77	1.00	4.80	3.28	4.47	2.62
	Experiment Mode shape						
	Natural frequency(Hz)	249.6	391.9	571.7	880.6	1006	1497
	Difference(%)	0.65	-0.53	-0.40	-3.37	0.60	-2.16

Fig.2-7 Comparison of mode shapes of circlar glass plates

2.5 結言

本章では，正方形，長方形，台形および円形のガラスパネルに関する自由振動特性について解析および実験から検証を行った．各ガラス形状に関し，全周の境界条件を自由端とした場合のガラスパネルの固有振動数およびモード形状を比較した．その結果， FEM(Pro Mechanica)および Ritz 法によるシミュレーション結果と実験結果では，ガラスパネルの形状が変わっても，得られる固有振動数と固有モードに有意差がないことを確認した．ただし，シミュレーションで得られた次数の固有振動モードが観察されない場合もあるため，ゴムコードの吊り下げによる完全自由を模擬する方法の評価，さらなる実験的確認が必要である．しかし全般的に，実験結果と FEM 及び Ritz 法の連続体力学に基づく解析により，ガラスのアモルファス(無定形)材料であっても，ガラスパネルの振動特性を高精度にて評価できることが明らかとなった．

2.6 文献

[2-1] Lee I., Lee J. J.: Vibration analysis of composite plate wing, *Computers & Structures*, Vol.37 (1990), pp.1077-1085.

[2-2] Krishnan A., Deshpande J. V.: Vibration of skew laminates, J*ournal of Sound Vibration*, 153(2) (1992), pp.351-358.

[2-3] Qatu M. S., Leissa A. W.: Vibration studies for laminated composite twisted cantilever plates, *International Journal of Mechanical Science,* 33 (1991), pp. 927–940.

[2-4] Oliver G. M.: Flexural vibrations of clamped-free rhombic plates with corner stress singularities, *Journal of Vibration and Control*, December 9 (2013)

[2-5] Sivakumaran K. S.: Frequency analysis of symmetrically laminated plates with free edges, *Journal of Sound Vibration*, Vol. 125 (1988), pp.211-225.

[2-6] Bhumbla R., Kosmatka J.B. and Reddy J. N.: Free vibration behavior of spinning shear-deformable plates composed of composite materials, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 11 (1990), pp.1962-1970.

[2-7] Srinivasan R. S., Muralidharan P. and Ramachandra L.S.: Axisymmetric parametric stability of composite annular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.140, (2),(22) (1990), pp.175-180.

[2-8] Ramakrishna S., Rao K. M. and Rao N. S.: Free vibration analysis of laminates with circular cutout by hybrid-stress finite element, *Composite Structures*, Vol.21, (3) (1992), pp.177-185.

[2-9] Peiman Y., Hashemi Sh. H.and Kargarnovin M. H.: Force vibration of laminated plates with various shapes subjected to low-velocity impact, *Journal of Materials Science Research*, Vol. 1, No. 3 (2012)

[2-10] O'Boy D. J., Krylov V. V.: Vibration of a rectangular plate with a central power-law profiled groove by the Rayleigh–Ritz method, *Applied Acoustics*, Vol.104 (2016), pp.24–32.

[2-11] Inaba S., Hane K.: Pressure dependence of the resonance frequency for a photo thermal vibration of a thin circular glass plate in vacuum, *Vacuum*, Vol.43 (1992), pp.291-292.

[2-12] 角野広平: ガラスの光学的性質 I, *New Glass*, 24 巻, (2009), pp.59-63.

[2-13] 本間剛, ガラスの結晶化, *New Glass*, 26 巻, (2011), pp.33-37.

[2-14] 徳田陽明, 正井博和, 横尾俊信: ガラスの構造とは?, *New Glass*, 25 巻, (2010), pp.51-55.

[2-15] 稲葉誠二, 藤野茂: ガラスの機械的性質, *New Glass*, 23 巻, (2008), pp.46-52.

[2-16] Hosokawa K.: (Unpublished note) Vibration data for free glass plates, Chubu University, (2016)

第３章
携帯電話に用いられるガラスパネルのモーメント加振

3.1 緒言

スマートフォンの多くは，ユーザーインターフェースにガラスから成るタッチパネルを採用している．そして，ガラスパネルを振動デバイスで加振し操作性を向上させている機種が開発されている．そのため，スマートフォンの設計では，ガラスパネルでユーザーが体感できる十分な振動強度を得ることが必要である．ガラスパネルの振動強度の向上は，タブレット端末やウェアラブル端末の設計においても必要性が高まっている．一方，平板の振動に関する技術的な文献が多数報告されている[3-1][3-2]. そのほとんどが金属パネル（例えば[3-3]-[3-5]）または金属梁[3-6]の強制応答に関する文献である．しかしながら，携帯電話に使われるガラスパネルの振動強度を扱った報告は見当たらない．また，モーメント加振による振動強度の報告が，わずか 2 編の文献[3-7][3-8]でなされている．Champoux 等[3-7]は二つの同期したインパクトハンマーを使った構成でモーメント加振を検討した．そして，Yoshimura と Hosoya[3-8]は回転自由度を持つ FRF（周波数応答関数）について報告している．本章では，PZT（圧電トランスデューサ）を使うことによって，ガラスパネルの振動強度を効率的に増加させるための構造について述べ，より良い設計を行うための検討を行う．また，ヤング率がガラスに近いアルミニウム試験片を用いて，研究で得られた高効率な振動機構について，モード解析法により実験で検討する．

3.2 解析モデルと ANSYS による FEM 解析

図 3-1(a)に本研究が想定する携帯電話の外観を示す．ガラスパネルの加振は，図 3-1(b)に示すようにガラスパネル上辺近くに，辺と平行に配置された PZT によって供給される. PZT の詳細は図 3-2 に示す. また, パネル端部の断面図を図 3-3 に示す. ここで，ガラスパネルの厚みは 0.6mm で，外力でガラスパネルが破損するのを保護するため，ガラス表面を 0.125mm の薄い PET フィルムで覆っている．また，ガラスパネルは周囲の高さ 0.7mm の粘着テープを介して本体に貼り付けられている．

数値シミュレーションは ANSYS software を使用した. 解析モデルは対称条件により，板の 1/4 モデルを用い，メッシングにはシェル要素（ANSYS SHELL 281）を使用した．材料の弾性定数は表 1 に示す．ここで，ガラスはヤング率 E=71.4 GPa，ポアソン比 ν=0.23, 密度 2500 kg/m^3 , PET はヤング率 E=4.70 GPa, ポアソン比 ν=0.40, 密度 1400 kg/m^3 , ABS はヤング率 E=2.65 GPa, ポアソン比 ν=0.36, 密度 1200 kg/m^3 , Rubber はヤング率 E=28.1 MPa，ポアソン比 ν=0.45，密度 1470 kg/m^3 を適用した．

図 3-4 は FRF であり, アクセレランスとそれに相当する位相である. 図 3-4(a)は，板上の PZT を想定した直線状振動デバイス位置に沿った節点を z 方向（垂直方向または厚み方向）に加振した結果である．このとき，一次モードの強さ 61.83dB が得られた．これに対し，図 3-4(b)では，板上の振動デバイス位置に沿った節点を x 軸方向にモーメント加振した．このとき，一次モードの強さ 81.88dB が得られた．また，z 方向の加振で見られた 800Hz の固有振動数が現れなかった．これらの結果から，モーメント加振は，垂直加振よりも明らかに高い強度応答を引き起こすことがわかる．また，図 3-5 に z 方向加振および x 軸方向のモーメント加振に対する第 1 次～第 3 次の各モード形を示す．各加振の対応する次数で異なるモード形が得られた.

3.2.1 二加振源による平行加振

FEM（有限要素法）において，直線の節点に沿ってモーメント加振を適用することは易い．しかし，現実の装置において直線に沿ってモーメント加振を供給できる PZT は実在しない．これを解決する方法として，二つの PZT を利用し回転と等価なモーメントを発生させることが考えられる．図 3-6 は二つの隣接した PZT を想定した直線状振動源によって力を与える FEM モデルであり，(a)同位相での平行な加振（すなわち，モーメントは発生しない）と(b)逆位相での平行な加振（モーメントが発生）の場合を示す．また，図 3-7 はそれぞれの場合の FRF である．シミュレーションの結果, 同位相の加振では 67.54 dB であるのに対し, 逆位相の加振では 74.12 dB となりより高い FRF が得られた．また，図 3-4 の場合と同様に，800Hz においてモーメント加振が発生する図 3-6(a)では固有振動のピークが現れ, モーメント加振の発生しない図 3-6(b)では，ピークが現れなかった.

3.2.2 リブを利用したモーメント加振

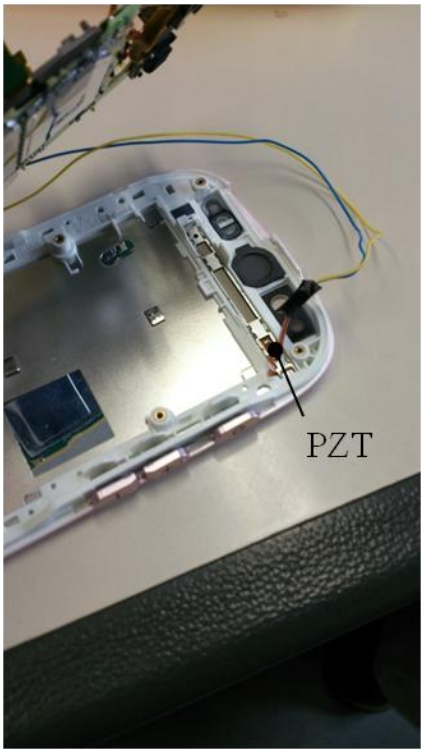
3.2.1 項で検証したように，隣接した二つの直線状振動源を利用した加振により，FRF が増加できることを確認できた．しかし，二つの直線状振動源を使用することは製品化においてコストアップを招き経済的ではない．そこで，パネルに対し垂直に固定された直線状のリブを設けリブ側面に振動源単体を貼り付け，このリブを介してパネルを加振することを試みた．図 3-8(a)は従来の加振システムであり，また，図 3-8(b)はパネルに曲げモーメントを生じさせるため，パネルに垂直に直線状リブを固定し，リブをパネルに対し水平方向に加振する新しいアプローチを示す．図 3-9 は，このような新しい加振構造のシミュレーションによる FRF である．このとき，観測点での大きさは 79.5 dB となった. 解析モデルは二次元ソリッド要素でメッシングした．この値は，前項で示したリブを介さないで 2 つの直線状振動源を逆位相に加振した場合の 74.1 dB よりも利得が得られており，その優位性が示された．

3.2.3 様々なリブ形状を用いたモーメント加振

3.2.2 項の直線状のリブを介してパネルを加振するシミュレーションは，応答を確実に増加させるが，リブの根元で応力集中を起こす可能性があるため，リブ根元の耐久性を望めない．そこで，図 3-10 に示すように，リブの根元を強化した二つのモデルについて検討を試みる. 第一のモデルは, 3.2.2 項で検討した I 型モデルである．第二のモデルは，リブが二つの小さな板で補強された T 型モデルである．第三のモデルは，リブが二つの三角部位によって補強された Y 型モデルである．ここでは二次元ソリッド要素をモデルに使用した．実際のスマートフォンではガラスパネルの周囲がケースに固定されるため，リブ近くの右端は図 3-11 に示すように固定し，対称境界条件を左端に適用した．基本モードのモード形および固有振動数を図 3-12 に示す．また FRF を図 3-13 に示す．シミュレーションの結果，T 型モデルは振動強度が小さく，I 型モデルと Y 型モデルの振動強度がほぼ等しくなった．そのため，リブ根元を補強した Y 型モデルが振動強度と耐久性で有利な構造であると考えられる．

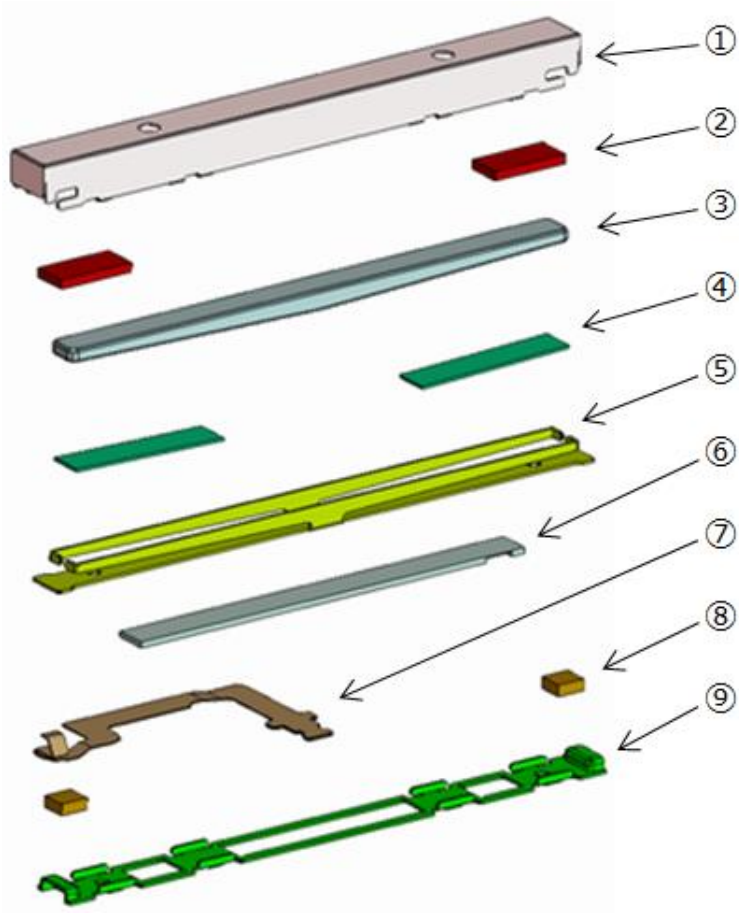


(a)With cover



(b)Cover removed

Fig.3-1 Mobile phone under study



No.	Name	Material
1	Up-case	SUS-304(0.15*t*)
2	Rubber-up	Form(0.55*t*)
3	Mass	Tungsten
4	Mass-poron	Poron(0.25*t*)
5	Vib-plate	Invar(0.2*t*)
6	Piezo	30×2.0×0.34(3 Layer)
7	FPCB	0.15*t*
8	Rubber-down	Form(0.55*t*)
9	Down-case	SUS-304(0.2*t*)

Fig.3-2 Details of piezoelectric-transducer system

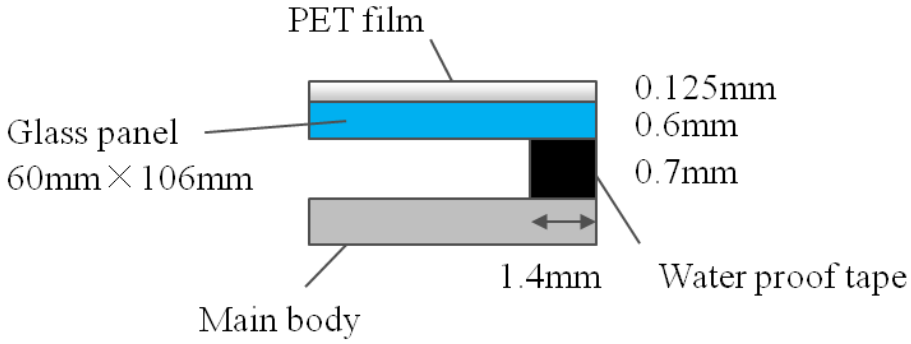
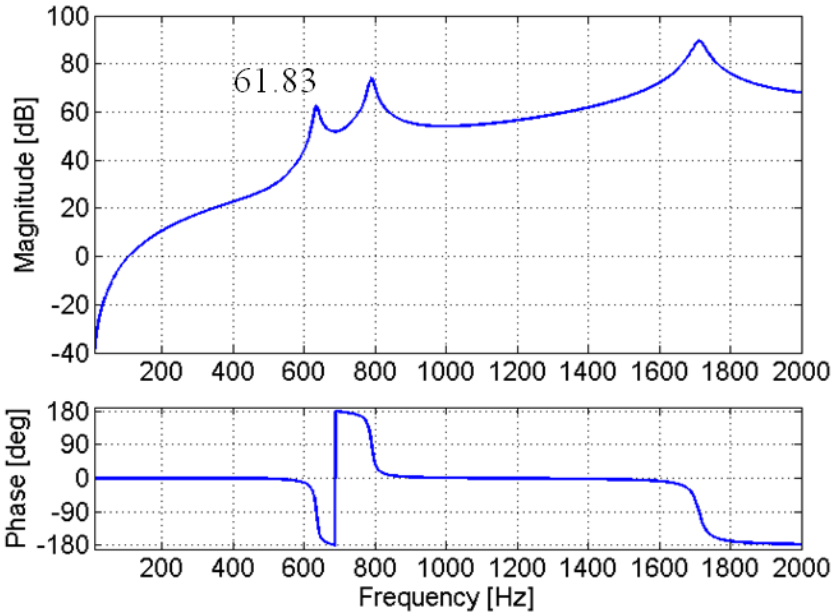


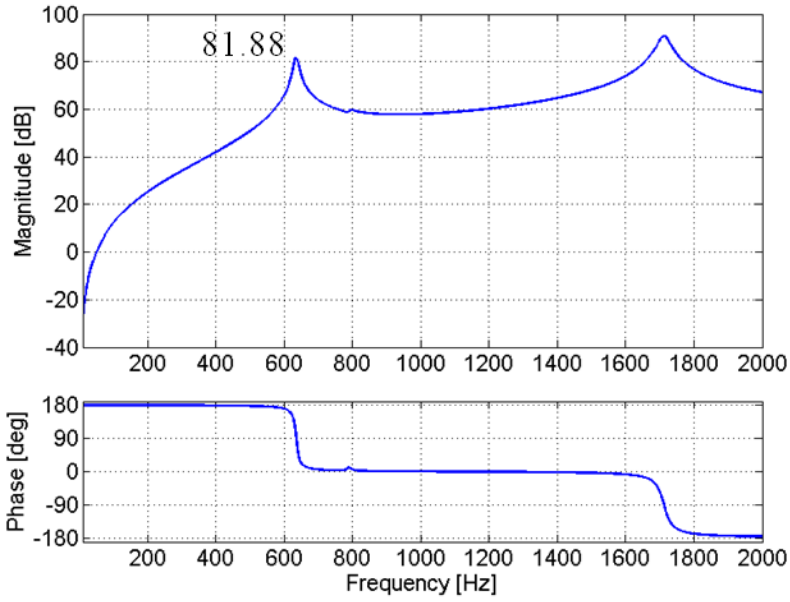
Fig.3-3 Cross-section of the edge

Table 3-1 Elastic constants used in ANSYS

Mat.	*E*[GPa]	*v*	Dens. [kg/m^3]
Glass	71.4	0.23	2500
PET	4.70	0.40	1400
ABS	2.65	0.36	1200
Rubber	28.1×10^{-3}	0.45	1470



(a) Translational excitation in thickness direction



(b) Rotational excitation along actuator

Fig.3-4 Frequency response function (FRF) and phase for translational and rotational excitation

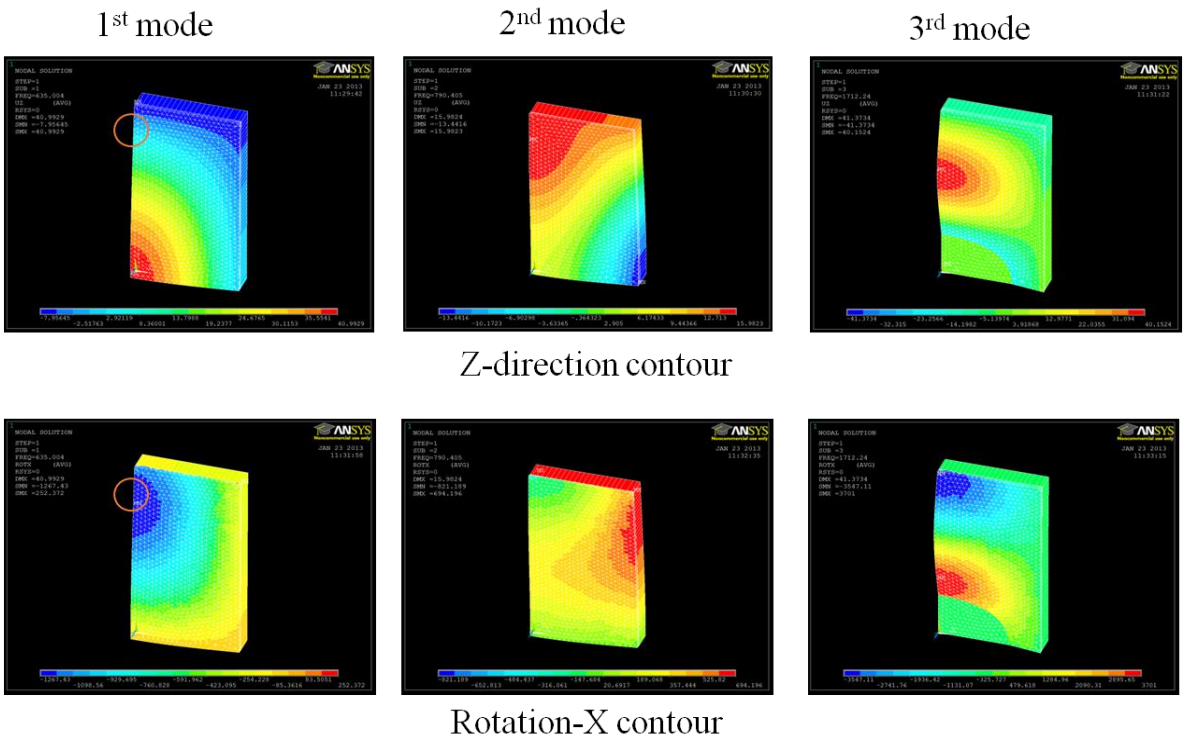
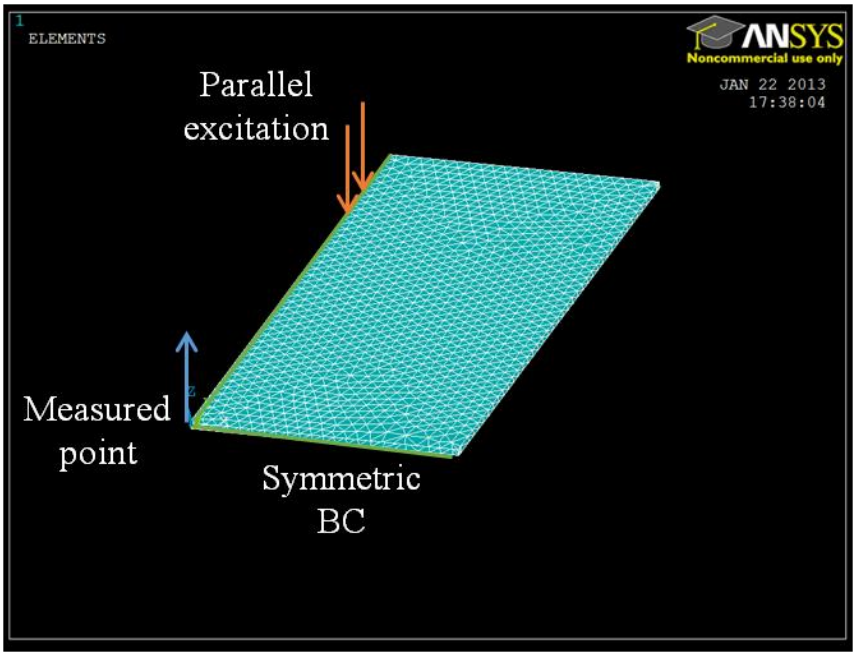
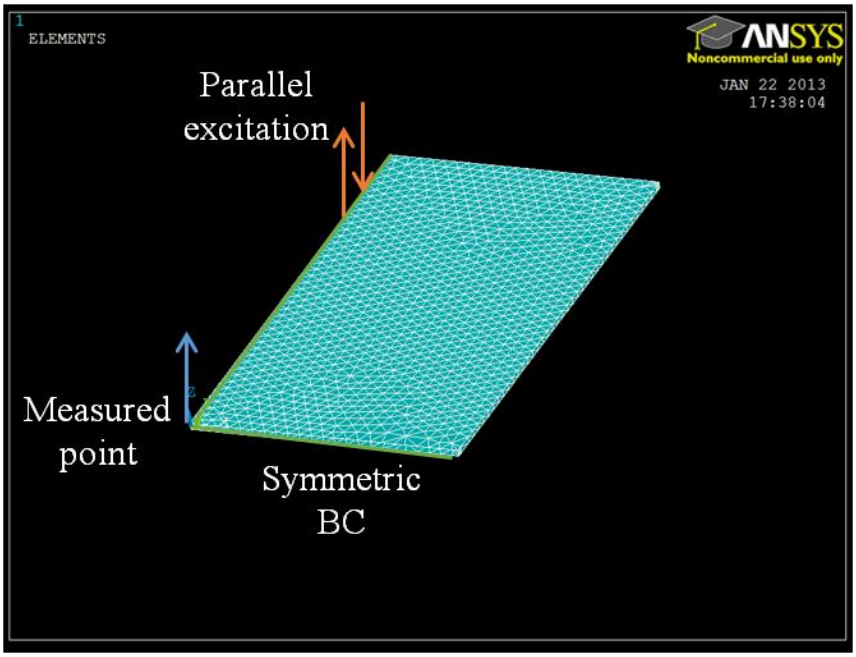


Fig.3-5 Lowest three mode shapes



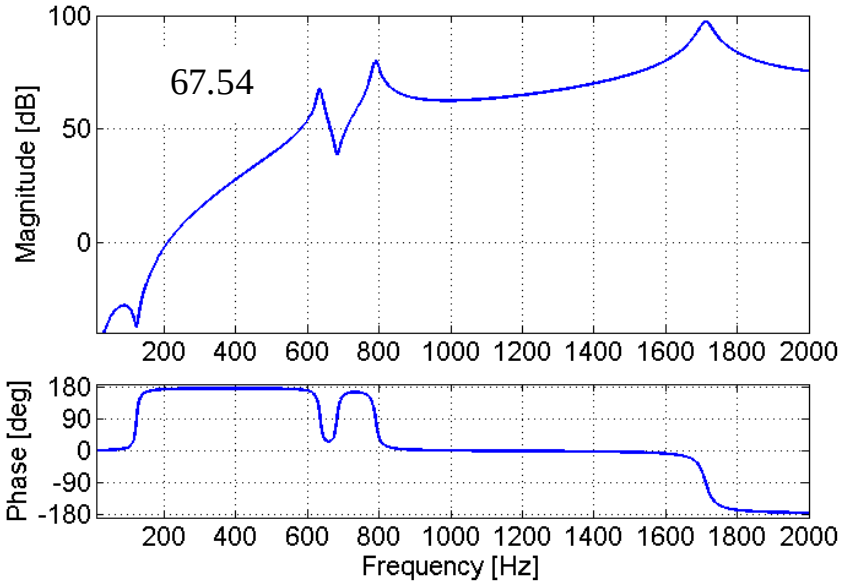
(a) Parallel excitation in the same phase



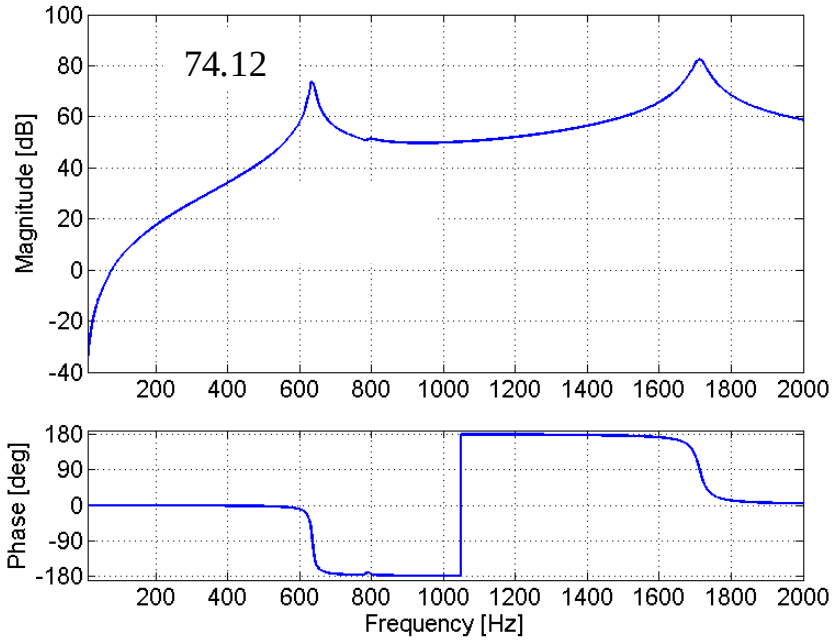
(b) Moment generated by a couple of forces

Fig.3-6 FEM models for the effective moment

(orange lines denote symmetric axes)

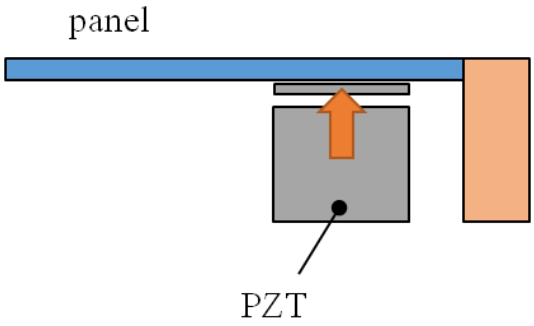


(a) Parallel excitation in the same phase

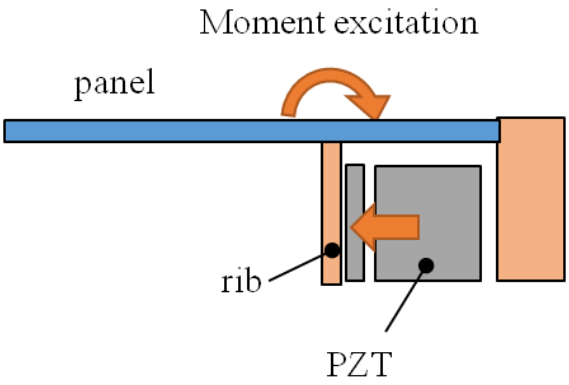


(b) Moment generated by a couple of forces

Fig.3-7 Frequency response function (FRF) and phase for transverse and rotational excitation



(a) Excitation in out of plane direction



(b) Excitation to T-shape part in in-plane direction

Fig.3-8 Two excitation models

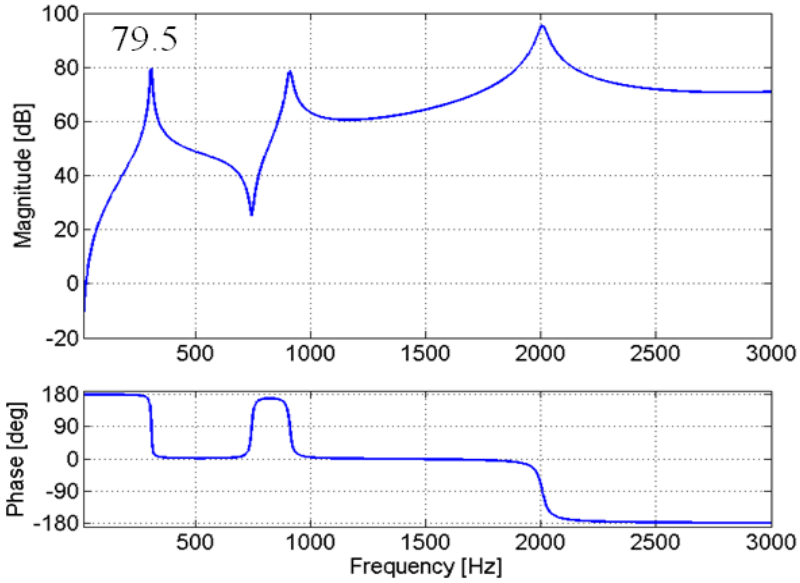


Fig.3-9 Frequency response function (FRF) and phase for new excitation through T-shape rib

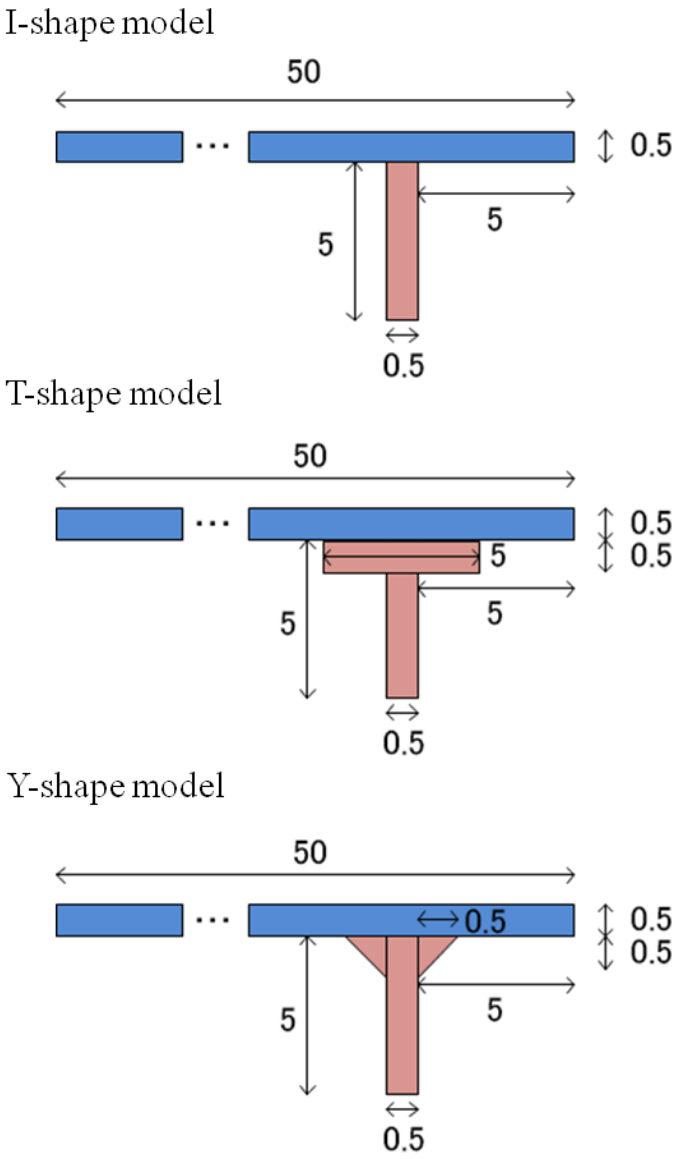


Fig.3-10 Ribs reinforced at foot

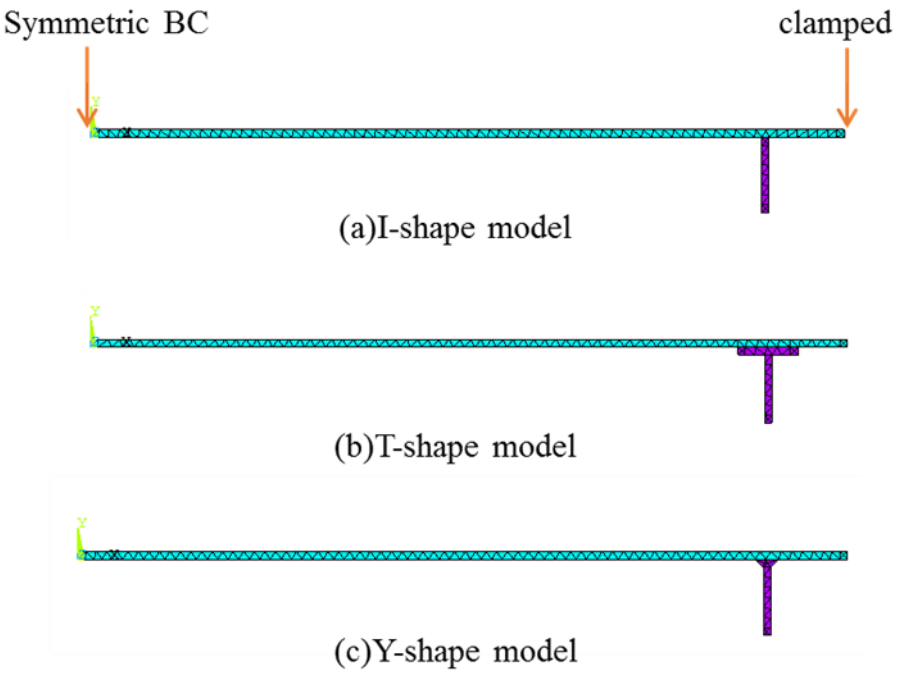


Fig.3-11 FEM models for three models

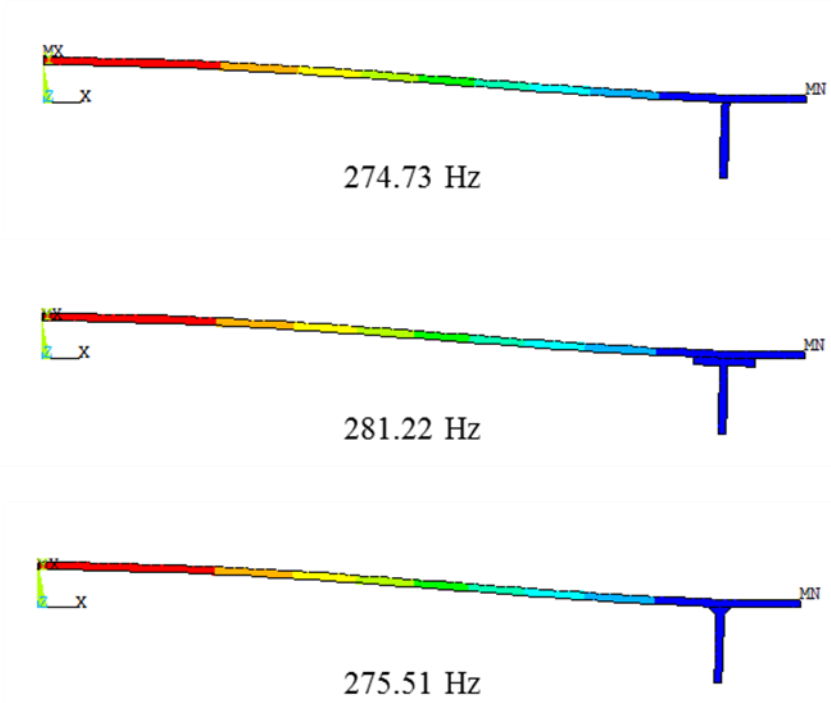
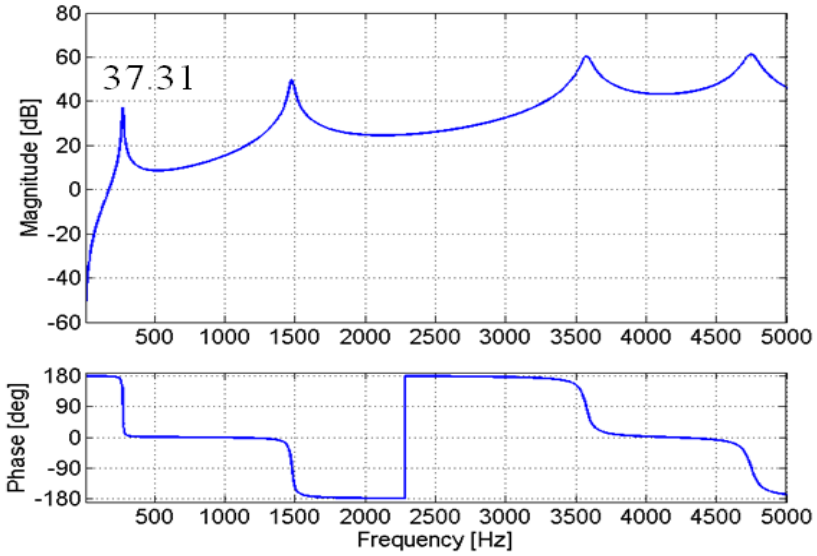
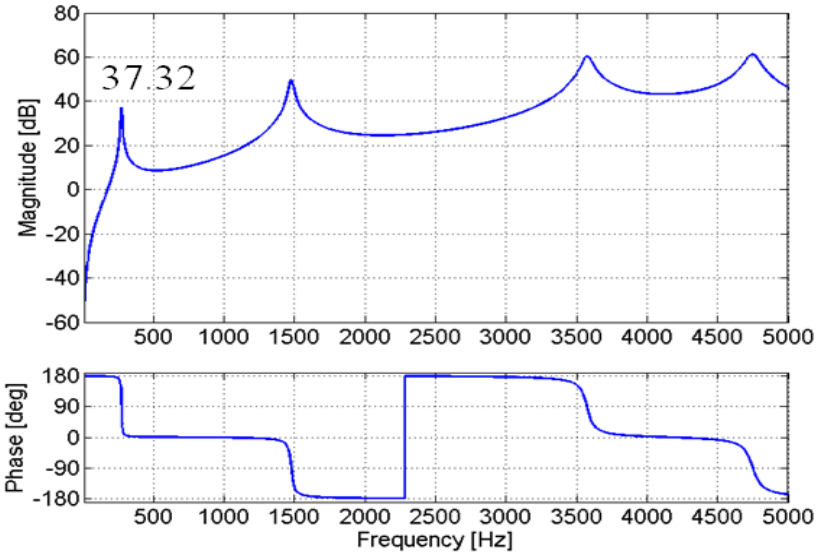


Fig.3-12 Vibration mode shapes of models



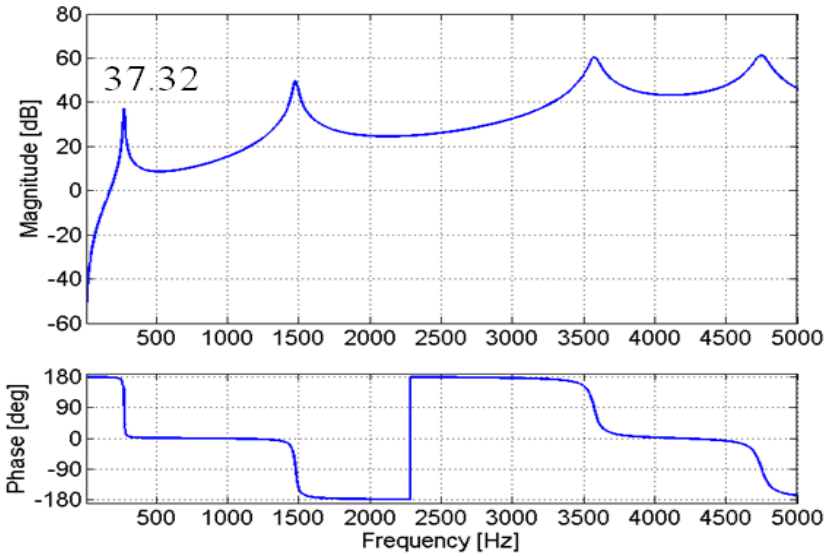
(a) I-shape model



(b) T-shape model

Fig.3-13 FRF curves for three rib models

Fig.3-13 (continued)



(c)Y-shape model

3.3 加振方法の異なるアルミ製モデルに対するモード解析実験

3.2.2 項と 3.2.3 項で見たように, シミュレーション結果から, ガラスパネルに固定した直線状リブの側面に加振源を固定し加振する方法は，ガラスパネルに直接加振源を固定し加振する方法よりも優位であることが分かった．そこでその結果を確認するための実験を行った．ガラスは割れやすく扱いづらいため，試験片にはガラスとヤング率の近いアルミニウムを用い, 簡易的に L 型のリブを配置した. 図 3-14 に，万力で一端を固定され，他端に加速度センサを貼り付けた試験片を示す．ピエゾドライバに送る信号は，パソコンを制御しスペクトラムアナライザにて行った．加速度センサで得られた加速信号はスペクトラムアナライザにて変換し測定した．これらの入力と出力を用いて，ガラスパネルの FRF をパソコンで計算する．図 3-15(a)はアルミニウムパネルに直接 PZT を貼り付けた試験片を示す. そして図 3-15(b)はアルミニウムパネルに L 型リブを貼り付け，リブの側面に PZT を貼り付け加振することによって曲げモーメントを発生させる試験片を示す．実験の結果，図 3-16 に示すような二つの FRF 曲線が得られた．ここで，青のラインはモーメント加振で得られた FRF を示し，赤のラインは垂直方向に加振した FRF を示す．L 字リブの側面に貼り付けた単一の PZT によって発生させられたモーメント加振が，ガラスパネルを直接 PZT で加振するよりも約 16dB の高い応答を与えた．実験においても，リブ側面をガラスパネルの水平方向に加振することでモーメント加振を得る構造が，ガラスパネルを直接垂直方向に加振する構造よりも大きな振動強度を得られることが確認できた.

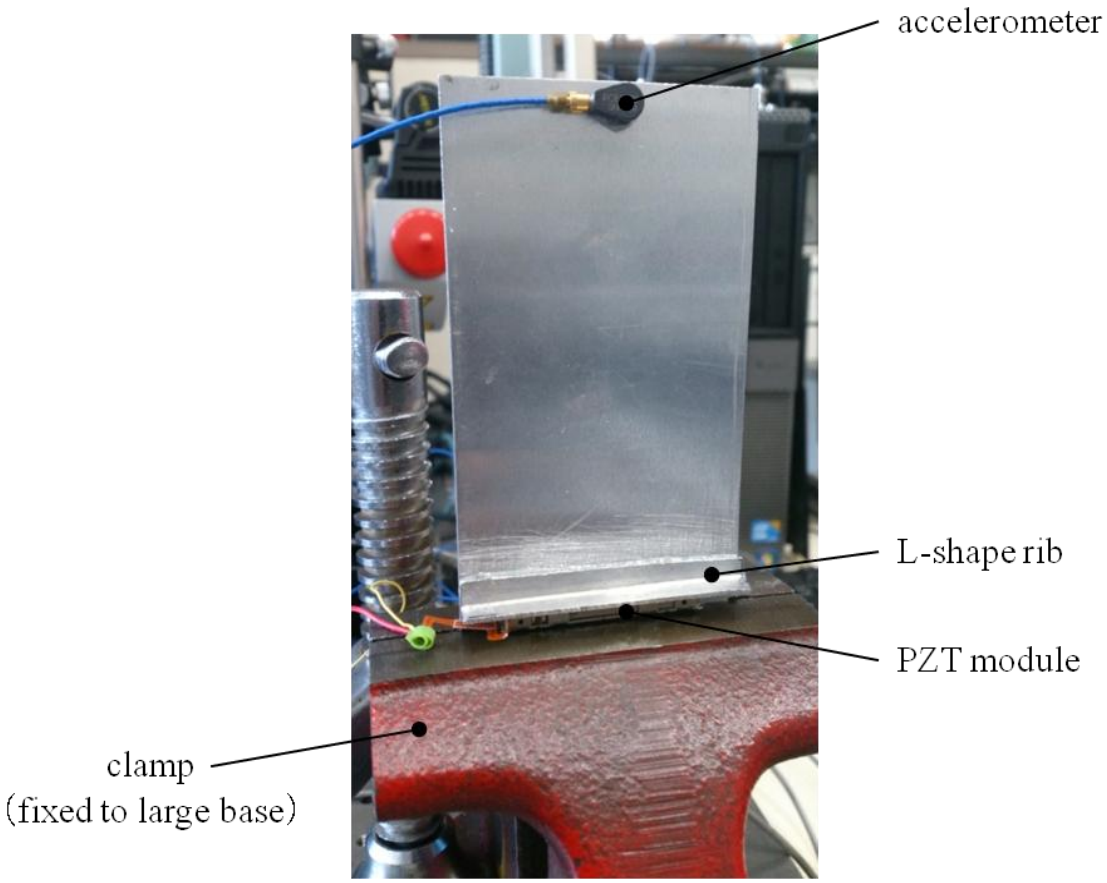
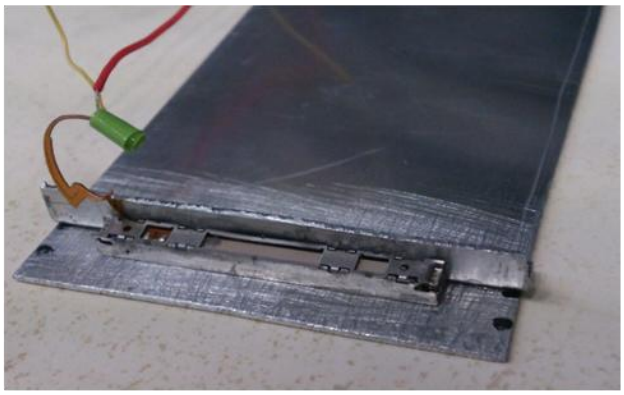
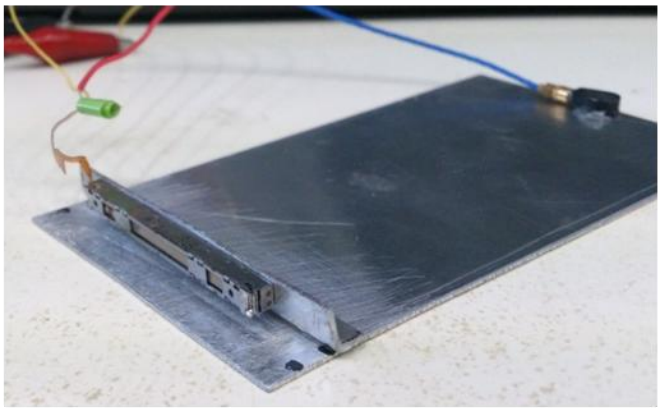


Fig.3-14 Experimental apparatus



(a)Direct transverse excitation



(b)Moment excitation through L-shape rib

Fig.3-15 Two types of excitation methods

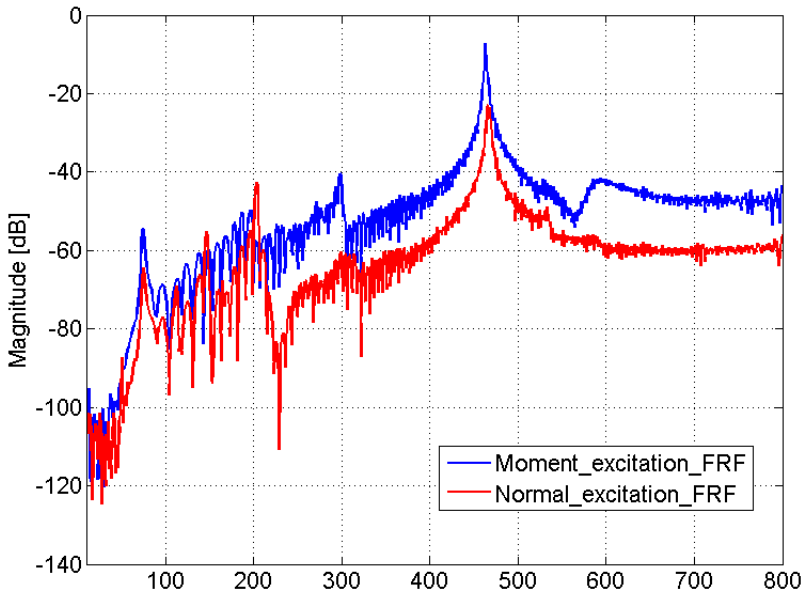


Fig.3-16 FRF curves for direct and moment excitations

3.4 結言

本章では，スマートフォンのガラス製タッチパネルを PZT で加振することを想定して，ガラスパネルの振動強度を増加させるための方法を提案した．まず第一に，FEM において，並進加振とモーメント加振の比較検討を行った．その結果，モーメント加振において振動強度の優位性を確認した．第二に現実的なモーメント加振方法として，二つの PZT の使用を想定した加振での FEM を試みた．すなわち，二つの PZT が同位相または逆位相で並進加振する場合の検討を行った．その結果，擬似的にモーメント加振を発生させる同位相の並進加振において振動強度の優位性を確認した．第三に，二つの PZT を使用することが製品化のコストアップにつながるため，ガラスパネルに垂直に固定したリブを PZT によりガラスパネルの水平方向に加振し，モーメント加振を発生させた場合の検討を FEM にて行った．その結果，ガラスパネルに水平に固定されたリブをガラスパネルに垂直に加振する場合よりも，振動強度において優位性のあることを確認した．第四に，リブの根元を補強して FEM を行い，振動強度を維持したままリブの補強が可能であることを確認した．最後にガラスと同等のヤング率をもつアルミニウムを用いて振動強度の確認を実験にて行った．アルミニウム板には L 字リブを固定し，ガラスパネルに垂直なリブに PZT を固定し，ガラスパネルと水平方向に加振を行った．その結果，FEM と同様の振動強度が得られることを確認した．これらの知見はスマートフォンの他，類似構造をもつ装置の振動機能向上に貢献するものと考える．

3.5 文献

[3-1] Leissa A.W.: Vibration of Plates, *NASA* SP-160 (1969)

[3-2] Gorman D.J.: Vibration Analysis of Plates by the Superposition Method, *World Scientific*, (1999)

[3-3] Ichinomiya O., Narita Y. and Maruyama K.: Steady-state response analysis of elastically point-supported composite rectangular plates, *JSME International Journal*, Series III, Vol.33,No.3 (1990), pp.304-309.

[3-4] Gorman D.J., Singhal R.: Steady-state response of a cantilever plate subjected to

harmonic displacement excitation at the base, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.323 (2009), pp.1003-1015.

[3-5] Kocatürk T., Altintas G.: Determination of the steady state response of viscoelastically point-supported rectangular specially orthotropic plates by an energy-based finite difference method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.267 (2003), pp.1143-1156.

[3-6] Li F., Song Z.: Vibration analysis and active control of nearly periodic two-span beams with piezoelectric actuator/sensor pairs, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.36, (3) (2015), pp.279–292.

[3-7] Champoux Y., Cotoni V., Paillard B., and Beslin O.: Moment excitation of structures using two synchronized impact hammers, *Journal of Sound and Vibration*, vol.263 (2003), pp.515–533.

[3-8] Yoshimura T., Hosoya M.: FRF estimation on rotational degrees of freedom of structures, *Proceedings of the 18th IMAC(International Modal Analysis Conference), San Antonio*, TX (2000), pp.1667–1671.

第４章
携帯電話に用いられるガラスパネルの境界条件の同定

4.1 緒言

様々な境界条件下で板の振動を扱った論文は多数ある．Leissa[4-1]と Khalili 等[4-2]は，理想化された古典的な境界条件のもとでの板の振動について報告している．Aydogdura 等[4-3]は，一般的な境界条件のもとでの配向方向が交差した積層正方形板の振動解析について発表した．Fares 等[4-4]は，古典的な境界条件のもとで様々な板理論を用いて，複合積層板の最適設計と制御の問題を扱っている．しかし，現実の辺の拘束は数学的な境界条件とは完全には一致せず，弾性的性質をもつ．そのため，従来の論文には，板の境界を弾性ばねとして扱ったものもある[4-5]-[4-8]．さらに，弾性ばねを境界に用いて積層複合板の振動を扱ったものもある[4-9]-[4-13]．また，Mukhopadhyay[4-14]は，回転拘束された長方形板の自由振動の解析について紹介している．彼はのちに，エッジの回転拘束条件を変化させた場合の長方形板の振動と座屈の解析について提案している[4-15]．Warburton 等[4-16]は，長方形板の振動解析で弾性拘束条件に Rayleigh-Ritz 法を適用した．しかし，垂直拘束条件と回転拘束条件を同時に変化させたものではない．

これらの報告は全て金属パネルの強制応答に関する論文である．しかし，スマートフォンのディスプレイパネルに使用されているのはガラスパネルである．また，スマートフォンのガラスパネルは，粘着テープによって装置本体に接着されている．そこで本章では，スマートフォンに接着されているガラスパネルの振動特性を考察する．粘着テープはガラスパネルの外周に沿って接着されるが，個々のスマートフォンでその断面形状は異なる．そこで，境界条件としてガラスパネルの対辺同士は同一断面を持つ粘着テープとし，それぞれ垂直ばねと回転ばねの両方を有する弾性ばねと仮定して，Rayleigh-Ritz 法を用いてガラスパネルの振動特性を解析する．そして，実験で得られた固有振動数を用いてばね定数を GA（遺伝的アルゴリズム）で同定する[4-17]-[4-19]．なお，固有振動数と固有モードの測定は，実験モード解析を適用する．最後に，本手法の妥当性を確認するため，得られた実験結果と計算結果

を比較検討する．

4.2 弾性支持を考慮したリッツ法解析と最適化法

4.2.1　弾性支持長方形板の振動特性

図 4-1(a)はスマートフォンの外観，図 4-1（b）は本体からパネルを外した本体，図 4-1(c)はパネル裏面の写真である．パネル裏面上部には PZT（圧電トランスデューサ）が貼付けてある．PZT はパネルの厚み方向に振動する．また，パネルは周囲の粘着テープによって，本体に接着されている．

図 4-2 はガラスパネルの振動解析を行うための長方形板のモデルである．長方形の寸法は $a \times b$，板厚は h である．スマートフォンのガラスパネルは周囲が粘着テープで接着されており，モデルの境界条件は周囲四辺のそれぞれで垂直ばねと回転ばねをもつ弾性拘束としている．また，直交座標系 $o\text{-}xy$ の原点を長方形の中心にとっている．ガラスは一般に等方性と考えられるが，ここでは既に定式化されている異方性積層理論を用いる．

本解析ではエネルギー法に基づく定式化を行う．そこで初めに，曲げにより振動系に保存されるひずみエネルギー

$$U = U_1 + U_2 \tag{4-1}$$

を求める．ここで U_1 と U_2 はそれぞれ，板内および弾性ばねのひずみエネルギーである．板内に貯えられるひずみエネルギーは

$$U_1 = \frac{1}{2}\iint_A \{k\}^T [D]\{k\} dA \tag{4-2}$$

ただし

$$\{k\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^T, \quad [D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \tag{4-3}$$

は，それぞれ曲率ベクトルと剛性マトリクスである．さらに複雑な材料構造への拡張のため，本解析は積層異方性材料をカバーしている．w は板の面外方向の変位である．また，剛性マトリクスの要素は，式（4-4）で表される中央面からの厚み z と層数 k で

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{K} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left(z_k^3 - z_{k-1}^3 \right) \tag{4-4}$$

と表される．式(4-4)の弾性定数$\bar{Q}_{ij}^{(k)}$は，k 番目の層において x 軸と材料の主軸との角度によって決定される[4-20].

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}, Q_{12} = \frac{E_L \nu_{TL}}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}, Q_{22} = \frac{E_T}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}}, Q_{66} = G_{LT} \tag{4-5}$$

E_{L} と E_{T}はそれぞれ材料の最大/最小弾性率であり, G_{LT} は剪断弾性率で ν_{LT}と ν_{TL} は最大/最小ポアソン比である．等方性材料にとってはすべての D が $D=Eh^3/12(1-\nu^2)$で表されることに留意する必要がある．

図 4-3 に示すように，実機ではパネルはテープによりスマートフォン本体に接着されている．このため境界条件としては弾性拘束と考えられ，この場合に解析モデルとしての弾性ばねに蓄えられたエネルギーは,

$$\begin{aligned} U_2 = \frac{1}{2}\Bigg[& \int_{-b/2}^{b/2} k_1 w^2\left(-\frac{a}{2}, y\right) \mathrm{d}y + \int_{-a/2}^{a/2} k_2 w^2\left(x, -\frac{b}{2}\right) \mathrm{d}x \\ & + \int_{-b/2}^{b/2} k_3 w^2\left(\frac{a}{2}, y\right) \mathrm{d}y + \int_{-a/2}^{a/2} k_4 w^2\left(x, \frac{b}{2}\right) \mathrm{d}x \Bigg] \\ & + \frac{1}{2}\Bigg\{ \int_{-b/2}^{b/2} k_{r1} \left[\frac{\partial w}{\partial x}\left(-\frac{a}{2}, y\right)\right]^2 \mathrm{d}y \\ & + \int_{-a/2}^{a/2} k_{r2} \left[\frac{\partial w}{\partial y}\left(x, -\frac{b}{2}\right)\right]^2 \mathrm{d}x \\ & + \int_{-b/2}^{b/2} k_{r3} \left[\frac{\partial w}{\partial x}\left(\frac{a}{2}, y\right)\right]^2 \mathrm{d}y + \int_{-a/2}^{a/2} k_{r4} \left[\frac{\partial w}{\partial y}\left(x, \frac{b}{2}\right)\right]^2 \mathrm{d}x \Bigg\} \end{aligned} \tag{4-6}$$

で与えられる．ここで k_i [N/m]（i=1,2,3,4）は各辺の単位長さ当りの垂直ばねの弾性定数，k_{ri} [N]（i=1,2,3,4）は各辺の単位長さ当りの回転ばねの弾性定数を表す.

板の運動エネルギーは

$$T=\frac{1}{2}\iint_A \rho h\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dA \tag{4-7}$$

ここで ρ は単位体積当りの質量である.

振動によるたわみは正弦波の時間関数により次の二重級数で表す.

$$w(x,y,t)=\bar{w}(x,y)\sin\omega t=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}C_{mn}X_m(x)Y_n(y)\sin\omega t \tag{4-8}$$

また，式（4-8）の諸量は解析の簡単化のために，以下の無次元量により表す.

$$\xi=2x/a,\quad \eta=2y/b \qquad \text{(non-dimensional coordinates)} \tag{4-9a}$$

$$\Omega=\omega a^2\left(\frac{\rho h}{D_0}\right)^{1/2},\ D_0=\frac{E_2h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} \text{(frequency parameter, reference stiffness)}$$

等方性板では,

$$\Omega=\omega a^2\left(\frac{\rho h}{D}\right)^{1/2},\ D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{4-9b}$$

となり，ばねの無次元弾性定数は,

$$\bar{k}_i=\frac{k_i a^3}{D_0},\quad \bar{k}_{ri}=\frac{k_{ri}a}{D_0} \qquad \text{(translational and rotational stiffness)} \tag{4-9c}$$

$$\alpha = a / b \qquad \text{(aspect ratio)}$$

となる．式（4-9a）- 式（4-9c）の値を式（4-1）- 式（4-8）に代入したあと，関数は式（4-8）の未定係数 C_{mn} に関し最小化される．

$$\frac{\partial}{\partial C_{\bar{m}\bar{n}}}\left(U_{\max,1}+U_{\max,2}-T_{\max}\right)=0 \qquad (4\text{-}10)$$

$$\left(\bar{m}=0,1,\ldots,(M-1);\bar{n}=0,1,\ldots,(N-1)\right)$$

このとき，振動数方程式は次のようになる．

$$\begin{aligned}
&\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\Bigg[\left\{\left(\frac{D_{11}}{D_0}\right)I^{(2200)}+\left(\frac{D_{12}}{D_0}\right)\alpha^2\left(I^{(2002)}+I^{(0220)}\right)+\left(\frac{D_{22}}{D_0}\right)\alpha^4 I^{(0022)}\right.\\
&\left.+2\left(\frac{D_{16}}{D_0}\right)\alpha\left(I^{(2101)}+I^{(1210)}\right)+2\left(\frac{D_{26}}{D_0}\right)\alpha^3\left(I^{(0121)}+I^{(1012)}\right)+4\left(\frac{D_{66}}{D_0}\right)\alpha^2 I^{(1111)}\right\}\\
&+\frac{1}{8}\left\{\left(\bar{k}_1\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(-1)+\bar{k}_3\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(1)\right)\phi_{n\bar{n}}^{(00)}+\alpha\left(\bar{k}_2\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(-1)+\bar{k}_4\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(1)\right)\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\right\}\\
&+\frac{1}{2}\left\{\left(\bar{k}_{r1}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(-1)+\bar{k}_{r3}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(1)\right)\phi_{n\bar{n}}^{(00)}+\alpha^3\left(\bar{k}_{r2}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(-1)+\bar{k}_{r4}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(1)\right)\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\right\}\\
&-\frac{1}{16}\Omega^2 I^{(0000)}\Bigg]_{m\bar{m}n\bar{n}}C_{mn}=0
\end{aligned} \qquad (4\text{-}11)$$

$$\left(\bar{m}=0,1,\ldots,(M-1),\bar{n}=0,1,\ldots,(N-1)\right)$$

ただし I は長方形板の面積にわたる次の積分で表される．

$$I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(p\bar{p}q\bar{q})}=\phi_{m\bar{m}}^{(p\bar{p})}\times\phi_{n\bar{n}}^{(q\bar{q})},\quad \phi_{m\bar{m}}^{(p\bar{p})}=\int_{-1}^{1}\left(\frac{d^{(p)}X_m(\xi)}{d\xi^{(p)}}\right)\left(\frac{d^{(\bar{p})}X_{\bar{m}}(\xi)}{d\xi^{(\bar{p})}}\right)d\xi \qquad (4\text{-}12)$$

また，弾性支持辺のエネルギーに関する積分は

$$\psi_{m\bar{m}}^{(p\bar{p})} = \frac{d^{(p)}X_m(\xi)}{d\xi^{(p)}} \frac{d^{(\bar{p})}X_{\bar{m}}(\xi)}{d\xi^{(\bar{p})}} \tag{4-13}$$

となる．また 2 方向の振幅を現す関数は

$$X_m(\xi) = \xi^m (1+\xi)^{BC1} (1-\xi)^{BC3}, \quad Y_n(\eta) = \eta^n (1+\eta)^{BC2} (1-\eta)^{BC4} \tag{4-14}$$

と定義される．[4-21] ここで BC1,BC2,BC3,BC4 は境界条件インデックスであり，固定辺（C）では 2，単純支持辺（S）では 1，自由辺(F)では 0 をとる．

このような古典的境界条件の組合せに加え，垂直と回転の弾性拘束を四辺それぞれに加えることができる．垂直ばねだけで弾性的に拘束された辺にとっては，BCi=0 として垂直ばねに 0 以外の弾性定数を使用する．単純支持と固定の間で弾性支持された辺にとっては，BCi = 1 とし，回転ばね定数として正のばね定数を設定する．また，両タイプのばねを設定し，弾性拘束状態を表現することもできる．式（4-15）はその一例である．

$$\bar{k}_i = \frac{\bar{k}_i a^3}{D_0} = 1000, \quad \bar{k}_{ri} = \frac{k_{ri} a}{D_0} = 100 \tag{4-15}$$

ここで BCi= 0 (i=1,2,3,4) である．

4.2.2 遺伝的アルゴリズム

任意の材料定数と境界条件に対する無次元固有振動数 Ω は，式 (4-11) から得ることができる．しかしながら，スマートフォンに固定された実際のガラスパネルの系において，垂直ばねと回転ばねの弾性定数は設計上の仕様で設定していない．そこ

で，エッジに沿ったばね定数の同定を行うこととする．一方，様々な最適化の中で，GA（遺伝的アルゴリズム）はその高い検索能力と汎用性があり，しばしば用いられる．また，GA は局所的な解に捕らわれることなく，解を見つけ出すことに優れている．Gürdal 等[4-22]の著書で説明されているように，GA はメタヒューリスティックな検索方法で自然淘汰の原理を模倣している．単純 GA では，設計変数は染色体を模擬して二進数（ビット列）によって表わされる．そして，新しい世代が交叉と突然変異といった遺伝子操作から得られる，適応度に基づいて再生産される．本章では，設計変数として板周囲四辺それぞれ四つの垂直ばね定数と回転ばね定数の同定を試み，式（4-9c）のように定義した．また，本研究のスマートフォンのガラスパネルの周囲に貼りつけた粘着テープは，対向する二組の辺が固定状態も辺の長さも同じであるため，ばね定数を同一と仮定した．実際の構成の様子を図 4-3 に示す．

このとき，次のような四つの独立したばね定数を用いる．

$$\begin{aligned} &\text{Translational spring constants:} \quad k_1 = k_3,\ k_2 = k_4 \\ &\text{Rotational spring constants:} \quad k_{r1} = k_{r3},\ k_{r2} = k_{r4} \end{aligned} \tag{4-16}$$

これは，GA の処理において，ある世代の各個体が垂直ばね定数二つと回転ばね定数二つを設計変数に持つことを意味する．

ここで，各ばね定数は 6 ビットの二進数で表す．例えば，ある個体の遺伝子は次のように表される．

$$[110101/011111/101110/011001]\ \text{for}[\bar{k}_1,\ \bar{k}_2,\ \bar{k}_{r1},\ \bar{k}_{r2}] \tag{4-17}$$

各個体の適応度は，Rayleigh-Ritz 法によって計算される固有振動数で評価される．本研究で最大化される目的関数は，次のように定義する．

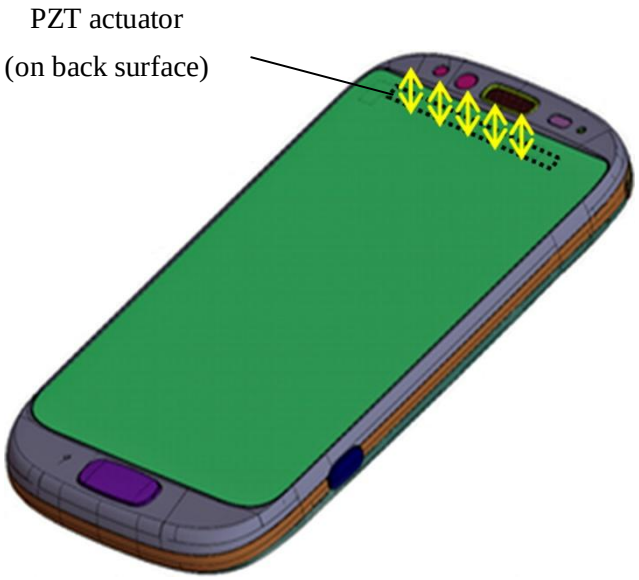
$$Fit = \frac{1}{(f_{ex1} - f_1)^2 + (f_{ex2} - f_2)^2 + (f_{ex3} - f_3)^2} \tag{4-18}$$

ここで，f_{ex1} f_{ex2}, f_{ex3}はそれぞれ実験で得られた 1 次，2 次，3 次モードの固有振動数である．また，f_1, f_2, f_3は計算で得られた固有振動数である．これらの目的関数は，実験値と計算値の差分を二乗した合計の逆数で定義する．そのため，実験値と計算値が低次の 3 次モードにおいて，近い振動数を持つ個体は高い適応度になる．垂直ばねおよび回転ばねのばね定数の検索では，目的関数は，式（4-19）に，整数 n = 0～64 の範囲でランダムに抽出して得られる k を用いて計算された f_1,f_2,f_3 で検索される．

$$\Delta k = 10^{6\times\frac{n}{64}} \qquad (4\text{-}19)$$

各世代において，最も高い適応度を持った個体は，遺伝的な操作なしに次の世代に自動的に複製される．すなわち，エリート戦略にて，最も高い適応度をもつエリートが受け継がれる．個体（親）の組合せは一様乱数を使うことによって[0,1]の範囲から選ばれ，各適応度の値を割り付けた重み付きルーレットから選ばれる．

設計変数を変化させ新しい個体を発生させたとき，GA の二つの典型的な操作が行われる．本研究では交叉の操作は，表 4-1 に示すように一点交叉が使われる．ここで，交叉は確率 p_cより小さくなるような一様乱数[0,1]で行われる．染色体のカット点も一様乱数によって選ばれる．そして，Parent 1 の左側の遺伝子と Parent 2 の右側の遺伝子が子の個体として遺伝する．選ばれた乱数が $p_c \in$[0,1]より大きいとき，子は Parent 1 のクローンとなる．突然変異では，選ばれた乱数[0,1]が $p_m \in$[0,1]より小さいとき，別の乱数で変えられるビットの場所が決定され，ビットの値が 0 から 1，またはその逆に変えられる．GA では，各世代の変化の際に，母数 N_p を一定に保つように子の個体が発生される．これらの処理は，規定の世代数 N_g に到達するまで繰り返され，最後の世代で最大適応度を持つ個体が最適解とみなされる．本研究で使用した GA パラメータを表 4-2 に示す．



(a) Smartphone with vibration function on touch panel



(b) Main body of smartphone (Fujitsu F-12D)



(c) Glass panel of smartphone with adhesive tape and PZT actuator (back surface)

Fig.4-1 Smartphone with vibration function on touch panel

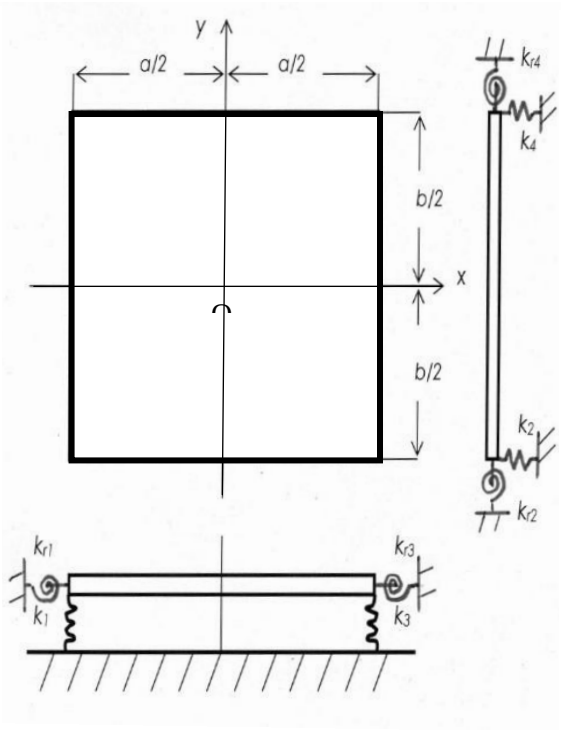
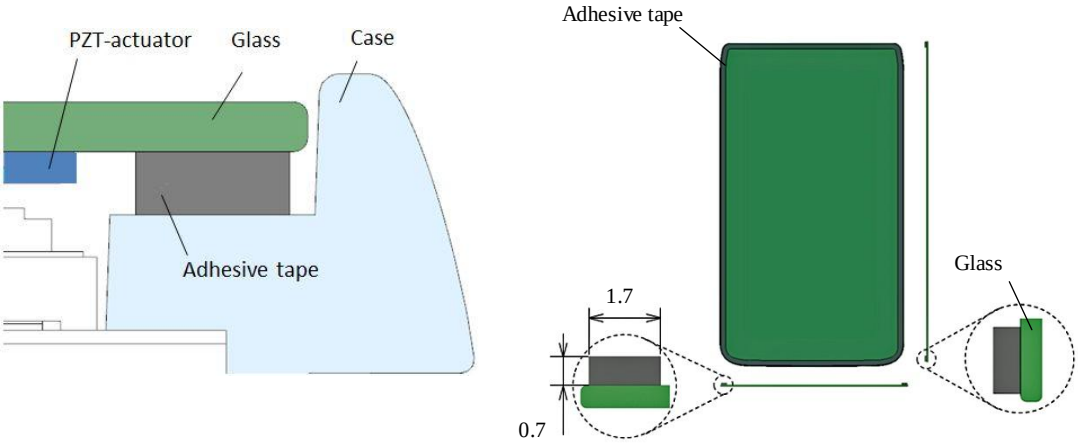


Fig.4-2 Rectangular plate elastically constrained by translational and rotational springs along four edges



(a)Cross-section (b) Layout and cross-sectional area of adhesive tape

Fig.4-3 Structure around smartphone plate fixed by adhesive tape

Table 4-1 Example of crossover scenario between two parents containing four elastic constants

	$\bar{k}_1$	$\bar{k}_2$	$\bar{k}_{r1}$	$\bar{k}_{r2}$
Parent 1 :	**110101**	**011111**	**10**|1110	011001
Parent 2 :	000101	101010	00|**0001**	**110000**
Child :	**110101**	**011111**	**10 0001**	**110000**

Table 4-2 Parameter values used in GA

Parameter	Value
Generation number N_g	50
Population size N_p	100
Crossover probability P_c	0.9
Mutation probability P_m	0.05

4.3. 解析結果と実験の比較と考察

4.3.1 リッツ法解析の検証

本研究の解析法の妥当性を確認するために Mukhopadhyay の報告との比較を行った．表 4-3 は本解析法による回転ばね定数と板の各アクセプト比に対する固有振動数を示す．$k_r \leqq 200$ では 3%以下の誤差となり，解析結果が本解析法と良く一致していることがわかる．なお，$k_r = 100$ のとき，5 次の固有振動数で 10%の誤差をもつがこれは縮退が影響していると考えられる．

表 4-4 は，本研究で行われた Rayleigh-Ritz 法によるマトリクスの大きさに対する収束特性を示す．周波数パラメータ$\Omega = \omega a^2(\rho/D_0)^{1/2}$(無次元の固有振動数)は，等方性板（$a/b = 1$）の 5 次までの低次モードを示す．このとき，式（4-8）の $M \times N$ の項数は 6×6(式(4-11)の行列の大きさは 36×36)から 12×12(行列の大きさは 144×144)までを示す．この例では，回転ばね定数が $\overline{k}_{r1} = \overline{k}_{r2} = \overline{k}_{r3} = \overline{k}_{r4} = 1$ または 100 の場合の支持を示す．周波数パラメータ Ω の多くは，有効数字 5 桁以内で収束している．また，Li 等[4-23]によって得られた最近の一連の結果と比較した．周波数は両者において，有効数字 4 桁で非常に良く一致し，FEM（有限要素法）の結果とも良く一致する．このように本手法の有効性が確認できた．

4.3.2 境界条件の違いによる振動特性への影響

図 4-4 は弾性的に拘束された等方性長方形板の場合の(a)垂直ばね定数 $\overline{k}_i$ と(b)回転ばね定数 $\overline{k}_{ri}$ を単調増加させたときの周波数パラメータ Ω の様子を示す. (a)全自由（FFFF）と単純支持（SSSS）の間の場合, (b)単純支持（SSSS）と固定（CCCC）の間の場合である．アクセプト比は $a/b = 0.572$ で本研究で使用したガラスパネルと同じ値を用いている．図 4-4(a)では，垂直ばね定数 $\overline{k}_i$ (i=1,2,3,4)を単純支持条件に到達するまで，0 から 10^6 へ四辺で単調に増加させている．このとき，回転ばね定数は 0 としている．図 4-4(b)では固定支持条件に到達するまで，端部で変位 0 を保ち回転ばね定数 $\overline{k}_{ri}$（i=1,2,3,4）を 0 から 10^6 へ四辺で単調に増加させている．図 4-4(a),(b)では両者とも大きなばね定数域では固有振動数が飽和状態となっている．また，図 4-4(a)において，全自由のとき 1～3 次と 4 次，5 次が縮退しているが，$\overline{k}_i = 10$ 近辺

では 1 次の縮退が解け，$\bar{k}_i$ = 100 近辺では 2 次，3 次の縮退が解け，3 次と 4 次の縮退が起こり，5 次の縮退が解ける．$\bar{k}_i$ = 1000 では 1～5 次の全ての縮退が解けた状態となる．

4.3.3 弾性ばね定数の同定

図 4-5～図 4-7 は，本振動解析の精度を検証するために使用した，ガラスパネルの打撃試験による実験モード解析の測定系である．図 4-5 はガラスパネルが自由支持された場合の測定系である．ここで図 4-5(b)はガラスパネルの一旦を拘束の影響をほとんど受けない弾性体（輪ゴム）で吊り下げた．ここでは図 4-5(a)の加速度センサをガラスパネル表面に固定し測定した．また図 4-6 はガラスパネルの周囲が弾性支持された場合の測定系である．図 4-6(a)は，スチール定盤に周囲が粘着テープで固定されたスマートフォンのガラスパネルを示す．このとき，ガラスパネルの振動量は図 4-6(b)のレーザードップラー振動計（Laser Doppler Vibrometer : LDV）で測定した．図 4-5 の自由支持，図 4-6 の弾性支持とも図 4-7(a)のインパルスハンマーで 5×5=25 点の打撃加振を行い, データの取得は図 4-7(b)のスペクトラムアナライザで行った．計測は各加振点に対して 5 回の打撃加振を実施し平均化した．試験片のガラスは，60.4 mm × 105.6 mm × 0.55 mm である．用いた材料定数は，ヤング率が E = 69.1 GPa, ポアソン比は ν = 0.21，密度は ρ = 2510 kg/m^3 である．

表 4-5 は，ガラスパネル周囲が自由支持の場合の実験および計算から得られた 1 次から 3 次までの固有振動数を示している．自由支持の計算値では，実験値との差分が最大 3.0 %となった．また，図 4-8 は実験および計算から得られた振動モードの様子である．自由支持ではモード形が実験と良く一致する結果が得られた．

表 4-6 は，ガラスパネルの周囲に拘束条件を与えた場合の実験および計算から得られた 1 次から 3 次までの固有振動数を示している．同定された弾性条件のもとで振動数の差分は最大のもので 10.1%以下である．これに対し，単純支持条件下で計算された振動数は，同定された条件の結果に近づいて現れているようにみえる．しかし，明らかにそれらは異なる 1/2 波長の個数を示しており，同じモード形状ではない．

計算では，ガラスパネル周囲の垂直ばねと回転ばねのばね定数を GA により求めてモデル化した弾性支持の場合と，古典的な単純支持でモデル化した場合の二つの境界条件を用いた．なお，弾性支持を用いた計算では，実際のスマートフォンに合わせて，垂直ばねおよび回転ばねのばね定数をガラスパネルの対辺同士で同一とした. 実験値をもとに GA で同定したばね定数は, $k_1 = k_3 = 0.8$ MN/m, $k_2 = k_4 = 50$ kN/m,, $k_{r1} = k_{r3} = 17$ N, $k_{r2} = k_{r4} = 143$ kN が得られた.

弾性支持を用いた計算値では，実験値との差分は最大 11.0 %であり，単純支持を用いた計算値では最大 22.1 %の差分となった．また，図 4-9 は各境界条件下での実験および計算から得られた振動モードの様子である.

振動モードについては，単純支持によるモードが実験とは異なる結果となった．一方，弾性境界を用いた場合のモードは実験とよく一致する結果となった.

図 4-9 の 1 行目は，実験において定盤に粘着テープで固定されたガラスパネルのモード形である．また，2 行目は GA により同定された弾性定数を用いた解析によるモード形である．ここで，同定された$[p,q] = [1,2], [2,1], [2,2]$モードは，それぞれ 2nd,4th,5th モードとして観測された．これに対し，単純支持されたパネルのモード図（3 行目）は，$[p,q] = [1,1], [1,2], [1,3]$の異なるモード形となった．GA により同定された弾性定数での解析は実際の状況において，ガラスパネルの振る舞いを精度良く予測をすることができることをモード形からも確認できた.

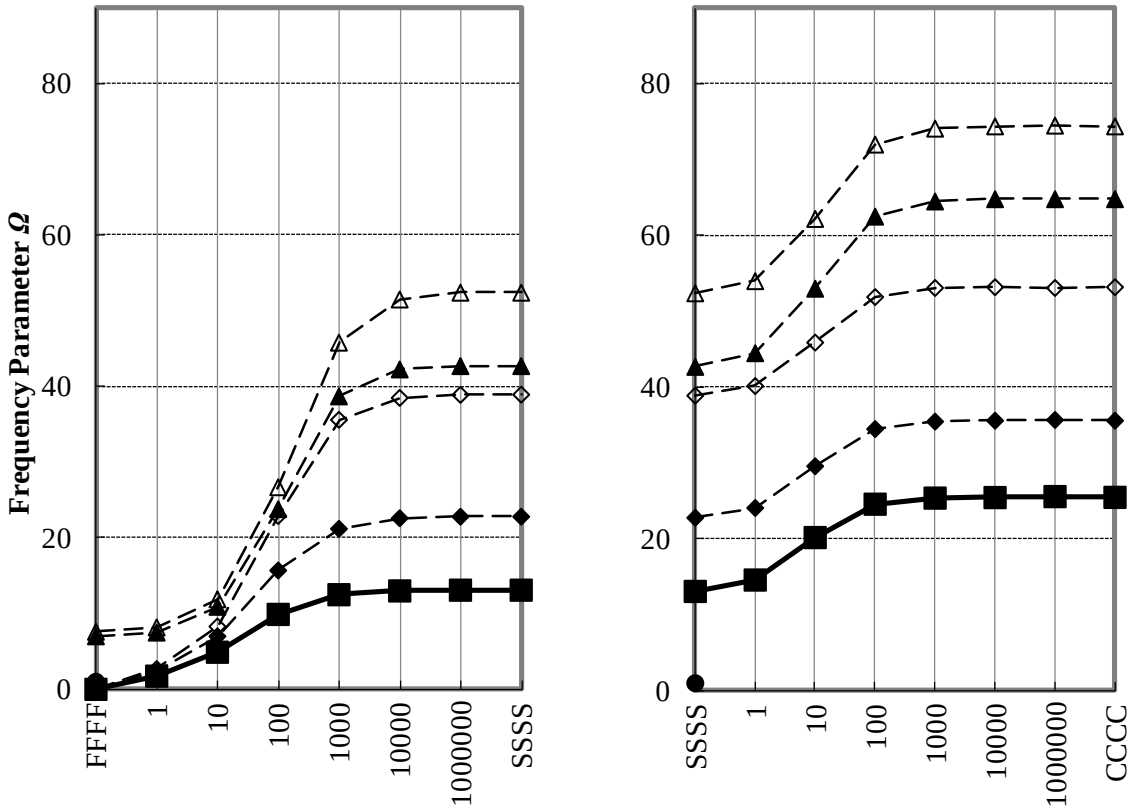
Table 4-3 Frequency parameter $\Omega = \omega a^2\sqrt{\rho/D_0}$ for plates having all edges elastically restrained in rotation

	$\bar{k}_r$							
					Reference (Mukhopadhyay)			
a/b	0.1	1	20	100	0.1	1	20	100
0.4	11.629	13.013	20.380	22.800	11.563	12.852	20.281	21.732
	16.335	17.525	24.471	26.928	16.291	17.310	24.178	25.817
	24.206	25.235	31.894	34.468	24.207	24.996	31.267	33.327
	35.244	36.167		45.601	35.312	35.947		44.343
	41.247	42.845		60.753	40.227	41.596		55.447
	45.970	47.477		60.830	45.070	46.327		59.841
1	19.930	21.497	31.077	34.665	19.839	20.511	31.111	34.753
	49.530	51.176	64.287	70.757	48.894	49.116	64.342	69.319
	49.530	51.176	64.287	70.757	49.629	50.927	64.861	70.929
	79.110	80.784	95.775	104.395	79.040	79.851	95.850	103.377
	98.851	100.547	116.788	126.952	95.678	95.777	117.029	120.047
	98.869	100.554	117.166	127.540	99.211	100.727	118.214	127.616
2.5	71.955	75.786		135.737	72.25	81.15		142.44
	101.406	104.650		161.291	102.17	108.85		167.43
	150.587	153.352		207.868	150.67	155.86		211.85
	219.489	221.941		276.473	217.13	221.27		275.52
	256.716	260.919		362.614	258.90	268.23		355.52
	286.079	290.035		369.276	288.91	298.08		380.64

Table 4-4 Frequency parameter $\Omega = \omega a^2\sqrt{\rho/D_0}$ for plates having all edges simply supported in rotation (SSSS, *a*/*b*=1).

Num.of terms	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
SSSS with $\bar{k}_{ri}$=1					
6x6	21.502	51.192	51.192	80.829	102.13
8x8	21.502	51.191	51.191	80.828	100.60
10x10	21.502	51.191	51.191	80.828	100.58
12x12	21.502	51.191	51.191	80.828	100.58
Li (2009)[a]	21.500	51.187	51.187	80.816	100.58
Li (2009)[b]	21.496	51.184	51.184	80.818	100.58
SSSS with $\bar{k}_{ri}$=100					
6x6	34.674	70.799	70.799	104.48	131.77
8x8	34.671	70.781	70.781	104.45	127.17
10x10	34.671	70.781	70.781	104.45	127.03
12x12	34.671	70.781	70.781	104.45	127.02
Li (2009)[a]	34.671	70.780	70.780	104.45	127.02
Li (2009)[b]	34.67	70.78	70.78	104.5	127.0

a: Series solution, b: FEM (300x300 elements).



Translational spring constant $\bar{k}_i$

Rotational spring constant $\bar{k}_{ri}$

(a) Free plate constrained only by translational springs

(b)Simply supported plate constrained only by rotational springs

Fig.4-4 Frequency parameter $\Omega = \omega a^2\sqrt{\rho/D_0}$ for plates having all edges elastically restrained in translation and rotation (a/b=0.572).
■:1st mode, ◆:2nd mode, ◇:3rd mode, ▲:4th mode, ∆:5th mode.

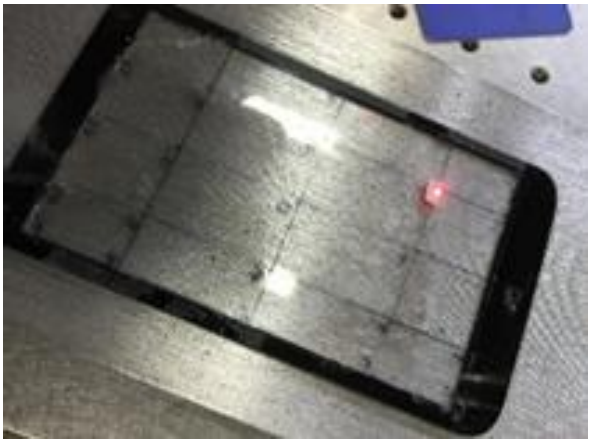


(a)Accelerometer attached to panel



(b) Glass plate supported by soft elastic cord

Fig.4-5 Experimental setup for freely suspended glass panel



(a) Glass panel fixed by adhesive tape



(b) Measuring system and LDV

Fig.4-6 Experimental setup for glass panel elastically constrained by dhesive tape along four edges



(a) hammer
(Ono-sokki, GK-2110)



(b) FFT analyzer (Ono-sokki, DS-2000)
with Modal analysis software
(Vibrant Technology, ME'scope VES)

Fig.4-7 Experimental set-up

Table 4-5 Lowest three natural frequencies [Hz] obtained by experiment and present Ritz method under free edges condition.

	1st	2nd	3rd
Exp.	269.8	300.1	687.2
Ritz	265.7	300.3	666.3
diff	-1.5 %	0.1 %	-3.0 %

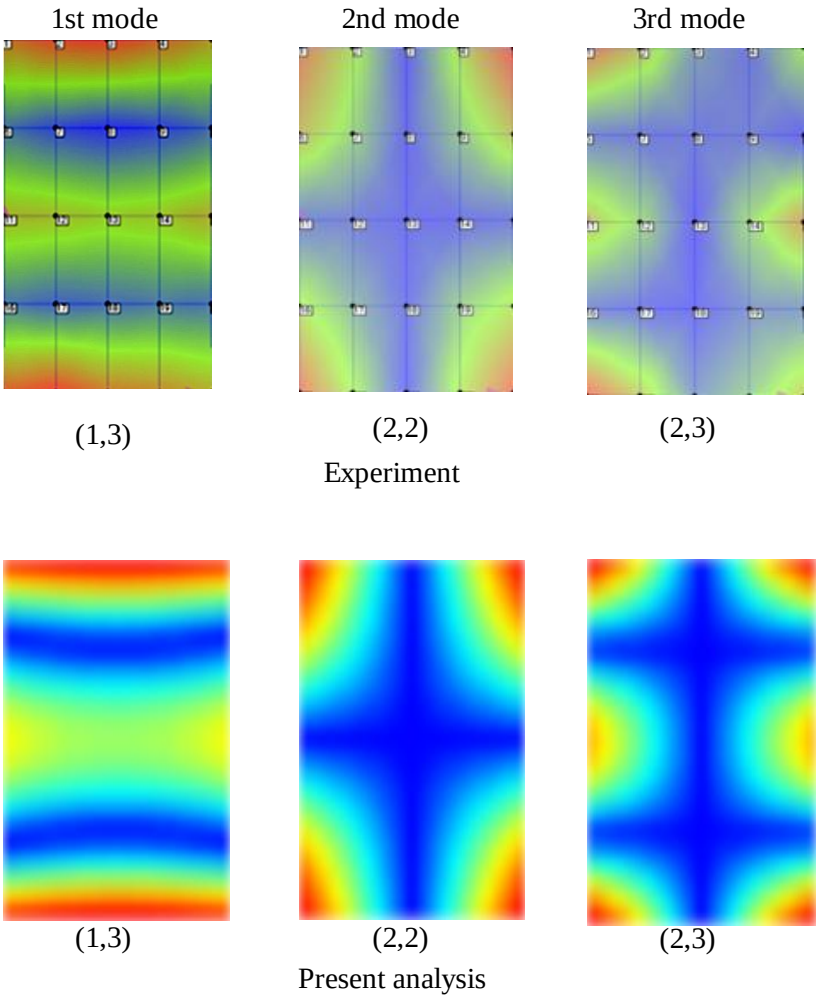


Fig.4-8 Comparison of mode shapes of glass panels under free edge condition. (*i*,*j*) = (half wave number in *x* direction, in *y* direction)

Table 4-6 Lowest three natural frequencies [Hz] of an elastically fixed glass panel obtained by modal analysis experiment and present Ritz method under identified elastic condition and simply supported condition.

	2nd	4th	5th
(*i*,*j*)	(1,2)	(2,1)	(2,2)
Experiment	481	971	1197
Analysis [a]	486	1000	1074
Diff.	+0.8 %	+2.8 %	-10.1 %
	1st	2nd	3rd
(*i*,*j*)	(1,2)	(2,1)	(2,2)
Analysis [b]	487	847	1462

a: identified spring constant,
b: simply supported plate

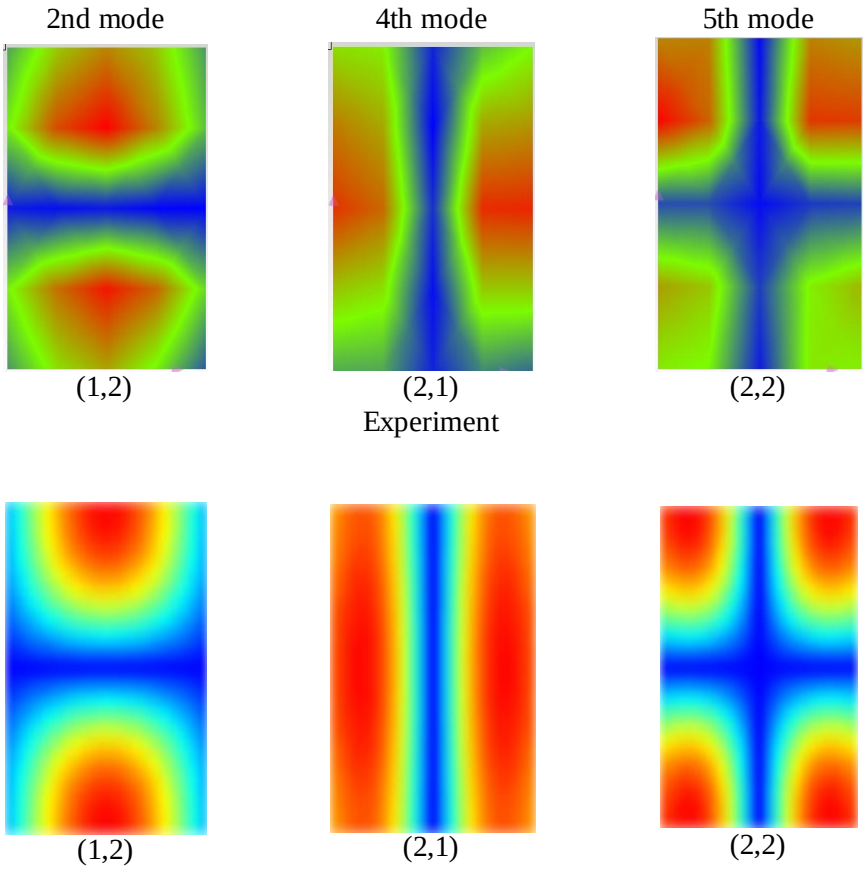


Fig.4-9 Comparison of mode shapes of glass panel fixed by adhesive tape

4.4 結言

本章では，スマートフォンのガラスパネルの精密なモデル化と解析方法の確立を最終目標として，周囲が粘着テープで接着されたガラスパネルの振動解析と実験を行った．解析では薄板理論を適用して，ガラスパネル周囲の粘着テープを垂直ばねと回転ばねでモデル化し，エネルギー法による定式化を行った．解の精度は，モード解析法によって実験で観測された結果と，自由端のガラスパネルの固有振動数とモード形状を比較することによって確かめられた．また，弾性的に支持された板の結果が Lin ら（2009）による最近の結果とよく一致ことも示された．次に実験で得られた固有振動数の値を用いて, GA により垂直ばねと回転ばねのばね定数を同定した. また, 比較として古典的な境界条件である単純支持における解析を実施したが, 単純支持境界では弾性支持境界で得られる固有振動数よりも精度が低く，なおかつ振動モードも実験と異なる結果となった．これらの結果から，弾性支持境界を適用した本解析方法の有効性を確認できた.

4.5 文献

[4-1] Leissa A. W.: Vibration of Plates, *Acoustical Society of America*, (1993)

[4-2] Khalili M.R., Malekzadeh K. and Mittal R.K.: A new approach to static and dynamic analysis of composite plates with different boundary conditions, *Composite Structures*, 69 (2005), pp.149–155.

[4-3] Aydogdu M., Timarci T.: Vibration analysis of cross-ply laminated square plates with general boundary conditions, *Composites Science and Technology*, 63 (2003), pp.1061–1070.

[4-4] Fares M.E., Youssif Y.G. and Alamir A.E.: Optimal design and control of composite laminated plates with various boundary conditions using various plate theories, *Composite Structures*, 56 (2002), pp.1–12.

[4-5] Leuner T. R.: An experimental-theoretical study of free vibrations of plates on elastic point supports, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.32(4) (1974), pp.481-490

[4-6] Laura P. A. A., Gutiérrez R.H. : A note on transverse vibrations of stiffened

rectangular plates with edges elastically restrained against rotation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.78, 1(8) (1981), pp.139-144

[4-7] Srinivasan R.S., Munaswamy K.: Frequency analysis of skew orthotropic point supported plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.39(2),22 (1975),pp. 207-216.

[4-8] Narita, Y.: Note on vibrations of point supported rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.93(4), pp. 593-597.

[4-9] Gorman D. J., Yu S. D.: A review of the superposition method for computing free vibration eigenvalues of elastic structures, *Computers & Structures*, Vol.104–105 (2012), pp.27–37.

[4-10] Setoodeh A. R., Karami G,: A solution for the vibration and buckling of composite laminates with elastically restrained edges, *Computers & Structures*, 60 (2003), pp. 245-253

[4-11] Ashour A. S.: Vibration of angle-ply symmetric laminated composite plates with edges elastically restrained, *Computers & Structures*, 74 (2006), pp. 294-302

[4-12] Nallim L. G., Gross O. G.: Vibration of angle-ply symmetric laminated composite plates with edges elastically restrained, *Composite Structure*, 81 (2007), pp. 80-83

[4-13] Karami G., Malekzadeh P. and Mohebpour S. R.: DQM free vibration analysis of moderately thick symmetric laminated plates with elastically restrained edges, *Composite Structures*, 74 (2006), pp. 115-125

[4-14] Mukhopadhyay M.: Free vibration of rectangular plates with edges having different degrees of rotational restraint, *Journal of Sound and Vibration*, 67(4) 1979, pp.459-468.

[4-15] Mukhopadhyay M.:Vibration and buckling of rectangular plates with varying degrees of rotational restraint along the edges, *Computers & Structures*, 32(2) (1989), pp. 341-346

[4-16] Warburton G.B., Edney S.L.: Vibrations of rectangular plates with elastically restrained edges, *Journal of Sound and Vibration*, 95(4) (1984), pp.537-552.

[4-17] 伊庭斉志: 遺伝的アルゴリズムの基礎 –GA の謎を解く-, *オーム社*, (1994)

[4-18] 安居院猛, 長尾智晴: ジェネティックアルゴリズム, *昭晃堂*, (1995)

[4-19] 長尾智晴: 最適化アルゴリズム, *昭晃堂*, (2003)

[4-20] Jones, R.M.: Mechanics of Composite Materials (2nd ed.), *Taylor & Francis*, (1999)

[4-21] Narita Y.: Combinations for the free-vibration behaviors of anisotropic rectangular plates under general edge conditions *Trans. ASME Journal Applied Mechanics,* 67, (2000), pp. 568-573

[4-22] Gürdal Z., Haftka R. T. and Hajela P.: Design and Optimization of Laminated Composite Materials. *John Wiley & Sons*, (1999), pp. 184-208

[4-23] Li W.L., Zhang X.F., Du J.T. and Liu Z.G.: An exact series solution for the transverse vibration of rectangular plates with general elastic boundary supports, *Journal of Sound and Vibration* 321(1-2), (2009), pp. 254–269.

第５章
携帯電話に用いられるガラスパネルの線状加振による動的応答

5.1 緒言

スマートフォンは大画面化とともに小型軽量化が高く求められる．そのため，ガラスパネルを加振する振動デバイスには形状やサイズおよび実装レイアウトの制約がある．これらの制約の下で，できるだけ振動強度を大きくしユーザーの触覚に訴えなければならない．平板の定常応答解析については，一ノ宮等[5-1][5-2][5-3]が積層板についてエネルギー評価を行い，後にラグランジュ方程式から応答解を導いている．また細川等[5-4]は，同じく積層長方形板について単位入力に対する応答を示すグリーン関数を用いて強制振動の解を導いている．しかしながら，これらの報告はいずれも点加振による検討である．スマートフォンのガラスパネル周囲は，テープで装置に固定されている．そして，ディスプレー表示部をできるだけ大きく確保するために，周囲のテープ幅を可能な限り小さくして設計される．また，加振する振動デバイスについても，パネル端近くにレイアウトされ，ディスプレー表示部外に固定しなければならない．そのため，PZT（圧電トランスデューサ）を用いた直線状の振動デバイスを使用する場合が多い．（図 4-1）このようにスマートフォンのガラスパネルを加振するための実用上の制約があることから，本章ではガラスパネルを線状加振したときの動的応答について検討する．

5.2 定常応答解析

5.2.1 ラグランジュ方程式による解析

携帯電話機のパネル振動は PZT からの入力に依存するので, 自由振動解析（Ritz 法）の他に，図 5-1 に示すような線分に沿った正弦波によって励起されるガラスパネルの強制振動応答を検討することは重要である. この場合, 垂直方向の変位を式 (4-8) の単純な正弦波の時間関数ではなく，次のように一般的な関数として仮定する.

$$w(\xi,\eta,\tau)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}X_m(\xi)Y_n(\eta)q_{mn}(\tau) \tag{5-1}$$

ここにおいて，q_{mn} は，時間関数の係数であり，τ は $\tau=\omega t$ で定義される無次元時間である．式（4-7）に式（5-1）を代入することによって，板の運動エネルギーは，次のように書き換えられる．

$$T=\frac{bD_0\Omega^2}{8\omega^2a^3}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left\{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=1}^{N-1}X_m(\xi)Y_n(\eta)\omega\frac{\partial q_{mn}(\tau)}{\partial\tau}\right\}$$

$$\left\{\sum_{\bar{m}=0}^{M-1}\sum_{\bar{n}=1}^{N-1}X_{\bar{m}}(\xi)Y_{\bar{n}}(\eta)\omega\frac{\partial q_{\bar{m}\bar{n}}(\tau)}{\partial\tau}\right\}d\xi d\eta \tag{5-2}$$

$$=\frac{bD_0\Omega^2}{8a^3}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\bar{m}=0}^{M-1}\sum_{\bar{n}=0}^{N-1}\int_{-1}^{1}X_m(\xi)X_{\bar{m}}(\xi)\,d\xi\int_{-1}^{1}Y_n(\eta)Y_{\bar{n}}(\eta)\,d\xi\frac{\partial q_{mn}(\tau)}{\partial\tau}\frac{\partial q_{\bar{m}\bar{n}}(\tau)}{\partial\tau}$$

板の二つの歪みエネルギー式（4-2）,式（4-6）は，基本的に同じ形をとる．ここで L を式（5-3）によって定義する．

$$L=T-(U_1+U_2) \tag{5-3}$$

このとき，ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_{mn}}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_{mn}}=Q_{mn}(\tau) \tag{5-4}$$

は，この問題に適用できる．ここで，右辺の外力は式（5-5）によって得られる．

$$Q(\xi,\eta,\tau)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}Q_{mn}(\tau)X_m(\xi)Y_n(\eta) \tag{5-5}$$

すなわち，

$$Q_{mn}(\tau) = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} Q(\xi,\eta,\tau)X_m(\xi)Y_n(\eta)d\xi d\eta \tag{5-6}$$

ガラスパネルが $\xi_1 \le \xi \le \xi_2$，$\eta = \eta_1$（図 5-1 に示される x-y 座標系では，$x_1 \le x \le x_2$，$y = y_1$ に沿って示される．）の範囲で，PZT によって励起されるとき，式（5-6）は，外力の振幅である F を使って式（5-7）のように表される．

$$\begin{aligned} Q_{mn}(\tau) &= \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \{F\delta(\eta-\eta_1)e^{j\tau}\}X_m(\xi)Y_n(\eta_1)d\xi d\eta \\ &= FY_n(\eta_1)\left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} X_m(\xi)\,d\xi\right)e^{j\tau} \\ &= FI_x(\xi)Y_n(\eta_1)e^{j\tau} \end{aligned} \tag{5-7}$$

ここで，

$$I_x = \int_{\xi_1}^{\xi_2} X_m(\xi)\,d\xi \tag{5-8}$$

となる．このとき，式（5-1）から式（5-8）をまとめると非均一な式が得られる．

$$
\begin{aligned}
\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\Bigg[&\frac{D_0}{4\alpha a^2}\Omega^2 I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0000)}\ddot{q}_{mn}(\tau)\\
&+\frac{4D_0}{\alpha a^2}\Bigg[\frac{D_{11}}{D_0}I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2200)}+\frac{D_{12}}{D_0}\alpha^2\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2002)}+I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0220)}\right\}\\
&+\frac{D_{22}}{D_0}\alpha^4 I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0022)}+2\frac{D_{16}}{D_0}\alpha\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2101)}+I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1210)}\right\}\\
&+2\frac{D_{26}}{D_0}\alpha^3\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0121)}+I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1012)}\right\}+4\frac{D_{66}}{D_0}\alpha^2 I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1111)}\Bigg]q_{mn}(\tau)\\
&+\frac{D_0}{2\alpha a^2}\Bigg[\left\{\tilde{k}_1\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(-1)+\tilde{k}_3\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(1)\right\}\phi_{n\bar{n}}^{(00)}\\
&+\alpha\left\{\tilde{k}_2\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(-1)+\tilde{k}_4\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(1)\right\}\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\Bigg]q_{mn}(\tau)\\
&+\frac{2D_0}{\alpha a^2}\Bigg[\left\{\tilde{k}_{r1}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(-1)+\tilde{k}_{r3}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(1)\right\}\phi_{n\bar{n}}^{(00)}\\
&+\alpha^3\left\{\tilde{k}_{r2}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(-1)+\tilde{k}_{r4}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(1)\right\}\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\Bigg]q_{mn}(\tau)\Bigg]\\
&=FI_x(\xi)Y_n(\eta_1)e^{j\tau}\\
&\qquad(\bar{m}=0,1,\dots,(M-1),\bar{n}=0,1,\dots,(N-1))
\end{aligned}
\tag{5-9}
$$

行列表示において，式（5-10）のように単純な表示で書き換えられる．

$$
\Omega^2[M]\{\ddot{q}_{mn}\}+[K]\{q_{mn}\}=\{Q\} \tag{5-10}
$$

調和外力が線分に沿って仮定されるとき，定常応答の係数は，式（5-11）のように導かれる．

$$
\{q_{mn}\}=\{[K]-\Omega^2[M]\}^{-1}Fe^{j\tau} \tag{5-11}
$$

ここで，$[K]$ は式（5-12），$[M]$は式（5-13）で書かれる．

$$[K] = 16\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\Bigg[\left(\frac{D_{11}}{D_0}\right)I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2200)} + \left(\frac{D_{12}}{D_0}\right)\alpha^2\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2002)} + I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0220)}\right\}$$
$$+\left(\frac{D_{22}}{D_0}\right)\alpha^4 I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0022)} + 2\left(\frac{D_{16}}{D_0}\right)\alpha\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(2101)} + I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1210)}\right\}$$
$$+2\left(\frac{D_{26}}{D_0}\right)\alpha^3\left\{I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0121)} + I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1012)}\right\} + 4\left(\frac{D_{66}}{D_0}\right)\alpha^2 I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(1111)}$$
$$+\frac{1}{8}\Big[\left\{\tilde{k}_1\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(-1) + \tilde{k}_3\psi_{m\bar{m}}^{(00)}(1)\right\}\phi_{n\bar{n}}^{(00)} \qquad (5\text{-}12)$$
$$+\alpha\left\{\tilde{k}_2\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(-1) + \tilde{k}_4\psi_{n\bar{n}}^{(00)}(1)\right\}\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\Big]$$
$$+\frac{1}{2}\Big[\left\{\tilde{k}_{r1}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(-1) + \tilde{k}_{r3}\psi_{m\bar{m}}^{(11)}(1)\right\}\phi_{n\bar{n}}^{(00)}$$
$$+\alpha^3\left\{\tilde{k}_{r2}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(-1) + \tilde{k}_{r4}\psi_{n\bar{n}}^{(11)}(1)\right\}\phi_{m\bar{m}}^{(00)}\Big]\Bigg]$$

そして,

$$[M] = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} I_{m\bar{m}n\bar{n}}^{(0000)} \qquad (5\text{-}13)$$
$$(\bar{m} = 0,1,\dots,(M-1), \bar{n} = 0,1,\dots,(N-1))$$

変位応答は，式（5-11）を式（5-1）に代入することによって得られる．この式から，アクセレランスは，式(5-14)のように得られる．

$$\left|\frac{\ddot{w}(\xi,\eta,\tau)}{F}\right| = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} X_m(\bar{\xi})Y_n(\bar{\eta})([K] - \Omega^2[M])^{-1}\left(\frac{4\alpha a^2}{D_0}\right)I_x(\xi)Y_n(\eta_1) \qquad (5\text{-}14)$$

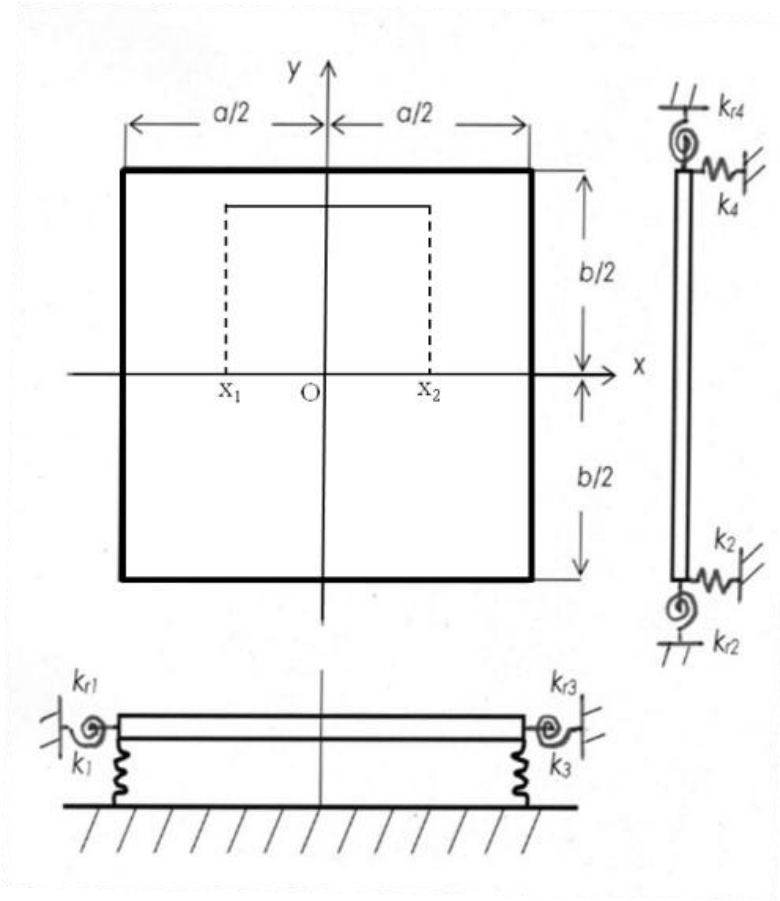


Fig.5-1 Rectangular plate elastically restrained by translational and rotational springs along four edges

5.2.2 応答解析の数値結果

図 5-2 は，厚さ 1mm，一辺の長さ 100mm の正方形板において，中心を加振した場合の FRF（周波数応答関数）の結果である．一ノ宮の適用した板の境界条件は単純支持であるため，本手法では垂直ばねのばね定数を十分大きく取るとともに，回転ばねのばね定数を自由にする（$k_{13,}\ k_{24} = 10000$，$k_{r13,}\ k_{r24} = 0$）ことで単純支持に相当するものとして計算を行った．板の固有振動数は表 5-1 に示す結果となった．本結果は，最大 3.9%の誤差であり，一ノ宮の報告とよく一致する結果が得られた．

図 5-3～5-8 は第 4 章で使用したガラスパネルと GA（遺伝的アルゴリズム）で同定したばね定数を用いたときの定常応答の様子を示す．これより，実験で得られた無次元振動数 13.1, 26.9, 28.6 はそれぞれ 2 次，4 次，5 次の固有振動数と一致することがわかる．しかし，1 次，3 次の固有振動数は現れなかったことがわかる．一方，図 5-10 は単純支持の場合の定常応答の様子を示すが，得られた 1 次，2 次，3 次の固有振動数は，実験と異なった．これらの結果から，弾性境界を適用した本手法は単純支持境界を適用した場合よりも精度が高く有効であることがわかった．

また，図 5-3～図 5-6 は，y 軸に対称に線状加振したときの FRF である．それぞれの図は加振源の x 座標を x=-0.2～+0.2 に固定し，異なる y 座標 y = 0,0.3,0.6,0.9 の線状加振の観測点（-0.5,0.9）での FRF である．加振する y 座標が大きくなるにつれ，発生する固有モード数の増加する様子がわかる．図 5-3 の $y = 0$ では，$\Omega = 0$～0.5 の範囲で 1 次，3 次，7 次の 3 つの固有振動数のみ現れるが，図 5-6 の $y = 0.9$ では，1 次～10 次のうち 8 つの固有振動数が現れている．さらに，図 5-7，図 5-8 は，y 軸に非対称に線状加振をした場合の FRF を示す．このとき，加振源の線長をでるた $\Delta x = 0.4$ とし，y 座標は $y = 0.9$ に固定した．また，図 5-6 の y 軸に対称な加振源をもつときと同様に加振源の線長を Δx = 0.4 とし，y 座標を y = 0.9 に固定している．このことより，線状加振源が線分方向に平行移動しても y 軸に対称であるか非対称であるかに関係なく，固有振動数とその大きさは変わらないことがわかる．また，図 5-9 は，図 5-6～図 5-8 と同様の y 座標（$y = 0.9$）で点加振したときの FRF である．発生する固有振動数は，線状加振と一致するが，アクセレランスは 1/100 程度に減少していることがわかる．これは，式（5-14）からわかるように，加振幅 Ix が小さく，

振動の発生起点となる板の変形領域が小さいためと考えられる．

製品のスマートフォンにおいては PZT がパネルを加振する．そこで，第 4 章の GA によって同定されたばね定数を使い，PZT を線状加振源とし製品のスマートフォンと同位置に配した条件で，ガラスパネルの定常振動応答を調査する．図 5-11 は PZT の位置$-0.9 < \xi < 0.9, \eta = 0.9$ に沿って励振された非対称な座標$(\xi, \eta)=(-0.5, -0.9)$で観測された FRF を示す．このとき，パネルは同定されたばね定数によって弾性的に拘束されている．またダンピングは含まない．最低次から 8 つのモードがアクセレランス応答の高いピークを持っているのがわかる．これに対し図 5-12 では，観測座標を板の中心$(\xi, \eta) = (0, 0)$とするとき，中心を通過する節線を持つモード$(i, j) = (1,2), (2,1), (2,2)$では共振のピークが現れない．観測座標の位置は，要求された座標で強い振動応答を生成するように選ぶことが重要であることがわかる．

また，図 5-13 はパネル端に沿った単純支持条件下の観測点$(\xi, \eta) = (-0.5, -0.9)$でのアクセレランス応答を示す．これは端を硬く拘束する条件なので，固有振動数は弾性条件よりも高くなる．固有振動数の数は弾性支持と同じ周波数範囲において 4 つだけで，モード形状は$(i, j) = (1,1), (1,2), (1,3), (2,1)$として同定される．また，図 5-14 では，図 5-12 で観測されたように，観測座標がパネルの中心$(\xi, \eta) = (0, 0)$であるため，中心を通過する節線を持つモード$(i,j) = (1,2), (2,1)$は観測されない．単純支持条件は実際の端を拘束されたガラスパネルの振動応答に適用できないことわかる．

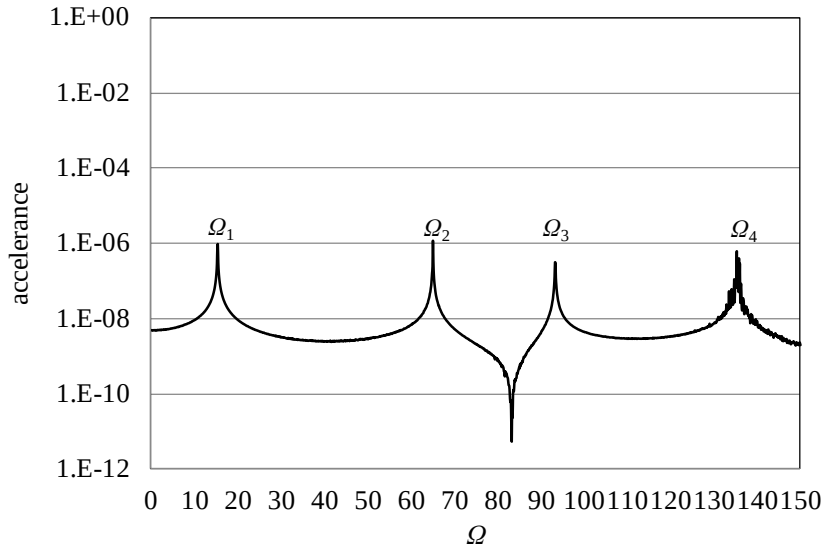


Fig.5-2 Steady-state response under elastic supported edges

Table 5-1 Natural frequencies of square plate

	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4
Present	15.4	65.1	93.3	139.0
Ichinomiya	16.0	63.5	92.3	134.6
Dif[%]	-3.9	2.5	1.1	3.1

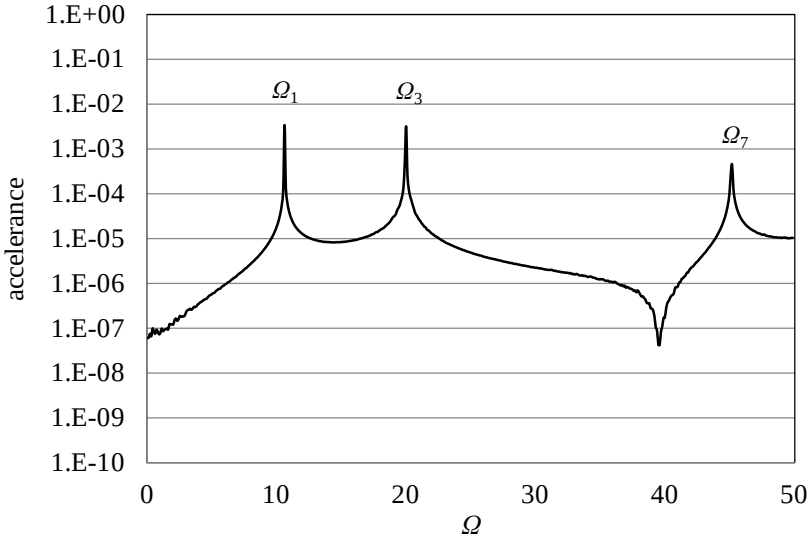


Fig.5-3 Steady-state response under symmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.2～+0.2, 0.0)

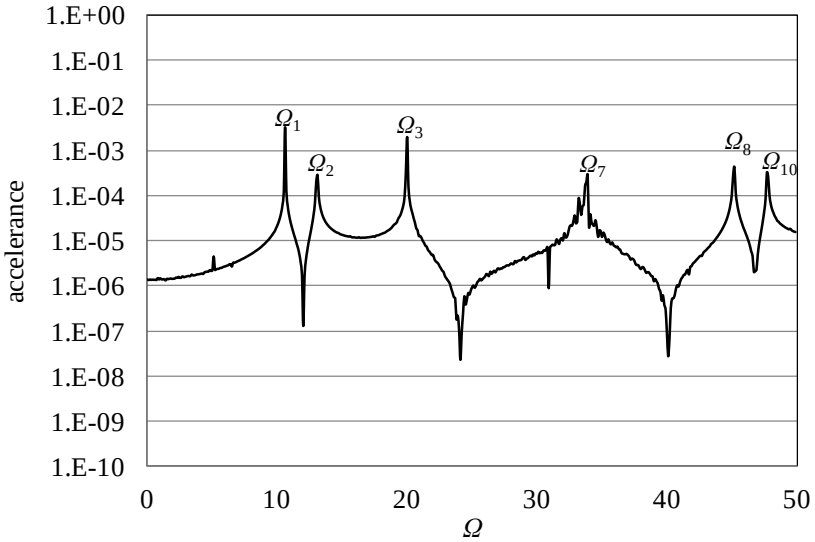


Fig.5-4 Steady-state response under symmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.2～+0.2, 0.3)

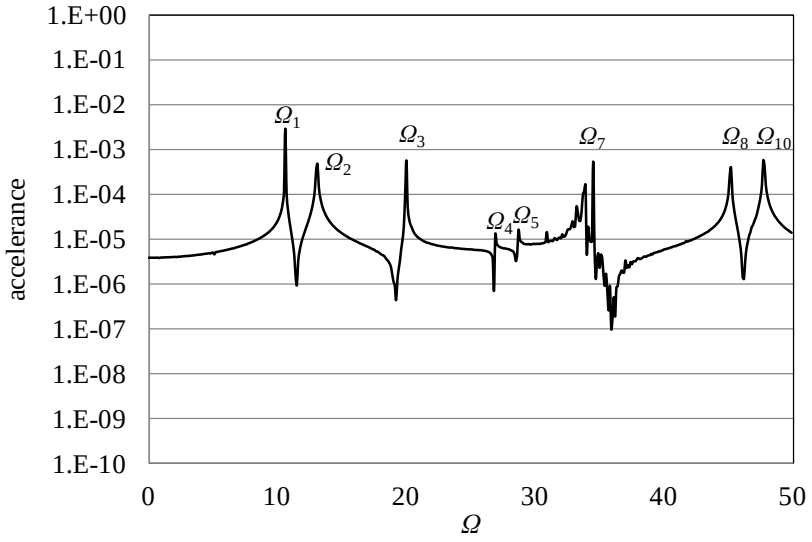


Fig.5-5 Steady-state response under symmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.2～+0.2, 0.6)

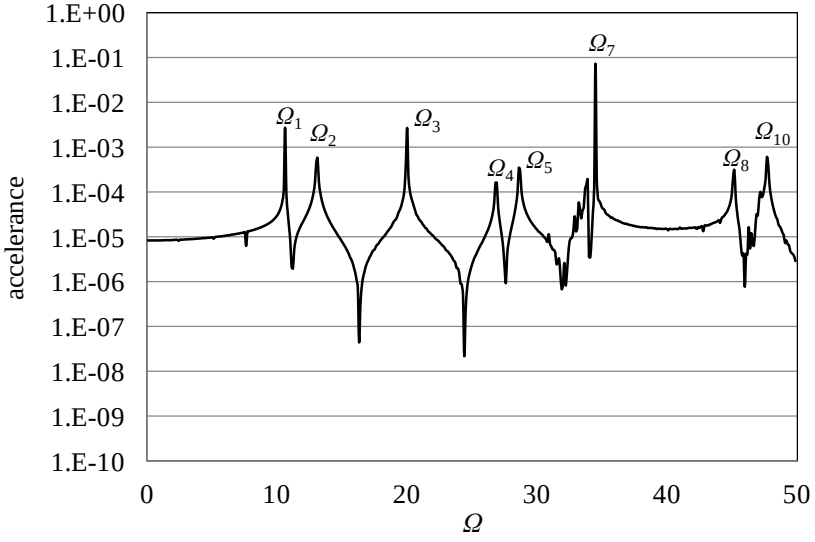


Fig.5-6 Steady-state response under symmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.2～+0.2, 0.9)

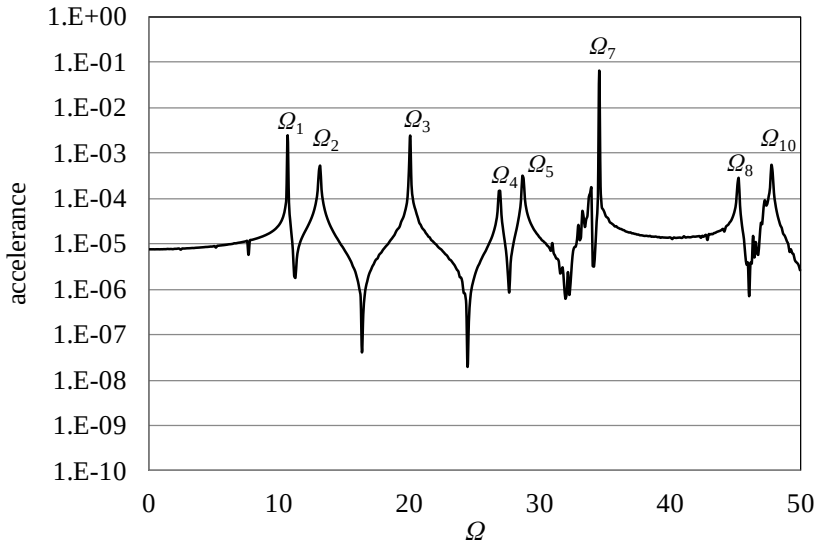


Fig.5-7 Steady-state response under asymmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.4～0.0, 0.9)

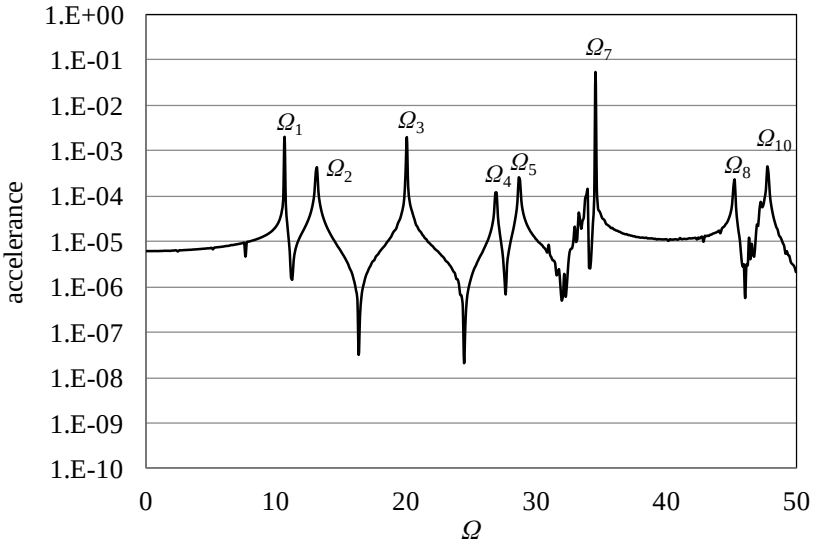


Fig.5-8 Steady-state response under asymmetric excitation
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (-0.9～-0.5, 0.9)

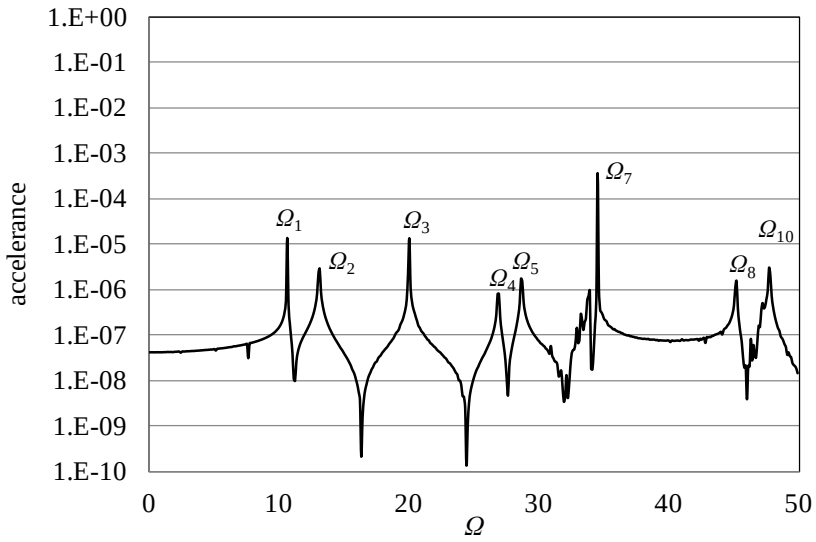


Fig.5-9 Steady-state response under point excitation.
observation point (-0.5, 0.9), excitation point (0.0, 0.9)

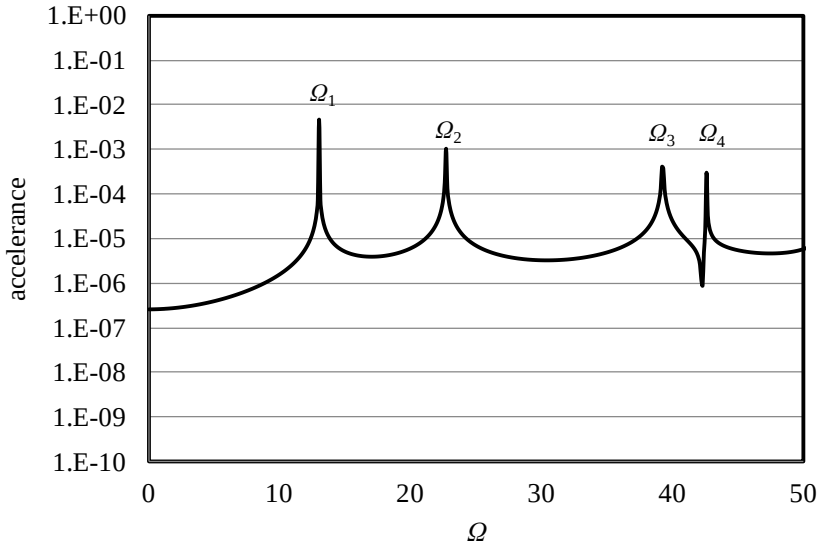


Fig.5-10 Steady-state response under simply support.
observation point (-0.5, 0.8), excitation point (-0.5, 0.5)

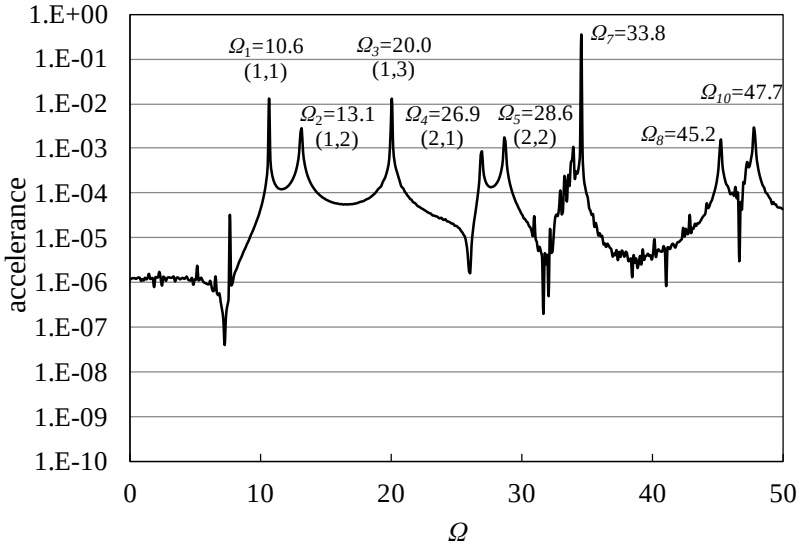


Fig.5-11 Steady-state response under identified elastic condition.
observation point (ξ,η) = (-0.5, -0.9), excitation point (-0.9～0.9, 0.9)
(i,j) = (half wave number in x direction, in y direction)

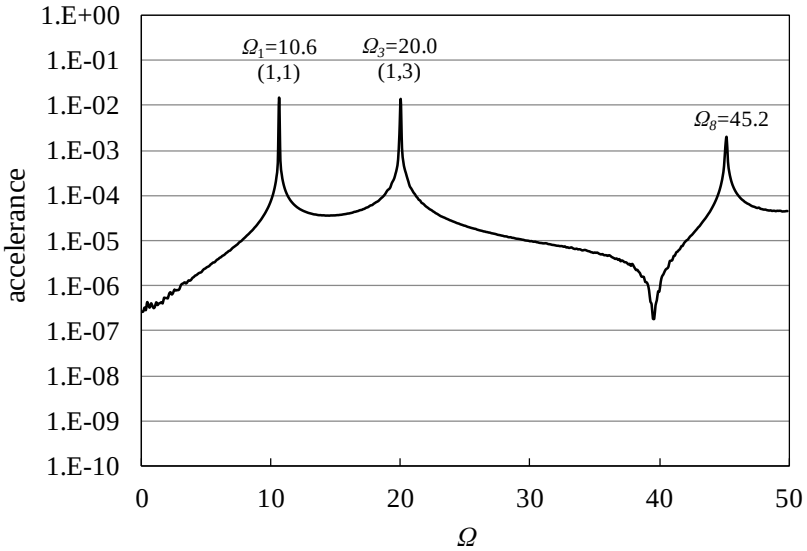


Fig.5-12 Steady-state response under identified elastic condition.
observation point (ξ,η) = (0.0, 0.0), excitation point (-0.9～0.9, 0.9)

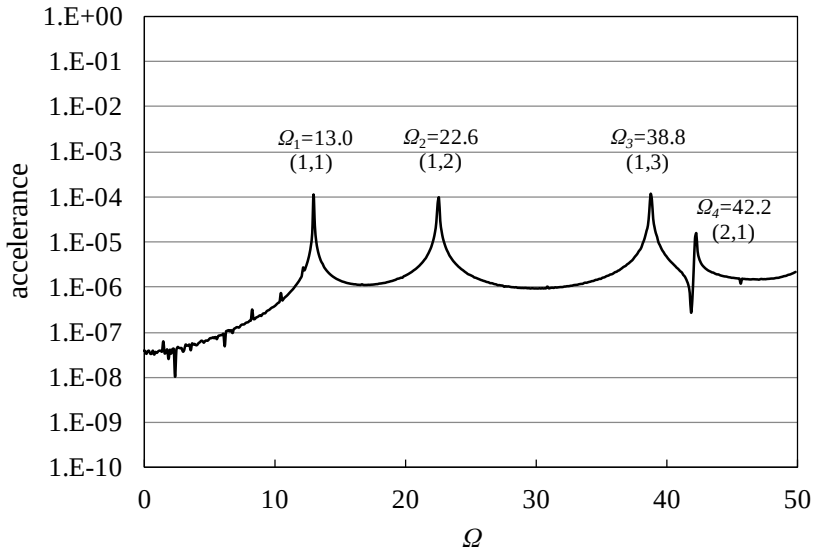


Fig.5-13 Steady-state response under simply supported condition.
observation point (ξ,η) = (-0.5, -0.9), excitation point (-0.9～0.9, 0.9)

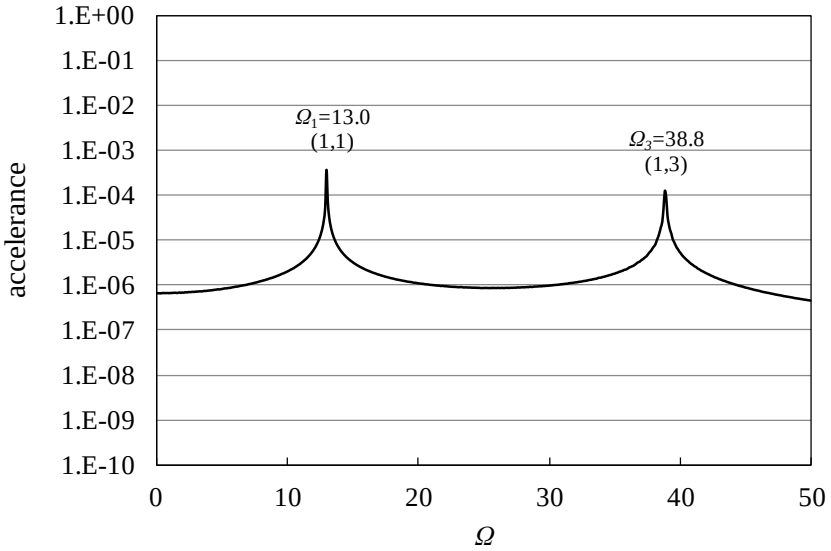


Fig.5-14. Steady-state response under simply supported condition.
observation point (ξ,η) = (0.0, 0.0), excitation point (-0.9～0.9, 0.9)

5.3　結言

本章では, ガラスパネルを線状加振した場合の動的応答の解析を行った. その際, 4 章で導いた板内の歪みエネルギー，弾性ばねのエネルギーおよび板の運動エネルギーから，ラグランジュ方程式を用いてアクセレランスを定式化した．次に正方形板を用いた点加振の動的応答について，数値解析の妥当性を確認した．そして，第 4 章で同定したガラスパネルの境界条件（四辺の垂直および回転ばね定数）を用いて，長方形ガラス板の FRF を解析した．その結果，水平中心線上から板の外周辺に近づくにつれて，発生する固有モードの増えることがわかった．また，線状加振において同じ線長で加振すれば，垂直中心線に対称，非対称に関わらず，アクセレランスは変わらないことがわかった．また，点加振では，1/100 のアクセレランスになることがわかった．さらに，PZT を線状加振源とし，製品のスマートフォンと同位置に配した条件で，GA によって同定されたばね定数を用いた場合と単純支持の場合の定常応答を比較検討した．その結果，単純支持条件は実験結果と振動応答が異なり，弾性支持条件が実験結果とよく一致することがわかった.

5.4　文献

[5-1] 一ノ宮修, 成田吉弘, 丸山晃市：FRP 積層長方形板の定常応答, *日本機械学会論文集*, Vol.55(511) (1989), pp.549-554

[5-2] 一ノ宮修, 成田吉弘, 丸山晃市：FRP 積層された片持長方形板の定常応答, *日本機械学会論文集*, Vol.55(516) (1989), pp.1897-1902

[5-3] 一ノ宮修, 成田吉弘, 丸山晃市：弾性支持された FRP 積層長方形板の振動解析, *日本機械学会論文集*, Vol.55(520) (1989), pp.2939-2944

[5-4] 細川健治，河島勝也，矢田貴嗣，坂田敏行：FRP 対称積層板の強制振動解析, *機論*, vol.62(601) (1996), pp.3381-3386

第６章
振動機能を有するガラスタッチパネルの感性評価

6.1 緒言

21 世紀に入り，電気マッサージ器やテレビゲームのコントローラーのような振動を利用した電化製品の普及に伴い，触感に関する工学的研究が進められている．例えば，触感センサ[6-1]や電気触覚ディスプレー[6-2]，微小振動子を用いた触覚ディスプレー[6-3]などの開発がそれぞれ行われている．

さらに近年では，スマートフォンやタブレット端末など，入力デバイスとしてタッチパネルを搭載した情報機器が数多く使用されている．しかし，それらの操作性において「キーボードのような物理ボタンと比べて入力が遅く不正確になりやすい」点や「視覚障がい者にとって扱うのが難しい」点などが短所として挙げられている．このような欠点が生じる原因として，物理的な応答であるクリック感の欠如がある．そして，その解決策として振動刺激による触覚フィードバックが考えられており，それに関連した研究が多くなされている．

また，2015 年 9 月に Apple 社が発売した iPhone 6s には，圧力センサによるプレス操作「3D Touch」対応のタッチパネルが搭載されており，操作時に手にフィードバックを返す振動デバイス「Taptic Engine」が内蔵されている．このデバイスは通常の押操作に加え，「浅押し（Peek）」と「深押し（Pop）」の 2 種類の強さのタッチを検知することにより，操作性の向上を実現している．

タッチパネルのテクスチャ感や硬軟感，温度感などの提示について取り扱った研究は多く見られる．また単純な振動刺激でも多様な触力覚が提示可能であること[6-4]が明らかにされている．しかし，実際に画面を押し込んだような感覚を与える振動刺激に関する研究は少ない．

そこで本章では，スマートフォンの PZT（圧電トランスデューサ）に対して任意の入力電圧を与えることで，パネルの振幅や振動時間を様々に変化させたときの振動刺激の印象評価を行うことを目的とし，最終的にはタッチパネル独自のクリック感を追求する．本研究では，タッチパネルに振動応答機能を有するスマートフォン

として Apple 社よりも先行して市販された富士通製らくらくスマートフォン（F12-D）を用いた.

6.2 実験方法と感性応答の測定

6.2.1 実験目的

クリック感を向上させるために入力波形の改善を試みる．図 6-1 に実際の物理ボタンを押したときに得られるストロークと荷重の関係を示す．このような曲線をタクタイルフィーリングカーブ[6-5]と呼び，ピーク点 P1，ボトム点 P2，終点 P3 というように変曲点を持ち荷重が変化するという特徴がある．本研究では，この曲線におけるボトム点（P2，以下谷と呼ぶ）を模擬することによってクリック感の向上効果が得られるか検証実験を行う．また，得られた結果から階層クラスター分析を行い，評価が同様となる振動パターンを分類した.

6.2.2 測定装置

実験には富士通製のスマートフォン F-12D（図 6-2）を用いた．PZT は図 6-3 の丸印の位置にあり，パネル裏面の上端に直接接着されている．PZT の定格入力周波数は 200±3 Hz，定格電圧は 150 Vpp である．PZT の周波数特性を図 6-4 に示す．また，インパルスハンマーにより多点加振一点計測で実験モード解析を行った結果，タッチパネルへの第 1 次の固有振動数は 477 Hz が得られ，第 1 次の固有振動モード形状は図 6-5 のようになった.

6.2.3 測定方法

本実験においてスマートフォン（F-12D）の PZT へ任意の入力電圧を実装する際，Immersion 社製の Motiv™ Studio および TouchSense 技術（同社独自の組込み型振動制御技術）を利用した．実験前の準備としてはまず，MATLAB の Signal processing toolbox を用いて任意の振動波形を作成する．次に Motiv™ Studio を用いて PC からスマートフォンに入力信号波形をインストールする．これにより，Android 上で動作するソフトウェアにおいて,圧力検知時に任意の入力電圧を PZT に印可可能となる.

そして，被験者が印象評価を実施する際に余計な配線などを意識することなく，通常時と同様に操作できる．

入力電圧としては表 6-1 に示した 9 種類を用いた．No.1 と No.2 は対称な凹の 2 次チャープ信号であり，周波数が最小周波数 10 Hz から最大周波数 220 Hz となるように推移する．具体的には，f_0 を瞬間最小周波数，f_1 を瞬間最大周波数とすると，式によって与えられる瞬間周波数スイープ $f_i(t)$が指定される．

$$f_i(t) = f_0 + \beta t^2 \tag{6-1}$$

$$\beta = \frac{(f_1 - f_0)}{t_1^2} \tag{6-2}$$

次に，No.3, No.4 は最初に最大周波数が入力され，最後は f_2（f_0 と f_1 の中間値）までのみ上昇するため「強−弱スイープ信号」と名付ける．同様に No.5, No.6 は最初に f_2 が入力され，最後は最大周波数まで増加するため「弱−強スイープ信号」と名付ける．これら No.1 から No.6 に関しては，前節で述べた低荷重点（谷）を再現するために用意した振動パターンである．振幅は一定であるものの，周波数の違いによってあたかも 2 回振動したかのように感じさせることが目的である．

比較のため，No.7，No.8 には，事前に行った実験で被験者からクリック感の観点で高評価を得ていた窓関数付き正弦波（220 Hz, 0.01 秒），単一周波数正弦波（220 Hz, 0.1 秒）をそれぞれ設定した．さらに，No.9 は F-12D に初期搭載されていた振動データとし，現製品との比較検証のために設定した．No.9 に関しては，図 6-6 に示す 300 Hz, 4 周期の単純正弦波の直後に, 制振用の信号（約 52 Vpp, 10 ms, Fade time = 2.0 ms）も入力されるものとなっている．また，これらの入力電圧はいずれも振幅を±75 V になるように設定している．各入力電圧を図 6-6 に示す．ただし，縦軸は電圧を±1 V になるように正規化した値を示しており，横軸は時間[sec]を表している．また，各入力電圧によるパネル面の振動応答（LDV で非接触に計測）も図 6-6 の入力信号の直下に示す．

6.2.4 実験と測定手順

本実験では，まず机上に置いたスマートフォンのパネルに電卓アプリのキーを表示させる．次に，被験者がキーを押させ，パネルの振動応答を感じさせた．この際，タッチと判定される圧力のトリガーは 1.5 N に設定し，被験者の指による圧力がこの値を越えたときに，あらかじめ設定された入力電圧が PZT に印可される．具体的な手順としては，図 6-7 に示した画面上で，被験者の利き手人差し指で「AC」→「1字削除」→「÷」の順に一度ずつ押させる（図 6-8）．ただし，この 3 つのキーからは全て同じ振動が出力される．これらのキーは図 6-5 の第 1 次モード形状において，振幅が大きい位置にあることから適用した．その後，被験者が感じた振動について 3 つの形容詞対「クリック感のない - クリック感のある」「軽い - 重い」「浅い - 深い」において，それぞれ 5 段階の判定を実施させた．このとき，クリック感の定義は「スイッチやキーなどのボタンを押し込んだような感覚」とし，画面が沈み込んだような錯覚が得られるかという観点から評価されるように配慮した．

実験の準備として，ユーザー特性に関する以下の 5 項目のアンケートを実施した：(1)性別 (2)年齢 (3)利き手 (4)スマートフォンの操作方法 (5)好きなキーボード触感の方式（メンブレン方式，パンタグラフ方式から選択）

次に被験者に事前に実験の流れを把握させるため，例題として用意した振動刺激（単純正弦波，220 Hz, ±75 V, 0.04 秒）に対して回答するところまでを体験させた．本実験では 9 種類の振動刺激をランダムに 1 つずつ与えて，順序効果の影響が極力現れないよう配慮した（図 6-9）．

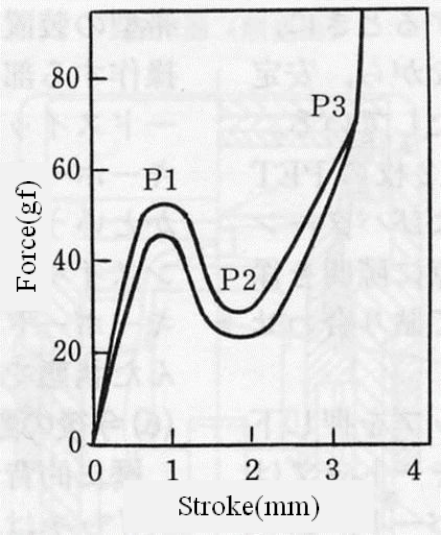


Fig. 6-1 Tactile feeling curve



Fig. 6-2 Front view of F-12D



Fig. 6-3 Position of PZT

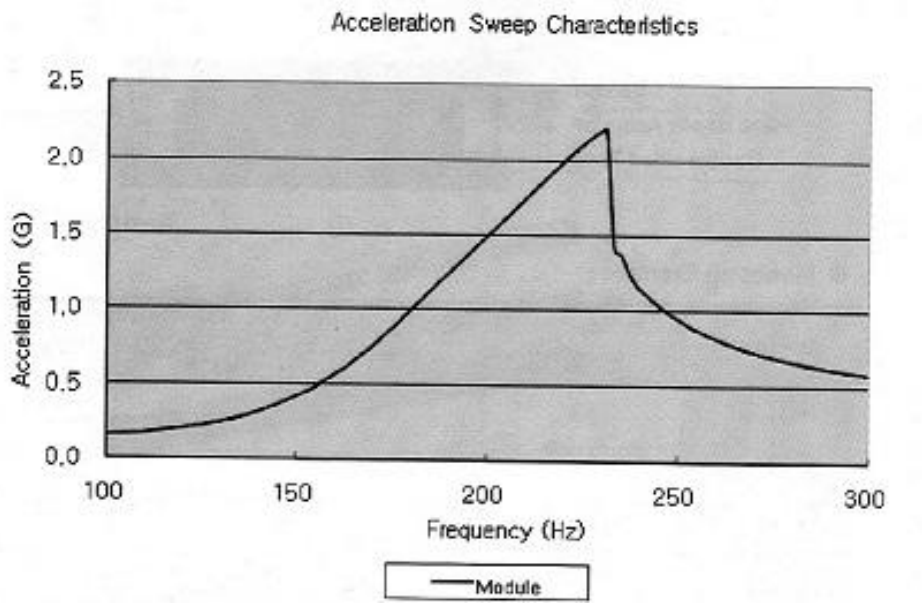


Fig. 6-4 Frequency response of PZT

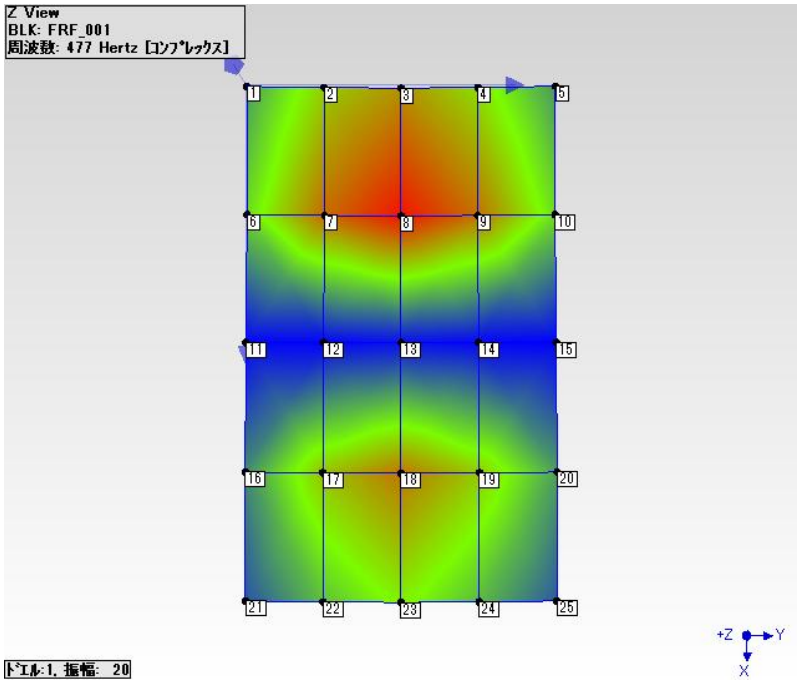
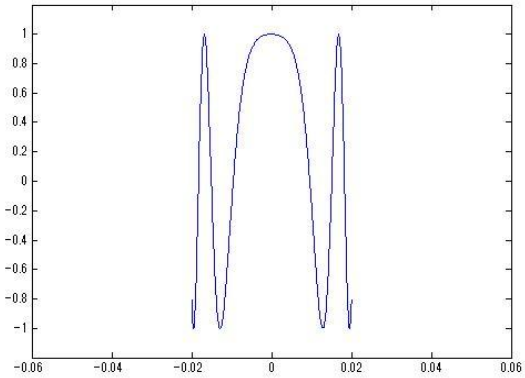


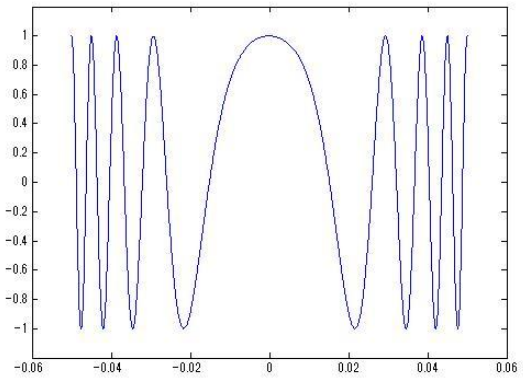
Fig. 6-5 Mode shape of fundamental frequency for F-12D touch panel

Table 6-1 Input signals employed in present study.

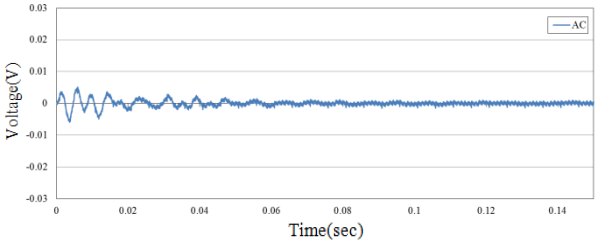
	Input signals	Time [sec]
No.1	Symmetrical sweep signal	0.04
No.2	〃	0.1
No.3	Strong-week sweep signal	0.04
No.4	〃	0.1
No.5	Week-strong sweep signal	0.04
No.6	〃	0.1
No.7	Sine wave with window function	0.01
No.8	Simple sine wave	0.1
No.9	F-12D original signal	Approx. 0.013



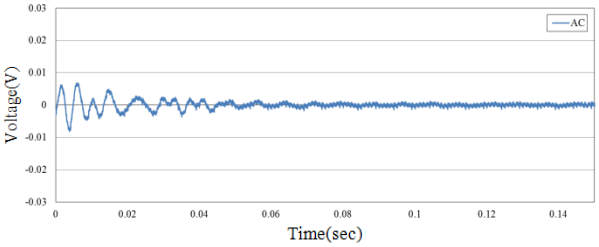
Input signal of No. 1



Input signal of No. 2



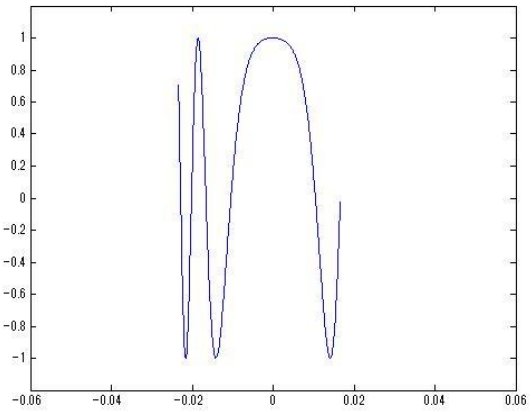
Vibration response of touch panel for No. 1



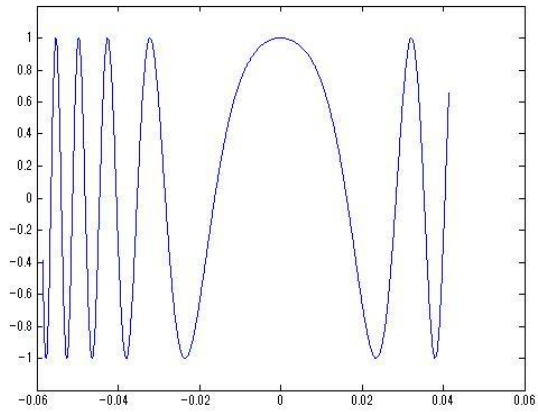
Vibration response of touch panel for No. 2

Fig. 6-6 Input signals and vibration response of touch panel for No. 1 – 9

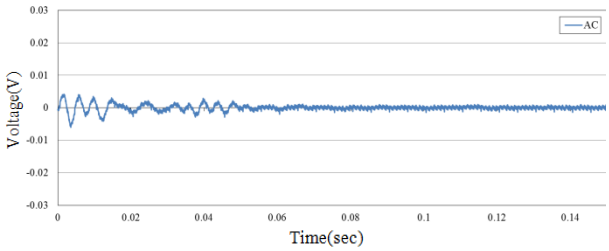
Fig. 6-6 (continued)



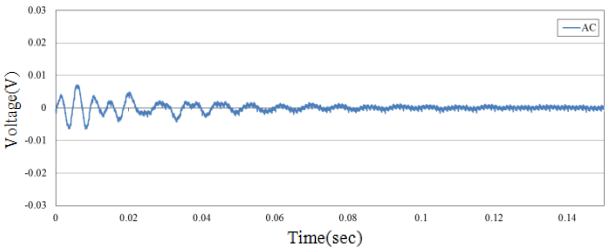
Input signal of No. 3



Input signal of No. 4

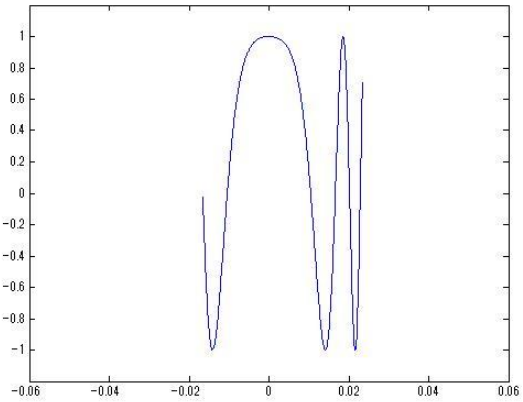


Vibration response of touch panel for No. 3

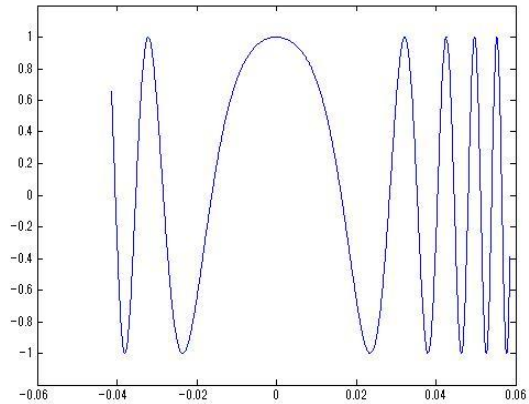


Vibration response of touch panel for No. 4

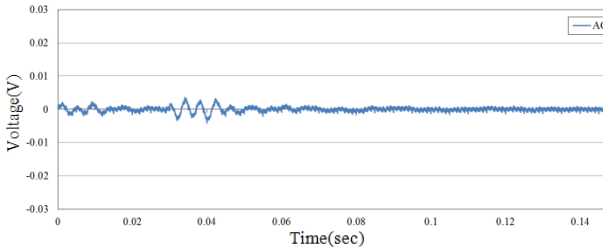
Fig. 6-6 (continued)



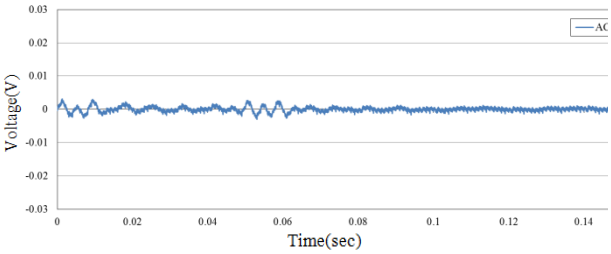
Input signal of No. 5



Input signal of No. 6

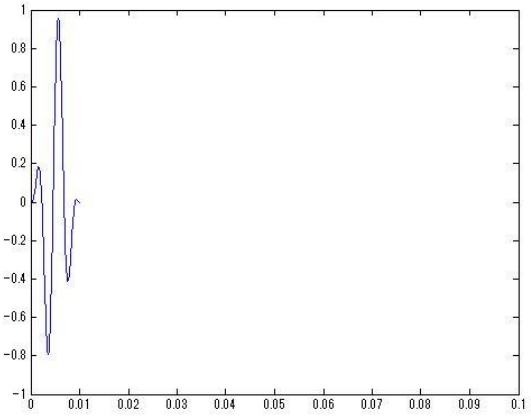


Vibration response of touch panel for No. 5

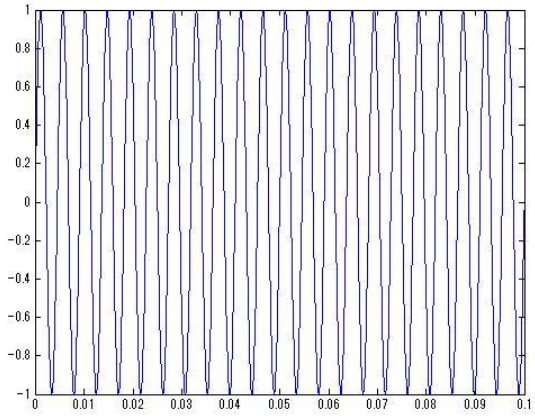


Vibration response of touch panel for No. 6

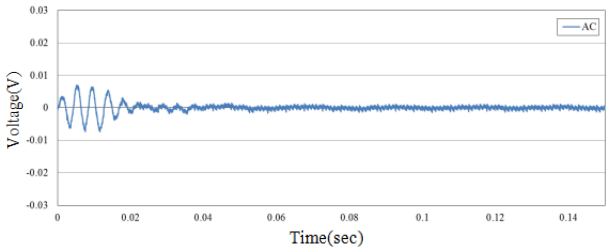
Fig. 6-6 (continued)



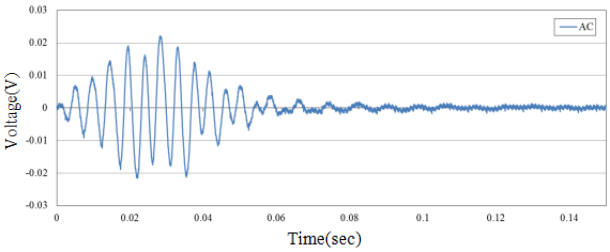
Input signal of No. 7



Input signal of No. 8

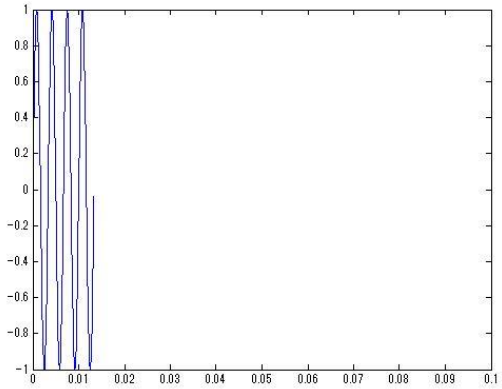


Vibration response of touch panel for No. 7

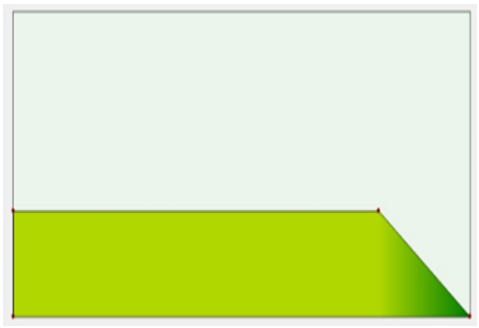


Vibration response of touch panel for No. 8

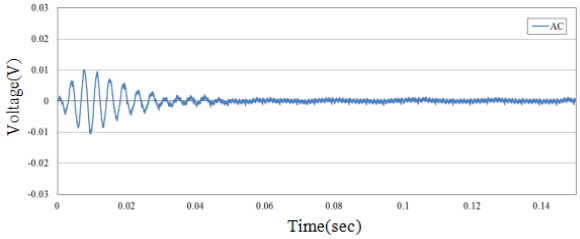
Fig. 6-6 (continued)



Input signal of No. 9



Input signal of No. 9 (brake)



Vibration response of touch panel for No. 9



Fig. 6-7 A part of displayed screen of calculator

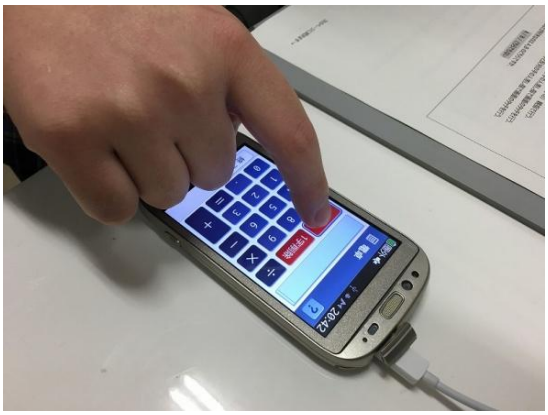


Fig. 6-8 Finger touch position

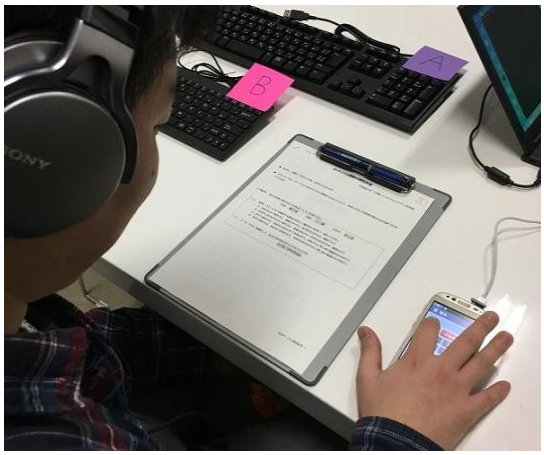


Fig. 6-9 Experiment image

6.3 測定結果と考察

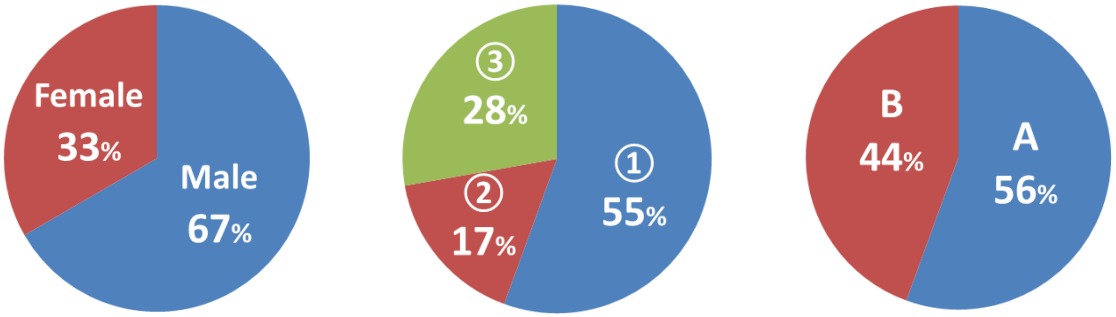
実験の被験者は 18 名（平均年齢 23.6 ±1.0 歳）であり，そのユーザー特性の詳細は図 6-10(a)から図 6-10(c)に示す通りとなった．図 6-10(a)は男女比を示している．図 6-10(b)はユーザーが普段行うスマートフォンの操作方法の割合を示しており，①利き手で装置を持ち，利き手の親指での操作，②利き手と反対の手で装置を持ち，利き手の人差し指での操作，③利き手で装置を持ち，利き手と反対の手の人差し指での操作を指している．また，図 6-10(c)はキーボードの触感の好みを示しており，A はメンブレン方式，B はパンタグラフ方式を示している．

次に，各振動パターンの評価平均値を図 6-11 に示す．CL はクリック感，WT は重さ感，DP は深さ感を表す．グラフ形状がほぼ一致していることから，重く深い触感の振動ほどクリック感があると感じることが読み取れる．全入力電圧パターンの中では，単一周波数正弦波 0.1 秒（No.8）のみが，現製品搭載波形（No.9）よりもクリック感が高い結果となり，スイープ信号に関してはクリック感の高い結果が得られなかった．対称形（No.1, No.2）は若干正の値に寄った．また，非対称形（No.3 から No.6）は全体的に軽く浅い評価となり，クリック感の平均値は低くなっている．このことは，実験者が意図したタッチパネル振動応答を想定した入力電圧で再現できていないことを示している．搭載されている PZT は立上りと立下りに時間を有しており，また，タッチパネルは粘着テープによりスマートフォン本体に固定されているため，3～5 章で検証したように弾性境界条件と加振点の位置依存性，また減衰特性がある．これらのことを考慮した入力信号の設計により，よりクリック感のある応答を実現できると考えられる．

次に，階層クラスター分析により振動パターンの分類を行う．階層的方法とは，最も距離の近いサンプルから順に合併させ，新たなクラスターを形成していく方法である．最終的には類似したサンプルが隣り合うように並べるものである[6-6]．階層クラスター分析は結果をデンドログラムと呼ばれる樹形図で表現できるのが特色であり，クラスター数はその樹形図を見て決定される．クラスター生成法としては Ward 法を用いた．これはクラスターとしてサンプルをまとめるときに生じる，各サンプルの情報の損失量の増加分をクラスターの距離とする方法である．全てのクラ

スター内の偏差平方和の和をできるだけ小さくするように組み合わせていくため，比較的まとまりのあるクラスターをいくつか得ることができる．

図 6-12 から図 6-14 に示したのは評価項目ごとの樹形図であり，これらは全て縦破線によって 2 つのクラスターに分けている．図 6-12 はクリック感において各振動を 2 つに分類したものであるが，上部のクラスターには No.1 から No.6 まで全てのスイープ信号が含まれる結果となった．逆に下部のクラスターでは，単一周波数正弦波（No.8）のみが分類されており，スイーブ信号との明確な違いがあることがわかった．この傾向は深さ感の樹形図（図 6-14）でも同様に読み取ることができ，スイープ信号と単一周波数正弦波の間には触感覚において有意差のある振動パターンであることが明らかになった．



(a) Ratio of male/female.

(b) How to operate smartphone.

(c) Preferred keyboard.

Fig. 6-10 Characteristics of examinees

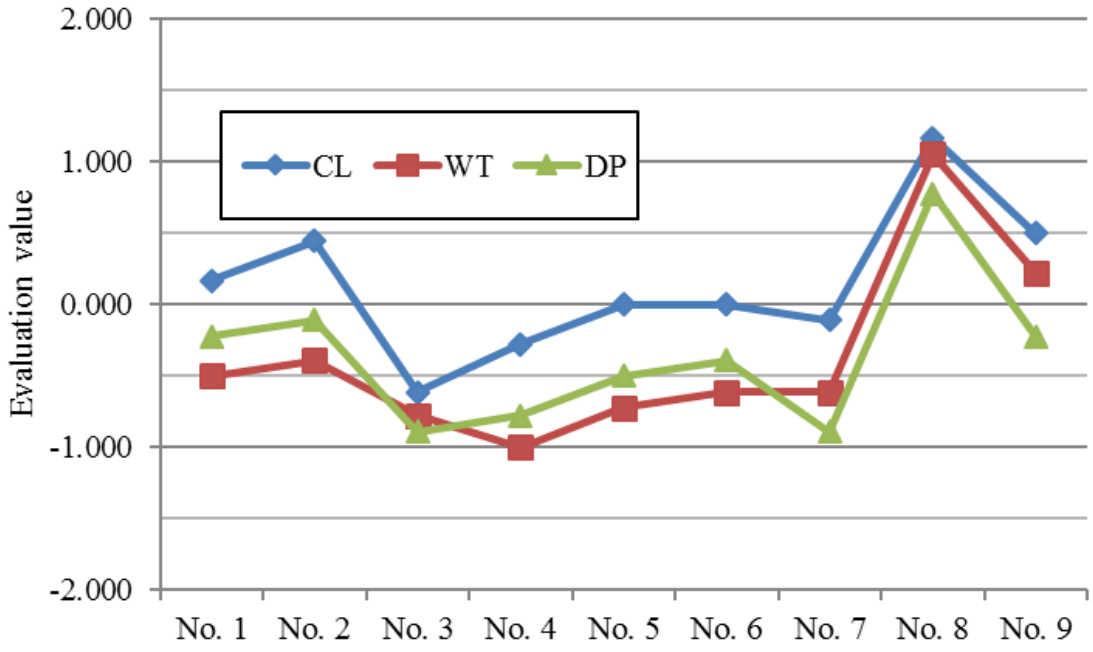


Fig. 6-11 Evaluation value of tactile

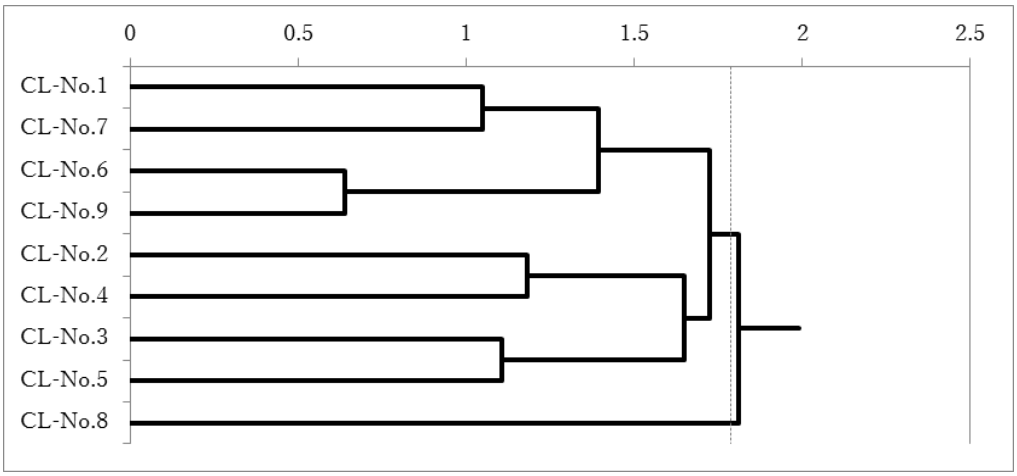


Fig. 6-12 Dendrogram of click feeling

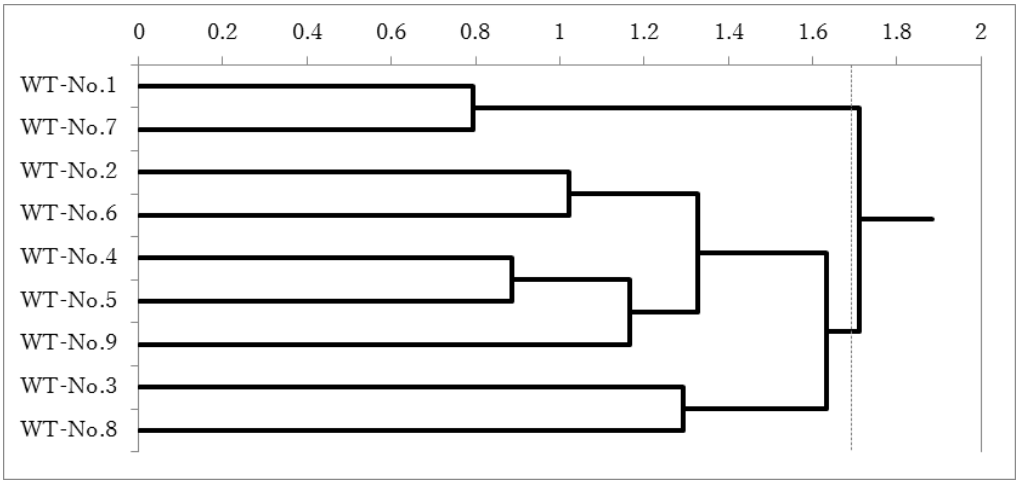


Fig. 6-13 Dendrogram of weight sense

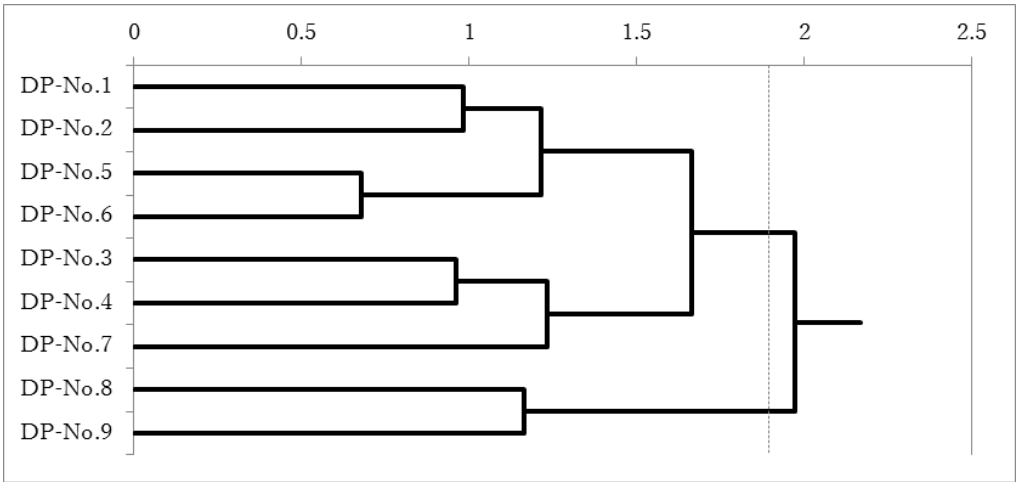


Fig. 6-14 Dendrogram of depth sense

6.4 結言

本章では，荷重曲線の谷を模擬することにより，クリック感の向上効果を検証した．また，得られた結果から階層クラスター分析を行い，評価が類似する振動パターンを分類した．

実験結果から，単一周波数正弦波信号で最も高いクリック感が得られ，谷を模擬することを意図したスイープ信号ではクリック感の評価が低い結果となった．また，階層クラスター分析により，単純正弦波信号は重く深いキーに類似すると知覚され，逆にスイープ信号では軽く浅いキーと類似した結果が得られることが確認できた．この結果は，本章で適用した入力信号では実験者が意図したようなパネルの振動応答が得られていないと考えられる ．

また，実験に影響を与える要素として，電卓アプリの視覚エフェクト(陰影)が挙げられる．具体的には，「画面を触れた瞬間にボタン周囲の枠線が現れる」かつ「押し込むとボタン自体が暗くなる」ことで，深く沈み込んだような印象を与えるエフェクトが設定されている．この機能により，「思ったより(視覚で感じるより)クリックしている感覚が少ない」という印象を与えていることも考えられるため，今後の実験ではこの点も考慮する必要がある．

6.5 文献

[6-1] 下条誠，前野隆司，篠田裕之，佐野明人: 触覚認識メカニズムと応用技術-触覚センサ・触覚ディスプレイ-，*S&T 出版株式会社*，(2013)

[6-2] Gescheider G. A., Bolanowski S. J. and Hardick K. R.: The frequency selectivity of information-processing channels in the tactile sensory system, *Somatosensory & Motor Research*, 18 (2001)

[6-3] 向坊由佳，白土寛和，昆陽雅司，前野隆司: ヒト指の機構と知覚機構を模倣した触覚センサ，*日本機械学会ロボティクス．メカトロニクス講演会公演概要集*，1P2-N-105（2005）

[6-4] 高橋将文，黒木忍，新居英明，川上直樹: タッチパネルのための環境型電気触覚ディスプレイ，*日本機械学会ロボティクス．メカトロニクス講演会公演*

概要集, 1P1-G05（2009）

[6-5] 井上雄文: 電子部品大辞典, *株式会社工業調査会*, (2002)

[6-6] 菅民郎: 多変量解析の実践（下）, *現代数学社*, (2007)

第 7 章
総括

本論文では，携帯電話に用いられるガラスパネルの振動に関し，様々な観点から研究を行った．

2 章では，正方形，長方形，台形および円形のガラスパネルに関する振動特性について解析および実験から検証を行った．その際，各形状のガラスパネルを自由支持し，ガラスパネルの固有振動数およびモード形状を比較検証した．その結果，ガラスパネルの形状が変わっても FEM（有限要素法）と実験で得られた固有振動数，固有モードに有意差がないことを確認した．そして，アモルファス構造を形成するガラスパネルにおいても連続体力学を適用できることを示した．

3 章では，スマートフォンにおいて PZT（圧電トランスデューサ）を使い，ガラスパネルの振動強度を増加させるための加振構造を検討した．実用性も考慮して検討した結果，周囲が拘束されたパネルにおいて，従来の並進加振よりもモーメント加振の方が有利であることを FEM および実験により示した．

4 章では，スマートフォンのガラスパネルの精密なモデル化と解析方法の確立を最終目標として，周囲が粘着テープで接着されたガラスパネルの振動解析と実験を行った．解析では薄板理論を適用して，ガラスパネル周囲の粘着テープを垂直ばねと回転ばねでモデル化し，エネルギー法による定式化を行った．また，実験で得られた固有振動数の値を用いて，GA（遺伝的アルゴリズム）により垂直ばねと回転ばねのばね定数を同定した．そして，古典理論による単純支持境界での解析よりも弾性支持境界を適用した本解析方法が有効であることを確認した．

5 章では，ガラスパネルを線状加振した場合の動的応答の解析を行った．まず，ラグランジュ方程式を用いてアクセレランスを定式化し，数値解析の妥当性を確認した．その後，第 4 章で同定したばね定数を用いて長方形ガラスパネルの FRF を解析した．そして，加振点と観測点を変えた場合の固有モードの変化の様子を考察した．

6 章では，タッチパネルを振動させてクリック感を創出することを目指し，荷重曲線に谷を模擬した出力で検証を行った．そして，得られた結果で階層クラスター分析を行い，評価の類似する振動パターンを分類した． その結果，谷を模擬したスイープ信号ではクリック感の印象評価が低く，単一周波数正弦波信号で最も高いクリック感の印象評価が得られた．また，深く沈みこむ画面を演出した視覚効果に，クリック感を向上させる可能性のあることがわかった．

本研究結果は，スマートフォンの他，今後開発の増加が予想されるパネルの振動機能を利用した工業製品の発展に貢献するものと考える．

謝辞

本研究の遂行にあたり，適切なご助言とご指導を賜りました北海道大学大学院工学研究院　成田吉弘名誉教授，本田真也准教授のご両名に対して謹んで感謝の意を表します.

成田名誉教授には, 社会人博士課程での研究へと導いていただいたことに始まり，研究の方向性，取組み方から本論文の執筆に至るまで懇切丁寧にご指導をいただいたことは誠に光栄でした．本田准教授には，研究が行き詰った際に幾度となく質問をさせていただき，その都度，適切なご助言をいただいたことに感謝いたします.

また, 本研究の実験に協力いただいた中部大学大学院工学研究科　細川健治教授，北海道大学大学院工学研究院　李美龍助教，本論文へ貴重なご助言をいただいた北海道大学大学院工学研究院　佐々木克彦教授，小林幸徳教授に対し，ここに謝意を表します.

平成 28 年度 修了研究生 白川祐嗣君，修士学生 藤田惇平君には実験データの取得など大変お世話になりました.

平成 29 年 11 月

海藤　義彦