



Title	TRAPPIST-1 系地球型惑星における水蒸気大気の流体力学的散逸とその観測可能性
Author(s)	渡辺, 健介
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13132号
Issue Date	2018-03-22
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k13132
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/73156
Type	doctoral thesis
File Information	Kensuke_Watanabe.pdf



学位論文

TRAPPIST-1 系地球型惑星における
水蒸気大気の流体力学的散逸と
その観測可能性

渡辺 健介

WATANABE Kensuke

北海道大学 大学院 理学院
宇宙理学専攻 惑星宇宙グループ

Department of Cosmosciences, Graduate school of Science,
Hokkaido University,
Planetary and Space Group

2018 年 3 月

要旨

近年、太陽から 12 pc の比較的近傍に位置する赤色矮星 TRAPPIST-1 に 7 つの系外惑星が発見され、もっとも外側の軌道を持つものを除く 6 つの惑星は地球程度の質量と半径を持つと推定されている。この中で 3 つの惑星は、惑星表層で液体の水が安定に存在することを許す中心星放射条件を満たしており、近い将来の新型宇宙望遠鏡による観測で液体の水や生命の有無について、手掛かりが得られるものと期待される。

理論的に、これらの惑星はスノーライン付近で形成され、内側に移動してきたことが示唆されており、少なくとも形成時点においては水を豊富に獲得していた可能性がある。その一方、赤色矮星は、形成後数億年間継続する前主系列段階において、高い光度を維持するため、それに伴い現在は穏やかな中心星放射を受けている惑星も、過去に暴走温室状態にあり、中心星の EUV 放射によって水蒸気大気の流体力学的散逸を起こしていた可能性がある。

これまで TRAPPIST-1 系については、水蒸気があらかじめ大気下層で水素原子と酸素原子に全て解離した系を想定した半解析的な大気散逸モデリングしか行われてこなかった。しかし、水蒸気による放射冷却効果や水蒸気の光解離をもたらす吸熱反応は、散逸率を低下させる働きを持つはずである。また膨張した大気の観測可能性を考える場合、多数の大気成分の動径分布を理解することが重要である。

そこで本研究では、多成分大気の一次元流体力学的散逸モデルを構築し、水蒸気による冷却効果や分子種間の化学反応過程を取り入れ、水蒸気大気からの大気散逸率を推定し、TRAPPIST-1 惑星系からどの程度水が失われたのか、また現在も流体力学的散逸が起きていた場合に、散逸大気の観測可能性について明らかにする。水蒸気主成分大気に対し、流体力学的散逸の物理過程や、散逸量、現在の大气構造の観測可能性などを明らかにするのは本研究が初めてである。

本研究で構築した数値モデルは、成分間の相対運動を拡散過程として記述する。水蒸気から導かれる 20 種の化学成分の一連の化学反応を組み込み、また EUV 照射の吸収、熱放射の射出については、主要成分の波長別の吸収断面積と大気内での放射伝達を考慮した。本モデルを、酸素含有成分を除き、ヘリウムとその派生成分を加えて、流体力学的散逸現象が確認されているホットジュピター HD 209458b の水素-ヘリウム大気にまず適用した。その結果、水素散逸流の流量、水素ガスおよび重元素の持ち上げに関する観測的制約を満たす結果が得られ、本数値モデルは HD 209458b における流体力学的散逸を再現可能であることが確かめられた。

次に、本モデルを惑星表面に液体の水の存在が許容される軌道半径からわずかに内側に外れている TRAPPIST-1d に適用し、水蒸気大気の散逸率と EUV 光度の進化を考慮した惑星年齢通じた総散逸量を推定した。この惑星に着目したのは、もし水が現存する可能性が示されれば、質量が大きく、中心星放射の弱いより外側の惑星に水が残っている可能性が高いといえるからである。流体力学的散逸の駆動源となる EUV 光度は TRAPPIST-1 のような M8 型の低質量恒星に対しては観測されていないため、同型の恒星に関する X 線強度の観測値からスケールリングを行って EUV 光度進化を推定した。ただし X 線強度の観測値の不定性を考慮して、強弱 2 通りの EUV 光度進化を与えた。

数値計算の結果、主に EUV 吸収を起こす高度領域において水蒸気による放射冷却が効き、散逸率が抑えられるとともに、水蒸気は計算領域下層で光解離し、上層では分子量の小さい大気成分が主要となることが示された。また EUV 放射強度が地球軌道上の平均値の 25 倍以上の場合は、散逸する水素原子と酸素原子の間に顕著な質量分別は生じなかった。

TRAPPIST-1d の形成から現在 (約 70 億年) までの水素原子や酸素原子の総散逸量は強い EUV 光度進化モデルに沿う場合、水素は 316 地球海洋水素質量相当、酸素は 268 地球海洋酸素質量相当である。弱い EUV 光度進化モデルに沿う場合は、総散逸量は著しく小さくなり、両元素とも約 1 海洋質量相当となった。前者の場合の総散逸量は、惑星質量の約 15% に相当する。ただしこの場合であっても、この惑星がスノーライン付近で形成され、初期に水を豊富に獲得した場合には、現在でも水を保有している可能性がある。

強い EUV 光度進化モデルに沿う場合、TRAPPIST-1 系の惑星では、今も流体力学的散逸が起きている可能性があり、この場合には高高度まで水素原子や酸素原子が持ち上げられる。そこで強い EUV 光度進化モデルにおける現在の EUV 放射を与えた場合の組成分布を用いて、トランジット最中央点における恒星光の減光率を推定した。TRAPPIST-1d では、Ly- α 線の減光率が約 30%、OI 輝線で約 25% となり、惑星の中心星に対する面積比に比べて著しく大きな減光率を示す。TRAPPIST-1b, c, e, f, g にも同様に当てはめたところ、ハビタブルゾーンに位置する TRAPPIST-e, f に対して TRAPPIST-1d と同程度の減光率が得られたのに対し、TRAPPIST-1c については惑星の重力による束縛が強く、大気上層の密度が希薄になるため、減光率はいずれの輝線も 10% 未満となった。これらの減光率から Hubble Space Telescope (HST) や 2020 年代打ち上げ予定の World Space Observatory-Ultraviolet (WSO-UV) で観測した場合、大気成分の同定に必要な露光時間を見積もった。HST で TRAPPIST-1b, c, d, e, f のトランジット観測がなされた場合、Ly- α 線の減光は一度のトランジット観測で検出可能であるが、OI 輝線の減光は検出が困難である。しかし、WSO-UV でトランジット観測が行われた場合、OI 輝線の減光を検出するための露光時間は TRAPPIST-1d, e, f で約 50 時間となる。この露光時間と各惑星のトランジット継続時間や公転周期を用いると、1 年程度の観測期間があれば、酸素大気を検出が可能である。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	本研究の目的	6
1.3	本論文の構成	6
第 2 章	数値モデル	7
2.1	基礎方程式	7
2.2	分子拡散, 渦拡散	8
2.3	化学反応	9
2.4	加熱率計算	12
2.5	計算手法	15
2.6	変数, 定数リスト	16
第 3 章	HD 209458b への適用	18
3.1	等温モデル	18
3.2	加熱大気モデル	21
3.3	García Muñoz (2007) との散逸率の比較	23
3.4	観測的な制約との比較	26
第 4 章	TRAPPIST-1 系への適用	31
4.1	EUV 光度	31
4.2	計算設定	32
4.3	水蒸気大気に対する散逸モデルの妥当性	34
4.4	計算結果	36
4.5	下部境界の設定が散逸率に与える影響	45
4.6	惑星質量の変更	47
4.7	TRAPPIST-1 系のお惑星	49
第 5 章	議論	53
5.1	散逸大気成分の質量分別	53
5.2	水の総散逸量の推定	55
5.3	スペクトルの妥当性	57
5.4	惑星大気の観測可能性	60
5.5	宇宙望遠鏡による検出検討	66
第 6 章	結論	74

第 7 章 謝辞	76
付 録 A 図集	77
A.1 Strong EUV model	77
A.2 Weak EUV model	85
A.3 Bolmont EUV ($L_X/L_{\text{bol}} = 10^{-5.0}$, $L_{\text{EUV}} = 5.00L_X$)	90
A.4 下部境界条件変更 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa)	95
A.5 下部境界条件変更 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa)	98
A.6 下部境界条件変更 (計算領域下端: $1.0 R_p$)	101
A.7 惑星質量変更	104
A.8 各惑星における流体力学的散逸計算	109
A.9 トランジット最中央点における輝線の減光率と柱密度分布	114
付 録 B 数値計算手法	124
B.1 CIP 法	124
B.2 セミ・ラグランジュ法	125
B.3 CFL 条件	126
B.4 化学反応の陰解法	127
B.5 光子の脱出確率	128
付 録 C 分子拡散速度式の導出	131
C.1 分子拡散速度の表式の導出	131
C.2 拡散係数の導出	139
付 録 D 数値モデルに用いたデータ	142
D.1 EUV データ	142
D.2 吸収断面積	143
D.3 光解離断面積	144
D.4 両極性拘束	146
D.5 拡散係数	146
D.6 化学反応による吸熱率詳細	150
D.7 H_2O の冷却率に関するデータ	153
References	155

第 1 章 序論

1.1 背景

1.1.1 TRAPPIST-1 惑星系

1992 年に初めて系外惑星が確認されて以降、これまでに 3700 個以上の太陽系外惑星が検出され、その中には存在を確認されており、地球質量程度のものも多く含まれている (<http://exoplanet.eu>). 近年、太陽近傍の赤色矮星 TRAPPIST-1 に 7 つの系外惑星が発見され、もっとも外側の軌道を持つものを除く 6 つの惑星は地球程度の質量と半径を持つと推定されている (Gullion et al., 2016, 2017, Wang et al., 2017, Luger et al., 2017 など).

この中で、TRAPPIST-1 e, f, g は Kopparapu et al. (2013) が示した、ハビタブルゾーン内に位置している (図 1.1). ハビタブルゾーンとは、組成や質量が惑星に類似した惑星の表面において液体の水が安定的に存在可能な軌道のことで、その位置と軌道は主に中心星光度依存している. TRAPPIST-1 系では、ハビタブルゾーンよりも主星近傍に 3 つの惑星 (b, c, d), さらにハビタブルゾーン以遠に 1 つの惑星 (h) が存在しており、各惑星は、中心星からの距離に応じ、それぞれことなる表層環境を有していると考えられる.

TRAPPIST-1 系は太陽系から 12.0pc と比較的近い距離に位置し、近く打ち上げ予定のジェームス・ウェッブ宇宙望遠鏡や 2020 年代初頭の打ち上げが提案されている国際紫外線宇宙望遠鏡 WSO-UV の目指す、系外地球型惑星の大気観測の最適な対象と目されている (Deeg and Belmonte, 2017). これらの観測から、現在は制約に乏しい系外地球型大気の組成や構造の解明、さらにはその惑星間の比較学の展開が期待される.

1.1.2 大気の組成

現在の TRAPPIST-1 系の惑星に、大気や水は存在しているのだろうか. これまでに、ハッブル宇宙望遠鏡 (以下, HST) やスピッツァー宇宙望遠鏡 (以下, SST) で TRAPPIST-1 系の惑星をトランジット観測した結果について概説する.

de Wit et al. (2016) は、HST を用いて TRAPPIST-1b, c のトランジットを 1.1 - 1.7 μm の波長帯で観測し、トランジットスペクトルを得た. 得られたトランジットスペクトルは平坦なプロファイルを持ち、大気があるとすれば平均分子量の高い成分 (例えば, H_2O など) で構成されたものであることを示唆している. Delrez et al. (2018) は、SST を用いて、3.6, 4.5 μm の各波長で TRAPPIST-1b トランジット観測を行った. 観測誤差のため断定はできないが、3.6 μm よりも 4.5 μm の方がわずかに減光が大きいことに着目し、TRAPPIST-1b の大気は H_2O より分子量の大きい気体 (例えば, CO_2) が支配的である可能性を議論している.

他方、Bourrier et al. (2017) では、TRAPPIST-1b や c のトランジット時における Ly- α 線のスペクトル変化を HST を用いて観測し、恒星に対する惑星の面積比から期待される割合よりも強

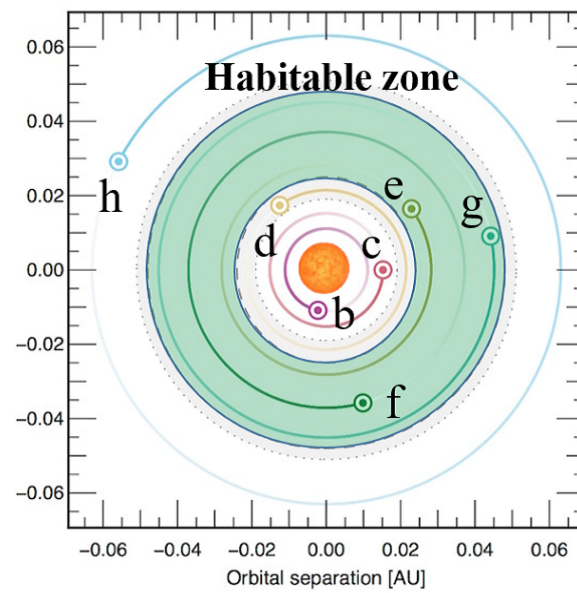


図 1.1: TRAPPIST-1 の各惑星の軌道を示した図. 薄緑色の領域は Kopparapu et al. (2013) で推定されたハビタブルゾーンを表している. Gillon et al. (2017) Figure 1(d) より引用 (一部改変).

い減光を捉えた (図 1.2). この観測結果から彼らは, TRAPPIST-1b と c が赤外観測から推定された大気組成に反して広がった水素大気を持つことを示唆している. しかしながら, このスペクトルの変化は中心星の活動変化により, Ly- α 線の線強度が減少した可能性も残っている.

以上のように, 現時点では, TRAPPIST-1 の惑星系における大気の組成や水の有無などについて, 観測的な制約は確立していない.

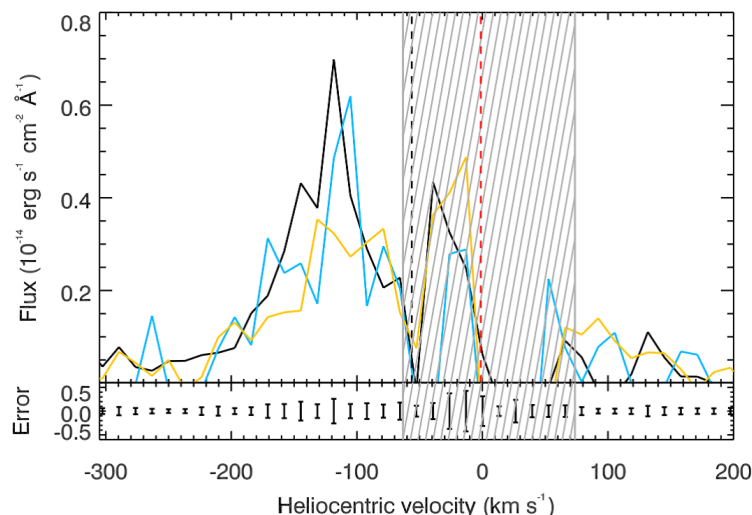


図 1.2: TRAPPIST-1 b および c の Ly- α 線のトランジット観測結果. 横軸は日心視線速度, 縦軸は波長あたりの単位面積当たりのフラックスを示している. 黒色線は複数回観測した中心星の Ly- α 線スペクトルを平均した値, 青色線は TRAPPIST-1b のトランジット時におけるスペクトル, 黄色線は TRAPPIST-1c のトランジット時におけるスペクトルを表している. 黒色, 赤色の点線はそれぞれ中心星, TRAPPIST-1 系付近に存在する局所星間雲の視線方向の速度, 斜線の領域は星間雲による吸収やジオコロナによる放射の混入がある波長帯を示している. Bourrier et al. (2017) Figure 1 より引用.

1.1.3 水散逸問題

TRAPPIST-1 系は最も外側の惑星でも中心星から 0.06 AU 程度しか離れておらず, 非常にまとまった系となっている. また, 内側の 6 つの惑星は, 軌道周期が内側から順に, 1.51(b), 2.42(c), 4.04(d), 6.06(e), 9.1(f), 12.35(g) 日と推定されており, これらの値は近似的に簡単な整数比をなしていることから, 軌道共鳴に陥っている可能性がある (Gullion et al., 2017). このようなコンパクトな系を形成するには, 各惑星は中心星から遠方で誕生し, 原始惑星系円盤との相互作用によって, 内側に移動してきたことを示唆する (Gullion et al., 2017). Ormel et al. (2017) は, スノーライン付近で原始惑星系円盤の外側領域由来の cm - m サイズのペブル集積により原始惑星が成長し, それらが内側にタイプ I 移動を起こすことで現在のコンパクトな惑星系が形成されたと提案している. これらのことから, TRAPPIST-1 の惑星系は形成時点において, 水を豊富に獲得していた可能性が考えられる.

TRAPPIST-1 系の惑星における水の安定性については, 過去から現在に至る中心星放射の強

さに基づいて議論することが出来る．TRAPPIST-1 の質量は太陽の約 0.089 倍 (Van Grootel et al., 2017) と赤色矮星の中でも極めて小さく，これは恒星中心部で水素の核融合反応を起こすために必要な質量の下限値に近い．このような軽い恒星は，星間雲の収縮による誕生後，中心部で水素の核融合反応がおきるために必要な温度と圧力を得るまでに数億年以上かかり，この前主系列星段階では，高い光度が維持される．そのため，現在ハビタブルゾーンに位置している惑星は，初期の数億年間は強い中心星放射を受けて，高温に加熱された暴走温室状態にあり，惑星表層に存在する水はほとんど水蒸気になっていたと推測される．図 (1.3) に TRAPPIST-1 系形成後の 5 Myr から 1 Gyr までのハビタブルゾーンの進化と TRAPPIST-1d,e,f,g の現在の軌道を示した．TRAPPIST-1d は HZ の内縁付近に位置し，現在も水が存在しているならば全て水蒸気になり，暴走温室状態である可能性が高い．これは，最近 TRAPPIST-1 系地球型惑星を想定した三次元大気循環モデルにおいても示唆されている (Wolf, 2017)．他方，TRAPPIST-1e, f, g はそれぞれ 0.45 Gyr, 0.20 Gyr, 0.12 Gyr 程度でハビタブルゾーン内に移動すると考えられる．

このように，高い光度を維持する前主系列段階では，同時に中心星の EUV (Extreme Ultra Violet) 放射も強いことが観測的に示唆されている (Guinan and Engle, 2016)．そのため，過去ほど強い中心星の EUV 放射によって，TRAPPIST-1 系の惑星は，長期間水蒸気大気の流体力学的散逸を起こしていた可能性がある．例えば，Tian and Ida (2015) は，M 型矮星のハビタブルゾーン内にある惑星の多くが，この過程によって表層の水を全て失ってしまっている可能性を指摘している．

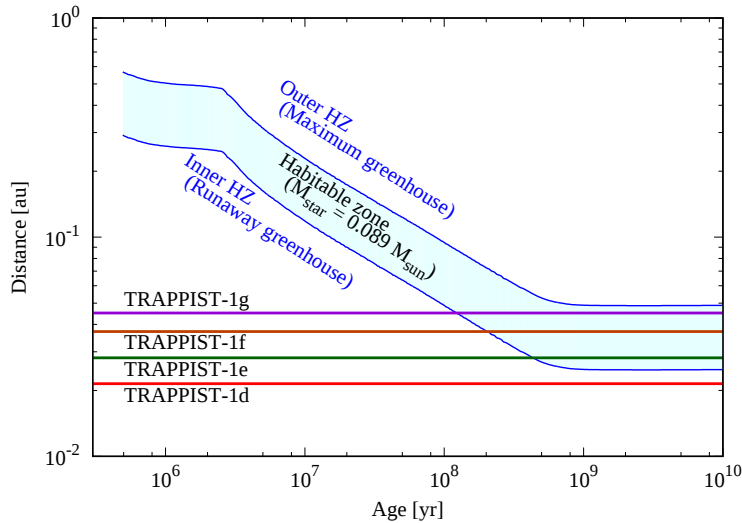


図 1.3: TRAPPIST-1 系におけるハビタブルゾーンの年齢を通じた進化．水平線は TRAPPIST-1d や e, f, g の現在の軌道を示し，青色の曲線はハビタブルゾーンの境界 (内側: 暴走温室，外側: 最大温室効果) を表す．ハビタブルゾーンの導出には Kopparapu et al. (2013) の式 (2),(3) を使用し，恒星の質量に応じた各年齢における光度や有効温度は Braffe et al. (2015) から引用した．

1.1.4 流体力学的散逸とその観測

流体力学的散逸とは、高温の大気が重力の束縛を振り切って流体として流出する散逸プロセスである。この散逸は恒星の EUV 放射による上層大気の加熱によって駆動され、水素やヘリウムなどの軽い大気成分ほど流出を起こしやすい。また条件によっては、より重い分子もともに散逸する。そのため、流体力学的散逸は、惑星における大気量や、組成、海洋の持続性などを左右する重要な散逸プロセスだと考えられている (Lammer et al., 2008)。

過去の太陽系地球型惑星においても流体力学的散逸が生じていたことが、大気中の微量成分の存在度パターンなどから示唆されている (例えば, Pepin, 2006)。ただし、現在の太陽系には、流体力学的散逸を起こしている惑星は存在しない。他方、恒星に近接した系外惑星については、流体力学的散逸現象が確認されつつある。特に詳しい観測が行われてきたのが、ホットジュピターの HD 209458b である。この惑星は、中心星に対する面積比は 1.5 % 程しかないのに対し、主星の前面を通過する際に恒星 Ly α 線強度が約 15 % にも達する減少を起こすことが見出されている。これはこの惑星の水素大気がロッシュ半径¹を超えて膨張していることを示しており、水素の流体力学的散逸が起きていることを強く示唆する (Vidal-Madjar et al., 2003)。さらに、HST を用いて再度 HD 209458b の波長帯 118-171 nm におけるトランジット観測を行ったところ、水素の Ly- α 線の吸収以外に、炭素原子や酸素原子、窒素原子などの吸収線においても同程度の線強度の減少が観測された。これは水素の流体力学的散逸によって、ロッシュ半径を超えて重い分子が運ばれていることを意味する (Vidal-Madjar et al., 2004)。

1.1.5 系外惑星に対する流体力学的散逸の数値モデリングに関する先行研究

HD209458b をはじめとするホットジュピターやホットネプチューンを想定した、高温水素主成分大気の流体力学的散逸シミュレーション研究は多数存在する (Tian, 2015)。ただし、散逸量を決定する重要な因子である、加熱効率、すなわち大気各層に吸収された EUV エネルギーのうち分子の光分解や再放射などに費やされるものを除いて、大気の熱エネルギーに転換される割合も併せて解いた研究は、Yelle (2004), García Muñoz (2007), Salz et al. (2016a) などに限定される。他の研究は加熱効率を自由パラメータと置いているものが多い。

Yelle (2004), García Muñoz (2007), Salz et al. (2016a) のモデリングでは、HD209458b の大気構造や散逸率に対する観測的制約を基本的に満足する結果が得られている。化学過程を含むその定式化は、水蒸気を主成分とする系外地球型惑星大気の流体力学散逸の数値モデリングにも応用可能であり、本研究においても数値モデル構築のひな型として参考にした。ただし、詳しく見ると、水素主成分大気の散逸に関しても、EUV 光のスペクトルと放射伝達、放射冷却過程など再考が必要な要素がいくつか見いだされた。本研究ではこれらを改良した数値モデルを構築し、数値モデルの動作テストも兼ね HD209458b 大気の散逸シミュレーションを行った。詳しくは第 3 章に記述する。

TRAPPIST-1 系の各惑星からの大気散逸については、加熱効率を仮定し、また H₂O の光分解を念頭に大気成分をあらかじめ H, O のみとした、半解析的な大気散逸モデリングしか行われていない。そのような研究の中でもっとも新しい Bolmont et al. (2017) では、Owen and Alvarez (2016) の水素一成分大気、一次元流体方程式を解いた結果から、EUV に対する加熱効率を用いて TRAPPIST-1b, c, d における水素原子と酸素原子の散逸率を推定した。EUV 光度は、常に恒

¹ 惑星の重力圏の半径。それより外側では惑星の重力よりも中心星の重力が支配的になる。

星の光度に対して一定の割合を占め、全光度の進化 (Baraffe et al., 2015) に沿って変化するものとした。その結果、例えばハビタブルゾーンの内縁付近を公転する TRAPPIST-1d からは、形成から約 10 億年間で 3-7.5 地球海洋質量相当の水素原子が散逸したと推定している。

しかし、これら従来のモデルでは水蒸気による放射冷却効果や水蒸気の光解離により吸収されるエネルギー、またその光解離により生じる多数の大気成分間の相互作用などが取り入れられていない。また、EUV 光度の時間進化は必ずしも恒星の全光度進化に沿わないことが、様々な年齢の G 型主系列星の観測 (Ribas et al., 2005) や早期 M 型星の観測 (Engle and Guinan, 2016) の観測から示唆されている。そのため、TRAPPIST-1 系の惑星に対し、EUV 光度進化に応じた水素や酸素の散逸量と大気構造の関係、大気成分の分別、現在の大気構造の観測可能性などは未解決のままになっている。

1.2 本研究の目的

そこで本研究では、多成分大気の流体力学的散逸モデルを構築し、水蒸気大気からの流体力学的散逸現象の物理的性質や化学反応過程の考察、大気散逸率の推定を行い、水の保持可能性に与える影響を明らかにする。また、得られた結果から TRAPPIST-1 における現在の大気の観測可能性について推定を行い、将来の観測に役立てることを目的とする。

1.3 本論文の構成

本論文の構成について簡単に説明する。2 章では、今回構築した多成分大気散逸の数値モデルについて説明し、3 章では、これをホットジュピター HD209458b に適用し、我々のモデルの有効性を確認する。4 章では、TRAPPIST-1 d に水散逸モデルを適用して、水蒸気大気からの流体力学的散逸について考察する。5 章では、前章の結果を踏まえ、TRAPPIST-1 系の各惑星からの水散逸量の推定を示すとともに、現在の大気の観測可能性について議論を行う。6 章では結論を述べる。

第2章 数値モデル

2.1 基礎方程式

多成分大気における球対称非粘性流体の運動を、以下の基礎方程式を用いて記述する。

$$\frac{\partial r^2 \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial r^2 \rho_i u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_i (u_i + v_i)) = r^2 \dot{\omega}_i, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(r^2 \rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(r^2(\rho u^2 + p)) = r^2 \rho f_{ext} + 2pr, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial(r^2 \rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(r^2(\rho E + p)u) + \frac{\partial(r^2 h)}{\partial r} = \rho u r^2 f_{ext} + r^2 Q. \quad (2.3)$$

順に、連続の式、運動方程式、エネルギー方程式である。ここで r は惑星中心からの距離、 t は時間、 ρ_i , u_i , v_i はそれぞれ成分 i の密度、分子拡散速度、渦拡散速度、 ρ , u , p はそれぞれ気体全体の密度、平均速度、圧力である。 $E = e + 1/2 u^2$ は気体の単位質量あたりの全エネルギー (内部エネルギーと運動エネルギーの和)、 h は熱フラックス、 $\dot{\omega}_i$ は化学反応による成分 i の正味の質量生成を表す。 f_{ext} は外力項で、 Q は大気へのエネルギー付与率 (以下、加熱率) である。

外力項 f_{ext} には惑星の重力だけでなく、主星が及ぼす潮汐力を考慮し、次式で表す (García Muñoz 2007)。

$$f_{ext} = -\frac{GM_p}{r^2} + \frac{GM_*}{(a-r)^2} - (a-r)\frac{GM_*}{a^3}. \quad (2.4)$$

ここで、 G は重力定数、 M_p は惑星の質量、 M_* は恒星の質量、 a は恒星から惑星までの距離である。上式の右辺の各項は順に惑星の重力、惑星が受ける恒星重力、公転による遠心力を表す。

熱フラックス h は、

$$h = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r} + \sum_{i \in l} \rho_i h_i u_i \quad (2.5)$$

と表せ、 κ は気体の熱伝導係数、 T は温度、 h_i は成分 i の単位質量あたりのエンタルピー、 l は気体種の数である。熱伝導係数は各成分による熱伝導の寄与の平均をとって、

$$\kappa = \frac{1}{n} \sum (n_i A_i T^{\alpha_i}), \quad (2.6)$$

により与える。ここで、 n_i は成分 i の数密度、 A_i , α_i は成分 i の熱伝導の温度依存性を表す定数、 n は全数密度を表す。各成分の熱伝導係数は表 2.1 にまとめた。以下では特に断らない限り温度 T の単位には [K] を用いる。

表 2.1: 成分 i の熱伝導係数 A_i , α_i .

	A_i	α_i	Ref.
H ₂	223	0.77	[SN00]
H	379	0.69	[BK73]
H ₂ ⁺	5.21×10^{-8}	2.5	[BK73]
H ⁺	7.37×10^{-8}	2.5	[BK73]
H ₃ ⁺	4.25×10^{-8}	2.5	[BK73]
e	1.20×10^{-6}	2.5	[BK73]*
O	75.9	0.69	[BK73]
O ₂	56.0	0.69	[BK73]
H ₂ O	96.7	0.50	[BK73]
OH	50.5	0.50	[BK73]

[SN00] Schunk and Nagy (2000), [BK73] Banks and Kockarts (1973). * 完全電離気体

2.2 分子拡散, 渦拡散

渦拡散速度の近似式は次式で表せられる.

$$v_i = -K^{ED} \frac{\partial}{\partial z} \left(\ln \frac{\rho_i}{\rho} \right) = -K^{ED} \left(\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} \right). \quad (2.7)$$

ここで, K^{ED} は渦拡散係数¹を表す. この定式化において $\Sigma \rho_i v_i = 0$ となる.

分子拡散速度の近似式は Burger (1969) より,

$$u_i = -\frac{1}{p} \sum_{j \in l} D_{ij} kT \left[\frac{\partial n_j}{\partial r} + n_j \left(\frac{\partial}{\partial r} (\ln T) + \frac{m_j g}{kT} \right) \right] - \frac{1}{p} D_{ij} kT \sum_{j \in l} Z_j \left[\frac{\partial n_j}{\partial r} + n_j \frac{\partial}{\partial r} (\ln T) \right] \quad (2.8)$$

$$= -\frac{(1-y_i)b_i}{n} \left[\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} \left(1 + Z_i^2 \frac{n_i}{n_e} \right) + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \left(1 + Z_i^2 \frac{n_i}{n_e} \right) + \frac{m_i g}{kT} \right] \\ + \sum_{j \in l} \frac{y_j(1-y_j)b_j}{n} \left[\frac{1}{n_j} \frac{\partial n_j}{\partial r} \left(1 + Z_j^2 \frac{n_j}{n_e} \right) + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \left(1 + Z_j^2 \frac{n_j}{n_e} \right) + \frac{m_j g}{kT} \right] \quad (2.9)$$

と書ける. ここで, すべての成分が同じ温度をとり, i, j の二体間の分子拡散の寄与を総和で表すことができることを仮定した. D_{ij} は i 成分と j 成分の相互拡散係数, D_i は $D_i = \sum_{j \neq i} D_{ij} Z_j \frac{n_j}{n_e}$, Z_j は j 成分と電子の電荷比 q_j/q_e , b_i は他成分に対する衝突係数, y_i は混合比, g は重力加速度である. 相互拡散係数は,

$$D_{ij} = \frac{b_i \cdot (1-y_i)}{\sum_{k \in I, k \neq i} K_{ik} n_i n_j} \quad (2.10)$$

であり, 衝突係数 b は付録 D.5 節に記載した. 分子拡散速度の第一式 (2.8) の右辺第一項は鉛直方向の濃度勾配を駆動力とする拡散過程, 右辺第二項は気体全体を電氣的に中性に保つよう内部電場が働くことによる分子拡散過程 (両極性拡散) を意味する. 分子拡散速度の導出については付録 C 節を参照されたい.

¹ 渦拡散係数値は各惑星の計算設定 (表 3.1, 表 4.4 にある)

2.3 化学反応

大気成分として, H, H₂, He, H₂O, O, O₂, O(1D), OH の中性気体と, H⁺, H₂⁺, H₃⁺, He⁺, HeH⁺, H₂O⁺, H₃O⁺, O⁺, O₂⁺, OH⁺ のイオン, そして電子 e を考える.

表 2.2: 水素の化学反応一覧

番号	化学反応	反応係数	Ref.
R1a	H ₂ + $h\nu$ → H + H + $2h\nu$		[HM70]
R1b	→ H ₂ ⁺ + e		[SN00]
R1c	→ H ⁺ + H + e		[SN00]
R2	H + $h\nu$ → H ⁺ + e		[SN00]
R3	H ₂ ⁺ + e → H + H	$1.86 \times 10^{-7} T^{-0.43}$	[LT00]
R4	H ⁺ + e → H + $h\nu$	$2.52 \times 10^{-10} T^{-0.75}$	[LT00]
R5a	H ₃ ⁺ + e → H ₂ + H	$1.38 \times 10^{-7} T^{-0.30}$	[LT00]
R5b	→ H + H + H	$4.15 \times 10^{-7} T^{-0.30}$	[LT00]
R6	H ₂ ⁺ + H ₂ → H ₃ ⁺ + H	2.08×10^{-9}	[LT00]
R7	H ₂ ⁺ + H → H ⁺ + H ₂	6.40×10^{-10}	[LT00]
R8	H ⁺ + H ₂ ($v \leq 4$) → H ₂ ⁺ + H	$2.00 \times 10^{-9} e^{-21240/T}$	[MC82]
R9	H ₃ ⁺ + H → H ₂ ⁺ + H ₂	$2.08 \times 10^{-9} e^{-19900/T}$	[YE04]
R10	H ₂ + H ₂ , H → H + H + H ₂ , H	$7.60 \times 10^{-5} T^{-1.4} e^{-52540/T}$	[TH86]
R11	H ⁺ + H ₂ + H ₂ , H → H ₃ ⁺ + H ₂ , H	3.20×10^{-29}	[MI68]
R12	H + H + H ₂ , H → H ₂ + H ₂ , H	$1.50 \times 10^{-29} T^{-1.3}$	[TH86]

単位:1 体反応は sec⁻¹, 2 体反応は cm³ sec⁻¹, 3 体反応は cm⁶ sec⁻¹. [HM70] Hunten and McEloy (1970), [SN00] Schunk and Nagy (2000), [LT00] Le Teuff et al. (2000), [MC82] McConnell et al. (1982), [TH86] Tsang and Hampson (1986), [MI68] Miller et al. (1968), [YE04] Yelle (2004)

表 2.3: ヘリウムの化学反応一覧

番号	化学反応	反応係数	Ref.
R13	He + $h\nu$ → He ⁺ + e		[SN00]
R14	He ⁺ + e → He + $h\nu$	$9.08 \times 10^{-11} T^{-0.64}$	[LT00]
R15	HeH ⁺ + e → He + H	$3.06 \times 10^{-7} T^{-0.60}$	[LT00]
R16a	He ⁺ + H ₂ → H + HeH ⁺	7.20×10^{-15}	[LT00]
R16b	→ He + H ⁺ + H	$3.70 \times 10^{-14} e^{-35/T}$	[LT00]
R17	HeH ⁺ + H ₂ → H ₃ ⁺ + He	1.50×10^{-9}	[LT00]
R18	HeH ⁺ + H → H ₂ ⁺ + He	9.10×10^{-10}	[LT00]
R19	H ₂ ⁺ + He → HeH ⁺ + H	1.30×10^{-10}	[LT00]

単位:1 体反応は sec⁻¹, 2 体反応は cm³ sec⁻¹, 3 体反応は cm⁶ sec⁻¹. [SN00] Schunk and Nagy (2000), [LT00] Le Teuff et al. (2000)

表 2.4: H_2O の化学反応一覧

番号	化学反応		反応係数	Ref.
R20a	$\text{H}_2\text{O} + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{H} + \text{OH}$	[SN00]
R20b		$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{e}$	[SN00]
R21	$\text{OH} + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}$	[SN00]
R22	$\text{O} + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O}^+ + \text{e}$	[SN00]
R23a	$\text{O}_2 + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}$	[SN00]
R23b	$\text{O}_2 + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}(1\text{D})$	[SN00]
R23c	$\text{O}_2 + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O}^+ + \text{O} + \text{e}$	[SN00]
R23d	$\text{O}_2 + h\nu$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	[SN00]
R24a	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + 2\text{H}$	$3.05 \times 10^{-7} T^{-0.50}$ [LT00]
R24b		$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}$	$8.60 \times 10^{-8} T^{-0.50}$ [LT00]
R24c		$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}_2$	$3.90 \times 10^{-8} T^{-0.50}$ [LT00]
R25a	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$7.09 \times 10^{-8} T^{-0.50}$ [LT00]
R25b		$\rightarrow$	$\text{OH} + 2\text{H}$	$3.05 \times 10^{-8} T^{-0.50}$ [LT00]
R25c		$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}_2$	$5.37 \times 10^{-7} T^{-0.50}$ [LT00]
R25d		$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}_2 + \text{H}$	$5.60 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R26	$\text{OH}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}$	$6.50 \times 10^{-7} T^{-0.50}$ [LT00]
R27a	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}$	$0.22 * R_{27}$ [SS05]
R27b	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}(1\text{D})$	$0.42 * R_{27}$ [SS05]
R27c	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O}(1\text{D}) + \text{O}(1\text{D})$	$0.36 * R_{27}$ [SS05]
R28	$\text{O}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + h\nu$	$1.40 \times 10^{-10} T^{-0.66}$ [LT00]
R29a	$\text{H}_2^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$3.90 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R29b		$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}$	$3.40 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R30	$\text{H}_2^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	1.50×10^{-9} [LT00]
R31	$\text{H}_2^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	8.00×10^{-10} [LT00]
R32	$\text{H}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}$	$6.90 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R33	$\text{H}^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	$2.10 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R34	$\text{H}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}^+ + \text{H}$	$6.86 \times 10^{-10} T^{0.26} e^{-224/T}$ [SN00]
R35	$\text{H}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	2.00×10^{-9} [LT00]
R36	$\text{H}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}_2$	$5.90 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R37	$\text{H}_3^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$1.30 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R38	$\text{H}_3^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}_2$	$8.00 \times 10^{-10} T^{-0.50}$ [LT00]
R39	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}$	$6.40 \times 10^{-10} T^{-0.50}$ [LT00]
R40	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}$	$2.10 \times 10^{-9} T^{-0.50}$ [LT00]
R41	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}_2$	4.00×10^{-11} [LT00]
R42	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}_2\text{O}$	4.60×10^{-10} [LT00]
R43	$\text{OH}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}$	1.01×10^{-9} [LT00]
R44	$\text{OH}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{OH}$	1.59×10^{-9} [LT00]
R45	$\text{OH}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{O}$	1.30×10^{-9} [LT00]

表 2.4 続き

番号	化学反応			反応係数	Ref.
R56	$\text{OH}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	7.10×10^{-10}	[LT00]
R57	$\text{OH}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{OH}$	5.90×10^{-10}	[LT00]
R58	$\text{O}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	1.70×10^{-9}	[LT00]
R59	$\text{O}^+ + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{H}^+ + \text{O}$	$5.66 \times 10^{-11} T^{0.36} e^{8.6/T}$	[LT00]
R60	$\text{O}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}$	$3.20 \times 10^{-9} T^{-0.50}$	[LT00]
R61	$\text{O}^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	$3.60 \times 10^{-11} T^{-0.50}$	[LT00]
R62	$\text{O}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{O}$	1.90×10^{-11}	[LT00]
R63	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H} + \text{OH} + \text{H}_2$	$5.80 \times 10^{-9} e^{-52900/T}$	[TH86]
R64	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2 + \text{OH}$	$1.03 \times 10^{-16} T^{1.90} e^{-9625/T}$	[TH86]
R65	$\text{OH} + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$1.06 \times 10^{-17} T^2 e^{-1490/T}$	[TH86]
R66	$\text{OH} + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}_2$	$8.21 \times 10^{-21} T^{2.8} e^{-1950/T}$	[TH86]
R67	$\text{OH} + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O} + \text{O}$	$3.50 \times 10^{-16} T^{1.4} e^{200/T}$	[TH86]
R68	$\text{O}_2 + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{OH}$	$2.61 \times 10^{-10} e^{-8160/T}$	[TH86]
R69	$\text{O} + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}$	$1.80 \times 10^{-20} T^{2.8} e^{-2980/T}$	[TH86]
R70	$\text{O} + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{OH}$	$7.59 \times 10^{-15} T^{1.3} e^{-8600/T}$	[TH86]
R71	$\text{O} + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2 + \text{H}$	$7.47 \times 10^{-10} T^{-0.5} e^{-30/T}$	[TH86]
R72	$\text{OH} + \text{H} + \text{H}_2, \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2, \text{H}$	$6.10 \times 10^{-26} T^{-2}$	[TH86]
R73	$\text{O} + \text{H} + \text{H}_2, \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}_2, \text{H}$	$1.30 \times 10^{-29} T^{-1}$	[TH86]
R74	$\text{O} + \text{O} + \text{H}_2, \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2 + \text{H}_2, \text{H}$	$5.21 \times 10^{-35} e^{900/T}$	[TH86]
R75	$\text{O}(1\text{D})$	$\rightarrow$	$\text{O} + h\nu$	1.00×10^{-4}	[SS05]
R76	$\text{O}(1\text{D}) + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{OH}$	2.20×10^{-9}	[GA72]
R77	$\text{H}_2 + \text{O}(1\text{D})$	$\rightarrow$	$\text{H} + \text{OH}$	1.00×10^{-9}	[RO95]
R78	$\text{O}(1\text{D}) + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2 + \text{O}$	$3.20 \times 10^{-11} e^{70/T}$	[DM97]
R79	$\text{O}(1\text{D}) + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}$	8.00×10^{-12}	[RO95]

単位: 1 体反応は sec^{-1} , 2 体反応は $\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}$, 3 体反応は $\text{cm}^6 \text{sec}^{-1}$.

$R_{27}(T < 1200) = 1.95 \times 10^{-7} (300/T)^{0.7}$, $R_{27}(T > 1200) = 7.38 \times 10^{-8} (1200/T)^{0.56}$

[GA72] Garvin (1972), [SS05] Smithtro and Sojka (2005), [RO95] Roble (1995),

[DM97] DeMore et al. (1997)

成分 i の化学反応による質量生成率 $\dot{\omega}_i$ は,

$$\dot{\omega}_i = \frac{d\rho_i}{dt} = \frac{\mu_i}{N_a} \frac{\Delta n_i}{\Delta t}, \quad (2.11)$$

と表すことができる, ここで, μ_i は気体の分子量, N_a はアボガドロ数, Δn_i は時間ステップ Δt の間に正味に生成される成分 i の単位体積あたりの個数である. 数密度の変化は, 化学反応による生成量と消費量の差なので, 例えば表 2.2 から水素分子の化学反応を取り出すと,

$$\begin{aligned} \Delta n_{H_2} = & ((\Delta n_{R5a} + \Delta n_{R7} + \Delta n_{R9} + \Delta n_{R12}) \\ & - (\Delta n_{R1a} + \Delta n_{R1b} + \Delta n_{R1c} + \Delta n_{R6} + \Delta n_{R8} + \Delta n_{R10} + \Delta n_{R11})), \end{aligned} \quad (2.12)$$

と書ける, ここで Δn_{Rn} は化学反応 Rn による反応量を表しており, 表 2.2 の反応番号に対応している.

2.4 加熱率計算

惑星大気に入射した主星の EUV 放射は, 大気成分に吸収される. そのエネルギーのうち, 大気の加熱に使われるのは, 化学反応に消費されるエネルギーと, 放射冷却によって失われるエネルギーを差し引いたものとなる. 加熱率 $Q(r)$ は,

$$Q(r) = Q_{\text{abs}}(r) - Q_{\text{ch}}(r) - Q_{\text{rad}}(r), \quad (2.13)$$

とあらわされる. ここで, $Q_{\text{abs}}(r)$ は EUV 放射の吸収率, $Q_{\text{ch}}(r)$ は化学反応による吸熱率, $Q_{\text{rad}}(r)$ は放射冷却率を表す.

2.4.1 気体による放射の吸収

恒星 EUV スペクトルには, 太陽のそれを 11 年平均したものを用いる (Woods and Rottman, 2002²). また, H_2O や O_2 などは FUV 領域において大きな光解離や吸収作用がある. そのため, 太陽 EUV スペクトルと共に 300 nm 以下の FUV スケジュールも本研究では考慮する (Woods and Rottman, 2002). これ以降では, 特に断りが無い限り EUV-FUV を EUV と表記する. EUV 放射を吸収する成分として H, H_2, He, O, O_2, H_2O を考慮し, 波長別の吸収断面積は自然科学研究機構 核融合科学研究所 (NIFS)³ による. Woods and Rottman (2002) の波長区切りに合うように波長依存性をフィッティングした.

EUV の大気中の放射伝達については, 平行光線として入射する効果を考慮する (Kuramoto et al., 2013). 惑星大気に入射した恒星の EUV 放射は, 一つの光路に着目すると, 図 2.1 に示すように各球殻を横切りながら, ランベルト・ベールの法則に従い吸収される. 各球殻での放射の吸収率 $Q_{\text{abs}}(r)$ は,

$$Q_{\text{abs}}(r) = \frac{E_{\text{abs}}(r)}{V_{\text{shell}}(r)} \quad (2.14)$$

²[ftp://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/ref_min_27day_11yr.dat](http://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/ref_min_27day_11yr.dat)

³http://dpc.nifs.ac.jp/photoab/d_list.html

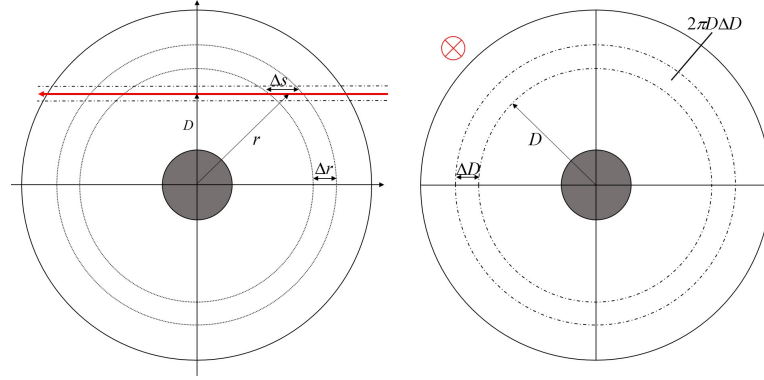


図 2.1: two-dimensional energy deposition method の概略図．左図は惑星大気の上側から恒星放射が入射する様子を表しており，右図は恒星放射が図に対して垂直に入射する様子を表している．

とする．ここで， $E_{\text{abs}}(r)$ は微小な厚みを持つ半径 r の球殻で吸収される単位時間当たりの総 EUV エネルギー， $V_{\text{shell}}(r)$ は球殻の体積である．図 2.1 に示すように配置を考えると， E_{abs} は次の積分から求めることができる．

$$E_{\text{abs}}(r) = \int_0^\lambda \int_{D=0}^{D=r} 2\pi D dD \cdot (1 - \exp[-\{\sum_i \sigma_i n_i(r)\} \Delta s(r, D)]) \cdot F(r, D, \lambda) \Delta \lambda, \quad (2.15)$$

$$\Delta s(r, D) = \sqrt{\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)^2 - D^2} - \sqrt{\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)^2 - D^2}. \quad (2.16)$$

ここで， D は光線の惑星中心に対する衝突パラメータ， σ_i は成分 i による吸収断面積， Δs は平均半径 r ，厚さ Δr を持つ球殻を横切る光路長， F は r における衝突パラメータ D を持つ光線の強度， λ は波長である．つまり， $E_{\text{abs}}(r)$ は，球殻を横切る各光路 $\Delta s(r, D)$ において吸収されるエネルギーを足し上げることによって求められる．また球殻の体積 $V_{\text{shell}}(r)$ は，

$$V_{\text{shell}}(r) = \frac{4}{3}\pi \left\{ \left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)^3 - \left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)^3 \right\}. \quad (2.17)$$

球殻に入射する波長 λ ，衝突パラメータ D の恒星 EUV 放射のエネルギーフラックス $F(r, D, \lambda)$ は最も外側の球殻から，次式を逐次計算することによって求められる．

$$F(r, D, \lambda) \Delta \lambda = \exp[-\{\sum_i \sigma_i n_i(r)\} \Delta s(r + \Delta r, D)] \cdot F(r + \Delta r, D, \lambda) \Delta \lambda. \quad (2.18)$$

ここで，大気上端 ($r = r_N$) に入射する EUV 放射のエネルギーフラックスは，

$$F(r_N, \lambda) \Delta \lambda = N_{\text{photon}}(\lambda) \frac{hc}{\lambda} \Delta \lambda \quad (2.19)$$

と書け，ここで N_{photon} は波長 λ の光子数フラックス， h はプランク定数， c は光速である．

2.4.2 気体による放射冷却

大気に H_2O のような永久電気双極子モーメントを持つ分子が存在すると，それらの分子が振動・回転準位の遷移による熱放射を起こし，エネルギーを領域外に放出することで大気を冷却す

る．加えて，高温の気体分子については，電子状態の遷移による熱放射も起こる．このような熱放射による放射冷却率 Q_{rad} は，放射冷却による温度変化率 $(dT/dt)_c$ と次の関係を満たす．

$$\rho C_v \left(\frac{dT}{dt} \right)_c = -Q_{\text{rad}}. \quad (2.20)$$

ここで， C_v は大気単位質量あたりの比熱である．本計算モデルでは， H_3^+ ， H_2O ， H による放射冷却を考慮する．

水素成分主体の大気に普遍的に存在する，微量成分の H_3^+ は特に高い温度で効率的に放射を起こす． H_3^+ による放射冷却率 $Q_{\text{H}_3^+}$ は，

$$Q_{\text{H}_3^+} = 4\pi n_{\text{H}_3^+} \tilde{Q}_{\text{H}_3^+}(T) \quad (2.21)$$

と表され，ここで $\tilde{Q}_{\text{H}_3^+}(T)$ は，一分子あたりの放射率 (単位時間当たりの放出エネルギー) である． $\tilde{Q}_{\text{H}_3^+}(T)$ は Miller et al. (2010) によって関数フィッティングされた式を用いる．

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{\text{H}_3^+}(400 \leq T \leq 900) = & -3.87932 \times 10^{-32} T^4 + 1.60926 \times 10^{-28} T^3 - 1.443608 \times 10^{-25} T^2 \\ & + 4.96694 \times 10^{-23} T - 6.11904 \times 10^{-21} [\text{W/sr/mol}] \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{\text{H}_3^+}(900 \leq T \leq 3000) = & -1.61317 \times 10^{-32} T^4 + 9.76608 \times 10^{-29} T^3 - 8.66296 \times 10^{-26} T^2 \\ & + 3.54583 \times 10^{-23} T - 8.24045 \times 10^{-21} [\text{W/sr/mol}] \end{aligned} \quad (2.23)$$

また水素原子では，Ly- α 線の放射による冷却が重要である (Owen and Alvarez, 2016)． H 原子による冷却率は Black (1981) により定式化されているものを用いる．

$$Q_{\text{H}} = 7.5 \times 10^{-20} n_e n_{\text{H}} \exp \left(\frac{-118348}{T} \right) [\text{W/m}^3]. \quad (2.24)$$

水蒸気の冷却率には，光子の脱出確率を考慮する．これは，水蒸気が幅広い波長域で大きな吸収断面積を持ち，光学的厚さが十分大きい領域では，放出された光子が近接する大気層で再吸収され，放射冷却が阻害される効果が無視できないからである．光子の脱出確率とは光子が吸収や散乱を受けずに考えている領域外へ脱出できる確率のことである．本研究では，輻射輸送の問題を脱出確率の計算に置き換えるソボレフ近似 (Sobolev, 1957) を用いた．大気の流出のように，熱運動以外の速度構造がある場合，ドップラー効果によって吸収振動数が変わるため，吸収率が下がって光学的厚みが小さくなる．すなわち，大きな速度勾配があれば光子の脱出確率は大きくなる．このような状況に対して開発されたのがソボレフ近似であり，大きな速度勾配が存在することを前提としているため，大速度勾配近似 (LVG, large velocity gradient theory) とも呼ばれている．定式化の詳細は B.5 で述べる．

2.4.3 化学反応による吸熱，発熱

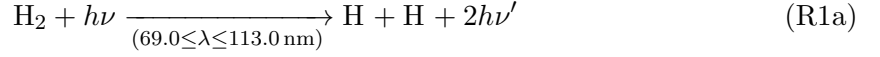
各高度の光解離反応係数 ($J_i(r)$) は，加熱率の定式化 (2.4.1 節) における，微小な厚みを持つ半径 r の球殻に入射する平行光線の効果を考慮し，その放射伝達を解いて導出する．

$$J_i(r) = \int_0^\lambda \sigma_i \cdot q(r, D, \lambda) \Delta\lambda, \quad (2.25)$$

ここで, $q(r, D, \lambda)$ は r における衝突パラメータ D , 波長 λ を持つ単位面積当たりの太陽光子数, σ_λ は光解離断面積である. r に入射する $q(r, D, \lambda)$ は, 次式を光路に沿って逐次計算することにより求められる.

$$q(r, D, \lambda) = \exp[-\{\sum_i \sigma_i n_i(r + \Delta r)\} \Delta s(r + \Delta r, D)] \cdot q(r + \Delta r, D, \lambda) \quad (2.26)$$

また, 光解離反応を引き起こす波長域は以下の通りである.



化学反応によるエネルギー吸熱率は, 例えば, 表 2.2 の化学反応について書き表すと,

$$Q_{\text{R1a}} = J_{\text{R1a}} n_{\text{A}} \left(\frac{hc}{\lambda_{\text{th}}} - 2 \frac{hc}{121.6 \text{ nm}} \right)$$

$$Q_{\text{Ri}(i=1\text{b},1\text{c},2)} = J_{\text{Ri}} n_{\text{A}} \left(\frac{hc}{\lambda_{\text{th}}} \right)$$

$$Q_{\text{R4}} = K_{\text{Ri}} n_{\text{A}} n_{\text{B}} \left(\Delta H_{f\text{Ri}} - \frac{hc}{91.1 \text{ nm}} \right)$$

$$Q_{\text{Ri}(i=3,5,\sim 10)} = K_{\text{Ri}} n_{\text{A}} n_{\text{B}} \Delta H_{f\text{Ri}}$$

$$Q_{\text{Ri}(i=11,12)} = K_{\text{Ri}} n_{\text{A}} n_{\text{B}} n_{\text{M}} \Delta H_{f\text{Ri}}$$

である. ここで λ_{th} は光電離の閾値, $\Delta H_{f\text{Ri}}$ は化学反応前後での気体の生成熱差分を示す. 各分子の 1 モルあたりの生成熱は, Le Teuff et al. (2000) の表 2 を参考にした. これらの式をそれぞれの化学反応式に当てはめ, 足しあげることで化学反応によるエネルギー吸熱率を求める. 各反応式におけるエネルギー吸熱率は付録 D.6 にまとめた.

2.5 計算手法

2.5.1 数値解析手法

各保存方程式 (2.1), (2.2), (2.3) はセミ・ラグランジュ法を用いて移流相と非移流相に分け, 移流相を CIP 法, 非移流相を差分法で解いた (付録 B 参照). これらの方程式を陽的に解き定常解を得るためには, CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition) によってタイムステップが制限される. そのため, タイムステップ Δt は以下のようにおいた.

$$\Delta t = \nu \min \left\{ \frac{\Delta r_k}{c_k} \right\} \quad (2.27)$$

ここで, ν はクーラン数 ($0 \leq \nu \leq 1$), k は格子点番号, Δr_k は格子点間隔, c_k は格子点間の情報伝搬速度⁴である. 格子点は格子点間隔が r の増加に伴い, 指数関数的に大きくなるように定義した.

$$r_k = r_0 \left(\frac{r_N}{r_0} \right)^{\left(\frac{k}{N}\right)^a} \quad (i = 0, 1, \dots, N) \quad (2.28)$$

N は格子点数であり, a は格子点の集中度合いを示す数で, 値を大きくするほど, 下部境界に集中する. ここでは, 格子点数を 1500, $a = 2$ として計算した.

境界条件, 収束条件

下部境界条件は, 温度と圧力, そして密度, 混合比を固定し, 上部境界は外挿する. 初期条件は大気成分は下部境界の混合比で固定し, 密度分布は下部境界からある距離まで静水圧平衡, 以遠を r^{-2} に比例させ, 速度・温度がそれぞれ計算領域にわたって 10^{-5} m/s 一定, 下部境界温度一定とした.

定常解に収束したと判断する指標として以下の式を導入する.

$$\Delta_2 \Theta = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{var}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{var}}} \left[\frac{1}{N_{\text{grid}}} \sum_{\text{grid}=1}^{N_{\text{grid}}} \frac{(\Theta_k^{n+1} - \Theta_k^n)^2}{(\Theta_k)^2} \right]} \quad (2.29)$$

ここで, Θ は変数 (移流値: 質量保存式: $\Sigma \rho_s r^2$, 運動量保存の式: u , エネルギー保存の式: p), n はタイムステップ, N_{var} は変数の数, N_{grid} はグリッド数を表している. タイムステップ間の変化 $\Delta_2 \Theta$ が 10^{-12} よりも小さくなった場合に, 定常状態に達したと判断し, 計算を終了する.

2.6 変数, 定数リスト

本研究で用いた代表的な定数は表 2.5 にまとめた. ここで μ は平均分子量を表し, 以下のよう求める.

$$\mu = \sum y_i \mu_i. \quad (2.30)$$

ここで, y_i, μ_i はそれぞれ, i 成分の混合比, 分子量を表す. i 成分の混合比 y_i は, i 成分の数密度と全数密度の比を用いて以下のように表す.

$$y_i = \frac{n_i}{n} \quad (2.31)$$

また大気の比熱比 γ は,

$$\gamma = \frac{\sum (y_i C_{p,i})}{\sum (y_i C_{v,i})}, \quad (2.32)$$

とする. ここで $C_{p,i}$ は i 成分の定圧熱容量, $C_{v,i}$ は i 成分の定積熱容量を表す. 今回は簡単のために, i 成分の定圧熱容量と定積熱容量の比である比熱比 γ_s を使い, s 成分の比熱比は単原子分子を 1.67, 二原子分子を 1.41, 三原子分子以上を 1.29 とした.

⁴例えば, 流束と音速の和や熱フラックスの速度

表 2.5: 本計算で用いた定数一覧

記号	意味	値	単位
G	万有引力定数	6.67×10^{-11}	$\text{m}^3/(\text{s}^2 \cdot \text{kg})$
R	気体定数	8.3144	$\text{J}/(\text{K} \cdot \text{mol})$
R^*	比気体定数	$8.3144/\mu$	J/K
N_A	アボガドロ定数	6.02×10^{23}	mol^{-1}
h	プランク定数	6.626×10^{-34}	$\text{J} \cdot \text{s}$
c	光速	2.997×10^8	m/s

第 3 章 HD 209458b への適用

系外惑星の中で、大気流出が観測的に捉えられているものは現時点では少数である．その中でも、もっとも詳しく観測が行われているホットジュピター HD 209458b の水素-ヘリウム大気に、本研究で新たに開発したモデルを適用する．この系外惑星では、García Muñoz (2007), Yelle (2004) など多成分大気の流体力学的散逸シミュレーションが行われてきた．これら先行研究や観測による大気流出率の制約 (Vidal-Madjar et al., 2003) と本研究で開発したモデルから得られる結果の比較から、本モデルの有効性を確認する．そして先行シミュレーション研究からの改良点を踏まえて、この惑星からの大気流出について新たな考察を加えることを目的とする．

系外惑星とその中心星の物理量を表 3.1 に示す．HD 209458b は太陽によく似た恒星のまわりを公転し、軌道長半径が 0.045 AU とかなり中心星に近接している．

表 3.1: HD 209458 と HD 209458b の物理量

恒星	質量 ($M_{\odot}$)	半径 ($R_{\odot}$)	有効温度 (K)	スペクトル型	年齢 (Gyr)
HD209458	1.148 ^a	1.203 ^b	6092.0 ± 103.0 ^b	G0V	4±2 ^c
系外惑星	質量 (kg)	半径 (m)	有効温度 (K)	軌道半径 (AU)	公転周期 (JD)
HD 209458b	1.31 × 10 ^{27a}	9.65 × 10 ^{7a}	1459 ^a	0.045 ^a	3.524 ^a

[a] Southworth (2010), [b] Boyajian et al. (2015), [c] Melo et al. (2006)

3.1 等温モデル

まず等温大気を仮定して、解析解と数値解を比較し、計算領域にわたって質量保存が成り立っていることを示し、この数値モデルの有用性を示す．等温大気流体力学的散逸は、次式で与えられる散逸パラメータ (Hydrodynamic Escape Parameter 以下, HEP) を用いてスケールすることができる (Watson et al., 1981)．

$$\text{HEP} \equiv \frac{GM_p m}{R_p k T} = \frac{GM_p \mu}{R_p R T} \quad (3.1)$$

ここで、 R_p は惑星半径、 m は分子一個の質量、 k はボルツマン定数である．HEP は気体分子の惑星表面における重力束縛エネルギーと熱運動エネルギーの比で表わされ、惑星大気がどれ程重力によって束縛されているのかを表している．HEP の値が大きい場合、重力による束縛が強くなり、散逸がおきにくく、逆に HEP が小さいと、大気は散逸しやすくなる．

等温大気モデルでは、下部境界数密度を $1.0 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ 、混合比を $y_{\text{H}} = 0.3, y_{\text{H}_2} = 0.7$ として与えた．また、計算領域は $1R_p \sim 15R_p$ までとし、中心星からの潮汐力を無視した．図 3.1 に数値計算結果と解析解との比較を示す．ここから HEP の値に関係なく、密度分布、速度分布共に解

析解と数値解がほぼ一致しており，また数値解の質量フラックスは計算領域にわたってほぼ一定で，質量保存が満たされていることが分かる．図 3.3 では質量フラックスの解析解と数値解の相対誤差を示しており，HEP によらず，誤差は 2% 以内に収まっている．

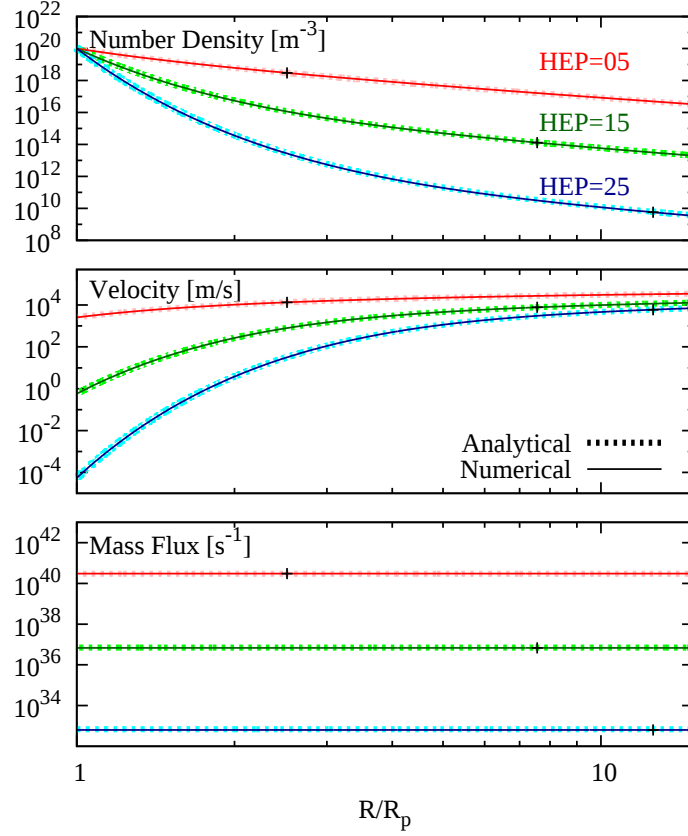


図 3.1: HD 209458 b の等温大気における密度分布と速度分布，質量フラックス分布．横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離，縦軸は上から順に数密度，流速，質量フラックスである．赤色の線は HEP=5 ($T = 3.7 \times 10^4$ K)，緑色の線は HEP=15 ($T = 1.2 \times 10^4$ K)，青色の線は HEP25 ($T = 7.4 \times 10^3$ K) であり，破線は解析解，実線は数値解を，そして黒色の+印は臨界点を表している．

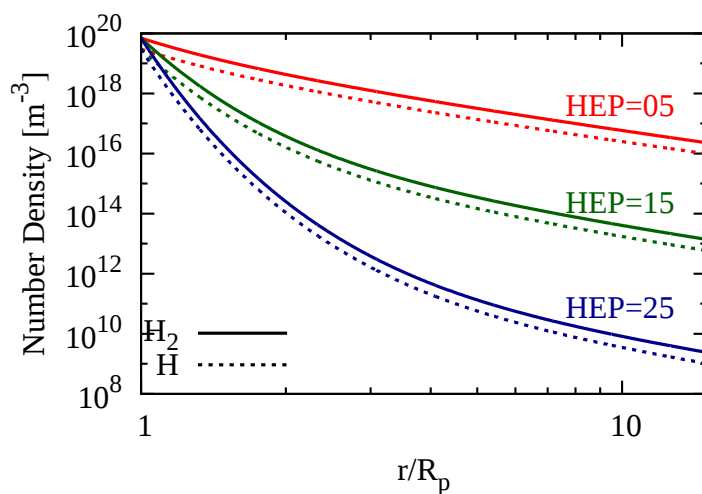


図 3.2: 各計算における H と H₂ の高度分布. 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離, 縦軸は数密度. 赤色の線は HEP=5, 緑色の線は HEP=15, 青色の線は HEP=25 であり, 実線は H₂ を, 破線は H を表す.

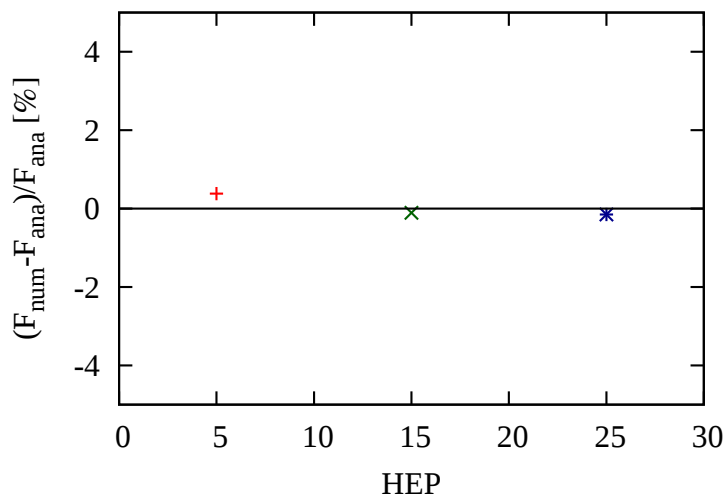


図 3.3: HD209458 b における数値解と解析解の質量フラックスの相対誤差. 横軸は HEP, 縦軸は解析解の質量フラックス (F_{ana} , [s^{-1}]) からの数値解の質量フラックス (F_{num} , [s^{-1}]) の相対誤差を百分率で表している.

3.2 加熱大気モデル

3.2.1 計算設定と大域的なエネルギー保存性

加熱大気モデルでは、先行研究との比較のため、García Muñoz (2007) と同一の、下部境界条件や EUV 光度を与えた (表 3.2). 数値モデルの構成で García Muñoz (2007) と本研究が異なる点には、採用した数値積分スキーム、EUV 加熱率、 H_3^+ の放射冷却率の評価法が挙げられる.

表 3.2: HD 209458b 大気の物理量

物理量	値
下部境界温度 [K]	1200
下部境界圧力 [Pa]	1.0
下部境界混合比	$y_{\text{H}_2} = 1$
	$y_{\text{H}_2} = 0.9, y_{\text{He}} = 0.1$
	$y_{\text{H}_2} = 0.8, y_{\text{He}} = 0.2$
	$y_{\text{H}_2} = 0.7, y_{\text{He}} = 0.3$
渦拡散係数 [m^2/s]	10^4
化学反応速度	表 2.2, 表 2.3
EUV 光度 [W/m^2]	1.71 (at 0.045AU)

まず計算領域内で大気に与えられるエネルギーフラックスと領域外に流出するエネルギーフラックスの収支を確認する. 放射過程による系の単位時間あたりの正味加熱エネルギーを E_{in} , 流体運動によって計算領域外に正味に流出するエネルギー E_{out} とすると, それぞれ以下のように表すことができる.

$$E_{\text{in}} = 4\pi \int_0^{r_N} Q(r) r^2 dr, \quad (3.2)$$

$$E_{\text{out}} = 4\pi \rho_N u_N r_N^2 \{H_N - H_0\} - 4\pi \left(\kappa r^2 \frac{dT}{dr} \right)_N + 4\pi \left(\kappa r^2 \frac{dT}{dr} \right)_0, \quad (3.3)$$

$$H = \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT - \frac{GM}{r} - G \frac{M_\star}{(a - r)} - G \frac{M_p + M_\star}{2a^3} \left(\frac{aM_\star}{M_\star + M_p} - r \right)^2. \quad (3.4)$$

ここで, H は流体の単位質量あたりのエネルギー和 (運動エネルギー+エンタルピー+重力束縛エネルギー), 下付き文字 $N, 0$ はそれぞれ上部境界と下部境界での値を表している. 式 (3.3) の右辺第一項は流体が下部境界から上部境界に運ばれるまでに得たエネルギーであり, 第二項と第三項は, それぞれ上部境界や下部境界から領域外に熱伝導によって輸送されるエネルギーを表している.

図 3.4 [a] は, 式 (3.3) と (3.2) の各項の値を示している. 図 3.4 [a] では, 下部境界から熱伝導によって流出するエネルギーフラックスは負の値をとったため, 図に示されていない. これは, H_3^+ による放射冷却により下部境界付近の温度が下部境界温度よりも低くなったため, 下部境界からのエネルギー流入があることを意味している.

エネルギー保存が成り立っているならば, 定常状態において単位時間あたりの正味加熱エネルギー E_{in} と系からの正味流出エネルギー E_{out} は等しくなる. 図 3.4 [b] に数値計算で求めた定常解

における両者の比 $E_{\text{out}}/E_{\text{in}}$ を示した．ここからどの計算においてもおよそ 2% 以内でエネルギー保存が保たれていることがわかる．

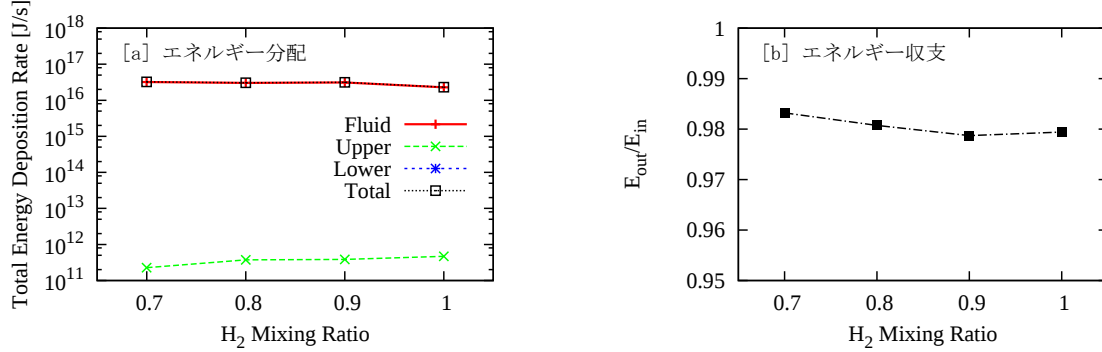


図 3.4: García Muñoz (2007) と同等の設定を行った場合の加熱大気モデルでのエネルギー分配とエネルギー収支．それぞれの横軸は大気下端における H_2 の混合比である．[a] 黒線は計算領域内に流入するエネルギーフラックス，赤線は流体に付与されるエネルギーフラックス，緑線と青線はそれぞれ上部境界，下部境界から熱伝導により流出するエネルギーフラックスを示す．[b] 系全体の正味加熱率と正味エネルギー流出率の比．

3.2.2 加熱大気モデルの物理量分布

図 3.5 に大気速度，密度，気温の動径分布の数値計算結果を示す．全ての下部境界組成に対して，速度分布は下部境界付近で静止に近い状態から，高度が上がるにつれて亜音速から超音速へと加速し，その過程で遷音速点を通過する．図 3.5 [a] に示す，黒色の点線は惑星からの脱出速度 v_{esc} を示しており，以下のように表される．

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_p}{r}}. \quad (3.5)$$

気体全体の平均速度が脱出速度に達するのは， $5R_p$ 程度になる．密度分布は，速度が $10^{-3} \sim 1$ m/s と小さい，大気下層において静水圧平衡に従っている．そして，高度が上がるにつれて速度が超音速へと加速されることで，密度分布は静水圧平衡から逸れていく．温度は下部境界付近の放射冷却によって高度上昇につれて一旦下がる．この温度低下の度合いは H_2 の混合比が高いほど高くなる．また約 1.2 惑星半径付近に温度のピークがみられ， H_2 の下部境界混合比が減少するにつれてピークの値は高くなる．これらは H_3^+ の生成と H_3^+ による放射冷却が H_2 の下部境界混合比が減少するにつれて弱まり，EUV エネルギーの吸収による昇温が強まると考えられる．

図 3.6 はそれぞれの下部混合比における気体数密度の高度分布である．いずれの場合においても，下部境界に豊富にあった H_2 は光解離によって失われ， 1.5 惑星半径以上では単原子分子やそのイオンのみになる．化学反応のみで生成される， H_3^+ や HeH^+ は短いタイムスケールで他成分との化学反応によって消滅するため，存在量が低い¹．また H_2^+ は主に H_2 の光解離によって生成されるが，電子との反応によりすぐに H になってしまうため，少量しか大気中に存在できない．

¹ H_3^+ : $1 - 1.2R_p$ 付近で最大 10^{10}m^{-3} ． HeH^+ : $1 - 1.2R_p$ 付近で最大 10^6m^{-3}

図 3.7 はそれぞれの下部混合比における加熱率の高度分布である．どの計算においても下部境界付近でピークを持つことが分かる．これは，中性気体の密度が高い領域でエネルギーの吸収が起きていることを示している．EUV エネルギーを多く吸収している領域において， H_3^+ の放射冷却が効き，大気散逸量を減少させる．また図 3.7 の水色の線は加熱効率を表す．加熱効率 (η) は，

$$\eta = \frac{Q_{\text{abs}}(r) - Q_{\text{ch}}(r) - Q_{\text{rad}}(r)}{Q_{\text{abs}}(r)}, \quad (3.6)$$

と書け，大気に吸収される EUV エネルギーが気体の熱運動エネルギーに変換される割合を表す．加熱効率は大気上層において 30% ～ 45% 程度となっているが，放射冷却が有効な高度では 10% 以下となる． H_2 の下部境界混合比を減らしていくと， H_3^+ による放射冷却が効きにくくなる．これは単純に生成元となる H_2 ， H_2^+ が減少したためである．

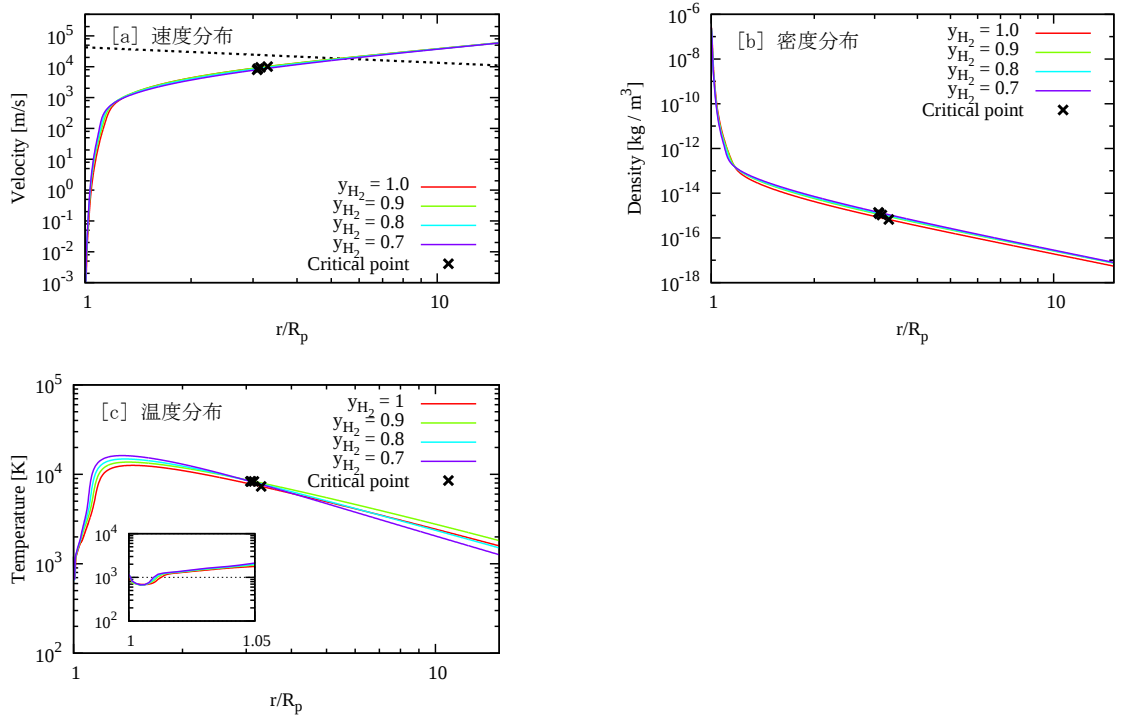


図 3.5: 流出大気の高高度分布．線の色の違いは下部境界混合比に対応する．× 字は遷音速点を示している．[a] 速度分布の黒点線は脱出速度を示す．

3.3 García Muñoz (2007) との散逸率の比較

HD 209458b の流体力学的散逸を数値シミュレートした先行研究 García Muñoz (2007) との散逸率の比較を行う．図 3.8 に本計算の散逸率と García Muñoz (2007) で求められた散逸率を示す．どの下部境界混合比における計算においても，散逸率は 1/10 以下と小さくなった．García Muñoz (2007) と本モデルの大きな違いは加熱率の定式化にあると考えられる．García Muñoz (2007) では，惑星と恒星の中心を結んだ線上で大気中の放射伝達を解き，そこで得られた吸収プロファイ

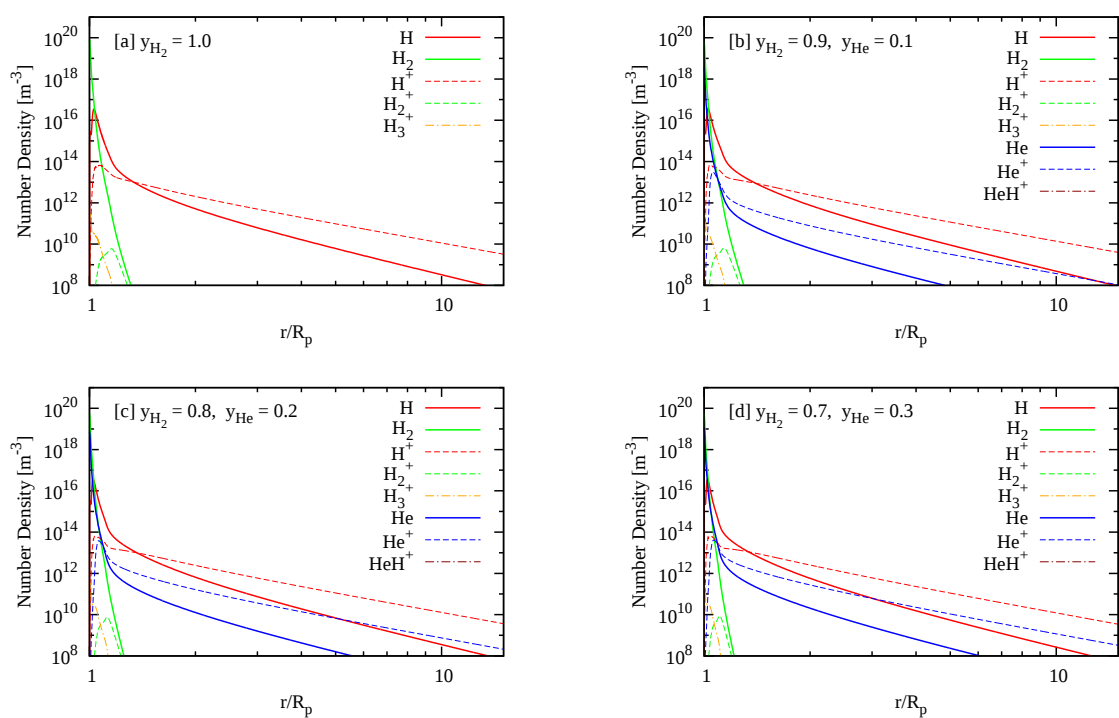


図 3.6: 流出大気の数密度分布. それぞれの図は下部境界混合比 [a] $y_{\text{H}_2} = 1, y_{\text{He}} = 0$, [b] $y_{\text{H}_2} = 0.9, y_{\text{He}} = 0.1$, [c] $y_{\text{H}_2} = 0.8, y_{\text{He}} = 0.2$, [d] $y_{\text{H}_2} = 0.7, y_{\text{He}} = 0.3$ である.

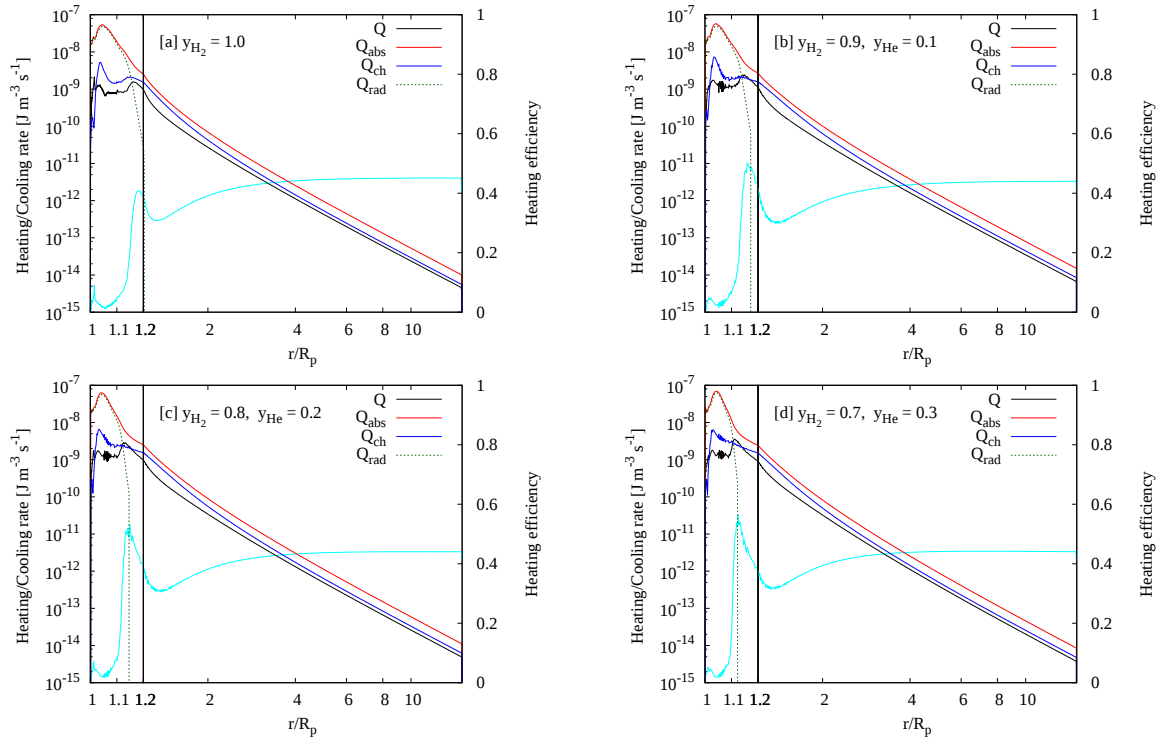


図 3.7: 流出大気加熱率分布. それぞれの図は下部境界混合比 [a] $y_{\text{H}_2} = 1, y_{\text{He}} = 0$, [b] $y_{\text{H}_2} = 0.9, y_{\text{He}} = 0.1$, [c] $y_{\text{H}_2} = 0.8, y_{\text{He}} = 0.2$, [d] $y_{\text{H}_2} = 0.7, y_{\text{He}} = 0.3$ である.

ルを与えている。García Muñoz (2007) は、惑星と恒星の中心を結んだ線上における大気の運動に興味があり、その地点での散逸率を導いているため、この意味では加熱率の定式化は問題ない。しかしこの手法を用いて得られた散逸率は、特定の場所でしか有効ではない。そのため惑星全体の散逸率を求めたり、観測的な制約 (次節参照) との比較をする場合には注意が必要である。

図 3.9 に本計算モデルの加熱率の定式化を García Muñoz (2007) と同じにした場合の結果を示す。散逸率は 1.58×10^8 [kg/s] とほぼ同じ結果を得た。また、加熱率の定式化により、同じ境界条件を与えても大気構造や散逸率がかなり異なる。特に、図 3.7[a] と図 3.9[d] の加熱率の鉛直分布を比較すると、García Muñoz (2007) の加熱率の定式化では、下端付近の体積当たりの EUV 吸収率が上昇し、それに伴い、 H_3^+ の放射冷却率も上昇している。しかし、García Muñoz (2007) の方法では、 H_2 が光解離によって下部境界付近で速やかに減少し、それに伴い H_3^+ も減少するため、 H_3^+ の放射冷却が有効な領域が狭く、またその領域で加熱効率が $\sim 10\%$ 程度となったとしても、加熱率は本計算モデルよりも高い。

本研究の加熱率の定式化は平行光線の入射を考慮し、恒星からの光線が大気上層の昼半球に入射して少し吸収された後、夜半球から宇宙空間へ出ていく効果も入っている。その結果、大気が平均的に吸収する EUV エネルギーは、恒星直下点における大気層のその約 1/10 になる。これが、本研究で得られた散逸率が García Muñoz (2007) よりも小さくなった主な原因である。

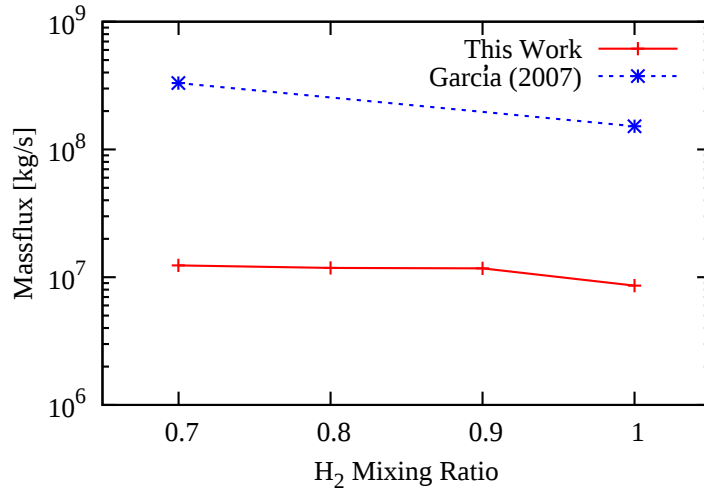


図 3.8: García Muñoz (2007) と本研究における散逸率の比較。横軸は下部境界 H_2 混合比、縦軸は散逸率 [kg/s]。青点線が García Muñoz (2007)、赤実線が本研究。

3.4 観測的な制約との比較

Vidal-Madjar et al. (2003) は、HD 209458b の膨張した大気のロッシュ半径 (~ 2.74 惑星半径) における散逸率の下限値を推定している²。下部境界温度 1200 K、圧力 1 Pa を与え、下部境

²数密度: 10^{12} m^{-3} , 速度: $\sim 10^4 \text{ m/s}$, 温度: $\sim 10^4 \text{ K}$, 散逸率: $\simeq 10^7 \text{ kg/s}$

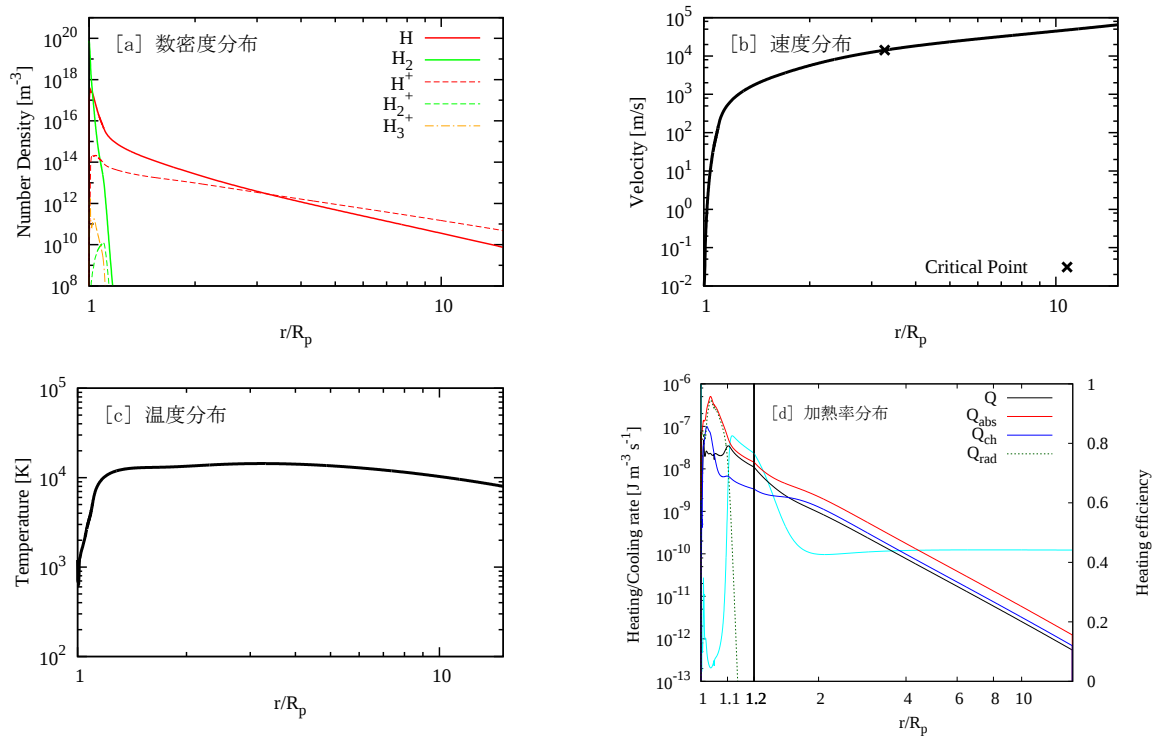


図 3.9: García Muñoz (2007) の下部境界混合比 $y_{\text{H}_2} = 1$ における再現実験. 各物理量の高度分布.

界の水素分子混合比を 1 から 0.7 まで変化させて計算した結果、どの下部境界混合比においても観測的制約をほぼ満たす散逸率が得られた (図 3.10)。

数値モデルで求められる散逸率は、仮定する EUV 光度によって異なってくる。これまでの先行研究 (Yelle, 2004, García Muñoz, 2007, Salz et al., 2015b など) で用いられている EUV 光度は、数値モデルにより値が異なり、それぞれ観測 (Woods and Rottman, 2002: $6.9 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$, Ribas et al., 2005: $4.6 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$) やシミュレーション (Richards et al., 1994: $3.5 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$) を参照している。Woods and Rottman (2002) によると、太陽の EUV 放射フラックスの観測的な不確定性は数十 % 程度にも達する。

本モデルでは García Muñoz (2007) との比較のため、Richards et al. (1994) の EUV 光度を適用した。ただしスペクトルは Woods and Rottman (2002)³ に従うものとしている。もしも、EUV 光度にも後者の観測推定値を用いると、その値は Richards et al. (1994) と比べて約 2 倍となる。こちらの EUV 光度を採用すれば、水素の散逸率は増加し、より観測的な制約に整合するようになる。

Vidal-Madjar et al. (2004) で観測されたロッシュ半径における酸素原子や炭素原子の存在を説明できるかどうか、クロスオーバー質量を用いて考察を行う。クロスオーバー質量 (m_c) は以下のように定式化される (Hunten et al., 1987)。

$$m_c = m_H + \frac{kTF_H}{bg_{y_H}} \quad (3.7)$$

ここで、 m_H は水素原子の質量、 F_H は水素原子の分子数散逸フラックス、 k はボルツマン定数、 T は温度、 g は重力加速度、 b は拡散係数を表す。水素原子と酸素原子や炭素原子の拡散係数は Banks and Kocharts (1973) よりそれぞれ $5.70 \times 10^{19} T^{0.708} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $1.576 \times 10^{20} T^{0.5} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ とした。また、水素原子の混合比 y_H は H_2 の下部境界混合比の値を用いる⁴。今回得られたロッシュ半径における温度と水素の散逸フラックスから、クロスオーバー質量は、 $1 \times 10^{14} \text{ amu}$ ⁵ となった。これは、酸素原子や炭素原子の原子質量単位における質量と比べて、著しく高い。よって、本研究で得た水素の散逸流は重い原子も上層大気に持ち運ぶことが可能である。

実際の散逸流体中で起きる重い気体による運動量の交換や、気体分子 (CO , CH_4) などの分子放射による冷却などを考慮すると、水素の散逸率に影響を与える可能性はある。しかし HD 209458b のような軽い気体に富んだ惑星において、水素とヘリウム以外の気体は微量なため、運動量の交換による水素の散逸量の減少効果は少ないと考えられる。また、HD 209458b は近接した中心星 (0.045 AU) の恒星放射によって分子は光解離を起こし、単原子分子の状態で存在しているため、分子による冷却効果は期待できないと考えられる。そのため、H-He 大気モデルに CO や CH_4 などの放射冷却効果が期待される成分を含めた計算を行ったとしても、水素の散逸率は大きく変化しないと思われる。

次に、計算結果の H 原子の密度分布からトランジット時における中心星の光線吸収による減光率を推定する。Vidal-Madjar et al. (2003) では、トランジット最中央点において、Ly- α 線の減効率が 15% となったことを観測している。そこで、2.4.1 節において加熱率の定式化に用いた恒星からの光線の光路計算手法を利用し、減光率を推定する。水素原子は Ly- α 線を吸収すると $1s \rightarrow 2p$ に励起するが、アインシュタイン係数が大きいため、 $2p$ における滞在時間が短く、すぐに脱励

³Woods and Rottman (2002) の EUV 放射値を採用した理由は、EUV 放射に関する他の先行研究と比べ太陽の活動サイクルを加味しているためである。

⁴どの計算領域においても $(\text{H} + \text{H}_2)/\text{He}$ の混合比は一定のため

⁵原子質量単位

起し, Ly- α 線を放射するため, この一連の吸収, 再放射の過程を散乱とみなすことが出来る. それ故に, 大気中の水素原子が恒星光を散乱させる効果のみを考慮する. 中心星の Ly- α 線光度は, 太陽と同じと仮定し, 地球軌道で観測された放射フラックスを HD 209458b の軌道半径にスケールリングした値を用いる. H 原子の数密度分布は下部境界混合比 $y_{\text{H}_2} = 1$ のデータを用いる. また水素の Ly- α 線の散乱断面積は, $1.0 \times 10^{-18} \text{ m}^2$ とする.

HD 209458b における入射光線に対する透過率を図 3.11 に示す. 図中の縦線はロッシュ半径を示しているが, それより広がった水素原子によってかなり高高度まで Ly- α 線の吸収が生じている. この時の計算領域に入射した Ly- α 線の吸収率は約 40% となる. これは惑星大気と中心星の面積比に直すと, 約 52% となり, 観測的に示唆された Ly- α 線の減効率 15% を超える.

本計算における Ly- α 線の減光率が観測値よりも大きくなった理由は, 恒星風との相互作用を解いていないためだと考えられる. 実際の大气に含まれる水素などは, ロッシュ半径を超えると, 近接した中心星が起こす恒星風により, 等方的に分布せず中心星から遠ざかる向きに流れていき, 彗星の尾のように分布をすると考えられている. 実際に, HD 209458b ではトランジットにおける Ly- α 線の光度曲線が左右非対称になっており, 惑星が通過した後も Ly- α 線の減光が続くことが観測されている (Linsky et al., 2010).

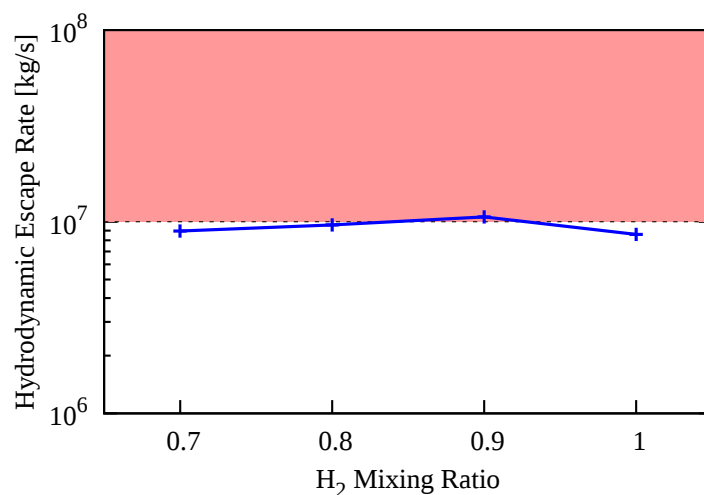


図 3.10: ロッシュ半径 (~ 2.74 惑星半径) 観測との散逸率の比較. 縦軸は散逸率, 横軸は下部境界 H_2 混合比を示す. 赤色の領域は Vidal-Madjar et al. (2003, 2004) の観測から得られた散逸率の制約を示す.

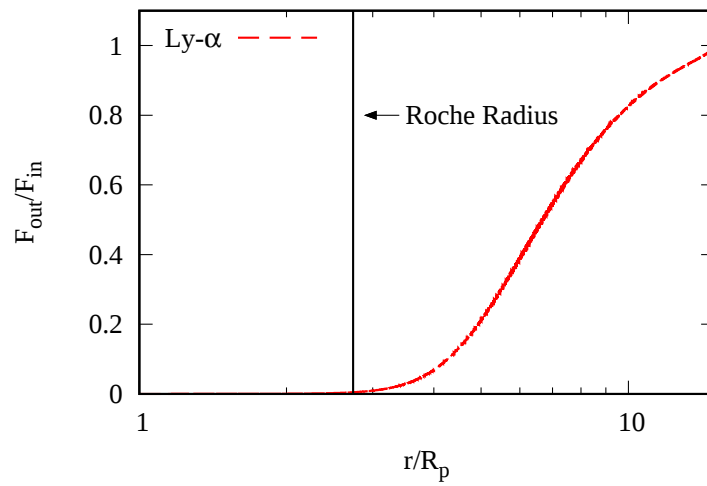


図 3.11: HD 209458b の transit 最中央点における Ly- α 線の透過率. 縦軸は透過率, 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離. 赤線は Ly- α 線, 黒線は惑星のロッシュ半径を示す.

第 4 章 TRAPPIST-1 系への適用

4.1 EUV 光度

TRAPPIST-1 は M 8 型と赤色矮星の中でも低質量の恒星である (表 4.1 参照). このような低質量星の EUV 放射はこれまで観測されていない. ただし, X 線の観測例は存在する. 先行研究 (例えば, Bolmont et al., 2017) では, X 線放射の観測値をより明るい恒星 (M5 型 ~ G, F 型) で経験的に知られている X 線放射と EUV 放射の強度比関係を用いてスケールすることにより, EUV 放射強度を推定している. 本研究でも, Chadney et al. (2015) の X 線放射に対する EUV 放射比の関係式,

$$\log F_{\text{EUV}} = 2.63 + 0.58 \log F_X \quad (4.1)$$

から EUV 光度を推定する. ここで, F_X と F_{EUV} は, それぞれ X 線 (0.517-12.4 nm) 放射, EUV 放射の強度である.

TRAPPIST-1 の X 線光度は, Wheatley et al. (2017) の観測では, $3.8 - 7.9 \times 10^{19}$ J/s と推定されている. この値は, 現在の活発でない太陽の X 線光度 6×10^{19} J/s (Judge et al., 2003) に近く, スペクトル型や年齢から考えるとかなり高いと思われる.

他方, TRAPPIST-1 と同じ M8 型で質量や半径が似る VB10 に対して, X 線光度が観測されている. この恒星の推定年齢は 10 億年未満と, TRAPPIST-1 よりも若い (Prado and Shaklan, 2009). VB10 の X 線光度は, Fleming et al. (2000), Berger et al. (2008), Williams et al. (2014), Cook et al. (2014) など複数回観測されており, それらの観測結果を表 4.2 にまとめた. TRAPPIST-1 で観測された X 線光度は, より若くより X 線が強いはずの VB10 よりも 20 倍程度大きく, 一時的な増光を捉えた可能性も指摘されている (Bolmont et al., 2017, Burgasser and Mamajek, 2017). このような X 線光度の不確定性があるため, 以下では両星の観測値に基づく, 強弱二通りの X 線光度を考える.

表 4.1: TRAPPIST-1 と VB10 の物理量

恒星	質量 ($M_\odot$)	半径 ($R_\odot$)	スペクトル型	年齢 (Gyr)	有効温度 (K)	Ref
TRAPPIST-1	0.089	0.117	M 8	7.6 ± 2.2	2560	[1], [2], [3], [4]
VB10	0.078	0.102	M 8 V	~ 1	2600	[5], [6]

[1] Gullion et al. (2017), [2] Costa et al. (2006), [3] Burgasser and Mamajek (2017), [3] Van Grootel et al. (2017), [5] Linsky et al. (1995), [6] Prado and Shaklan (2009)

TRAPPIST-1 のような晩期型 M 型星における X 線光度の年齢依存性については, 観測がない. Bolmont et al. (2017) は恒星進化モデル (Chabrier and Baraffe, 1997) から推定された恒星

表 4.2: TRAPPIST-1 と VB 10 の X 線光度観測

恒星	静穏期 [J/s]	活動期 [J/s]	Ref
VB10	1.74×10^{18}	$2.76 \times 10^{20}(\text{peak})$	[1]
	1.74×10^{18}	1.38×10^{19}	[2]
	1.38×10^{18}	4.37×10^{19}	[3], [4]
TRAPPIST-1	$3.8 - 7.9 \times 10^{19}$		[5]

[1] Fleming et al. (2000), [2] Berger et al. (2008), [3] Williams et al. (2014),
 [4] Cook et al. (2014), [5] Wheatley et al. (2017)

光度に比例するものとして, X 線光度進化を与えている. しかし, X 線光度には恒星の自転速度なども影響するため, その進化は恒星の光度進化とは異なると考えられる (G 型星については, 例えば Ribas et al. 2005). そこで, 本研究では, Guinan et al. (2016) の複数の早期型 M 型星で観測された, 恒星の年齢と X 線光度の関係を参照し, TRAPPIST-1 の各年齢における X 線強度は, 早期型 M 型星のそれに比例するものとする.

早期型 M 型星と M8 (晩期) 型星の X 線光度のスケージングは, 強い X 線光度モデルに対しては, TRAPPIST-1 の X 線光度観測値 (Wheatley et al., 2017) と推定年齢 (中央値の 70 億年とする), 弱い X 線光度モデルには VB10 の静穏期の X 線光度観測値 (1.74×10^{18} J/s) と年齢 (1 億年とする) を起点にそれぞれ行う. そして, Chadney et al. (2016) の X 線光度と EUV 光度の関係から, EUV 光度の進化曲線を導出した (図 4.1). 以下では, 強い X 線光度モデルに基づくものを「Strong EUV model」, 弱い X 線光度モデルに基づくものを「Weak EUV model」と呼ぶ. また H_2O や O_2 の光解離, 吸収に寄与を与える FUV 光度 (L_{FUV}) は, EUV 光度に比例すると仮定し, 以下のように定義する.

$$L_{\text{FUV}} = L_{\text{FUV,SUN}} \times \frac{L_{\text{EUV}}}{L_{\text{EUV,SUN}}} \quad (4.2)$$

ここで, $L_{\text{EUV,SUN}}$, $L_{\text{FUV,SUN}}$ は, それぞれ Woods and Rottoman (2002) で観測された EUV, FUV 光度, L_{EUV} は Chadney et al. (2015) から推定した EUV 光度である. 図 4.1 の + 点において, 大気散逸シミュレーションを行い, 各 EUV 光度に対する散逸率の依存性を明らかにする.

4.2 計算設定

本研究では, TRAPPIST-1d を主対象に水蒸気大気散逸の数値計算を行う. TRAPPIST-1d は, Kopparapu et al. (2013) によって推定されたハビタブルゾーンの内縁のやや内側を公転し, しかも質量が比較的小さい. そのため, この惑星の水蒸気大気の散逸量を推定し, この惑星表層に現在も水が存在する可能性が示されれば, より外側のハビタブルゾーン内に位置する TRAPPIST-1e, f, g にも水が残っている可能性が高いと考えられる.

下部境界は均質圏界面よりも上空の上層大気を想定して, 地表から 100 km の高度とする. そして計算領域の上端は惑星半径の 10 倍とした. 下部境界における組成は暴走温室状態を仮定して水蒸気一成分とし, 暴走温室状態にある水蒸気大気の上層は 200- 250K 程度となるため, 下部境界温度は 200 K, 圧力は水蒸気の飽和蒸気圧 (Haynes, 2014) に従うとした.

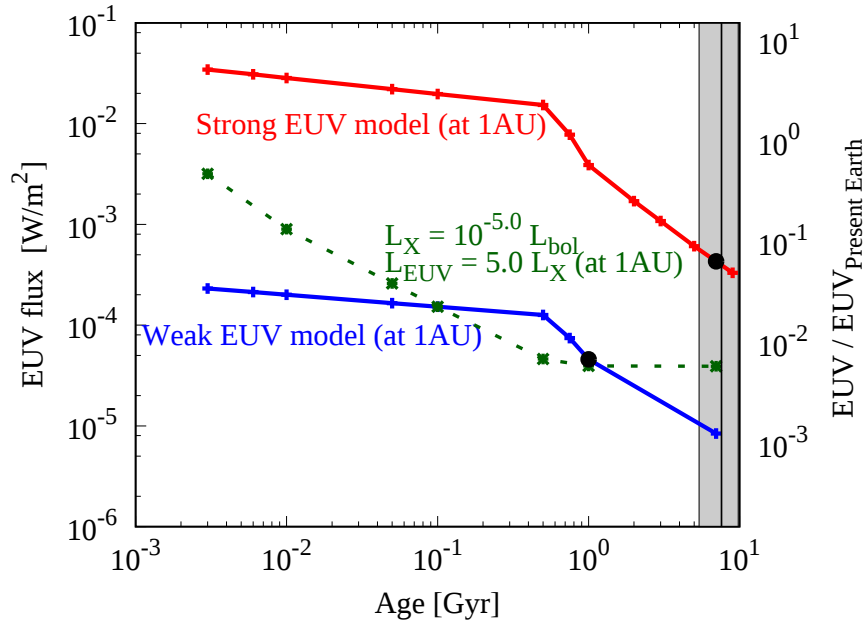


図 4.1: TRAPPIST-1 の 1 AU で受ける EUV 光度の進化曲線. 横軸は恒星の年齢, 左縦軸は恒星から 1 AU の距離における EUV 放射フラックス, 右縦軸は EUV 放射フラックスを現在の地球軌道上の平均 EUV フラックス [$6.9 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$ Woods and Rottoman, 2002] で規格化したものである. 赤線は, Wheatley et al. (2017) の X 線放射から推定した EUV 光度進化, 青線は, VB 10 の静穏期における X 線光度から推定した EUV 光度進化, 緑点線は Bolmont (2017) で用いた全光度に比例した EUV 光度進化を表す. 黒丸点はそれぞれの EUV 光度推定の際の起点の位置を示す. また, 各 + 点は, 今回計算を行った EUV 放射強度値を示している.

表 4.3: TRAPPIST-1 系惑星の物理量の諸元

惑星名	質量 ($M_{\oplus}$)	半径 ($R_{\oplus}$)	軌道半径 (AU)	有効温度 (K)*	Ref
b	0.79 ± 0.27	1.086 ± 0.035	0.0111	400.1 ± 7.7	[1], [2]
c	1.63 ± 0.63	1.056 ± 0.035	0.0152	341.9 ± 6.6	[1], [2]
d	0.41 ± 0.27	0.772 ± 0.030	0.0214	288.0 ± 5.6	[1]
e	$0.24^{+0.56}_{-0.24}$	0.918 ± 0.039	0.0282	251.3 ± 4.9	[1], [2]
f	0.36 ± 0.12	1.045 ± 0.038	0.0371	219.0 ± 4.2	[1], [2]
g	0.566 ± 0.038	1.127 ± 0.041	0.0451	198.6 ± 3.8	[1], [2]

[1] Gillon et al. (2017), [2] Wang et al. (2017)

表 4.4: TRAPPIST-1d 大気の標準モデル

物理量名	値
計算領域下端 (r_0)	$1.0 R_p + 1.0 \times 10^5$ (m)
計算領域	$r_0 < r < 10 R_p$
格子点数	1500 grid
下部境界温度 [K]	200
下部境界圧力 [Pa]	0.1
下部境界組成	H ₂ O 一成分
渦拡散係数 [m^2/s]	10^2
化学反応	表 2.2, 表 2.4
EUV 放射フラックス [W/m^2]	$74.9 \sim 0.72$ (Strong EUV model)
EUV 放射フラックス [W/m^2]	$0.50 \sim 0.02$ (Weak EUV model)

4.3 水蒸気大気に対する散逸モデルの妥当性

まず, 3.2 節と同様に数値計算の大域的なエネルギー保存性を確認する. ここでは, 主に Strong EUV model を与えた場合について述べる. 各年代の EUV 光度を与えて求めた計算結果を図 4.2 に示す. 単位時間当たりの正味加熱エネルギーと正味流出エネルギーの比はほぼ 1 であり, どの EUV 光度においても高い精度でエネルギー保存が保たれていることが分かる. エネルギー分配 (図 4.2 [a]) を見ると正味の加熱エネルギーの大部分が流体に付加され, 散逸に使われている. ただし, EUV 光度が弱まるにつれて上部境界付近の温度が下がり, 上部境界からの熱伝導によるエネルギー流出量が増える. また, 分子の放射冷却により下部境界付近の温度が境界温度よりも下がり, 大気下端から熱伝導によるエネルギーの流入が生じるようになる.

次に, 質量フラックスの保存性について述べる. 図 4.3 [a] は各年代の EUV 光度を与えた場合の質量フラックスを示す. 計算領域において, 質量フラックスは光度に依らずほぼ一定となり, 質量保存が良く成り立っていることが分かる. 次に, 分子拡散フラックスと渦拡散フラックスの妥当性を示す. それぞれの拡散速度は厳密には $\Sigma_s \rho_s v_s = 0$, $\Sigma_s \rho_s u_s = 0$ を満たす. そのため, この

条件が成り立っているかを確認した (図 4.3 [b]). ここで示されている値は,

$$Diff_{eddy} = \frac{\Sigma_s \rho_s v_s}{\rho u} \times 100, \quad (4.3)$$

$$Diff_{mol} = \frac{\Sigma_s \rho_s u_s}{\rho u} \times 100, \quad (4.4)$$

とし, 単位面積当たりの拡散質量フラックスを全体の単位面積あたりの質量フラックスを用いて規格化した. 図 4.3 [b] をみると, 計算領域にわたりほぼ 0 に近く, 拡散フラックスに課された条件が数値計算においても高い精度で満たされていることが分かる.

これらから, 本数値モデルの保存は成り立っており, 精度よく計算されていることが分かる.

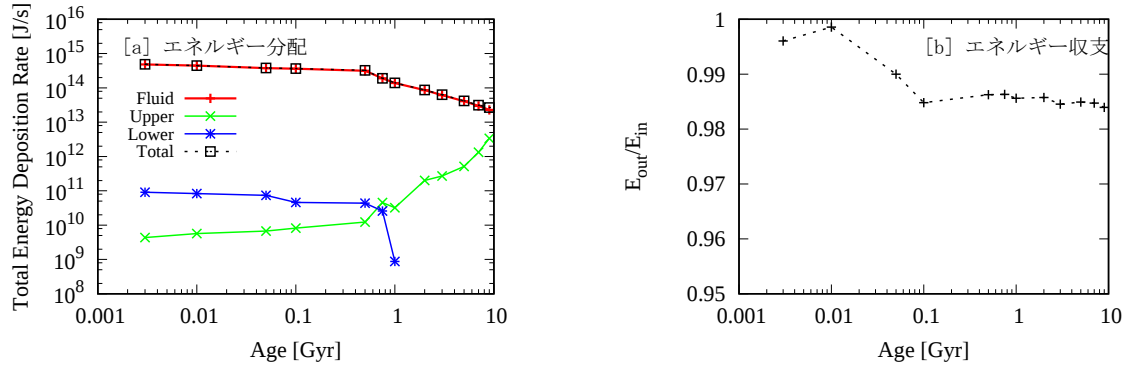


図 4.2: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における, エネルギー分配とエネルギー収支. [a] 縦軸はエネルギーフラックス, 横軸は惑星の年齢である. 黒線は計算領域内に流入するエネルギーフラックス, 赤線は流体に付与されるエネルギーフラックス, 緑線と青線はそれぞれ上部境界, 下部境界から熱伝導により流出するエネルギーフラックスである. [b] 縦軸はエネルギー収支, 横軸は惑星の年齢である.

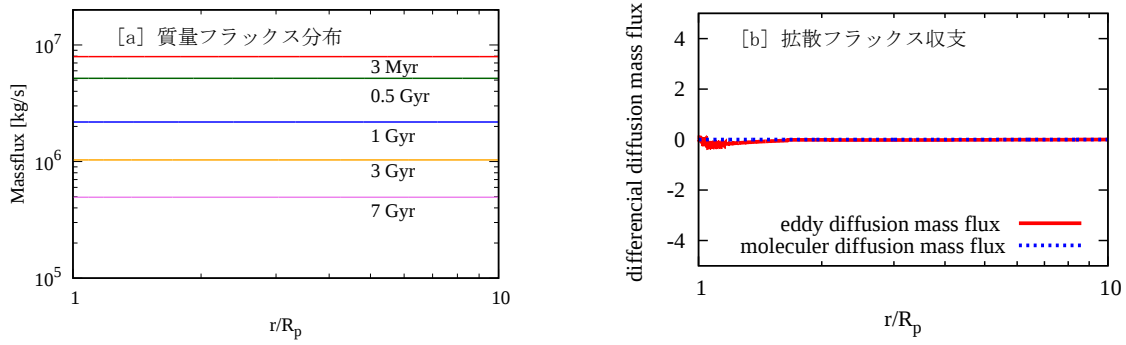


図 4.3: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における, 質量フラックス分布と拡散フラックスの収支. [a] 縦軸は質量フラックス, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離. 各線は線の近くに記載されている年齢に対応する. [b] 縦軸はそれぞれの拡散フラックスを単位面積当たりの質量フラックスからのずれを百分率で示し, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離である.

4.4 計算結果

ここでは, 代表的な条件設定下での計算結果を示す. それ以外の設定を置いた計算結果については付録 A を参照されたい.

4.4.1 速度分布

図 4.4 は Strong EUV model における各年代ごとに求めた速度分布である. 流速は, 大気下端で静止に近い速度 ($10^{-3} \sim 10^{-2}$ m/s) から高度が上がるにつれて亜音速から超音速へ加速し続けている. 図 4.4 の黒点線は脱出速度 (式 3.5) を示している. この計算例では, いずれも遷音速点付近で惑星の脱出速度を上回った.

4.4.2 密度分布

図 4.5 は各年代ごとに得られた密度分布を示す. 密度分布はどの EUV 光度においても, 速度が小さい $\sim 1.1R_p$ 付近までは静水圧平衡にほぼ従い, それ以上では流速が超音速へと加速されるため静水圧平衡から逸れる.

各成分の数密度分布は Strong EUV model の 3 Myr, 0.5 Gyr, 7 Gyr の EUV 光度を与えた場合のものを示す (図 4.6). 0.5 Gyr, 9 Gyr は 3 Myr の EUV 光度を 10 分の 1, 100 分の 1 にした値に相当する. どの年齢においても, H_2O が計算領域下層で光解離によって減少し, 上層では H , O の単原子分子のみの大気になる. EUV 光度が高い場合, 上層大気はイオン分子が主になる. また H_2O 解離によって生じる OH や H_2O^+ は電子や他分子との化学反応によってすぐに失われ, ほとんど大気にふくまれないが, EUV 光度を下げていくと, 重い分子種の分布が上層に広がる. これは, EUV 光度が弱くなるにつれ, H_2O の光解離係数が小さくなり, 移流や拡散のタイムス

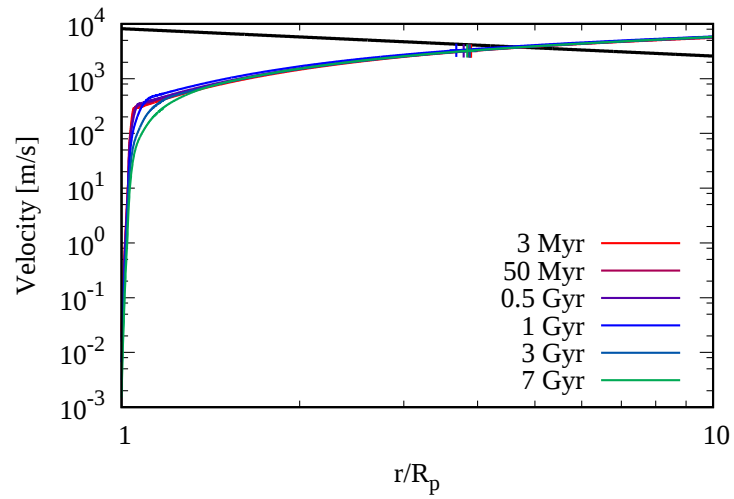


図 4.4: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における, 各年齢の速度分布. 縦軸は速度, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離である. 各線は図の右に記載されている各年代に対応し, + 点は遷音速点を示す. 黒線は脱出速度である.

ケール¹が H_2O の光解離タイムスケール²より短い領域 ($\tau_{\text{esc}} < \tau_{\text{photolysis}}$) が広がるため、 H_2O 分子が光解離反応によって失われる前に上層大気に運ばれるようになるためである (図 4.7).

また、 $\text{O}(1\text{D})$ は EUV の光度が弱くなるにつれ、より高濃度で大気に含まれるようになる。これは、移流のタイムスケールが相対的に短い領域が外に拡がるため、 O_2^+ , O_2 が持ち上がることで上層で $\text{O}(1\text{D})$ を生成する。 $\text{O}(1\text{D})$ は O や O^+ と同じ質量を持つため、分子拡散と移流により、容易に上層まで運ばれる。 $1.05R_p$ より内側には、 O と OH の密度分布に一方の数密度が光度とともに上昇すると他方が低下する逆相関が見られる。ここでは、 H_2O の放射冷却により、負の温度勾配が生じている。そのため温度に敏感な化学反応、



の平衡状態の移動により、そのような逆相関が引き起こされる。

また、どの EUV 光度においても、 $\sim 1.05R_p$ 付近において密度勾配の変化が見られる。特に二原子分子以上の気体で顕著である。これは比熱比の急上昇による断熱膨張の効果が表れている (次節参照)。

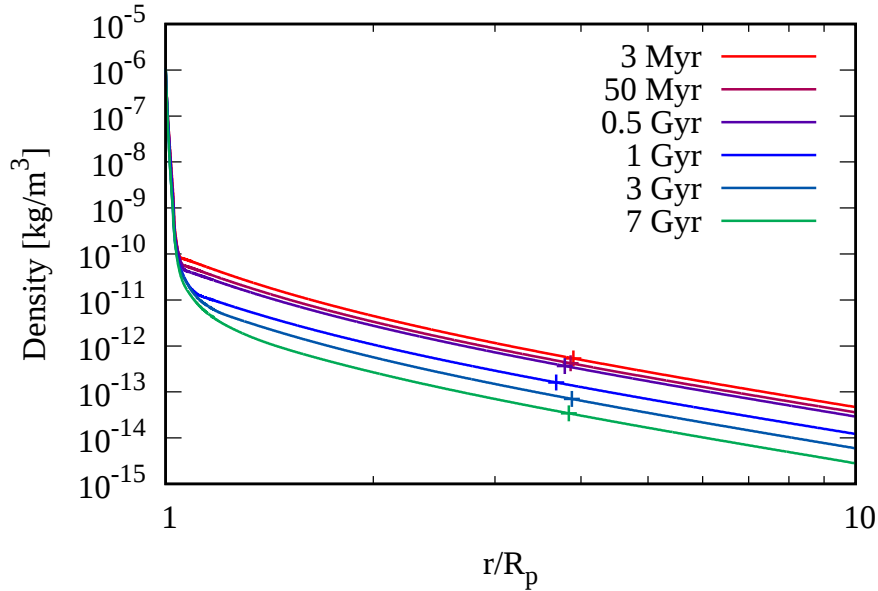


図 4.5: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における、各年齢の密度分布。縦軸は密度、横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離である。各線は図の右に記載されている各年代に対応し、+ 点は遷音速点を示す。

4.4.3 温度分布

図 4.8 は定常状態における温度分布である。下部境界からある高度までは、 H_2O の放射冷却により、ほぼ等温となっている。しかし、そこから $\sim 1.05R_p$ にかけて、温度の急上昇がみられる。

¹移流のタイムスケールは、 r/v 。 r は惑星中心からの距離

²光解離のタイムスケールは解離係数の逆数 $1/J_{\text{Rnum}}$

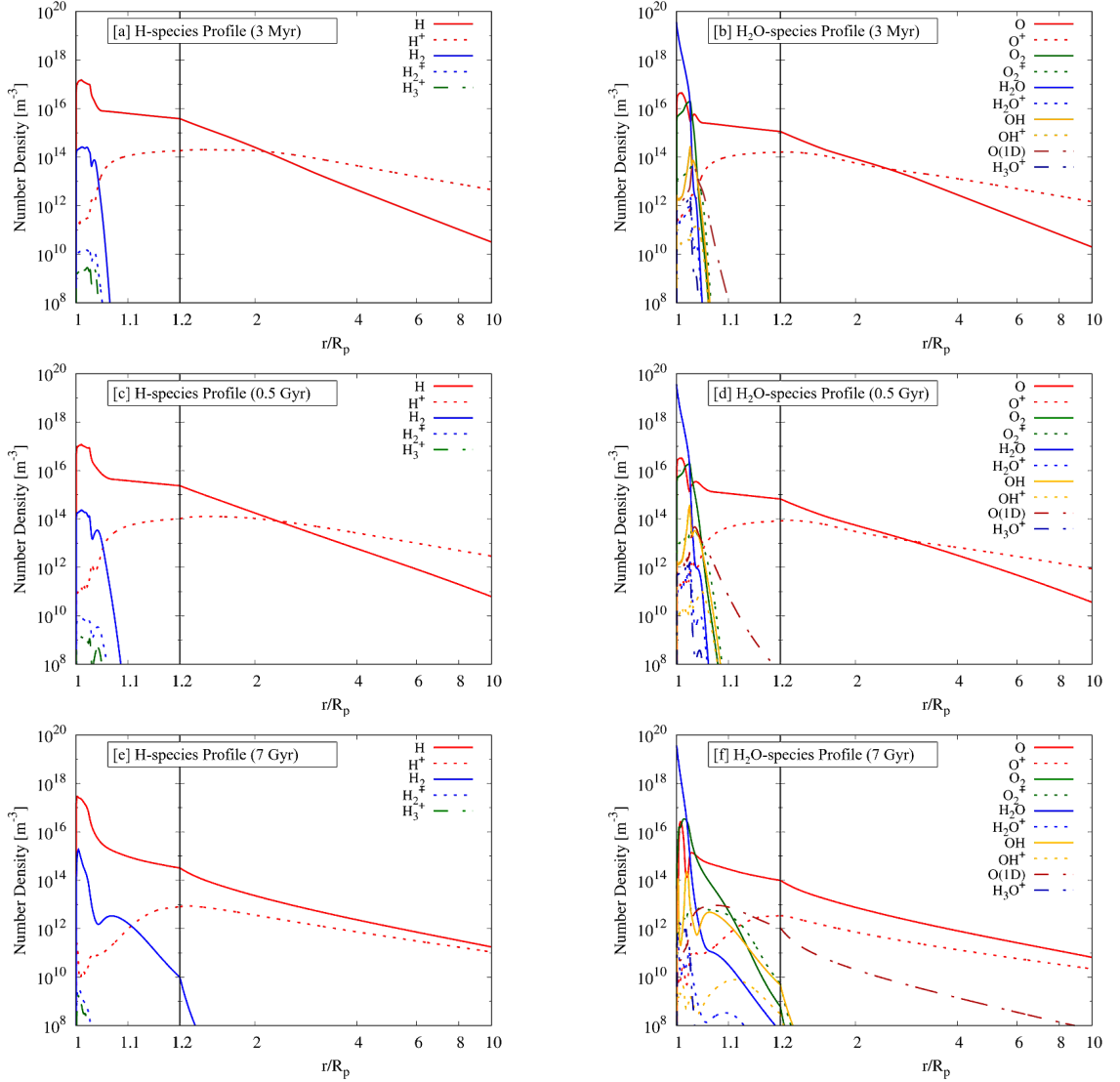


図 4.6: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における, 各分子種の数密度分布. 全て縦軸は数密度, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す. [a], [c], [e] は H 分子種の, [b], [d], [f] は H_2O , O 分子種の数密度を表し, 上から順に 3 Myr, 0.5 Gyr, 7 Gyr の年齢に対応する. 各線は図の右に記載されている分子種を示す.

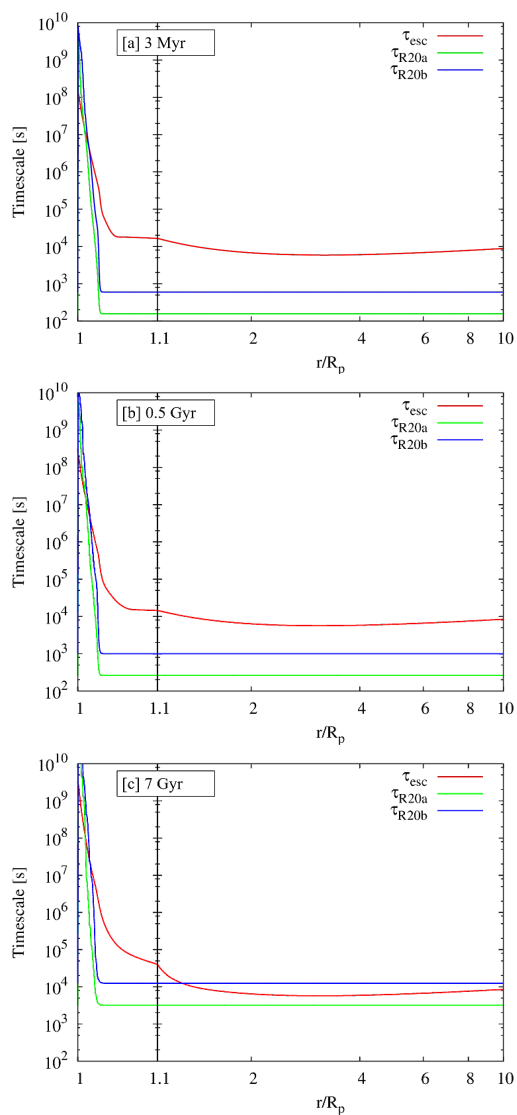


図 4.7: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の各年代における, 散逸と解離のタイムスケールの比較. 全て縦軸はタイムスケール, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す. 上から順に 3 Myr, 0.5 Gyr, 7 Gyr の年齢に対応する. 赤線は移流のタイムスケール, 緑線, 青線はそれぞれ光解離反応 R20a, R20b の解離タイムスケールに対応する.

これには、次節で示す加熱率が影響している． $1.02R_p$ までは、 H_2O による放射冷却の効果で正味の加熱率が小さく、温度が等温になるのに対し、その高度から $1.05R_p$ 付近では、 H_2O が光解離により、大気から除かれるため、放射冷却が効かなくなることで加熱率が上昇し、温度の急勾配が生じる．また、EUV 光度が弱くなるにつれ、 $\sim 1.02R_p$ 付近において、温度がいったん下がる．これには、単原子分子の生成による大気の比熱比の大きな変化が関係している．図 4.9 は大気下層の比熱比の鉛直構造を示している．下部境界は H_2O 一成分で比熱比は 1.29 に固定されており、また H_2O の放射冷却の効果が働いている高度までは比熱比の上昇は緩やかだが、その領域から $1.05R_p$ 付近まで高度が上がると比熱比は単原子分子における値 1.67 まで上昇するため、断熱膨張の効果で温度が下がっている．

$1.5R_p$ 以上の高度は、約 3500 K の等温である．これは、上層大気に豊富に存在する水素原子の Ly- α 線の放射冷却によって温度の上昇が抑制されるためである．また年齢が 7 Gyr 程度になると、上層大気の温度が水素原子の放射冷却によって抑制されるほど上がらなくなり、上部境界付近では断熱膨張の効果を受けて高度の上昇とともに温度が下がる．

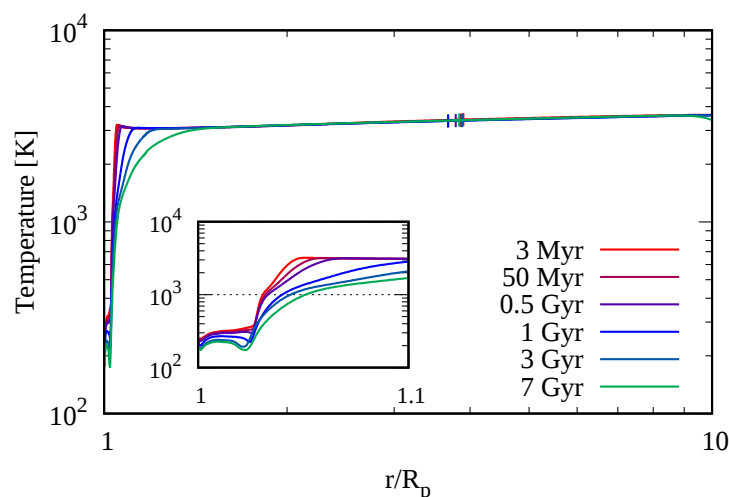


図 4.8: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における、各年齢の温度分布．縦軸は温度，横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離である．各線は図の右に記載されている各年代に対応し、+ 点は遷音速点を示す．

4.4.4 加熱率分布

図 4.10 は大気の加熱率，冷却率分布を示す．いずれの計算例においても大気下層付近で EUV の吸収が起き、それ以遠では、高度の上昇につれて吸収率は減少している．EUV の吸収が強い高度領域では、 H_2O の放射冷却が効き、エネルギーの流体への付与を抑制している．他方、 H_2O が光解離によって失われ、温度が高い高度領域においては、H の Ly- α 線の放射冷却によって正味の加熱率が低下する．化学反応によるエネルギー消費は、どの計算においても一定の割合で効いていることが分かる．

図 4.10 の黒色の破線は正味の加熱効率を表す．散逸質量フラックスは空間あたりの EUV 吸収量で重みを付けて平均した正味の加熱効率に比例する．年齢が若く、EUV 光度が高い場合は、大

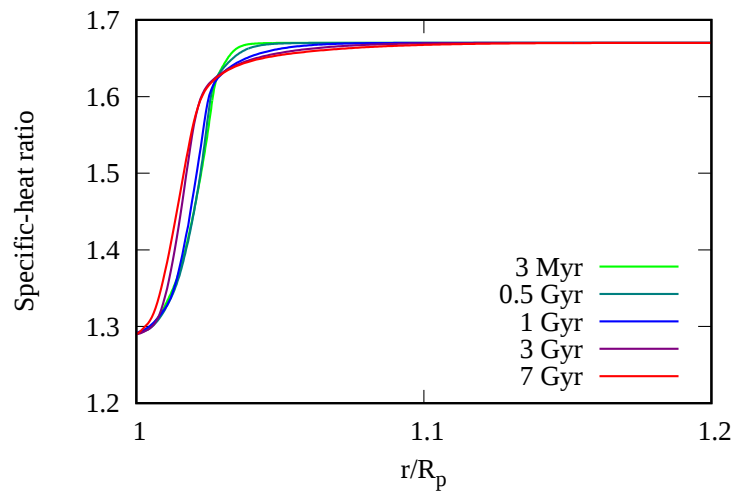


図 4.9: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の各年代における $1.2R_p$ までの鉛直方向の比熱比構造．全て縦軸は比熱比，横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．各線は図の右に記載されている各年代に対応する．

気下層で分子による放射冷却効果が働き、正味の加熱効率を小さくする．しかし、EUV 光度が低下するにつれ、大気上層の H による放射冷却効果が弱まるため、正味の加熱効率が上がる．更に EUV 光度を下げていくと、大気下層付近の EUV 吸収が高い領域で寄与していた H_2O の放射冷却がやや高い高度でも効くようになる．これは H_2O が大気の上層まで輸送されるようになるためである．

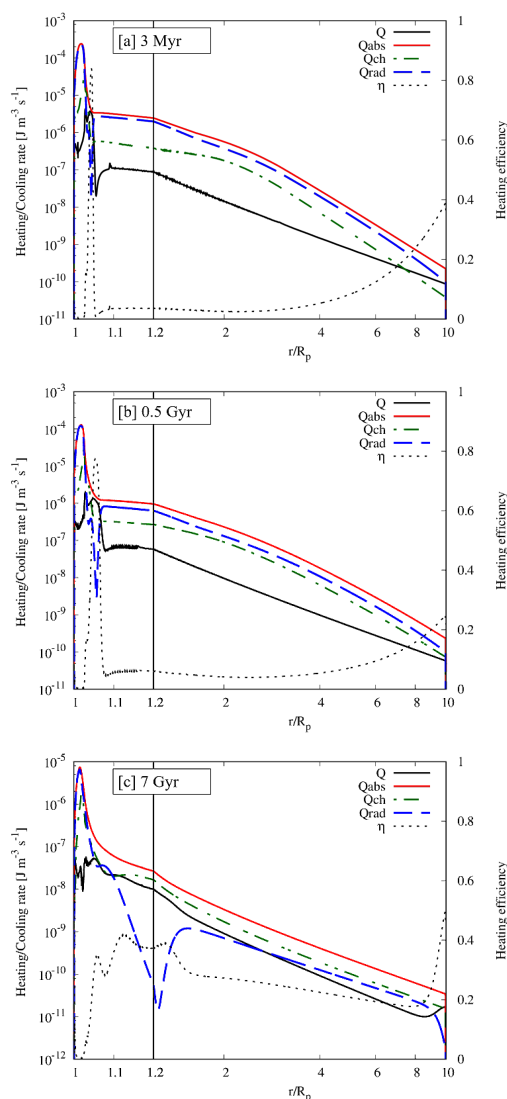


図 4.10: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の各年代における単位体積あたりの加熱、冷却率分布．全て左縦軸は加熱、冷却率、右縦軸は加熱効率、横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．上から順に 3 Myr, 0.5 Gyr, 7 Gyr の年齢に対応する．赤実線は EUV の吸収率、緑鎖線は化学反応による消費率、青破線は分子の放射による冷却率、黒線は加熱率、黒点線は加熱効率を表す．

4.4.5 加熱効率の推移

図 4.11 は Strong EUV model における年齢に応じた計算領域全体の加熱効率の変化を示している．総加熱効率 η_{net} は次式で定義される．

$$\eta_{\text{net}} = \frac{\int 4\pi r^2 (Q_{\text{abs}}(r) - Q_{\text{ch}}(r) - Q_{\text{rad}}(r)) dr}{\int 4\pi r^2 Q_{\text{abs}}(r) dr} \quad (4.5)$$

ここで、積分は全計算領域についてとる．EUV 光度が高い過去ほど総加熱効率は低く、3 Myr で 3% 程度となるが、逆に現在に近づくにつれ H による冷却が効かなくなり、7 Gyr で 10% 程度となる．

次に、加熱効率の内訳について考える．式 (3.6) の分子の部分について示したのが、図 4.12 [a] である．全年齢において、化学反応によるエネルギー消費量は EUV 放射の吸収量との比がほぼ一定 (約 30%) であるのに対し、分子による放射冷却量は EUV 光度が下がるにつれて減少することが分かる．図 4.12 [b] では、各分子による放射冷却量の内訳を示した． H_3^+ による冷却はほとんど影響を与えなかった．これは、H, He 大気の時と比較して、 H_2O や OH などの大気成分と化学反応 (R36,37,38) を起こすことで H_3^+ が消費され、濃度が低く抑えられるためである．次に、H と H_2O は年齢が若い場合に、同程度の放射冷却を起こしている．現在に近づくにつれ、H の放射冷却量が減少し、5 Gyr 程度からは放射冷却の大部分が H_2O によって担われるようになる．

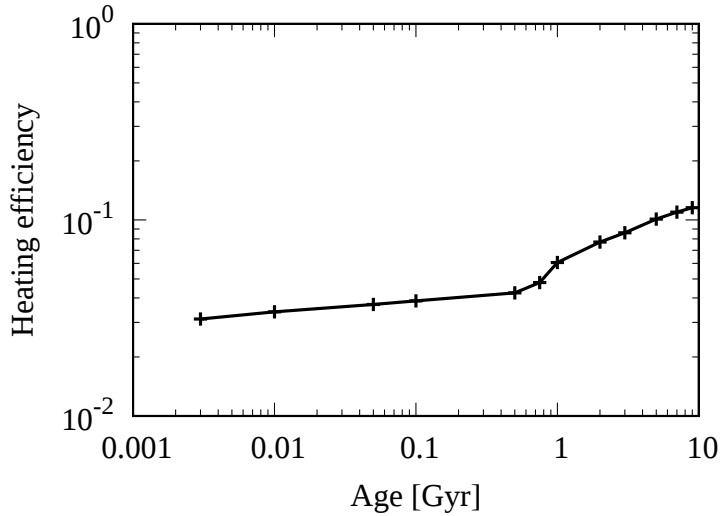


図 4.11: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における年齢を通じた加熱効率の変化．縦軸は加熱効率，横軸は横軸は惑星の年齢である．

4.4.6 散逸率の推移

標準モデルの計算結果のまとめとして、散逸率の推移を考察する．図 4.13 は Strong EUV Model に沿った散逸率の進化を示している．図 4.1 の EUV 光度の進化曲線にほぼ沿うような形で、散逸率が徐々に減少する．しかし、それは単純な比例関係にはなく、例えば、1 Gyr の散逸率は EUV 光度が 10 倍強い 3 Myr における散逸率の 10 分の 1 にまでは減少しない．1 Gyr の加熱効率が

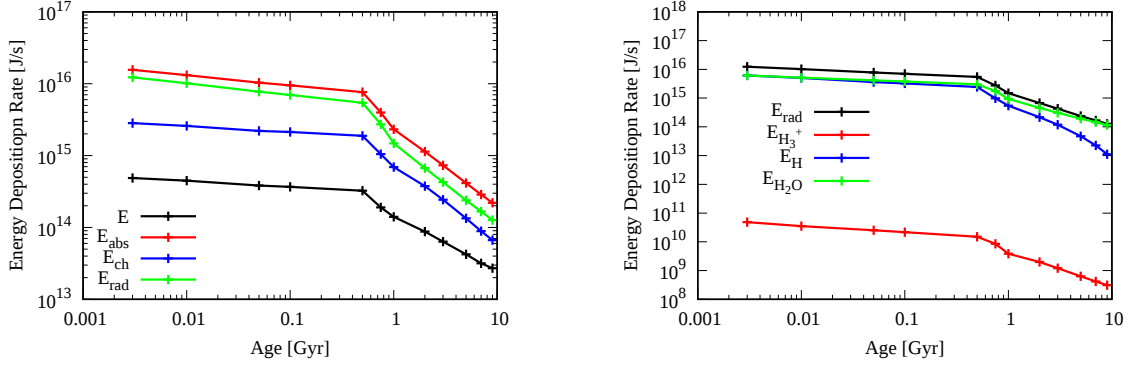


図 4.12: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の年齢を通じた加熱効率に寄与している各エネルギー分布 [a], と分子による放射冷却エネルギーの分布 [b]. 縦軸はエネルギー分布, 横軸は惑星の年齢を示している. [a] 赤線は EUV 放射の吸収量, 青線は化学反応による消費量, 緑線は分子の放射による冷却量, 黒線は EUV 放射の吸収量から, 化学反応によるエネルギー消費, 分子による放射冷却量を引いた値である. [b] 黒線は分子の放射冷却を足しあげたエネルギー量, 赤線, 青線, 緑線はそれぞれ H_3^+ , H , H_2O の冷却量を示している.

3Myr における値の 2 倍程度に上昇するため, 1Gyr における散逸率は約 5 分の 1 までの低下にとどまる.

次に, 大気上層の主体成分である, 酸素原子と水素原子の散逸率を見積もる. 酸素原子と水素原子の散逸率はそれぞれのイオンも足しあげ, 以下のように導出した.

$$F_O = 4\pi r^2 \{ \rho_O (v + v_O + u_O) + \rho_{O^+} (v + v_{O^+} + u_{O^+}) \} \quad (4.6)$$

$$F_H = 4\pi r^2 \{ \rho_H (v + v_H + u_H) + \rho_{H^+} (v + v_{H^+} + u_{H^+}) \} \quad (4.7)$$

図 4.13 の赤線, 緑線はそれぞれ水素原子種, 酸素原子種の質量散逸率を示している. 全体の質量散逸率のほとんどを酸素原子種が占め, 水素原子種の質量散逸率は酸素原子種の質量散逸率の約 1/8 で年齢を通じてほぼ同じである. 下部境界で H_2O だったものが, H と O に分かれて分別せずに上部境界まで運ばれたとすると, 散逸率の比は 1/8 となるため, Strong EUV model の下では, 質量分別を起こさずに散逸することが分かる.

4.5 下部境界の設定が散逸率に与える影響

ここでは, 下部境界の設定が散逸率に影響を与えるのかを考察する. 表 4.5 のように下部境界のパラメータを変更した.

まず, 下部境界圧力や温度の設定を表 4.5 のリスト 1,2 のように変更する. 図 4.14 に異なる下部境界条件を与えた場合の密度分布と温度分布の比較を示したが, 下層付近の温度分布に違いがあるものの, それより高い高度では, 下部境界条件の違いは波及していない. 下層の温度分布の違いは, 下部境界の H_2O 密度が異なることに起因し, より密度が高いと放射冷却の影響で温度が下がる. 図 4.15 に散逸率の年齢による変化を示した. どの下部境界パラメータを用いても, ほと

³Strong EUV model を使用

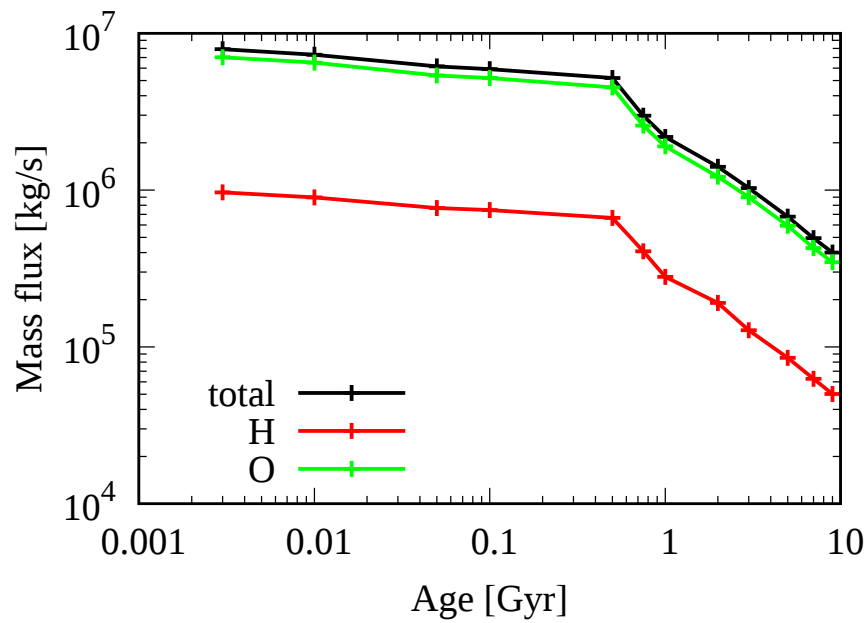


図 4.13: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の年齢を通じた散逸率の変化. 縦軸は散逸率, 横軸は惑星の年齢を示している. 黒線は気体全体の散逸率, 赤線は水素原子とそのイオンの散逸率, 緑線は酸素原子とそのイオンの散逸率を示す.

表 4.5: 下部境界設定変更リスト

リスト	下部境界圧力 [Pa]	下部境界温度 [K]	計算領域下端 (r_0)	EUV 光度 ³
1	0.1	600	$1.0 R_p + 1.0 \times 10^5$ (m)	10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr
2	1.0	300	$1.0 R_p + 1.0 \times 10^5$ (m)	10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr
3	0.1	200	$1.0 R_p$	3 Myr, 0.5 Gyr, 1 Gyr

んど散逸率は変わらないことが分かる．これは、どのように下部境界を設定した場合でも、下部境界付近に存在する EUV の吸収のピーク領域で、 H_2O の放射冷却が効き、それ以遠では、 H の放射冷却が効くという構造は変わらず、大気が正味に吸収するエネルギー量がほとんど同じになるため散逸率が変化しない．

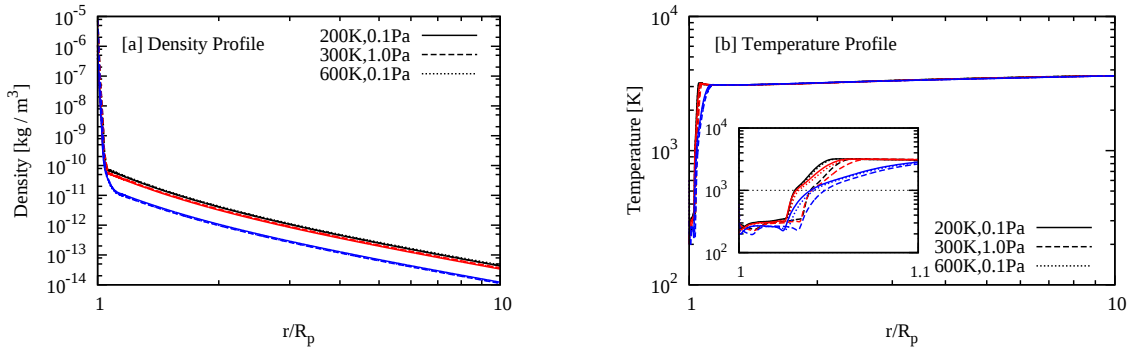


図 4.14: TRAPPIST-1d, Strong EUV model における, [a] 速度分布, [b] 密度分布. [a] 縦軸は速度, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す. [b] 縦軸は密度, 横軸は [a] と同様. 実線は下部境界を 200 [K], 0.1 [Pa], 破線は下部境界を 300 [K], 1.0 [Pa], 点線は下部境界を 600 [K], 0.1 [Pa] と設定した時の値を示し, 赤線, 青線, 緑線は順に 10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr の値を示す.

次に, 表 4.5 のリスト 3 のように, 下部境界の高度を, 推定されている惑星半径と同じとした. 図 4.16 に散逸率を標準モデルと比較して記載した. 下部境界の高度を惑星半径と同じとすると, 惑星の重力による束縛が効き, 散逸率が標準モデルと比べて下がる. しかし散逸率の減少度合いはわずか数% であり, 高度を惑星半径から 100 [Km] としても, ほとんど違いはないことが分かる. 以上から, 下部境界設定の仕方は散逸率にほとんど影響を与えないと言える.

4.6 惑星質量の変更

TRAPPIST-1 系の惑星の物理的性質はまだ不確定性がある. 特に質量に関しては, 誤差範囲が大きい. そこで, Guillon et al. (2017) で示されている TRAPPIST-1d の質量⁴ の上限 (0.68

⁴Wang et al. (2017) で TRAPPIST-1 の各惑星質量はアップデートされ, TRAPPIST-1d の質量は $0.33 \pm 0.15 M_\oplus$ となるが, 今回は散逸率の質量依存性を見るために, より誤差範囲の大きい Guillon et al. (2017) の値を用いた

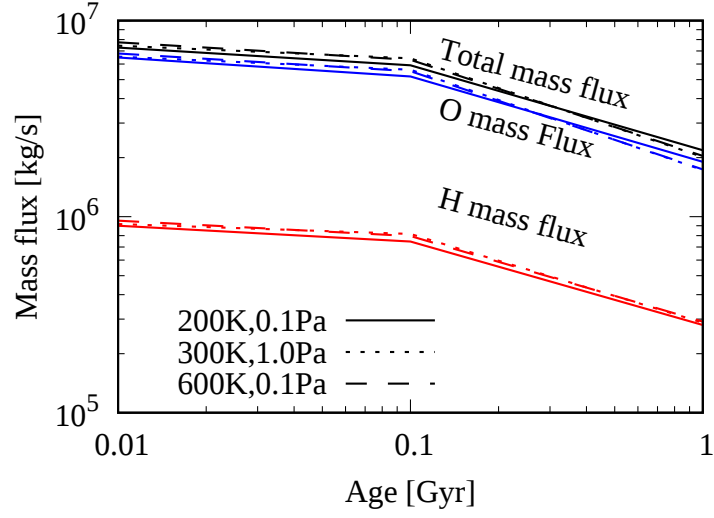


図 4.15: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の 10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr において下部境界圧力や温度を変更させた場合の散逸率の変化. 縦軸は散逸率, 横軸は惑星の年齢を示している. 実線は下部境界を 200 [K], 0.1 [Pa], 破線は下部境界を 300 [K], 1.0 [Pa], 点線は下部境界を 600 [K], 0.1 [Pa] と設定した時の値を示し, 赤線は水素原子とそのイオンの散逸率, 青線は酸素原子とそのイオンの散逸率を示す.

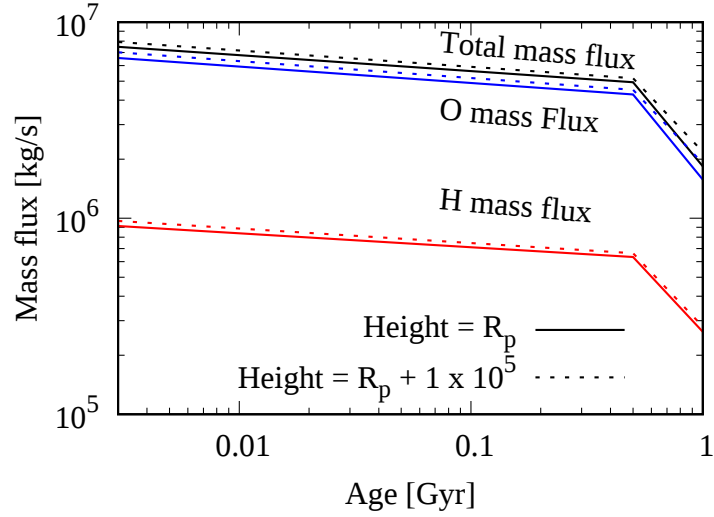


図 4.16: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の 3 Myr, 0.5 Gyr, 1 Gyr において下部境界の高度を変更させた場合の散逸率の変化. 縦軸は散逸率, 横軸は惑星の年齢を示している. 実線は下端高度を R_p と同じとした場合, 点線は下端高度を $R_p + 10^5$ (m) とした場合の値を示し, 赤線は水素原子とそのイオンの散逸率, 青線は酸素原子とそのイオンの散逸率を示す.

$M_{\oplus}$) と下限 ($0.14 M_{\oplus}$) を用いて散逸シミュレーションを行い、散逸率への影響を調べた。下部境界条件は表 4.4 に同じとした。

図 4.17 は質量を上限, 中央, 下限とした場合の 1 Gyr と 7 Gyr の結果を示す。速度分布は惑星が軽いほど, 大気下層で加速されて遷音速点を通過する。その遷音速点は, 惑星が軽いほどより大気下層に位置する。密度分布は, 惑星が軽いほど, より下層で加速が起こり, 静水圧平衡からそれていく。また, 惑星が重いと, 惑星重力により強く束縛されるため, 上空における密度は減少する。温度分布を見ると, 惑星が軽いほど下層大気の温度上昇が抑制されている。これは, 重力の低下に伴いスケールハイトが上昇し, EUV 吸収が主に起こる高度が上昇するためと考えられる。惑星が軽い場合, 下層の温度分布は谷が二つ見える。下部境界に近い谷は H_2O の放射冷却による効果を示し, 二つ目の谷は断熱膨張の効果を示している。

図 4.18 [a] は各年齢, 惑星質量における総加熱効率の分布である。惑星質量に関係なく, EUV 光度が高い 1 Gyr の方が主に分子の放射冷却によって総加熱効率の値は小さくなる。また, 惑星が軽い方が総加熱効率は大きい。

図 4.18 [b] は総加熱効率を求めるための, 各エネルギー項を示している。惑星質量の増加とともに, Q_{abs} と Q_{ch} は減少する。これは重力の増加につれて大気のスケールハイトが減少し, EUV 放射を主に吸収する大気層の有効体積が減少するためである。他方, 温度は惑星質量が大きいほど上昇する (図 4.17)。そのため, 惑星質量の増加につれて, 熱放射による冷却の効率は増し, Q_{abs} は Q_{ch} ほど低下せず, ほぼ一定値となっている。これは, 惑星が軽いほど加熱効率が高くなる理由でもある。

最後に惑星の質量を変化させた場合の散逸率について考察する。図 4.19 に 1 Gyr, 7 Gyr で計算した各惑星質量の場合の散逸率を示す。各年代において, 惑星質量を 5 倍程度 ($0.68 M_{\oplus}/0.14 M_{\oplus}$) 増加させると, 散逸率は 0.25 ~ 0.3 倍になる。質量上限の総加熱効率は下限値の約 1/2 倍なので, エネルギー律速を仮定した散逸率比 ~ 0.4 とはわずかに異なる。この差は, 惑星重力が強いと上層大気の密度が希薄になり, EUV の吸収率がさがるため, 散逸率が減少することで説明できる。

4.7 TRAPPIST-1 系の他惑星

ここまでは, TRAPPIST-1d において EUV 光度を変化させて散逸率を求めてきた。この節では, TRAPPIST-1b から g までの惑星に対し, 現在の EUV 光度下での大気散逸率を推定した。TRAPPIST-1h については, その質量に不確定性が大きいので, 今回は除いている。TRAPPIST-1 系の各惑星パラメータは表 4.3 にまとめている。また, TRAPPIST-1 b, e, f, g の下部境界条件は標準モデルと同じとし, c の下部境界条件は下部境界温度 300 K, 下部境界圧力 1.0 Pa とした⁵。各惑星に与える EUV 放射フラックスはそれぞれ地球軌道で受け取る平均 EUV 放射フラックスの 500, 270, 78, 45, 30 倍である。これは TRAPPIST-1 の X 線光度観測値からスケールしたものであり, Strong EUV model の 70 億年における EUV 光度下での値に相当する。計算により求めた散逸率を図 4.20 に示す。散逸率は, もしも惑星質量が等しいなら中心星からの距離が遠いほど低くなるが, 実際には, 惑星の質量が大きいほど, 惑星重力の影響で値が小さくなる効果も重なる。特に地球の 1.6 倍程度の質量を持つ TRAPPIST-1c は EUV 放射フラックスが比較的強いにも関わらず, 計算を行った中で一番外側の軌道を持つ g と同程度の散逸率となっている。つまり, より

⁵下部境界条件による散逸率の変化は 4.5 を参照。

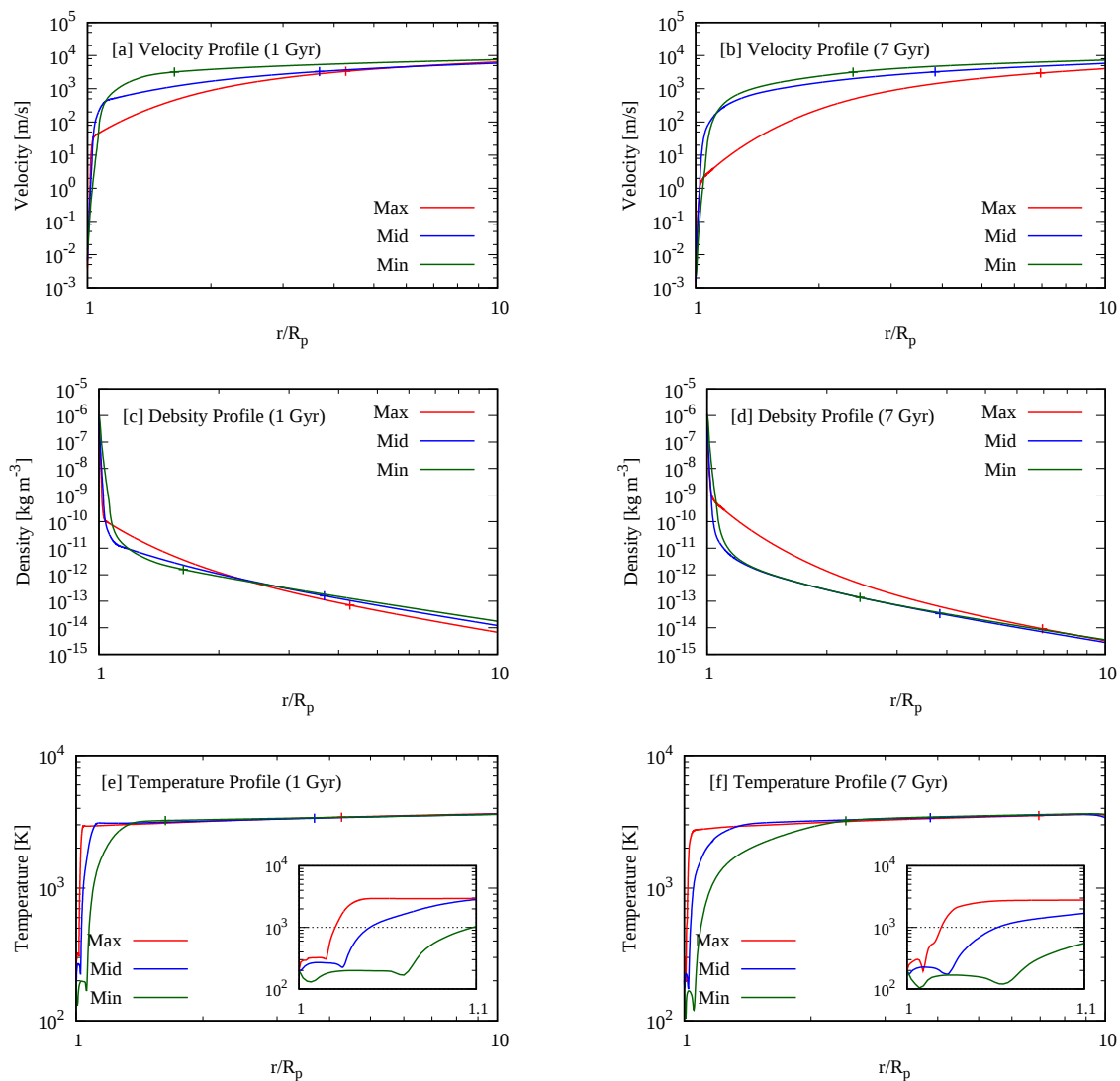


図 4.17: TRAPPIST-1d, Strong EUV model の 1 Gyr, 7 Gyr における, [a],[b] 速度分布, [c],[d] 密度分布, [e],[f] 温度分布. 縦軸は上から順に速度, 密度, 温度, 横軸は惑星の半径で規格化した惑星中心からの距離を示す. 左側が 1 Gyr における EUV 光度を与えた場合, 右側は 7 Gyr における EUV 光度を与えた場合の結果である. 赤線, 青線, 緑線は惑星の質量をそれぞれ, 上限, 中央, 下限としたときの値を, また + 点は遷音速点を表す.

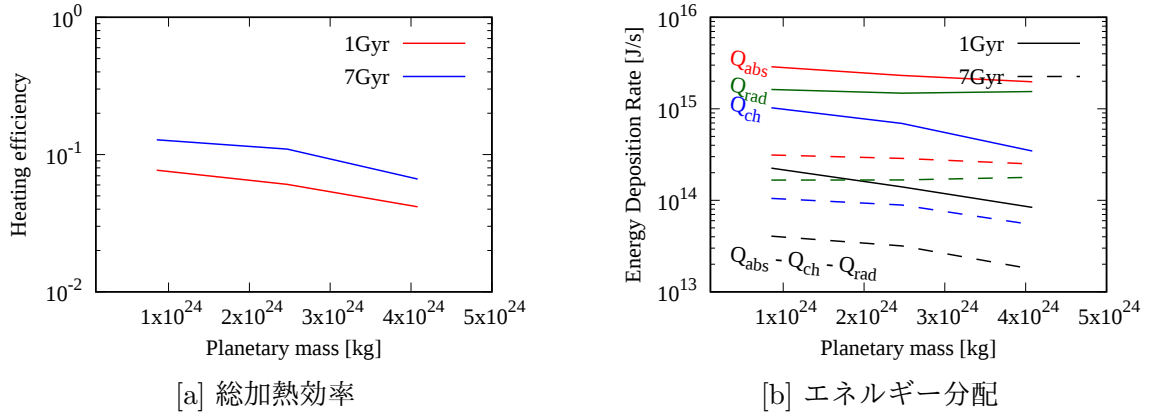


図 4.18: Strong EUV model の 1 Gyr, 7 Gyr における TRAPPIST-1d 質量を変えた場合の, [a] 総加熱効率, [b] エネルギー分配. [a] 縦軸は総加熱効率, 横軸は惑星の質量を示す. 赤実線は 1 Gyr における EUV 光度を与えた場合, 青破線は 7 Gyr における EUV 光度を与えた場合の値を表す. [b] 縦軸はエネルギー, 横軸は惑星の質量年齢を示す. 実線は 1 Gyr における EUV 光度を与えた場合, 破線は 7 Gyr における EUV 光度を与えた場合の値を表し, 赤線は EUV 放射の吸収量, 青線は化学反応による消費量, 緑線は分子の放射による冷却量, 黒線は EUV 放射の吸収量から, 化学反応によるエネルギー消費, 分子による放射冷却量を引いた値を表す.

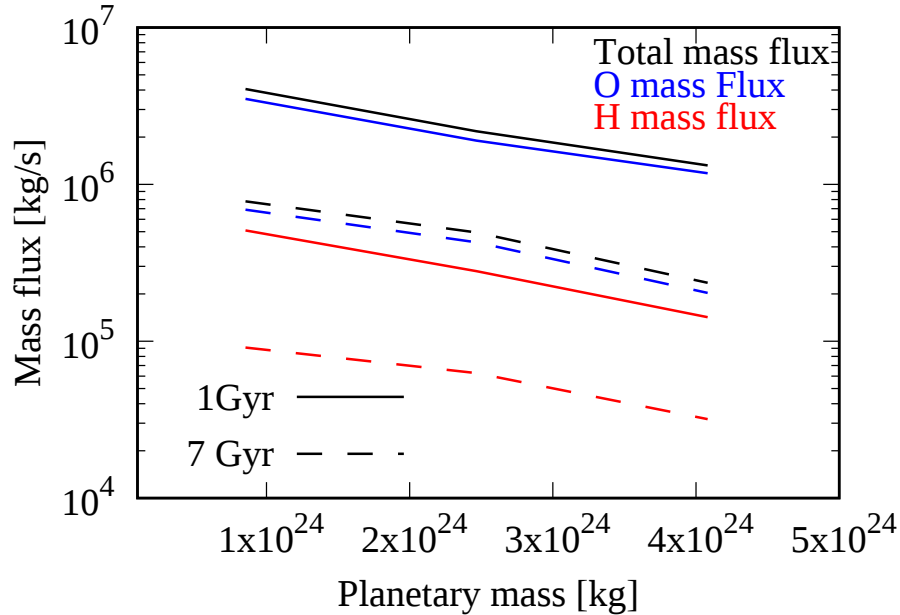


図 4.19: Strong EUV model の 1 Gyr, 7 Gyr における TRAPPIST-1d 質量を変えた場合の散逸率. 縦軸は散逸率, 横軸は惑星の質量を示す. 実線は 1 Gyr における EUV 光度を与えた場合, 破線は 7 Gyr における EUV 光度を与えた場合の値を表し, 黒線は気体全体の散逸率, 赤線は水素原子とそのイオンの散逸率, 青線は酸素原子とそのイオンの散逸率を示す.

外側の軌道を持つ惑星であっても、より内側の重い惑星に比べて大量の水を失った可能性がある。

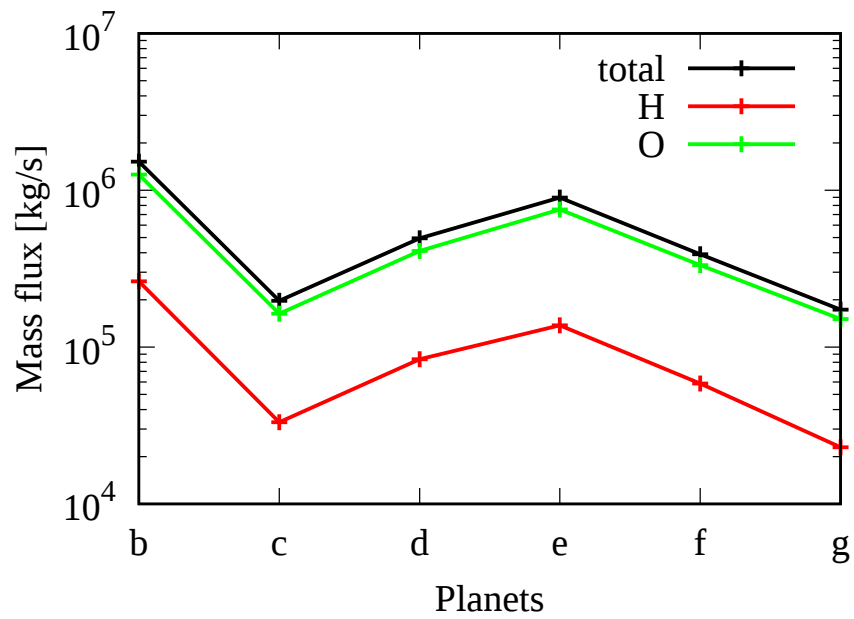


図 4.20: Strong EUV model の 7 Gyr における各惑星の散逸率。縦軸は散逸率，横軸は惑星名を示し，黒線は気体全体の散逸率，赤線は水素原子とそのイオンの散逸率，緑線は酸素原子とそのイオンの散逸率を表す。

第 5 章 議論

5.1 散逸大気成分の質量分別

図 5.1 に TRAPPIST-1d における水素原子に対する酸素原子の単位面積当たりの分子数散逸フラックスの比を表した。今回、定常解を得ることのできた EUV 放射フラックスの最小値は現在の地球軌道上の平均値の約 25 倍 (Weak EUV model の 0.75 Gyr 相当) だが、ここまでの範囲では明らかな質量分別は生じていない。その妥当性を調べるために、定常解が得られた最も低い EUV 放射フラックスの場合におけるクロスオーバー質量¹の高度分布を見る。

ここでは、 H-O , H-O^+ , $\text{H}^+\text{-O}$, $\text{H}^+\text{-O}^+$ 間の拡散係数 (付録 D.6) を与え、酸素原子を持ち上げる水素原子と水素イオンのそれぞれの分子数散逸フラックスと各成分の混合比を与えた。図 5.2 から、約 $6R_p$ より上空では、 H-O , H-O^+ , $\text{H}^+\text{-O}$ のそれぞれの間の衝突を考慮したクロスオーバー質量は酸素原子の質量を下回る。しかし、その高度域においても、 $\text{H}^+\text{-O}^+$ 間の衝突によるクロスオーバー質量が酸素原子質量を超えていることから、水素と酸素は、ほぼ分別を起こさずに大気上端から散逸することが考えられる。また、幾つかの成分の組み合わせに対してクロスオーバー質量が酸素原子質量よりも低い領域において、酸素原子 (イオン) の渦拡散速度は 10^{-7}m/s 、分子拡散速度は 10^2 m/s 程度のオーダーとなる。これは同じ高度における気体全体の速度 $3 \times 10^3\text{ m/s}$ よりも小さいため、質量分別を起こす前に、移流されることも質量分別が弱い要因として考えられる。

では、定常解が得られていない EUV 放射フラックスが現在の地球軌道上の平均値の約 25 倍以下になるとどうなるのか。EUV 放射が弱くなるにつれ、大気に与えられるエネルギーが少なくなるため、上層の密度は減少する。また、大気が吸収するエネルギーが少なくなると温度も上がらなくなるため、クロスオーバー質量が酸素原子の質量を下回る高度がより下層に移動する。仮に、現在の地球軌道上で受け取る EUV 放射において考えると、EUV 強度に比例して散逸率が減少した場合、図 5.2 で示す H-O 間のクロスオーバー質量は、約 $4R_p$ で酸素原子の質量を下回る。また EUV 放射が弱まり、温度が減少することで、クロスオーバー質量が酸素原子質量を下回る領域は大気下端に近づく。その結果、酸素原子の質量分別効果が得られるようになると予想される。

¹クロスオーバー質量 (m_c) は、式 3.7 参照

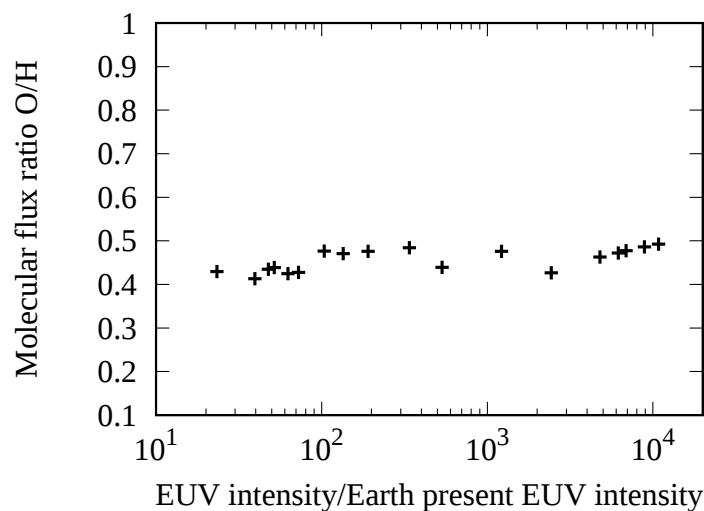


図 5.1: 各 EUV 放射強度における水素原子に対する酸素原子の単位面積当たりの分子数散逸フラックス比. 横軸は現在の地球軌道上で受け取る平均 EUV 放射強度で規格化した, TRAPPIST-1d 軌道上で受け取る推定 EUV 放射強度, 縦軸は水素原子に対する酸素原子の単位面積当たりの分子数散逸フラックス比を示す.

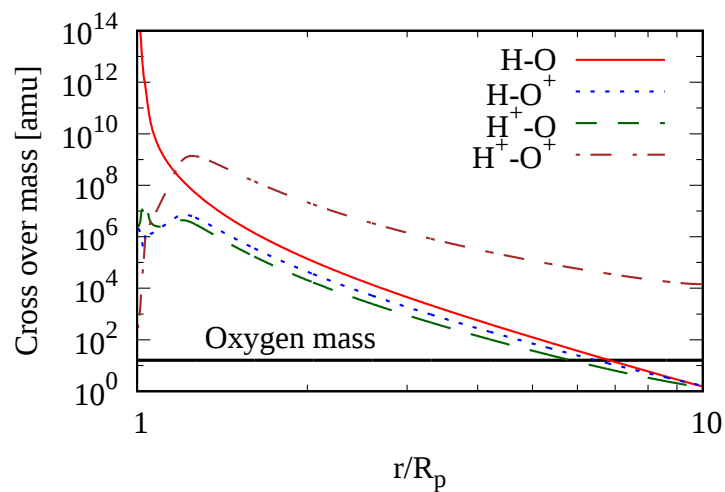


図 5.2: Weak EUV model, 0.75 Gyr におけるクロスオーバー質量の高度分布. 縦軸はクロスオーバー質量, 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す. 黒線は酸素原子質量, 各線は H, H⁺, O, O⁺ の組み合わせにおけるクロスオーバー質量を示す.

5.2 水の総散逸量の推定

TRAPPIST-1d から現在までの水の総散逸量を推定する．ここでは，現在まで散逸が継続していること，惑星半径と質量は年齢を通じて変化しないと仮定する．水の総散逸量は大気上端からの H と O の散逸率を時間積分することにより求められる．結果を図 5.3 に示す．Strong EUV model に沿う場合，水素の総散逸量は約 316 EO_H となり，酸素の総散逸量は約 268 EO_O となった．ここで， EO_H ， EO_O はそれぞれ地球海洋質量に等価な水素質量 ($1.62 \times 10^{20} \text{ kg}$)，酸素質量 ($1.30 \times 10^{21} \text{ kg}$) を表す．この散逸量は，TRAPPIST-1d 質量の約 15 % に相当する．TRAPPIST-1d から質量の約 15 % の水が散逸した可能性は否定できない．TRAPPIST-1 系の地球型惑星が Ormel et al. (2017) が示唆するようにスノーライン以遠で形成され，水を豊富に獲得した場合，現在でも惑星に水が存在している可能性がある．

Weak EUV model に沿う散逸率の場合，水の総散逸量は著しく小さくなり，合計で ~ 1 海洋質量程度である．ここでは，定常解が得られていない年齢 (0.75 Gyr) の散逸率を 0 とした²．これ以後の散逸量を，仮に EUV 強度に比例させた場合は水素の総散逸量は 2.35 EO_H ，酸素の総散逸量は 1.78 EO_O となり，それぞれの総散逸量は 2 倍程度になる．この EUV 進化モデルが正しいければ，TRAPPIST-1d に水が (ただし水蒸気の形で) 現存する可能性は極めて高いと考えられる．

また，同様の EUV 光度進化を与えた場合の結果も図 5.3 に示す．Bolmont et al. (2017) において，水素の総散逸量は 1 Gyr までに $\sim 3 \text{ EO}_\text{H}$ と推定されていたのに対し，本研究では，同程度の 3.05 EO_H となった．時間積分した散逸量は近いが，本研究では数値的な定常解を得ることのできる EUV 放射強度に達する，0.5 Gyr までの時間積分値となる．これ以後の散逸量は，仮に EUV 強度に比例させた場合は水素の総散逸量は 1 Gyr で 3.62 EO_H ，7 Gyr で 5.54 EO_H となる．

Bourrier et al. (2017) は，Ly- α 線光度と EUV 光度の観測的な相関関係 (Linsky et al., 2014) から，TRAPPIST-1 系の EUV 光度を推定している．Linsky et al. (2014) はスペクトル型が F5V から M5V の恒星を観測し，Ly- α 線光度と EUV 光度の相関関係を推定している．Bourrier et al. (2017) のスケールリングを用いると TRAPPIST-1d における現在の EUV 放射フラックス³ は， $1.07^{+0.92}_{-0.71} \times 10^{-1} \text{ W/m}^2$ であり，Weak EUV model のおよそ 5 倍である．年齢による相対的な光度変化は同様とすると，Bourrier et al. (2017) の EUV 光度の推定を当てはめた水素の総散逸量は 15.2 EO_H ，酸素の総散逸量は 12.5 EO_O (それぞれ定常解が得られていない EUV 放射強度に関しては，散逸量が EUV 強度に比例すると仮定) となる．散逸量が Weak EUV model の単純に 5 倍程度にならないのは，Bourrier et al. (2017) から推定される EUV 光度の進化において，若い年齢 ($\sim 1 \text{ Gyr}$) の時に加熱効率が高い状態 ($\sim 10\%$) を維持するためである (図 5.4[b] 参照)．

²これ以降の年齢では， H_2O の放射冷却がより効果的になるため，散逸率が急減する (図 5.4[a] 参照)

³Bourrier et al. (2017) における EUV の範囲は 10 nm - 91.2 nm

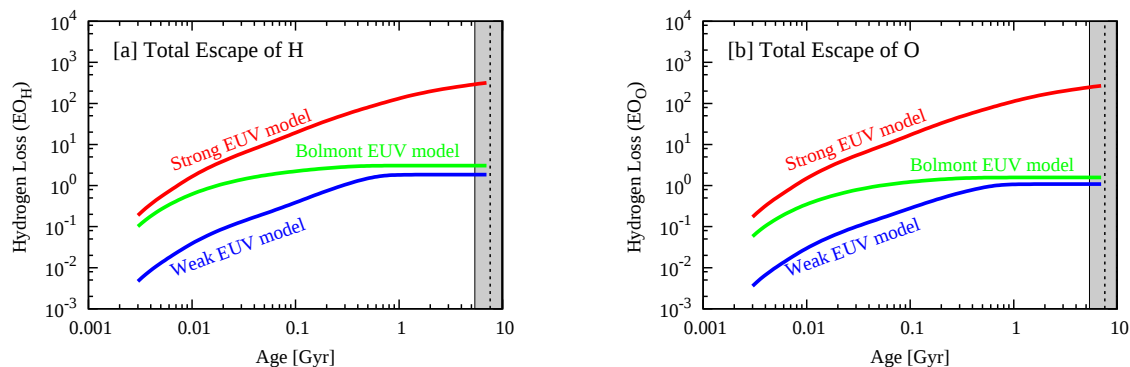


図 5.3: 各 EUV モデルにおける総散逸量の推定. 横軸は惑星の年齢, 縦軸はそれぞれ, [a] 地球海洋質量程度の水素原子質量, [b] 地球海洋質量程度の酸素原子質量を表す. 黒色の点線は Burgasser and Mamajek (2017) により推定された系の年齢, 灰色の領域はその誤差範囲を示す.

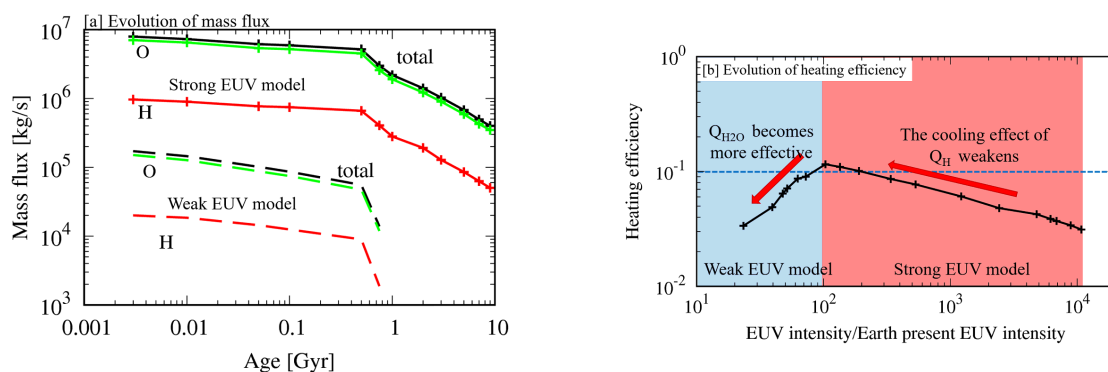


図 5.4: 各 EUV モデルにおける散逸率と加熱効率の推移. [a] 横軸は惑星の年齢, 縦軸は散逸率を示し, 実線, 破線はそれぞれ Strong EUV model, Weak EUV model であり, 黒線, 緑線, 赤線はそれぞれ全散逸率, 酸素原子の散逸率, 水素原子の散逸率を表す. [b] 縦軸は加熱効率, 横軸は現在の地球軌道上で受け取る平均 EUV 放射強度で規格化した TRAPPIST-1d 軌道上で受け取る推定 EUV 放射強度を示し, 黒線は総加熱効率, 赤色, 青色背景はそれぞれ Strong EUV model, Weak EUV model を示す.

5.3 スペクトルの妥当性

本研究では、Woods and Rottman (2002) の太陽で観測された EUV-FUV スペクトルを晩期型 M 型矮星で想定される光度にスケールリングを行い、散逸率を求めた。しかし、晩期型 M 型矮星では特に FUV 領域において太陽とスペクトルが異なる可能性がある。TRAPPIST-1 のような晩期型 M 型矮星は有効温度が低いため、黒体放射のピーク位置が太陽と比べて赤外線側に移動する。その結果、FUV 領域の太陽放射スペクトルは黒体放射に近づくのに対し、晩期型 M 型矮星のスペクトルは平坦になる (図 5.5)。特に、図 5.5 を見ると 160 nm 付近から振る舞いが異なってくるのが分かる。この 160 nm-300 nm 付近で光吸収を起こす気体は、 H_2O と O_2 であり、光解離反応は、



の 3 つが挙げられる。特に、R21 は 160 nm 付近で強いピークを持つ (付録 D 参照)。

ここでは、その FUV 領域のスペクトルの違いが与える影響について考察する。今回は簡単のために、160 nm よりも長波長側のフラックス値を 160 nm における値で一定とし、Strong EUV model の 3 Myr と 7 Gyr において計算を行った。その結果の EUV 吸収率分布を図 5.6 に示す。EUV 光度が高い場合、FUV と吸収する気体が下部境界付近でほぼ光解離によって失われてしまうため、吸収量に違いはほとんど無い。しかし、EUV 光度が下がるにつれて、FUV 吸収気体の存在量が多くなるため、Strong EUV model の 7 Gyr では、下部境界付近のエネルギー吸収ピークが約 75% に減少する。そのため、EUV 光度が低い場合だと、大気に与えられるエネルギー量が減少するために、散逸率を過大評価している可能性がある。だが、この EUV-FUV エネルギーを吸収する主領域では、同時に H_2O の放射冷却が働いているため、この領域における加熱効率は 1% 以下となっており、大気に与えられるエネルギー量としてはかなり小さい。よって、この FUV 領域のスペクトルの与え方による散逸率の変化はほぼ無いと考えられる。

また、光解離反応による大気構造へ与える影響も考察した。図 5.7 は光解離反応率への影響を見た結果の一例である。R20a, R23b に関しては、160 nm より長波長のスペクトルを平坦化してもほとんど影響が無い事が分かる。一方で R21 は、160 nm 付近に強い断面積のピークを持つため約 2 桁程度、解離損失量が異なる。しかし、化学反応による OH の全損失量 R21 に対する R21 の寄与は小さく (図 5.8)、他の H^+ や O^+ などの下層大気に含まれる気体との衝突反応による損失量の方が多いため、大気構造も大きく変えることはないと考えられる。

従って、FUV 領域のスペクトルの違いは、大気構造を大きく変えるまでには至らないことが分かる。

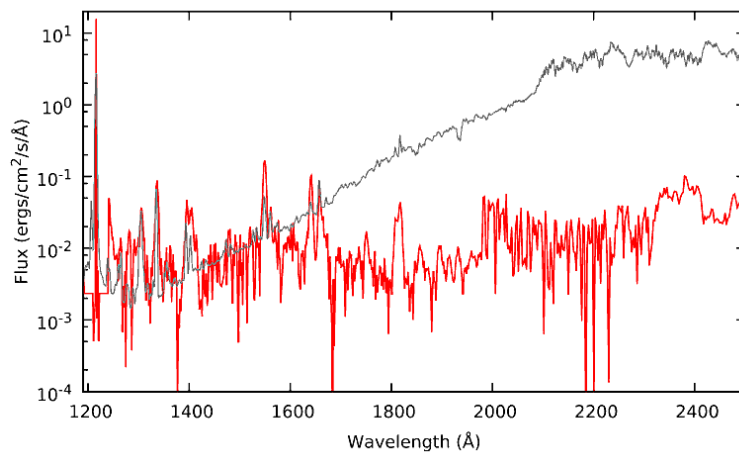


図 5.5: 太陽と TRAPPIST-1 の FUV 領域のスペクトル分布。縦軸は単位波長あたりのフラックス，横軸は波長を示す。赤線は，活発な M 型星におけるスペクトル (Rugheimer et al., 2005)，黒線は太陽のスペクトルである。O'Malley-James and Kaltenegger (2017) より引用

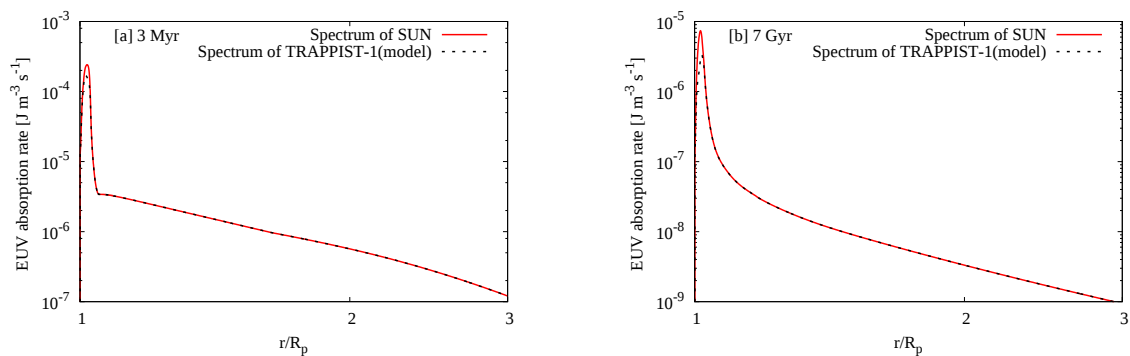


図 5.6: Strong EUV model 3 Myr(左), 7 Gyr(右) における EUV 吸収率分布。縦軸は EUV 吸収率，横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す。赤線は本研究で用いた太陽のスペクトルを与えた場合，黒鎖線は TRAPPIST-1 における FUV スペクトルモデルを模した値を与えた場合を表す。

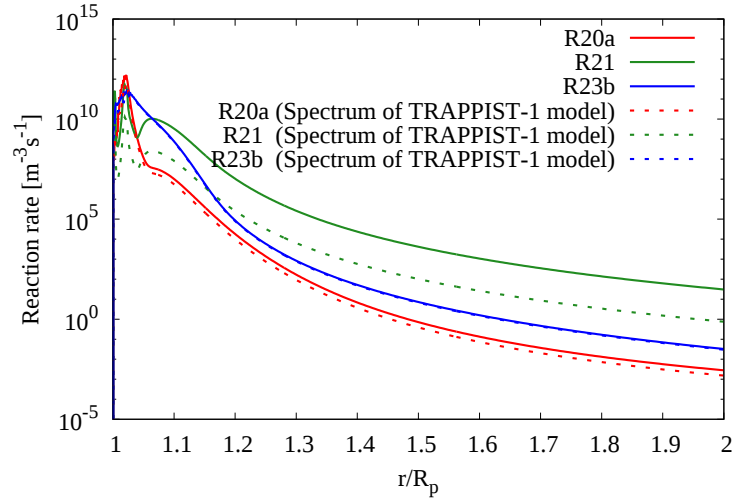


図 5.7: Strong EUV model 7 Gyr における FUV フラックスを変えた光解離反応量分布。縦軸は、単位時間当たりの解離する数密度、横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離。赤線は R20a, 緑線は R21, 青線は R23b の光解離による反応量を表し、実線は太陽の FUV スペクトルを用いた場合、点線は 160 nm より長波長側の FUV スペクトルを一定とした場合を表す。

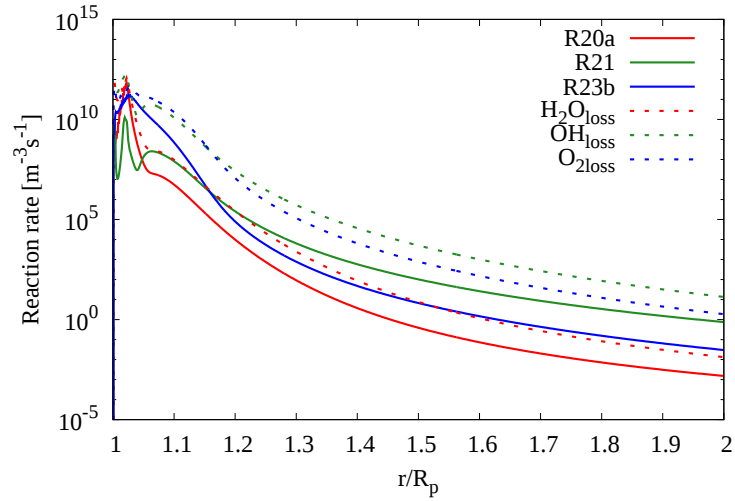


図 5.8: Strong EUV model 7 Gyr における 160 nm より長波長側の FUV スペクトルを一定とした場合の反応量分布。縦軸は、単位時間当たりに消費される数密度、横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離。赤実線は R20a, 緑実線は R21, 青実線は R23b の光解離による反応量, 赤点線は H_2O が, 緑点線は OH が, そして青点線は O_2 が消費される反応を全て足しあげた反応量を表す。

5.4 惑星大気の観測可能性

TRAPPIST-1 系のそれぞれの惑星では、主星の EUV 光度が Strong EUV model に従う場合、現在においても流体力学的散逸を起こしている可能性がある。そこで、流体力学的散逸を起こしている TRAPPIST-1 系惑星大気の観測可能性について議論を行う。3.4 節で用いた方法を使用し、それぞれ水素原子と酸素原子による、主星放射の Ly- α 線 (121.6 nm)、OI 輝線 (130.5, 130.6 nm) の遮蔽について考察を行った。

主星の Ly- α 線放射フラックスは Bourrier et al. (2017) によって観測された TRAPPIST-1 の観測値 $5 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$ (at 1 AU) を使用し、OI 輝線放射フラックスは早期 M 型星の Proxima Centauri で観測された、OI 輝線 (Linsky et al., 2913) と Ly- α 線 (Ribas et al., 2016) のフラックス比を用いてスケーリングし、 $6.8 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$ (at 1 AU) とした。各輝線は恒星表層の環境により、ある波長の広がりを持つ。本研究では、その輝線スペクトルが Voigt 型で表せると仮定した。フォークト関数 (Voigt function) は、ローレンツ関数とガウス関数の畳み込みにより表されるが、演算コストがかかるためここでは疑似フォークト関数⁴(Pseudo-Voigt function) $\phi(\lambda)$ を用いる (Ida et al., 2000)。

$$\phi(\lambda) = A \left[\eta_v \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{\ln 2} \lambda_D}{2(\lambda - \lambda_0)^2 + 2 \ln 2 \lambda_D^2} \right) + (1 - \eta_v) \frac{1}{\sqrt{\pi} \lambda_D} \exp \left\{ - \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_D} \right)^2 \right\} \right] \quad (5.1)$$

ここで、 A はピークの高さ、 λ は波長、 λ_0 は輝線の中心波長、 η_v は疑似フォークト関数中のローレンツ関数の割合を示す。左辺第一項がローレンツ関数、第二項がガウス関数である。また、 λ_D はドップラー幅であり、以下の式で表せられる。

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{2kT}{mc^2}} \lambda_0 \quad (5.2)$$

ここで、 k はボルツマン定数、 T は気体温度、 m は粒子の質量、 c は光速である。この疑似フォークト関数を用いて、Bourrier et al. (2017) で推定された、Ly- α 線のプロファイルに合うようにパラメータを調整し、フィッティングを行った。フィッティング際に、必要な情報は表 5.1 にまとめた。OI 輝線は、Ly- α 線が放出される恒星表層の同じ領域から放出されると仮定した。

表 5.1: Bourrier et al. (2017) 図 2 の橙線で示された、TRAPPIST-1 の Ly- α 線プロファイルのフィッティング情報

	Ly- α 線		OI 輝線
中心波長 [nm]	121.567	130.4858	130.6029
輝線の温度 [K]		4.3×10^5	
中心波長の輝線強度 (地球付近) [erg/(cm ² ·s·nm)]	1.22×10^{-13}	3.37×10^{-16}	3.22×10^{-16}
η_v		0.1	

また TRAPPIST-1 から来る光は、中心星の視線方向の運動によるドップラー効果で中心波長がずれる。そのドップラー効果は以下の式で表される。

$$\lambda' = \lambda \times \frac{\sqrt{1 - (V/c)^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \quad (5.3)$$

⁴ガウス関数とローレンツ関数の和を用いて近似したもの

λ' はある波長 λ の光がドップラー効果を受けた後の光の波長, V は観測者から見た光源 (中心星) の速さ, θ は観測者から見た光源の動く方向である. TRAPPIST-1 の視線速度は -56.3 [km/s] (Burgasser et al., 2015) と推定され, これは TRAPPIST-1 からの光は青方偏移して届くことを意味する.

次に, 惑星がトランジットした時のスペクトルを導出するため, 水素原子や酸素原子の散乱断面積を求める. 酸素原子による OI 輝線の吸収, 散乱は水素原子と Ly- α 線の関係と同様, アインシュタイン係数が大きい⁵ ため, 酸素原子は吸収後, すぐに脱励起し再放射する. よって OI 輝線の過程も散乱とみなすことが出来る. 中心波長における散乱断面積 σ_0 は,

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c} f \nu_D^{-1} \quad (5.4)$$

と表され, e は電気素量, m_e は電子の質量, f は振動子強度, ν_D はドップラー振動数である. また, 散乱断面積の波長依存性は,

$$\sigma_\lambda = \sigma_0 \left[\eta_v \left(\frac{\sqrt{\ln 2} \lambda_D^2}{2(\lambda - \lambda_0)^2 + 2 \ln 2 \lambda_D^2} \right) + (1 - \eta_v) \exp \left\{ - \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_D} \right)^2 \right\} \right] \quad (5.5)$$

となる (Ida et al., 2000).

TRAPPIST-1d における入射光線に対する透過率を図 5.9, 5.10 に示す. 大気上層まで運ばれた酸素原子や水素原子によって各波長の恒星光が強く吸収されることが分かる. Ly- α 線, OI 輝線の波長積分した減光率はそれぞれ, 40%, 20% 程度となる (TRAPPIST-1d の固体部分の減光率は約 0.36%). 現在強い EUV 放射が惑星大気に入射し, TRAPPIST-1d が流体力学的散逸を起こしているならば, 各波長で観測したトランジット時における減光率は可視光領域で観測した減光率よりも大きな値をとり, 水素原子や酸素原子の観測が可能と考えられる.

その他の惑星におけるトランジット時の各光線における惑星大気と恒星の面積比は図 5.11 にまとめた. TRAPPIST-1 c 以外の惑星においては, 数惑星半径以上に広がる豊富な水素原子, 酸素原子大気が期待できる. しかし, TRAPPIST-1 c は大気が惑星の重力によって束縛され, 散逸率が減少したのに対応して, 各光線の減光率も下がる. また, 図 5.12 に TRAPPIST-1d に与える EUV 光度を変更した場合と, 惑星質量を変更した場合における減光率を示した. 大気に与えられる EUV 光度が弱くなるにつれ, 減光率はどの輝線においても下がり, また惑星の重力が強いほど大気が上層まで持ち上げられないため, 減光率が下がっている.

しかしながら, TRAPPIST-1 から太陽系の方向には, 局所星間雲 (Local Interstellar Cloud, LIC) が存在しているため, TRAPPIST-1 が放射した Ly- α 線の大部分はその ISM/LIC (Interstellar Medium, 星間物質) により吸収されてしまう (Bourrier et al., 2017). そこで, Bourrier et al. (2017) で推定された ISM/LIC の情報 (表 5.2) をもとに, 再度地球付近で得られる Ly- α 線のプロファイルを導出した (図 5.13). TRAPPIST-1 の大きな視線速度により, 中心波長から青色側では, 地球まで Ly- α 線が到達できるが, 大部分が ISM/LIC によって吸収されてしまう. その青色側では高高度まで広がった大気による Ly- α 線の減光が確認できる. その波長帯において積分したフラックスは, トランジット時に約 30% 減光する. 同様に他の惑星においても比較すると, TRAPPIST-1e, f において同等の減光が, TRAPPIST-1b, g において約 20% の減光が得られる. そのため, TRAPPIST-1b, d, e, f, g が流体力学的散逸を起こしているならば, ISM/LIC による吸収を考慮しても, 大気による減光がとらえられる可能性がある.

⁵Ly- α 線: 6.25×10^8 1/s, OI 輝線 (130.487nm): 1.3×10^8 1/s, OI 輝線 (130.604nm): 0.41×10^8 1/s

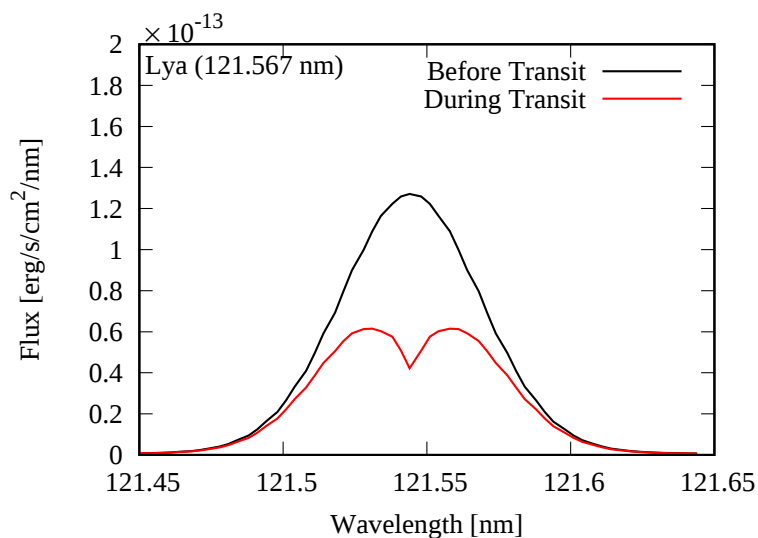


図 5.9: TRAPPIST-1d のトランジット時の $\text{Ly-}\alpha$ 線プロファイル. 縦軸は波長あたりのフラックス, 横軸は波長を表す. 黒線, 赤線はそれぞれ, 地球付近で受け取るトランジット前とトランジット中の $\text{Ly-}\alpha$ 線プロファイルを示す.

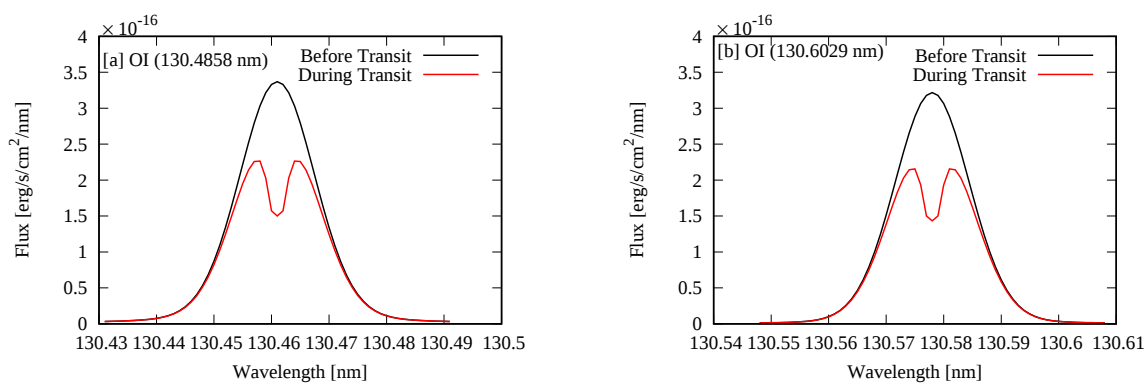


図 5.10: TRAPPIST-1d の時の OI 輝線プロファイル. 縦軸は波長あたりのフラックス, 横軸は波長を表す. 黒線, 赤線はそれぞれ, 地球付近で受け取るトランジット前とトランジット中の OI 輝線プロファイルを示す.

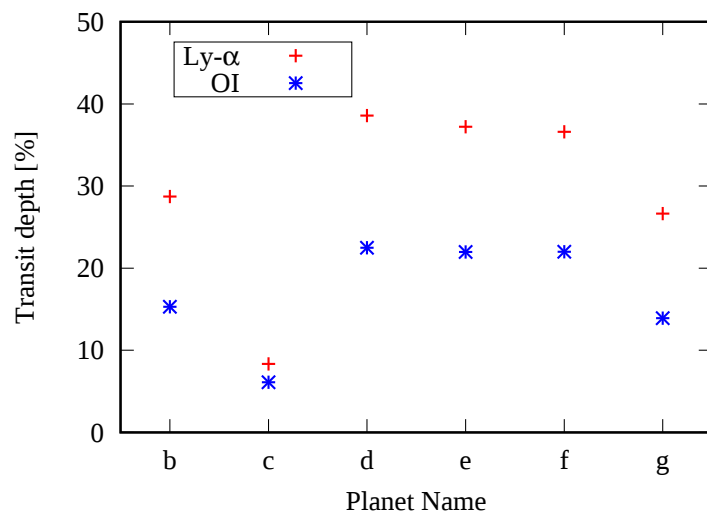


図 5.11: TRAPPIST-1 系の各惑星の transit 最中央点における各光線の減光率. 縦軸は減光率を百分率で表し, 横軸は各惑星を表す. 赤点は Ly- α 線, 青点は OI 輝線の減光率を示す.

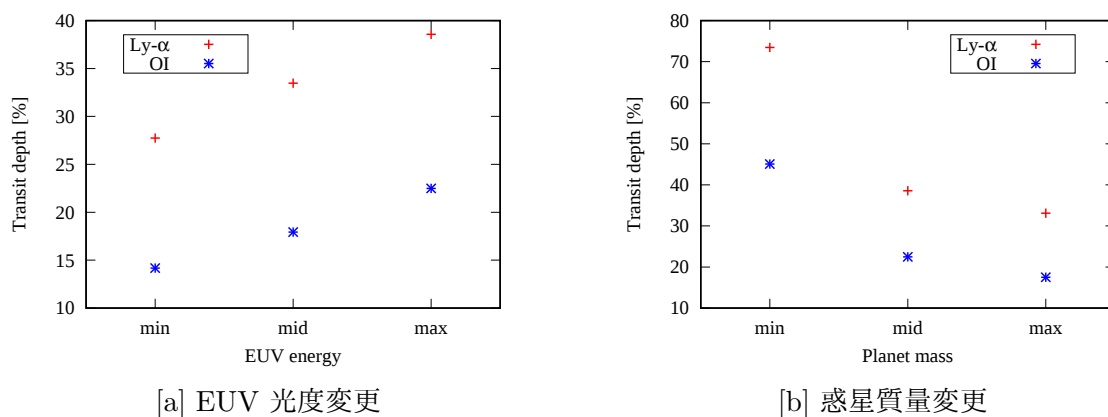


図 5.12: TRAPPIST-1d において, [a] EUV 光度を Strong EUV model の 7Gyr (max), Weak EUV model の 3Myr (mid), Weak EUV model の 0.5 Gyr (min), とした場合, [b] 惑星質量を上限值 (max), 中央値 (mid), 下限値 (min) とした場合の transit 最中央点における各光線の減光率. 縦軸は減光率を百分率で表す. 赤点は Ly- α 線, 青点は OI 輝線の減光率を示す.

最近, Bourrier et al. (2017) は TRAPPIST-1b, c の Ly- α 線によるトランジット減光の観測を試みている. そのトランジット時における Ly- α 線のプロファイルと本研究を比較した (図 5.14). 121.55 nm より赤色側では ISM/LIC による吸収や地球のジオコロナの影響があるため, 青色側のプロファイルを比較すると, 似たプロファイルとなっている. しかし, Bourrier et al. (2017) の観測結果が惑星大気による減光の結果か中心星の活動変化によるものなのかは, 現時点では判別されていない. この減光が広がった大気によるものなのかを確認するにはさらなる観測が必要である. もしくは, ISM/LIC による吸収の影響を受けない OI 輝線を観測することで高高度まで広がった大気の有無が判別できる可能性がある.

表 5.2: Bourrier et al. (2017) で用いられた ISM/LIC の各パラメータ情報

	柱密度 [m^{-2}]	視線速度 [km/s]	乱流速度 [km/s]	温度 [K]
ISM/LIC 中の中性水素原子	1.99×10^{14}	-1.25	1.62	7500

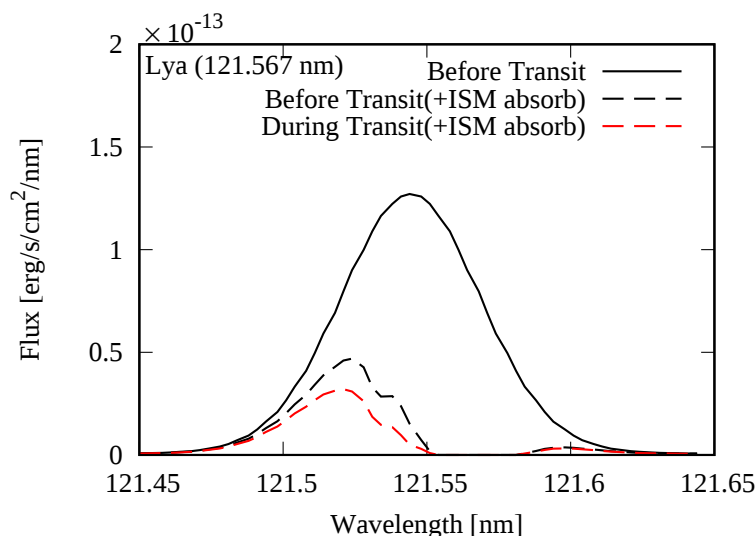


図 5.13: ISM/LIC による吸収を考慮した, 地球付近で受け取る Ly- α 線プロファイル. 縦軸は波長あたりのフラックス, 横軸は波長を表す. 黒実線は ISM/LIC を考慮しない場合のトランジット前 Ly- α 線プロファイル, 黒破線は ISM/LIC を考慮した場合のトランジット前 Ly- α 線プロファイル, 赤破線は ISM/LIC を考慮した場合の TRAPPIST-1d トランジット中の Ly- α 線プロファイルを示す.

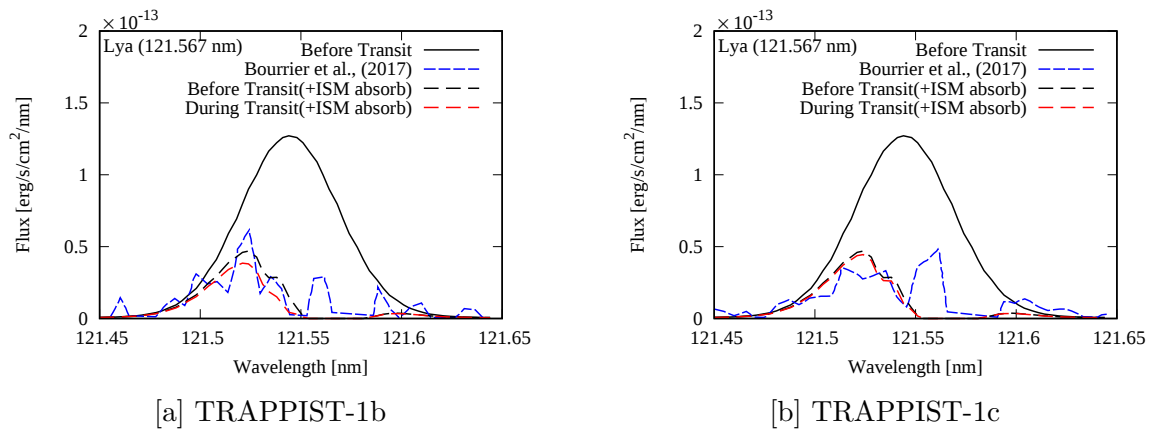


図 5.14: TRAPPIST-1b,c における観測との比較. 黒実線は ISM/LIC を考慮しない場合のトランジット前 Ly- α 線プロファイル, 黒破線は ISM/LIC を考慮した場合のトランジット前 Ly- α 線プロファイル, 赤破線は ISM/LIC を考慮した場合のトランジット中の Ly- α 線プロファイル, 青破線は Bourrier et al. (2017) の観測プロファイルを示す.

5.5 宇宙望遠鏡による検出検討

各惑星による Ly- α 線や OI 輝線の減光率から，ハッブル宇宙望遠鏡 (HST) と World Space Observatory-Ultraviolet (WSO-UV) の機器を想定した大気検出の可能性の検討を行う．各宇宙望遠鏡の基本的な情報は表 5.3 にまとめた．

表 5.3: 宇宙望遠鏡 HST, WSO-UV の情報

	HST	WSO-UV
口径	240 cm	170 cm
軌道光度	~ 550 km	~ 6.6 Re
打ち上げ日	1990 年 4 月 24 日	2021 年 (予定)
観測波長	紫外 ~ 近赤外	~ 110-320 nm

5.5.1 HST

HST はアメリカの NASA が開発した宇宙望遠鏡の一つであり，その HST には紫外線観測装置として，Space Telescope Imaging Spectrograph (STIS) と Cosmic Origins Spectrograph (COS) が搭載されている．COS はスリットレス分光器なので，OI 輝線や Ly- α 線の観測時にはジオコロナ輝線の混入が大きな影響を及ぼす．そこで，本研究では STIS を用いて検討を行う．STIS には様々な観測モードがあるが，OI 輝線や Ly- α 線の観測によく用いられているモードは E140M, G140M が挙げられる．それらの仕様は，表 5.4 にまとめた．

表 5.4: STIS E140M, G140M の仕様 (STIS Instrument Handbook より引用)

	E140M	G140M
波長域 [nm]	114.4-171.0	114.0-174.0
波長分解能 ($\lambda/2\Delta\lambda$)	45,800	11,400-17,400
全効率 (120.0 nm) [%]	0.3	1.2
全効率 (130.0 nm) [%]	0.6	2.1
検出器 ^a のノイズ [counts/(pix·s)]	$(0.05-6) \times 10^{-4}$ ^b	
検出器の画素の大きさ [μm^2]	25 × 25	

[a] FUV-MAMA. [b] 検出器の位置と高圧をかけてからの時間によって変化．

観測において，重要なパラメータの一つが S/N 比 (signal-to-noise ratio) である．S/N 比は，

$$S/N = \frac{N_s}{\delta} = \frac{N_s}{\sqrt{N_s + N_{bg}N_d}} \approx \frac{N_s}{\sqrt{N_s + 2N_d}} \quad (5.6)$$

と表され， N_s は観測対象からの信号数， δ は観測時に得られるノイズの信号数， N_{bg} は背景光によって生じる信号数， N_d は検出器のノイズ信号数である．ここで， N_{bg} については未知のため $N_{bg} \approx N_d$ とした．この S/N 比を達成するために必要な露光時間 T_{ex} は

$$T_{ex} = \frac{C_s + 2C_d}{C_s^2} \times S/N \quad (5.7)$$

と書ける．ここで， C_d は検出器のノイズとジオコロナからの単位時間当たりの信号数の合計値， C_s は観測対象からの単位時間当たりの信号数で，次式で定義される (Howell, 2006)．

$$C_s = \eta_t \frac{\pi D_{ml}^2}{2} \cdot \frac{\lambda_0 F_{trans}}{hc} \quad (5.8)$$

D_{ml} は主鏡口径， η_t は全効率， F_{trans} は透過フラックス， h はプランク定数である．

STIS E140M の波長分解能は 121.56 nm において $\Delta\lambda \approx 0.0013$ nm, 130.0 nm において $\Delta\lambda \approx 0.0014$ nm, であり，G140M の波長分解能は平均すると $\Delta\lambda \approx 0.005$ nm である．そこで各観測モードの波長分解能を考慮し，Ly- α 線スペクトルの中心波長から波長あたりのフラックスが TRAPPIST-1d のトランジット時に半分程度になる波長 (波長幅は約 0.01 nm) で，各輝線を波長積分した．積分範囲は図 5.15 に示し，各輝線のフラックス値は，表 5.5 に示す．特に，Ly- α 線は，ISM/LIC による吸収も考慮した場合 (w ISM)，また考慮しない場合 (w/o ISM) の二通りで検討を行う．各輝線のフラックスのトランジット時の減光率から，トランジット深さを計算する．トランジット深さ d_t は，

$$d_t = 1 - \frac{F_{\text{during}}}{F_{\text{before}}} \quad (5.9)$$

と表せ， F_{during} はトランジット中の輝線のフラックス， F_{before} はトランジット前の輝線のフラックスである．TRAPPIST-1d の d_t は Ly- α 線で約 60% (w ISM, w/o ISM 共に)，OI 輝線で約 35% (130.5nm, 130.6nm 共に) となる．このトランジット深さを 3σ の優位度⁶ で検出するために必要な S/N 比は，以下の式を満たせばよい．

$$S/N = \frac{N_s}{\delta} = \frac{1}{d_t/3} \quad (5.10)$$

上記の場合の S/N 比はそれぞれ，Ly- α 線で約 5.0，OI 輝線で約 8.55 となる (図 5.16)．

表 5.5: HST/STIS の波長分解能を考慮した，TRAPPIST-1d のトランジット前後のフラックス

	Before transit [erg/(cm ² ·s)]	During transit [erg/(cm ² ·s)]
Ly- α 線 (w/o ISM)	1.67×10^{-15}	6.71×10^{-16}
Ly- α 線 (w ISM)	1.06×10^{-15}	4.07×10^{-16}
OI 輝線 (130.5nm)	3.06×10^{-18}	1.99×10^{-18}
OI 輝線 (130.6nm)	3.06×10^{-18}	1.99×10^{-18}

今回は，TRAPPIST-1 が視線方向に速い速度で運動しているため，上記で指定した波長幅においてジオコロナは大きな影響を与えないとし，検出器のノイズのみ考慮する．TRAPPIST-1 から検出器に入射する光が 2×2 pix に収められると仮定すると，その検出器のノイズは 6.0×10^{-4} [counts/s] となる．

この S/N 比を達成するために必要な露光時間は式 (5.7) を用いて算出すると，Ly- α 線でそれぞれ約 41 分 (w/o ISM)，約 68 分 (w ISM)，OI 輝線で 5×10^3 h である (図 5.17)．TRAPPIST-1d のトランジット継続時間は約 47 分なので，Ly- α 線の減光は 1-2 回のトランジット観測によって検出できる．また，他の惑星の S/N 比や露光時間，トランジット継続時間 (表 5.6) からは，TRAPPIST-1c 以外の惑星は 1-3 回のトランジットによって広がった水素大気を検出することができる．

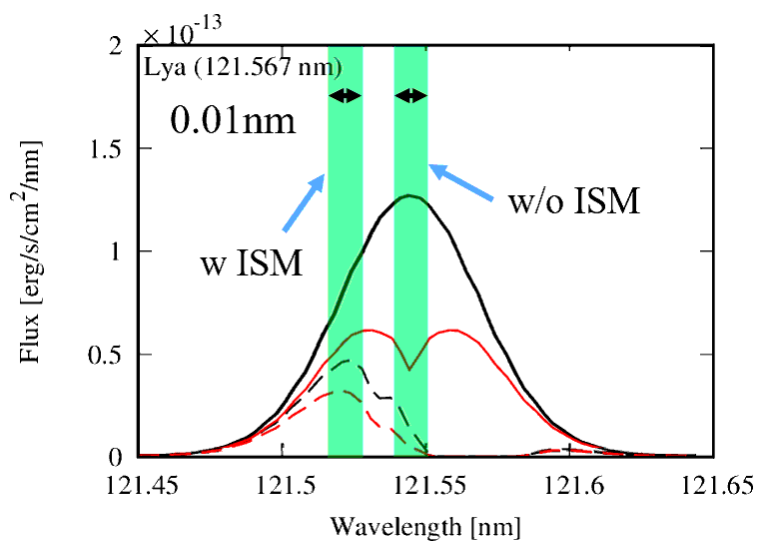


図 5.15: TRAPPIST-1d のトランジット前後における $\text{Ly-}\alpha$ 線のプロファイル変化と積分範囲を示した図。緑色で囲われた部分において、波長積分を行った。

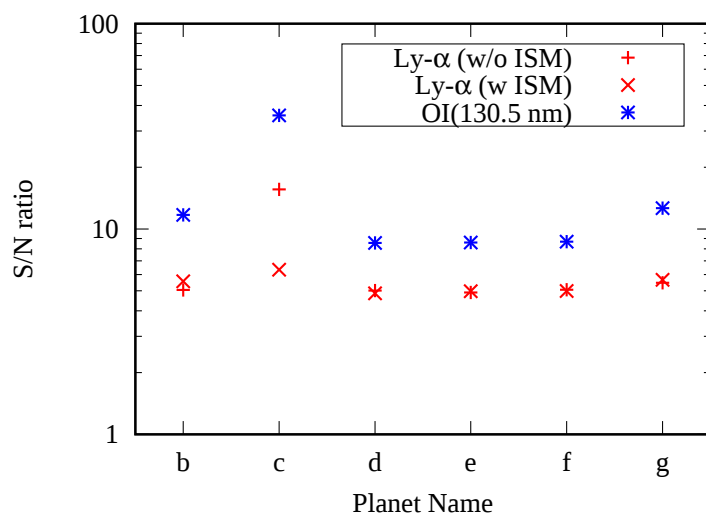


図 5.16: HST/STIS (E140M) で観測した場合の、TRAPPIST-1 系惑星のトランジット検出に必要な S/N 比。縦軸は S/N 比、横軸は惑星名を示す。

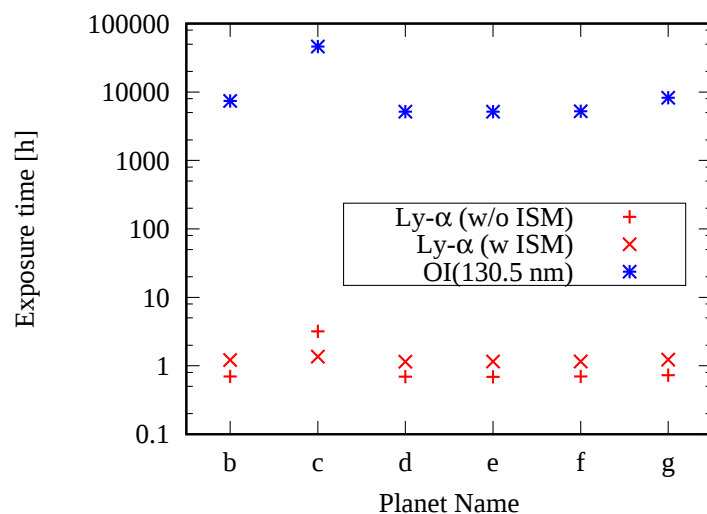


図 5.17: HST/STIS (E140M) で観測した場合の, TRAPPIST-1 系惑星のトランジット検出に必要な S/N 比を達成するための露光時間. 縦軸は露光時間 (hour), 横軸は惑星名を示す.

表 5.6: TRAPPIST-1 系惑星のトランジット継続時間と公転周期

	トランジット継続時間 ^a [分]	公転周期 [日] (Wang et al., 2017)
TRAPPIST-1b	33.9	1.51
TRAPPIST-1c	39.7	2.42
TRAPPIST-1d	47.1	4.05
TRAPPIST-1e	54.0	6.10
TRAPPIST-1f	61.8	9.20
TRAPPIST-1g	68.3	12.4

[a] トランジット継続時間 (ΔT) は, $\Delta T = \frac{P}{\pi} \sin^{-1} \frac{R_{\text{star}}}{a}$ で表すことができる. ここで, P は公転周期, R_{star} 中心星の半径, a は軌道長半径である.

一方で OI 輝線は, S/N 比を達成するために非常に長い露光時間が必要となる. これは Ly- α よりも OI 輝線は強度が低いためである. 仮に全波長域で積分すると OI 輝線のフラックスは約 2 倍になり, 輝線プロファイルの wing 部分では大気中の吸収がほぼ無いことで, 全体的にトランジット深さは小さくなったとしても, S/N 比を達成するために必要な露光時間は半分程度 ($\sim 2.6 \times 10^3$) 短くなる. しかし, 波長の積分範囲を広げると地球の酸素コロナの影響を大きく受ける可能性がある. HST は軌道高度が 550 km なので, OI 輝線の観測時に酸素コロナの光が混入してしまうため, フラックスが弱い OI 輝線を HST/STIS(E140M) で観測することは難しいと考えられる.

ここまでは, HST/STIS の E140M という観測モードにおいて議論を行ってきたが, もう一つの観測モードの G140M ではどうなのか. G140M と E140M の大きな違いは, 全効率が異なる点

⁶平均 ν と標準偏差 σ の正規分布に従う確率変数の観測値が平均値 ν から $\pm 3\sigma$ の区間に入る確率のことで, 値は 0.997 である.

である (表 5.4 参照). 全効率, 望遠鏡の主鏡と副鏡により反射される効率 (鏡面反射率) と回折格子によって反射される効率 (回折効率), そして入射した光子数と検出器内で発生する電子数の比 (量子効率) の積で表される値である. G140M と E140M では表 5.4 にある通り, 全効率は各波長において 4 倍程度異なる. この値を用いて, G140M で S/N 比を達成するための露光時間を算出すると, TRAPPIST-1d で 4.8×10^2 h となり, E140M よりも 10 分の 1 程度に露光時間が縮まる (図 5.18). しかし, それでも露光時間はかなり長く, この露光時間を達成するために必要な観測期間は約 6-7 年⁷ となる. よって, HST で TRAPPIST-1 系においてトランジット時における OI 輝線の減光をとらえることは, 困難だと考えられる.

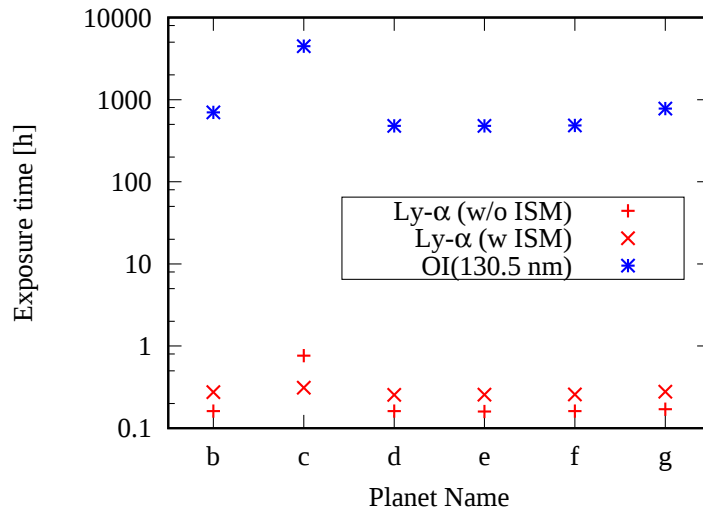


図 5.18: HST/STIS (G140M) で観測した場合の, TRAPPIST-1 系惑星のトランジット検出に必要な S/N 比を達成するための露光時間. 縦軸は露光時間 (hour), 横軸は惑星名を示す.

5.5.2 WSO-UV

WSO-UV はロシアの Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences (IKI) を中心にスペインやドイツなどにある研究機関が協力し, 開発を進めている宇宙望遠鏡で, 紫外線波長観測に特化した望遠鏡である. その宇宙望遠鏡に, 高効率で光子計数が可能な分光装置 (UVSETI) が搭載される予定になっている (Murakami et al., 2017). その UVSETI の仕様を表 5.7 に示す.

表 5.7 に示すように, 波長分解能は 0.5 nm なので, OI 輝線や Ly- α 線をスペクトルに分解することができない. TRAPPIST-1 において, OI 輝線の付近のスペクトルは得られていないが, より明るい早期 M 型星の Proxima Centauri では Ayres et al. (2010) において, OI 輝線付近の 130.32 nm に SiIII らしき輝線が存在することを観測した. そのため UVSETI で OI 輝線を観測した場合, SiIII 輝線が混入するとして, SiIII 輝線のフラックスは Proxima Centauri の値をもとにスケールリングを行い, 1.44×10^{-18} erg/cm²・s とし, OI 輝線付近のフラックスは合計で 1.25×10^{-17} erg/cm²・s となる. トランジット前と TRAPPIST-1d がトランジット中における各輝線のフラッ

⁷露光時間が 4.8×10^2 h とすると, TRAPPIST-1d のトランジット継続時間が 0.785 h なので, 約 610 回のトランジット観測が必要となる. また, 公転周期は約 4.05 日なので, 露光時間を達成するために必要な観測時間は約 2468 日 (6.78 年) である.

表 5.7: UVSETI の仕様 (堀越寛己 (立教大), 修士論文より引用)

UVSETI	
波長分解能 ($\Delta\lambda$, nm)	0.5
全効率 [%]	4.1
検出器のノイズ [counts/cm ² ·s]	1
検出器の画素の大きさ [μm^2]	40 × 40

クスを表 5.8 に示す。積分する波長が HST よりも長くなったため、全体のフラックスは上昇しているが、惑星大気中で吸収されにくい wing 部分のフラックスが望遠鏡まで届くため、トランジット深さの値は小さくなる (表 5.9)。また、HST と同様にトランジットを 3σ の有意度で検出するために必要な S/N 比は、Ly- α 線 (w/o ISM) で 7.79, Ly- α 線 (w ISM) で 3.61 OI 輝線で 14.9 とトランジット深さが小さくなることで、S/N 比も若干高くなる (表 5.9)。

この S/N 比を達成するために必要な露光時間は式 (5.7) を用いて算出すると、Ly- α 線でそれぞれ約 1.8 分 (w/o ISM), 約 1.4 分 (w ISM), OI 輝線で約 55 時間である (図 5.20)。TRAPPIST-1d のトランジット継続時間は約 47 分なので、Ly- α 線の減光は 1 回のトランジット観測によって検出できる。また、他の惑星の S/N 比や露光時間、トランジット継続時間 (表 5.6) からは、TRAPPIST-1 系の惑星において、約 2 回以内のトランジット観測により、水素大気を検出することができる。

また、HST で検出が困難であった OI 輝線は、全効率値が上昇しノイズ値が抑えられるため、70 回程度のトランジット観測で検出が見込まれる。このトランジット観測回数と、TRAPPIST-1d の公転周期から観測期間を概算する約 0.8 年程度となる。また、他の惑星においても観測期間を計算すると、TRAPPIST-1b で約 0.8 年、TRAPPIST-1c で約 6.3 年、TRAPPIST-1e で約 1.1 年、TRAPPIST-1f で約 1.4 年、TRAPPIST-1g で 3.9 年となった。TRAPPIST-1b トランジット深さが小さいものの、公転周期が 1.5 日程度と短いため、集中的に観測が可能であれば、1 年程度で検出できる可能性がある。

よって、主星の EUV 光度が Strong EUV model に沿い、現在においても流体力学的散逸を起こしているならば WSO-UV で高高度まで広がった酸素大気も検出可能である。また WSO-UV は HST と異なり、Ly- α 線と OI 輝線の同時観測が可能である。そのため、両輝線を同時観測することによって、両輝線においても減光が確認されれば、水蒸気の流体力学的散逸が起きている可能性がある。一方で、例えば Ly- α 線のみ減光が確認される場合には、大気構造が異なり、水素主体の大気から散逸している可能性や別の散逸プロセスが働いている可能性が考えられる。いずれにせよ TRAPPIST-1 系惑星における大気散逸の種類や有無、そして大気構造などの制約が期待できる。

表 5.8: WSO-UV/UVSETI の波長分解能を考慮した、TRAPPIST-1d のトランジット前後のフラックス

	Before transit [erg/cm ² /s]	During transit [erg/cm ² /s]
Ly- α 線 (w/o ISM)	7.83×10^{-15}	4.81×10^{-15}
Ly- α 線 (w ISM)	7.83×10^{-15}	1.32×10^{-15}
OI 輝線	1.25×10^{-17}	1.00×10^{-17}

表 5.9: TRAPPIST-1d のトランジット深さとトランジット観測時に必要な S/N 比

	Transit depth [%]	S/N ratio
Ly- α 線 (w/o ISM)	38.6	7.79
Ly- α 線 (w ISM)	83.1	3.61
OI 輝線	20.1	14.9

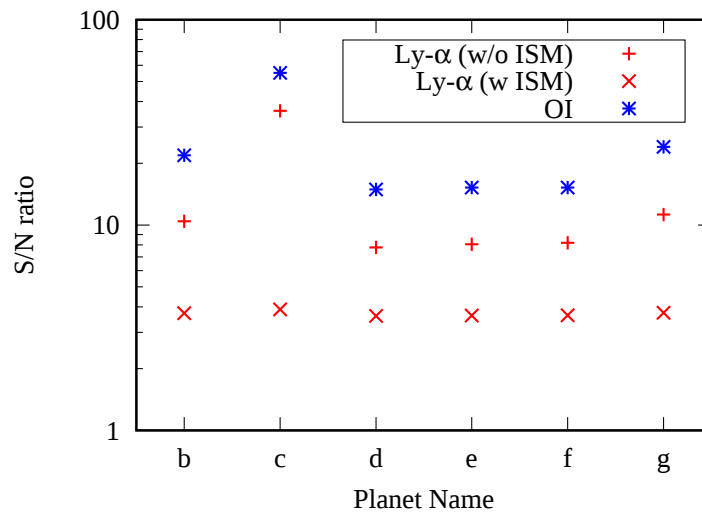


図 5.19: WSO-UV/UVSETI で観測した場合の, TRAPPIST-1 系惑星のトランジット検出に必要な S/N 比. 縦軸は S/N 比, 横軸は惑星名を示す.

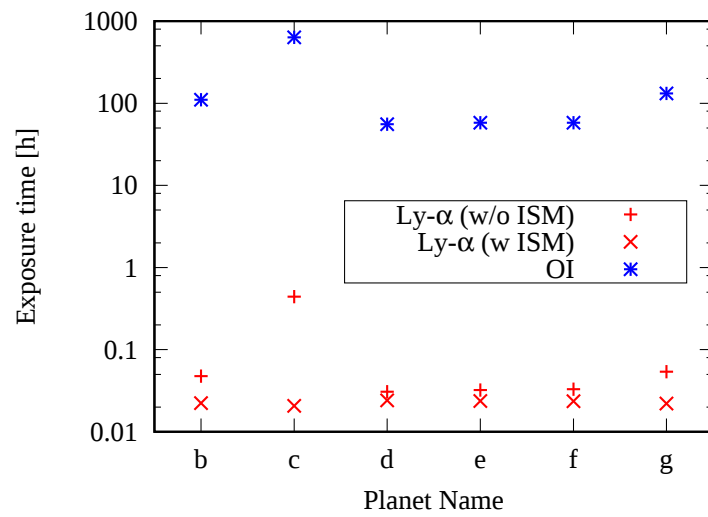


図 5.20: WSO-UV/UVSETI で観測した場合の, TRAPPIST-1 系惑星のトランジット検出に必要な S/N 比を達成するための露光時間. 縦軸は露光時間 (hour), 横軸は惑星名を示す.

第 6 章 結論

本研究では、多成分大気における一次元流体力学的散逸モデルを構築し、水蒸気大気から流体力学的散逸プロセスで流出する大気の散逸率を求めることを目的として、大気中でおきる分子の放射冷却効果や分子種間の拡散過程、化学反応過程を取り入れ、系外惑星における水の保持性や大気の観測可能性について調べた。

まず初めに、数値モデルを流体力学的散逸現象が確認されている、ホットジュピター HD 209458b の水素-ヘリウム大気に適用し、モデルの有効性を確認したのち、先行数値シミュレーション研究や観測的制約との比較を行った。本モデルの参考とした García Muñoz (2007) と同じ下部境界条件を与えて計算した結果、彼らの計算値よりも低い散逸率が得られた。García Muñoz (2007) と本モデルの違いは加熱率の定式化の違いにあり、García Muñoz (2007) では特定の場所における加熱率を求めているのに対し、本研究では大気の高高度で吸収される EUV 放射は光路によって異なることを考慮して加熱率を求めており、EUV 放射の吸収率が低下した。その一方で、本研究の計算結果は、水素散逸流の流量や重元素の持ち上げに関する観測的制約を満たす。また、高高度まで分布した水素原子のによる Ly- α 線の吸収を考えると、観測結果よりも高いトランジット減光率が得られた。これは、恒星風による作用等を考えていないため、惑星の重力圏 (ロッシュ半径) より上空において、実際の密度分布は異なるためと考えられる。

次に、本モデルをハビタブルゾーンの内縁付近に位置する TRAPPIST-1d に適用し、EUV 光度の進化を考慮した水蒸気大気の散逸率を推定した。EUV 光度は、TRAPPIST-1 のような低質量恒星において観測されていないため、X 線光度の観測に基づき EUV 光度を推定した。また、X 線光度の不確定性も考慮し、強弱二通りの EUV 光度進化モデルを構築し、散逸率の上限と下限を求めた。数値計算の結果、主に EUV 吸収を起こす高度領域において水蒸気による放射冷却が効き、散逸率が抑えられることが分かった。水蒸気は計算領域下層で光解離し、上層では分子量の小さい大気成分が主要となる。また EUV 放射強度が地球軌道上の平均値の 25 倍以上の場合、水素原子と酸素原子の間で顕著な質量分別は生じなかった。

TRAPPIST-1d の形成から現在 (推定年齢約 70 億年) までの水素原子や酸素原子の総散逸量を推定した。強い EUV 光度進化モデルに沿う場合、水素の総散逸量は、 316 EO_H 、酸素の総散逸量は 268 EO_O となり、弱い EUV 光度進化モデルに沿う場合は水蒸気の総散逸量が著しく小さくなり、約 1 EO となった。強い EUV 光度進化モデルに沿うと、惑星質量の約 15% に相当する水が失われる可能性がある。ただしこの場合も、TRAPPIST-1 系の地球型惑星が、スノーライン以遠で形成され、水を豊富に獲得した場合には、現在でも惑星に水が存在している可能性がある。

強い EUV 光度進化モデルを与えた場合、TRAPPIST-1 系の惑星では、現在でも流体力学的散逸が起きている可能性がある。その場合、高高度まで水素原子や酸素原子が運ばれると期待される。そこで各惑星のトランジット最中央点における恒星光の減光率を推定し、大気の観測可能性について調べたところ、TRAPPIST-1d では、Ly- α 線の減光率が約 30%、OI 輝線で約 20% となり、惑星の中心星に対する面積比に比べて大きな減光率を示す。また、TRAPPIST-1 d, e, f, g にも同様に当てはめたところ、Ly- α 線は 40% 以上、OI 輝線は約 10% 程度の減光率を得た。これ

らは現行の宇宙望遠鏡や次世代の宇宙望遠鏡で十分観測可能な大きさである。TRAPPIST-1c は惑星の重力による束縛が強く、大気上層の密度が希薄になるため、減光率はいずれの輝線も 10% 未満となるが、重力の束縛効果で TRAPPIST-1 系のお惑星に比べて散逸率が抑制されるため、現在でも惑星表層に大量の水が水蒸気として存在している可能性がある。

第 7 章 謝辞

本論文を作成するにあたり、多くの方にお世話になりました。特に指導教官の倉本 圭教授には御多忙にもかかわらず、基礎的な物理過程の勉強から、本研究のテーマや研究に対する助言、そして本論文執筆など研究のあらゆる事において丁寧にご指導いただきました。初歩的な所で躓いてしまう私に対して、根気強くご指導して下さったことに深く感謝します。橋元 明彦特任准教授には、研究発表の場で様々なご指摘や助言を頂き、学ばせていただいたことと、自身の研究がどれ程奥深いものなのかを改めて感じる事が出来ました。石渡 正樹准教授には研究議論だけではなく、計算機やソフトウェアなどの研究道具に関する質問に対しても丁寧に答えていただき、快適な研究環境が構築できたと思います。立教大学の亀田 真吾准教授には、観測可能性やモデルの妥当性の議論について助言を頂き、より高いレベルの議論を行うことが出来ました。

倉本研究室のメンバーには、色々な視点から助言を頂くと共に、私の研究の進捗状況を気にかけてくださり、多くの励ましの言葉を頂きました。特に、研究室の後輩である吉田 辰哉氏には同じ流体力学的散逸シミュレーションを行う研究者として、モデルや散逸現象に関する議論に付き合ってもらい、それらが私の研究の一助となりました。また、同期の今井 正亮氏には学部 4 年の頃から研究に関する相談に乗って頂いたり、また息抜きの雑談に付き合って頂きありがとうございました。同期の今井氏がいたからこそ、ここまで研究生活を続けることが出来ました。そして惑星宇宙グループの皆様には、日頃の色々な場面でご協力いただき、研究をするにあたり大変励みになりました。

本論文の計算には主に EPnetFaN の活動で構築された計算機を使わせていただきました。計算機やネットワーク環境を構築した先達の方々のおかげで快適な計算を利用することが出来ました。感謝いたします。

学部四年次まで所属していた準硬式野球部の同期の皆様には、事ある毎に私を食事に連れて行ってくださり、また暖かい励ましの言葉を掛けて頂きました。共に白球を追いかけた同期の言葉は私の研究活動をする上で、大いに励みになりました。

以上の皆様に、この場をお借りして厚く御礼申し上げます。

最後に、家族にはいつも暖かく見守って頂き、励まして頂きました。父母は博士課程に進学することを快諾し、経済的にも精神的にも支えてくれました。兄弟には私の様子を確認するために、わざわざ北海道まで来て下さり、遊びに連れて行ってくれました。祖母は実家に帰省した時に私の話を楽しそうに聞き、また励ましてくれました。深く感謝致します。

付 録 A 図 集

A.1 Strong EUV model

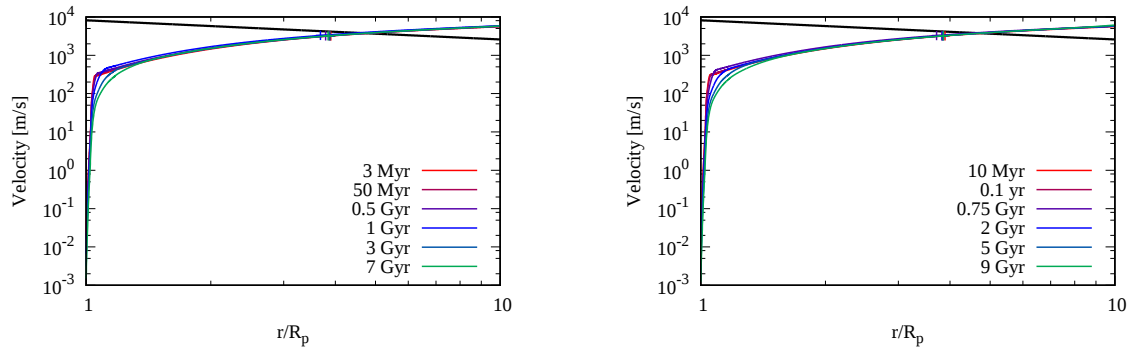


図 A.1: Strong EUV model における各年代の速度分布。縦線は速度分布，横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す。各線は図の右に記載されている年代における値を示す。

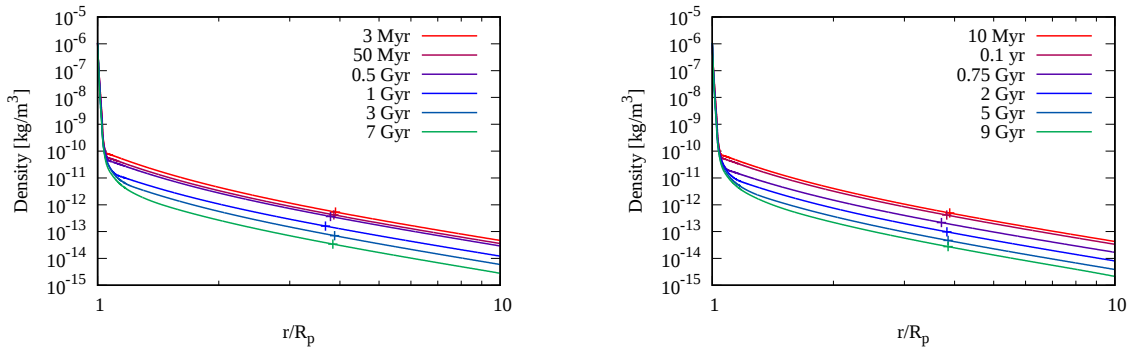


図 A.2: Strong EUV model における各年代の密度分布。縦線は密度分布，横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す。各線は図の右に記載されている年代における値を示す。

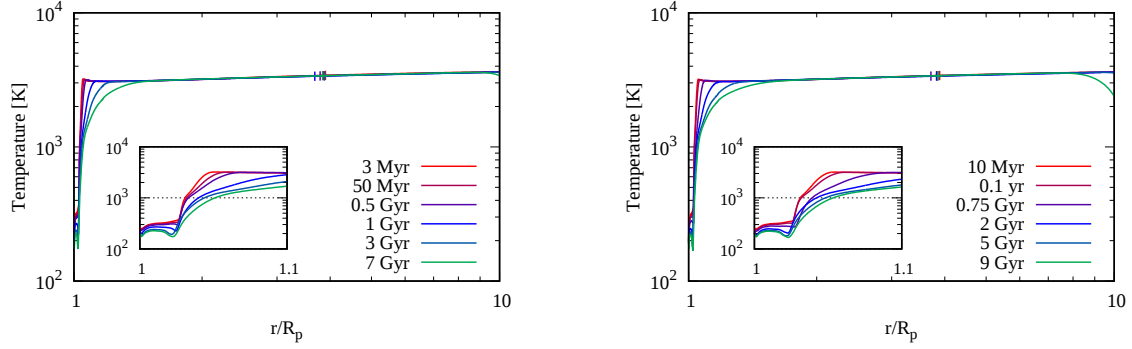


図 A.3: Strong EUV model における各年代の温度分布．縦軸は温度，横軸は全て惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．各線は図の右に記載されている年代における値を示す．

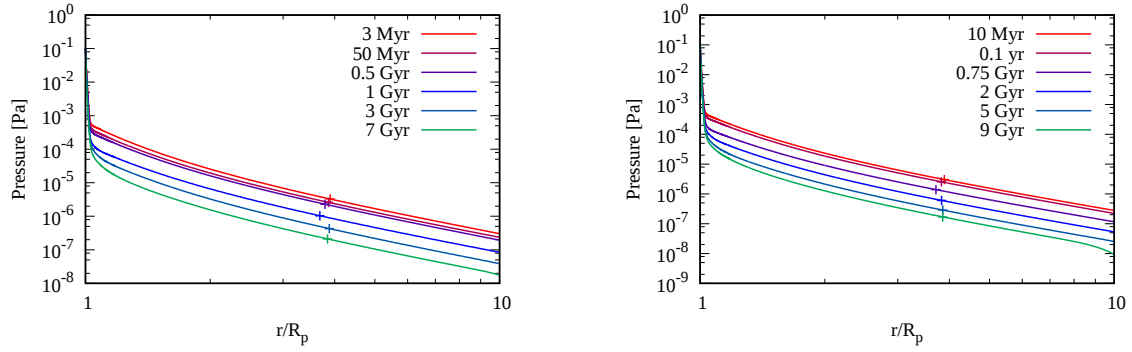


図 A.4: Strong EUV model における各年代の圧力分布．縦軸は圧力，横軸は全て惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．各線は図の右に記載されている年代における値を示す．

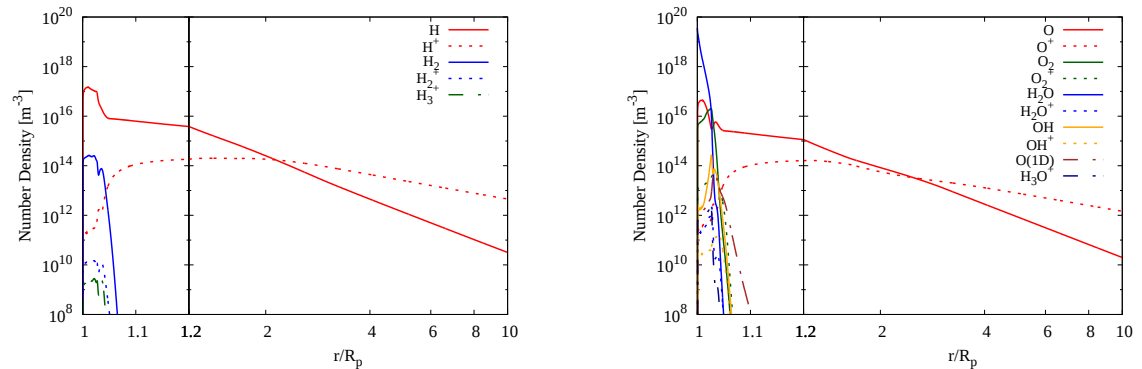


図 A.5: Strong EUV model の 3 Myr における各数密度分布．縦軸は数密度，横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．各線は図の右に記載されている分子種の値を示す．

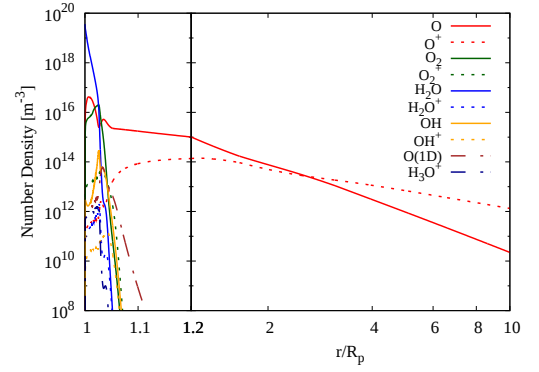
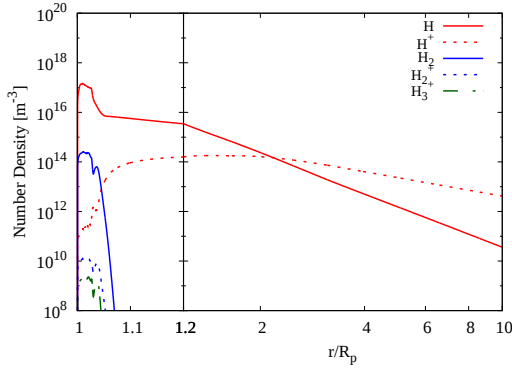


図 A.6: Strong EUV model の 10 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

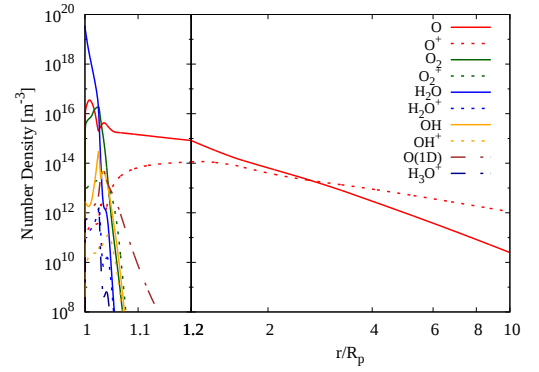
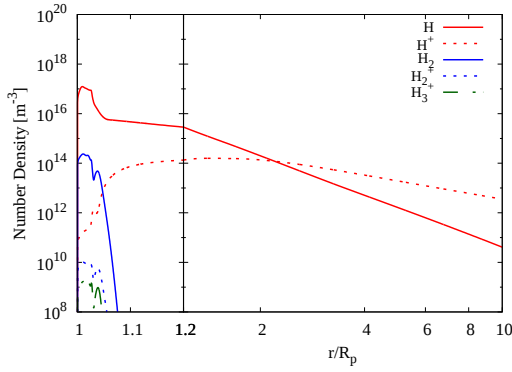


図 A.7: Strong EUV model の 50 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

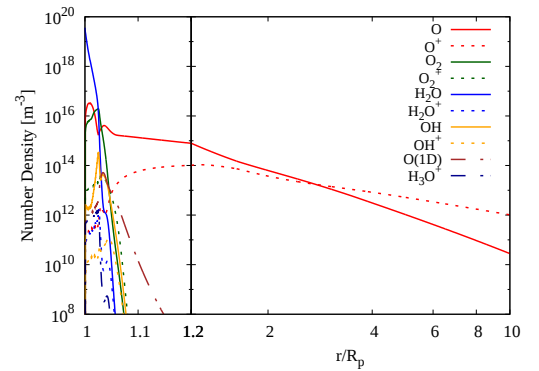
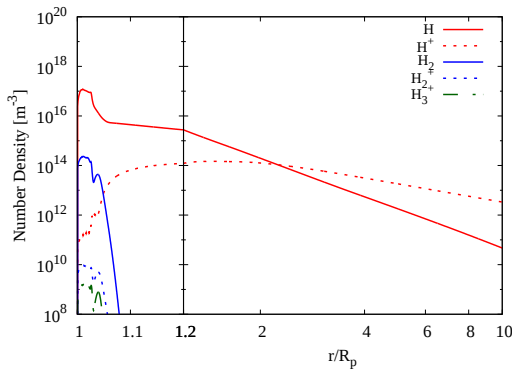


図 A.8: Strong EUV model の 0.1 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

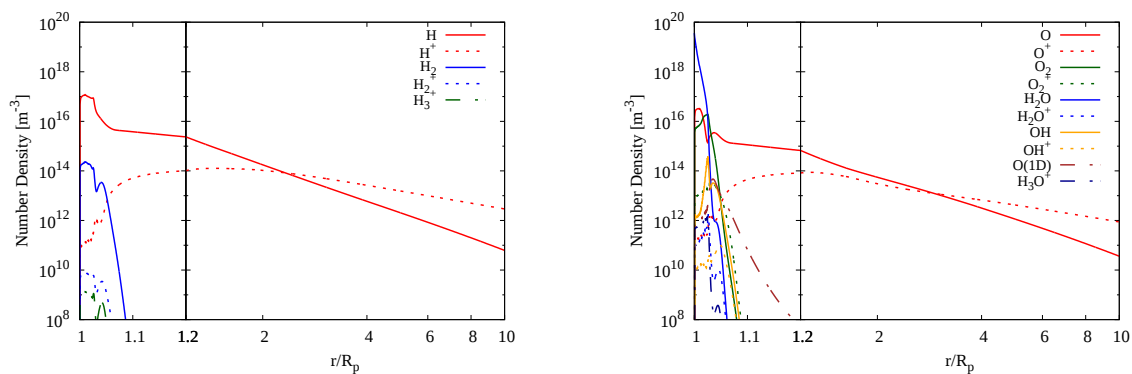


図 A.9: Strong EUV model の 0.5 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 を参照．

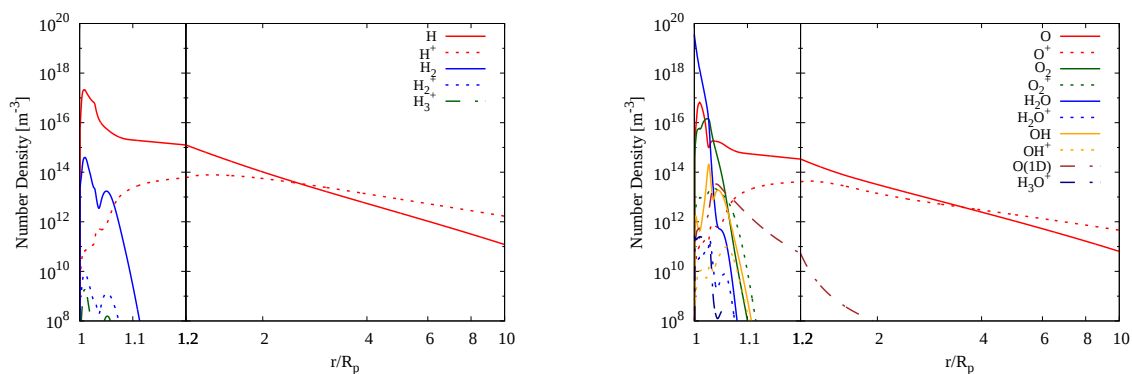


図 A.10: Strong EUV model の 0.75 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 を参照．

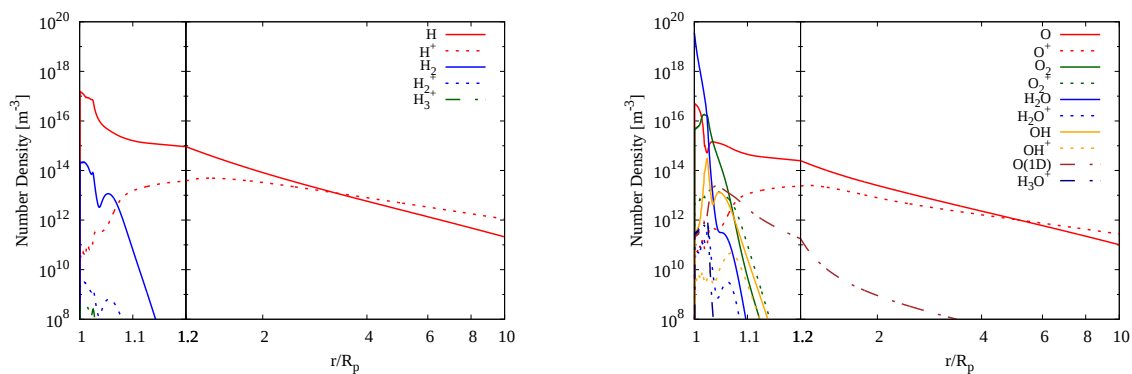


図 A.11: Strong EUV model の 1 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 を参照．

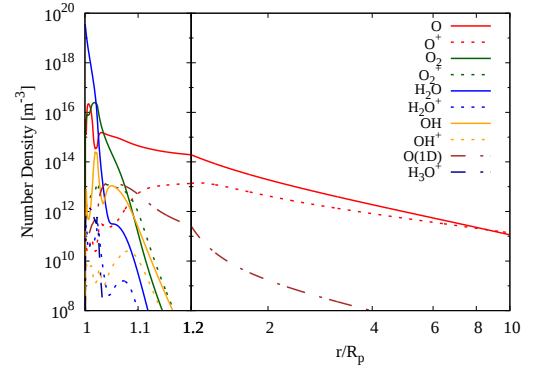
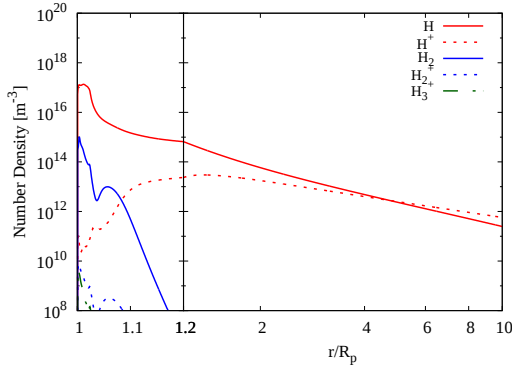


図 A.12: Strong EUV model の 2 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

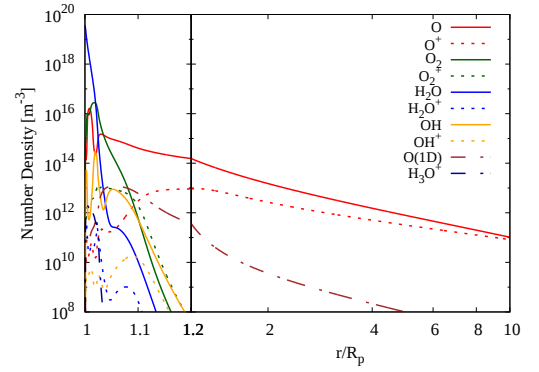
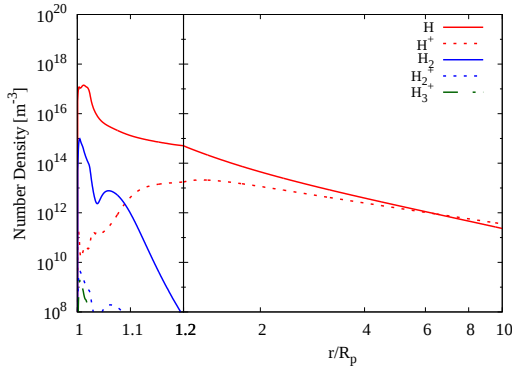


図 A.13: Strong EUV model の 3 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

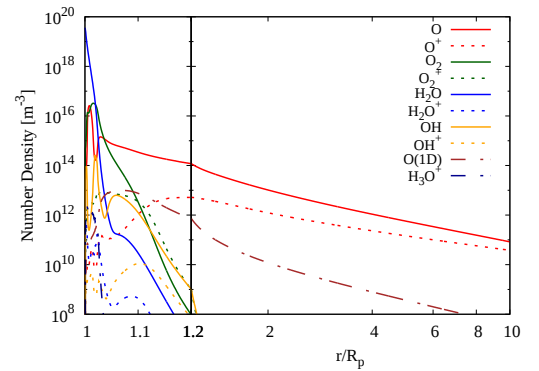
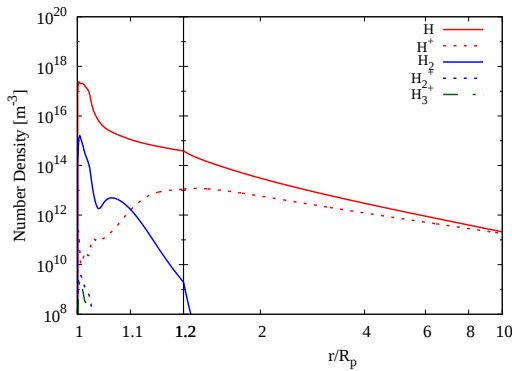


図 A.14: Strong EUV model の 5 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

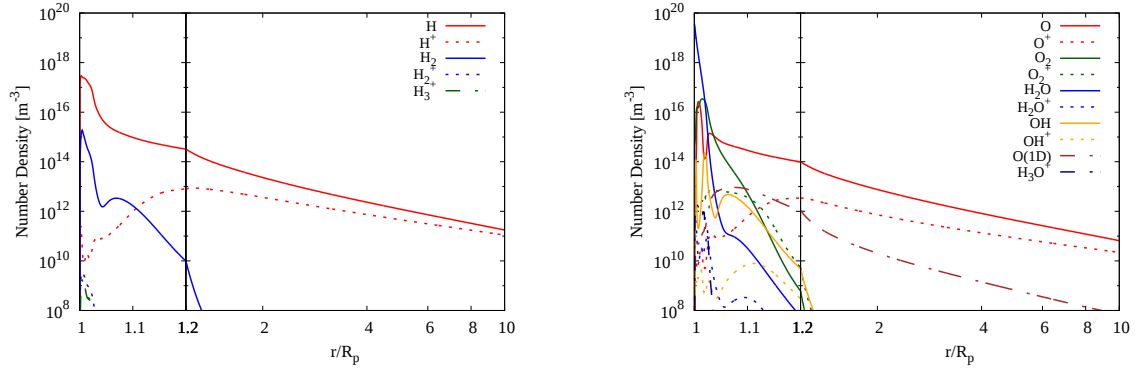


図 A.15: Strong EUV model の 7 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

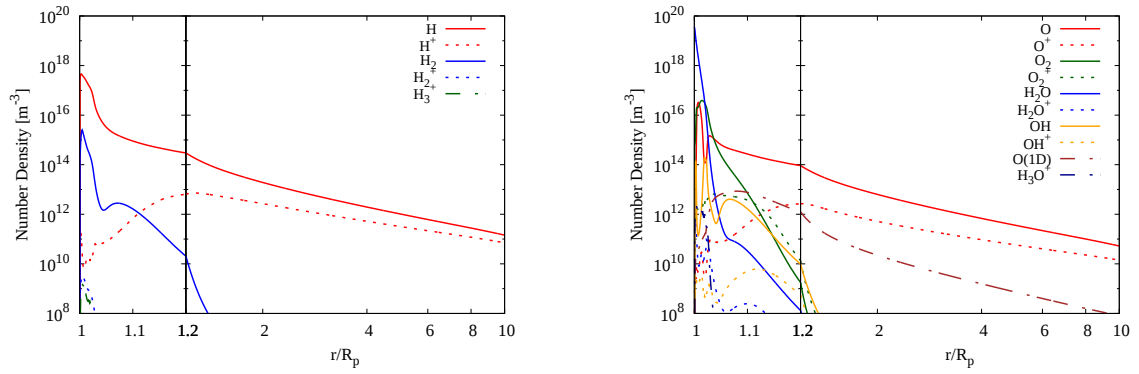


図 A.16: Strong EUV model の 9 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 を参照.

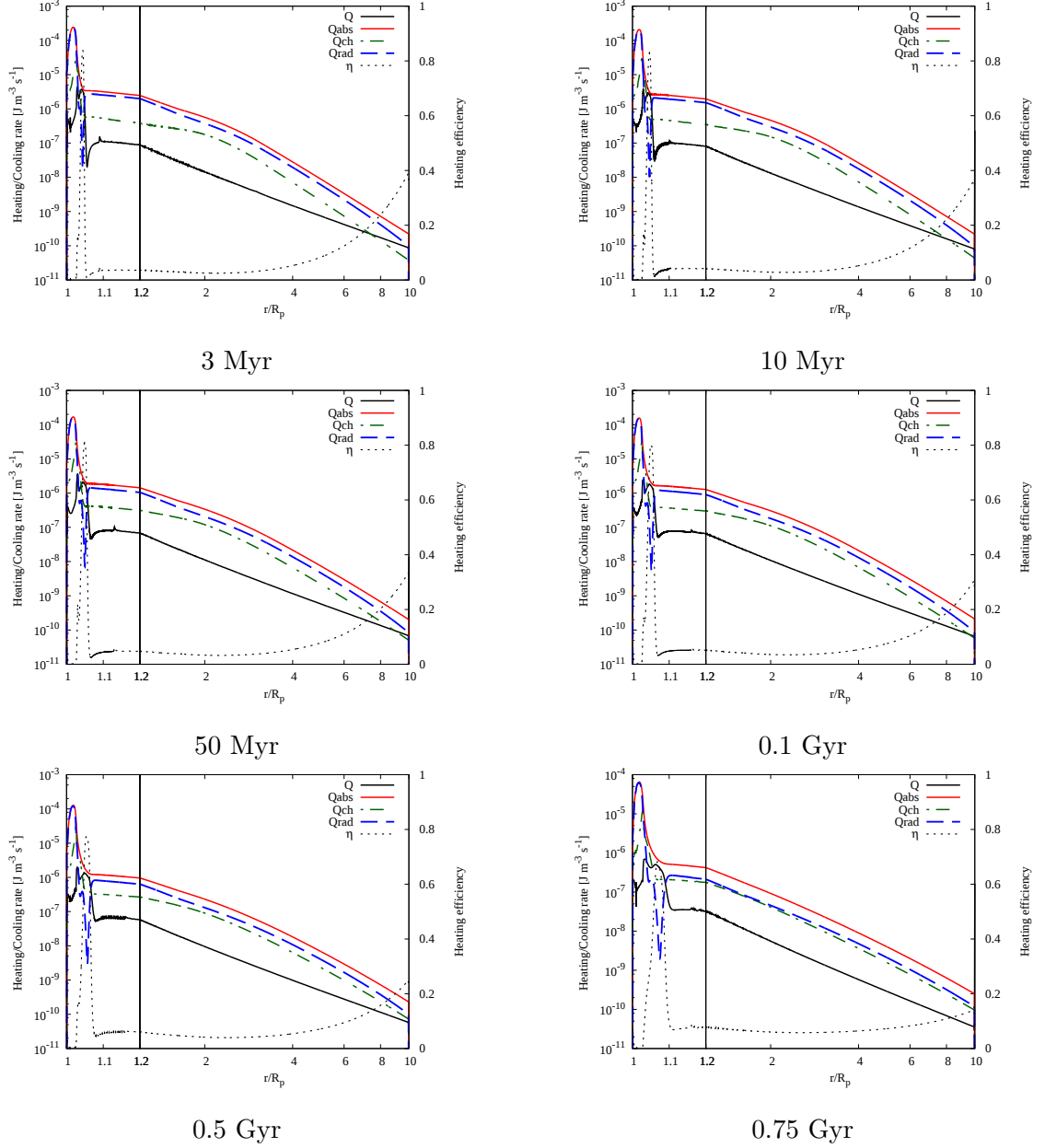


図 A.17: Strong EUV model の 3 Myr から 0.75 Gyr における加熱率分布．縦軸は単位体積あたりの加熱率，横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す．黒実線は加熱率，赤実線は EUV 放射の吸収率，緑鎖線は化学反応による吸熱率，青点線は分子放射による冷却率，黒点線は加熱効率を示す．

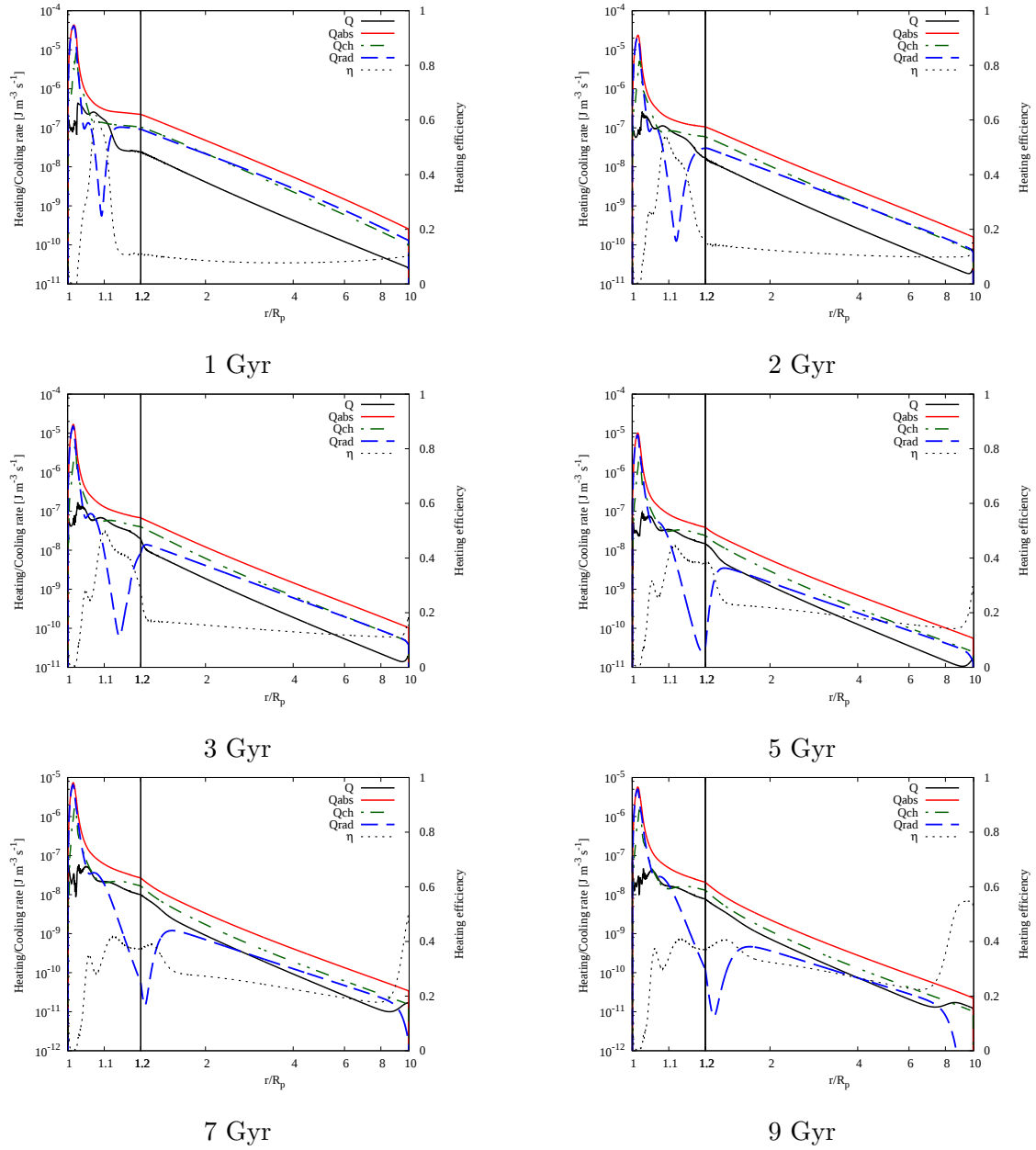


図 A.18: Strong EUV model の 1 Gyr から 9 Gyr における加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

A.2 Weak EUV model

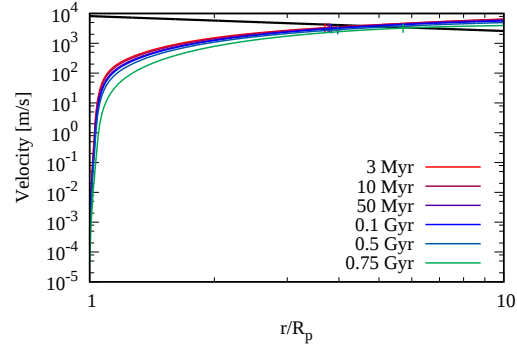


図 A.19: Weak EUV model における各年代の速度分布. 説明は図 A.1 と同じ.

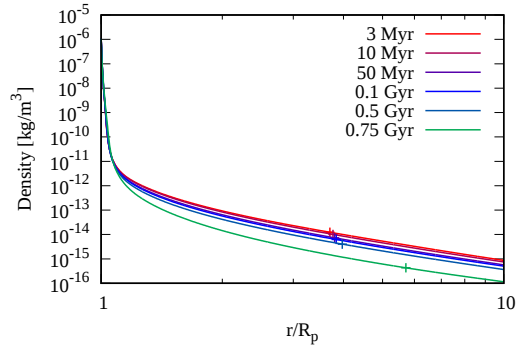


図 A.20: Weak EUV model における各年代の密度分布. 説明は図 A.2 と同じ.

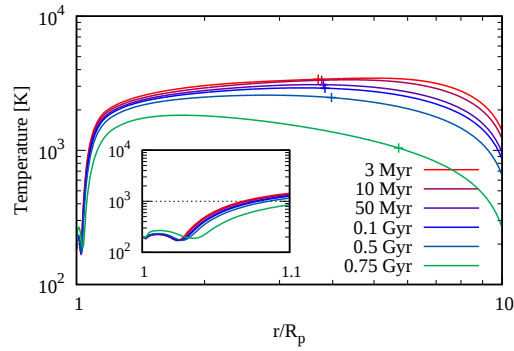


図 A.21: Weak EUV model における各年代の温度分布. 説明は図 A.3 と同じ.

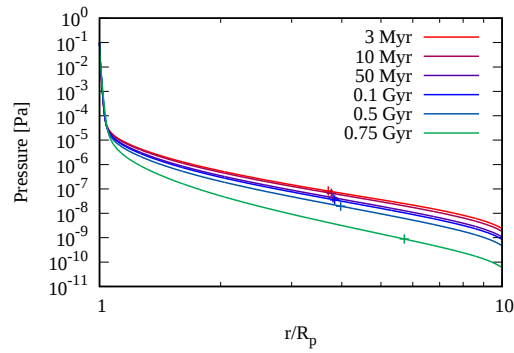


図 A.22: Weak EUV model における各年代の圧力分布. 説明は図 A.4 と同じ.

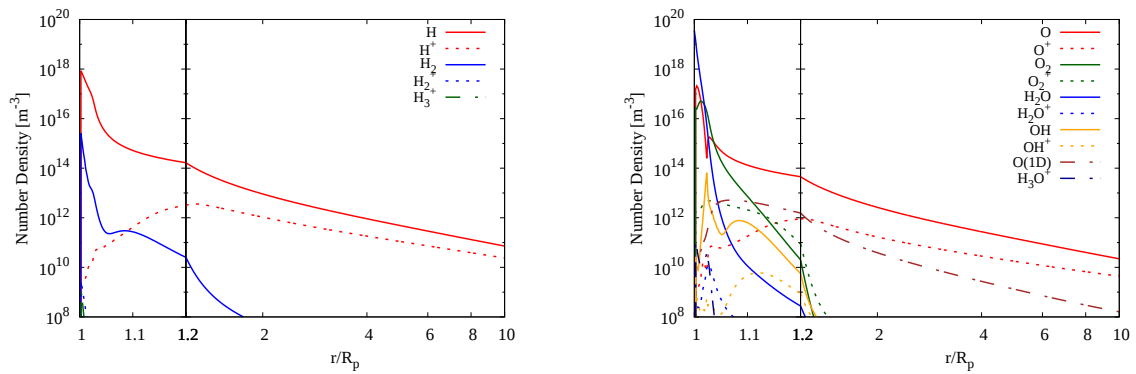


図 A.23: Weak EUV model の 3 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

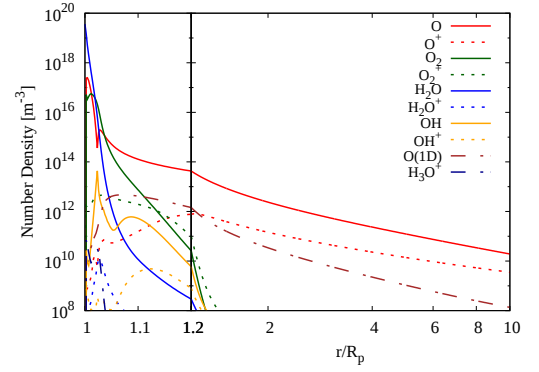
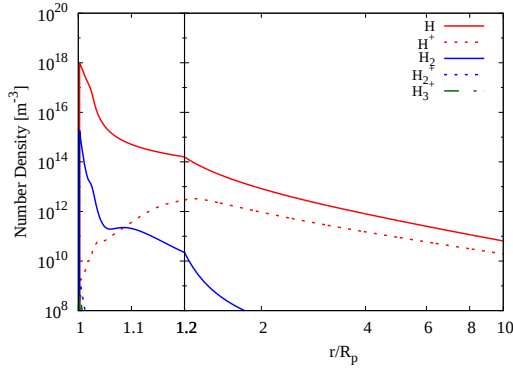


図 A.24: Weak EUV model の 10 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

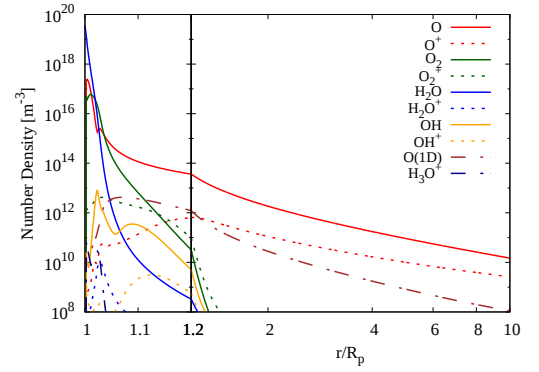
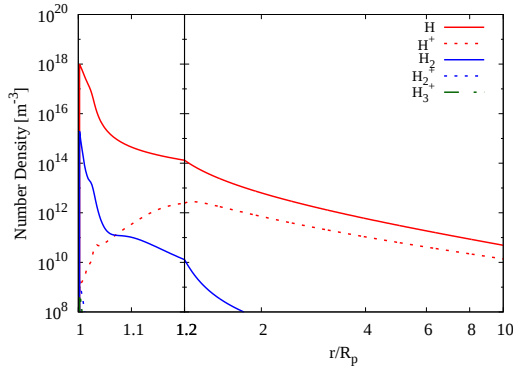


図 A.25: Weak EUV model の 50 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

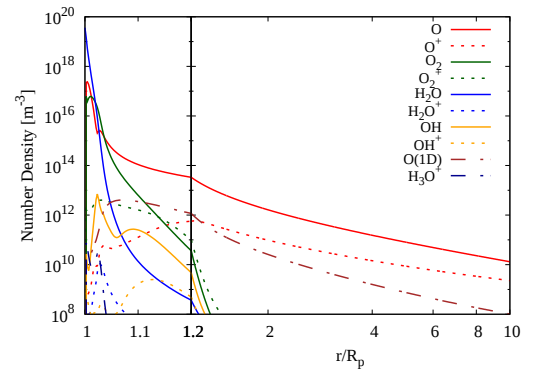
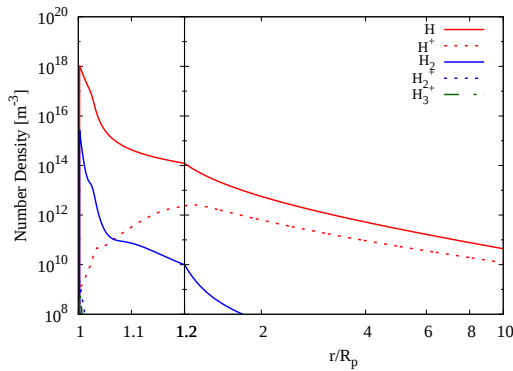


図 A.26: Weak EUV model の 0.1 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

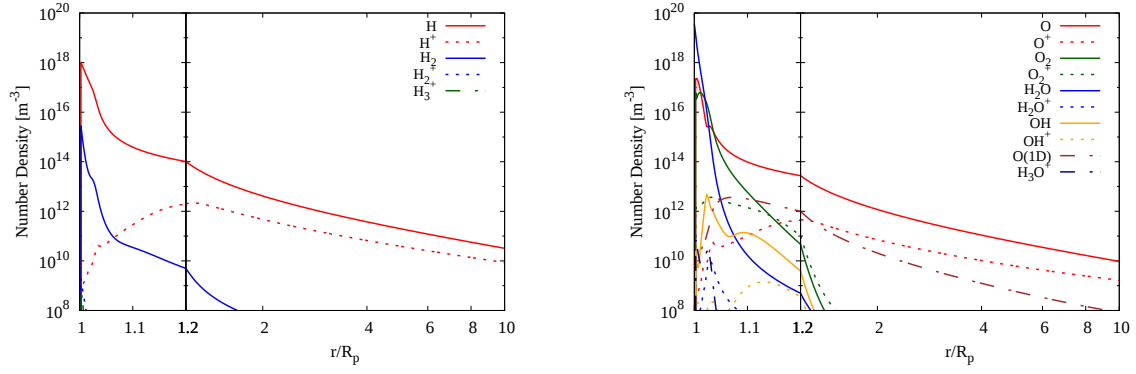


図 A.27: Weak EUV model の 0.5 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

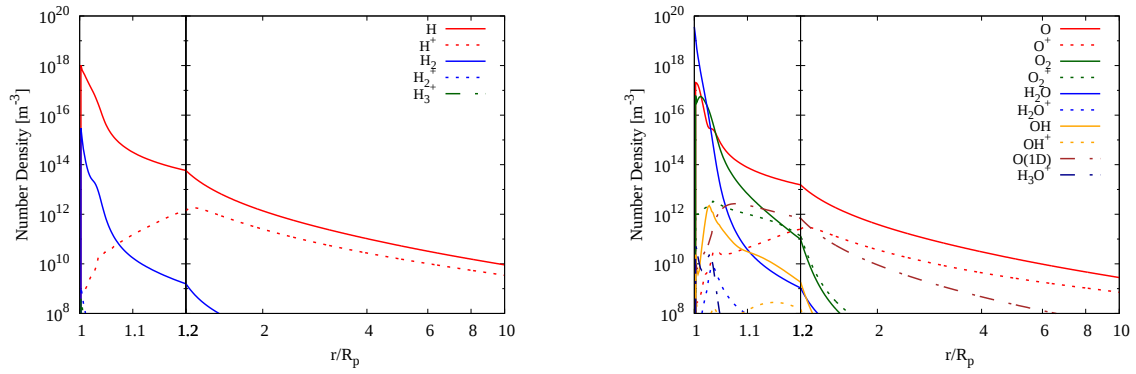


図 A.28: Weak EUV model の 0.75 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

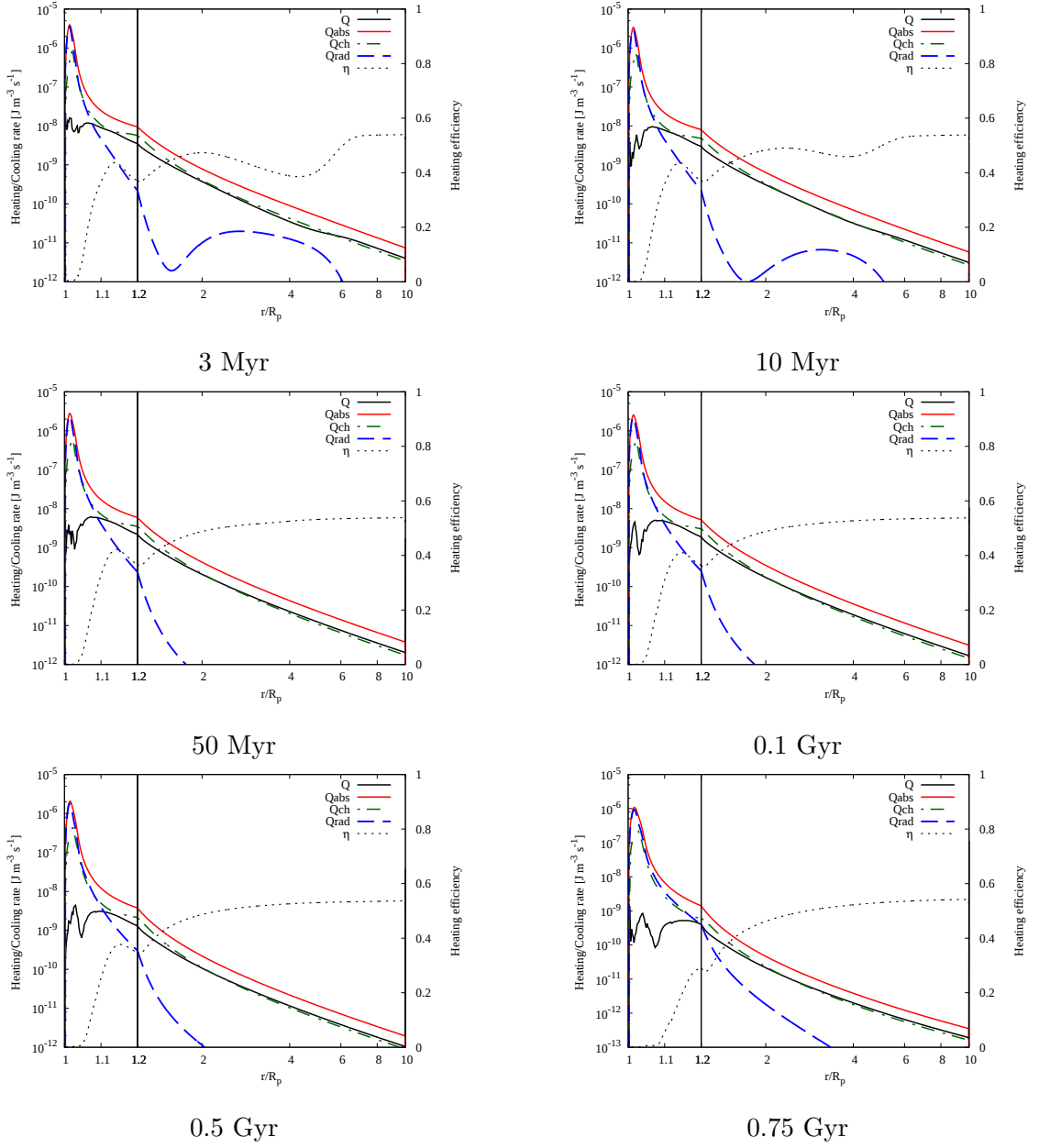


図 A.29: Weak EUV model の 3 Myr から 0.75 Gyr における，加熱率分布．説明は図 A.17 と同じ．

A.3 Bolmont EUV ($L_X/L_{\text{bol}} = 10^{-5.0}$, $L_{\text{EUV}} = 5.00L_X$)

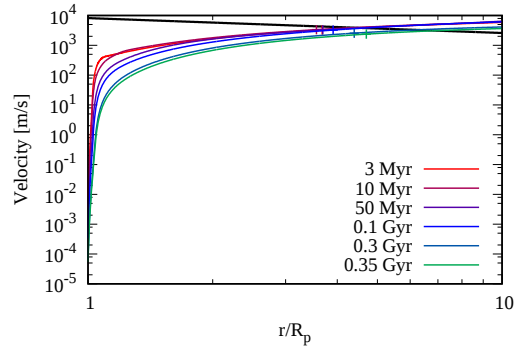


図 A.30: Bolmont EUV model における各年代の速度分布．説明は図 A.1 と同じ．

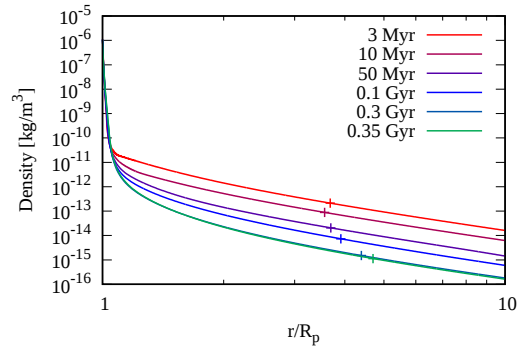


図 A.31: Bolmont EUV model における各年代の密度分布．説明は図 A.2 と同じ．

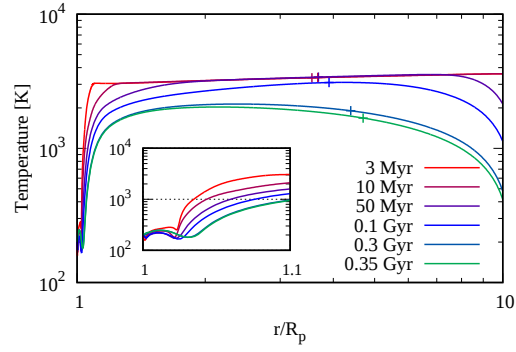


図 A.32: Bolmont EUV model における各年代の温度分布. 説明は図 A.3 と同じ.

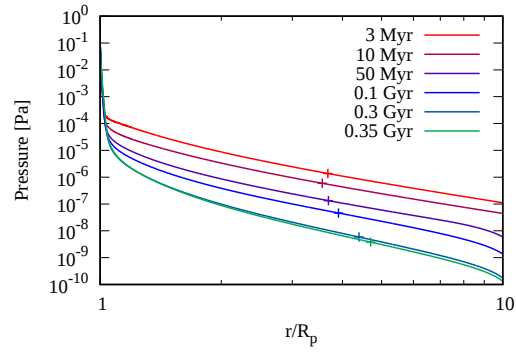


図 A.33: Bolmont EUV model における各年代の圧力分布. 説明は図 A.4 と同じ.

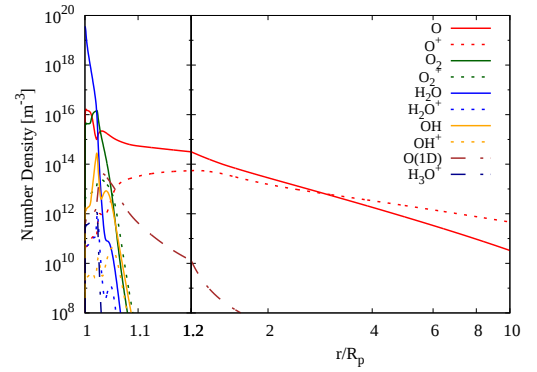
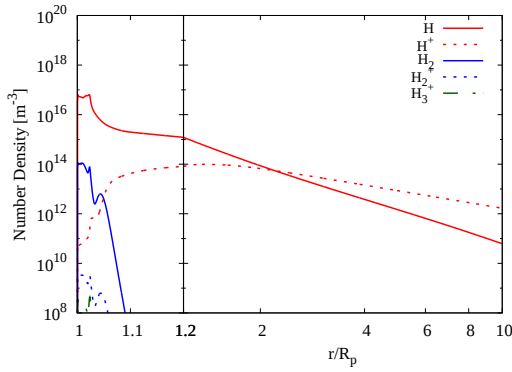


図 A.34: Bolmont EUV model の 3 Myr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

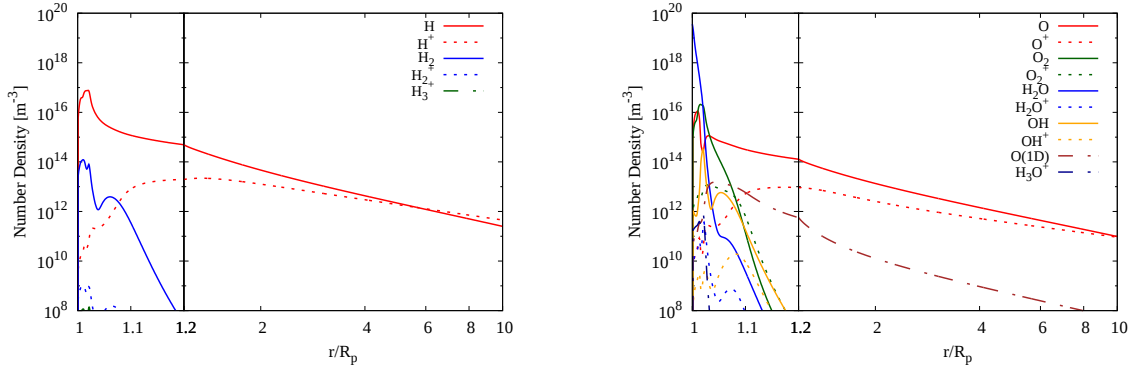


図 A.35: Bolmont EUV model の 10 Myr における各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

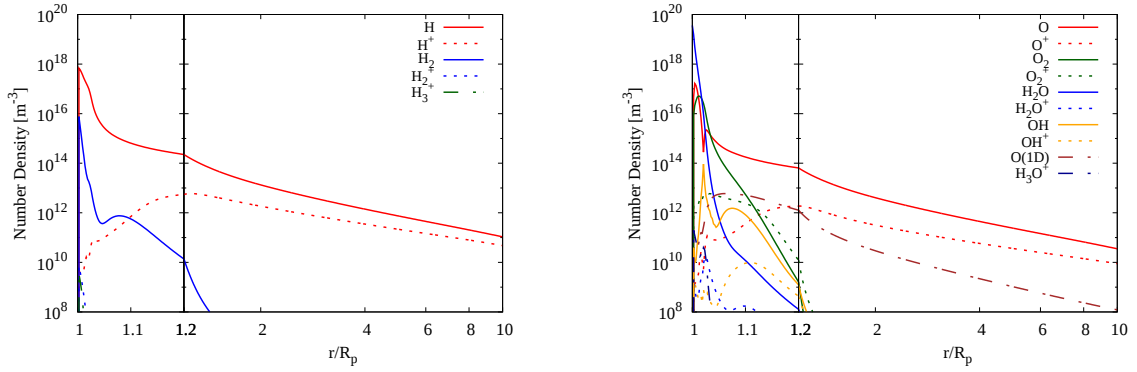


図 A.36: Bolmont EUV model の 50 Myr における各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

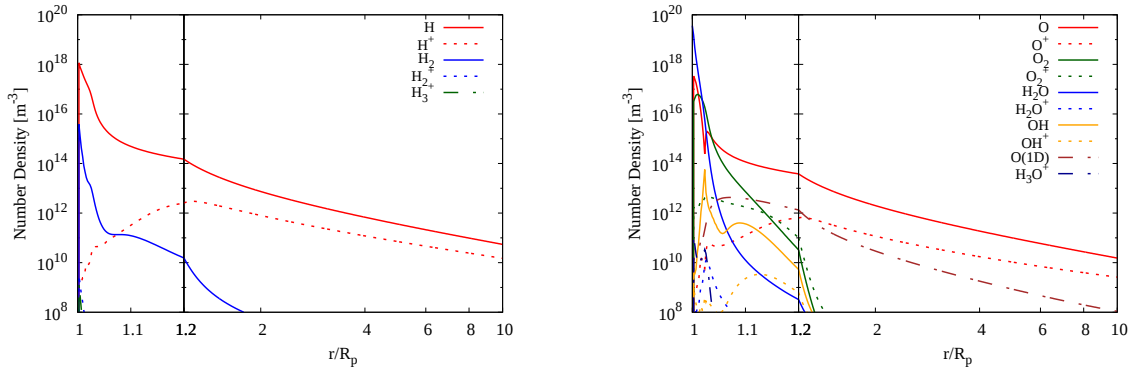


図 A.37: Bolmont EUV model の 0.1 Gyr における各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

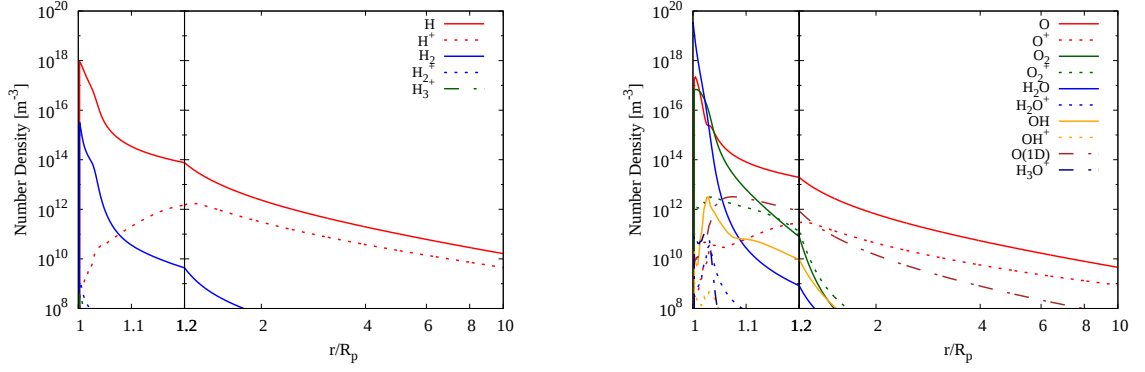


図 A.38: Bolmont EUV model の 0.3 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

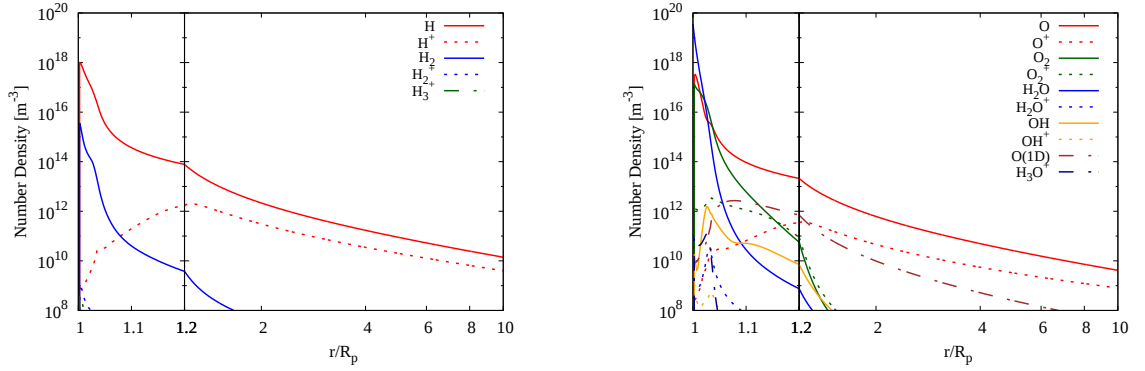


図 A.39: Bolmont EUV model の 0.35 Gyr における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

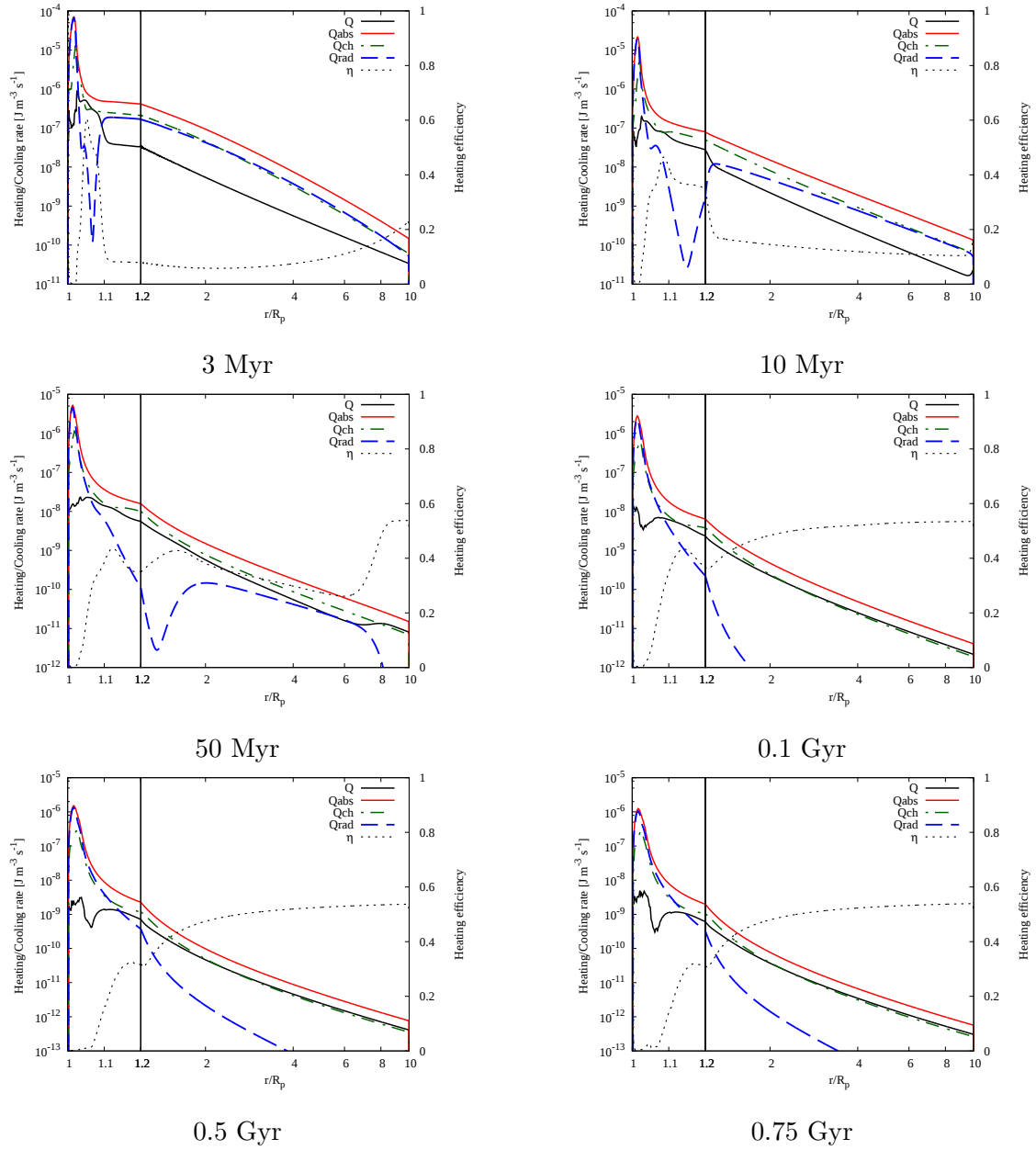


図 A.40: Bolmont EUV model の 3 Myr から 0.35 Gyr における加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

A.4 下部境界条件変更 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa)

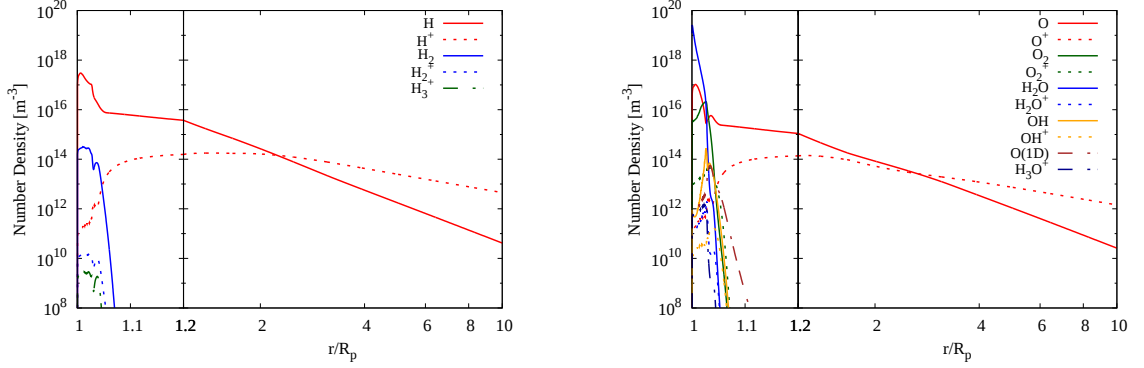


図 A.41: Strong EUV model, 10 Myr の下部境界条件 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa) における, 各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

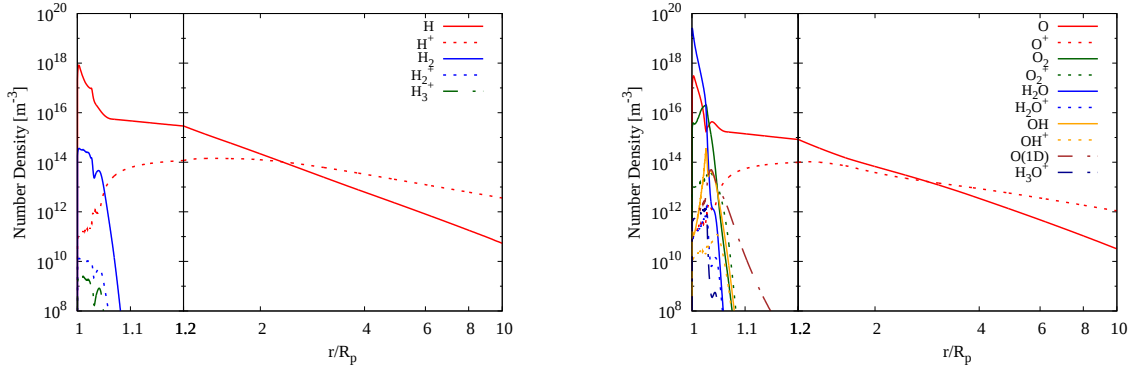


図 A.42: Strong EUV model, 0.1 Gyr の下部境界条件 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

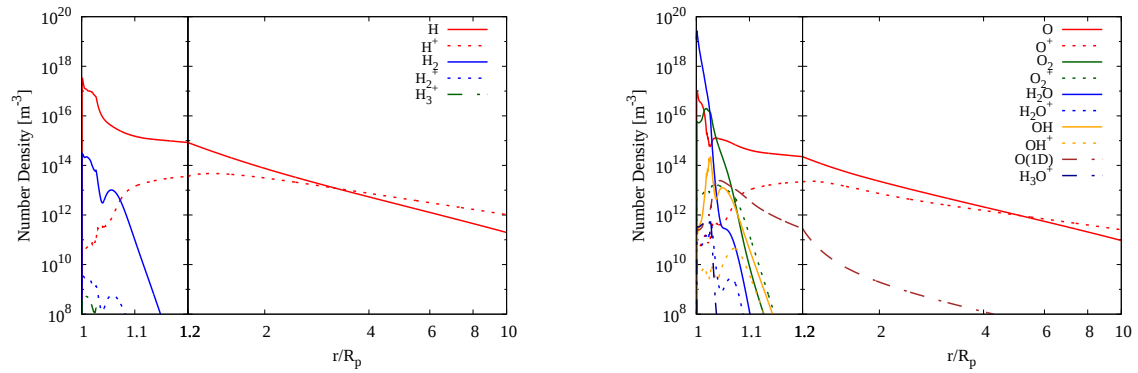


図 A.43: Strong EUV model, 1 Gyr の下部境界条件 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

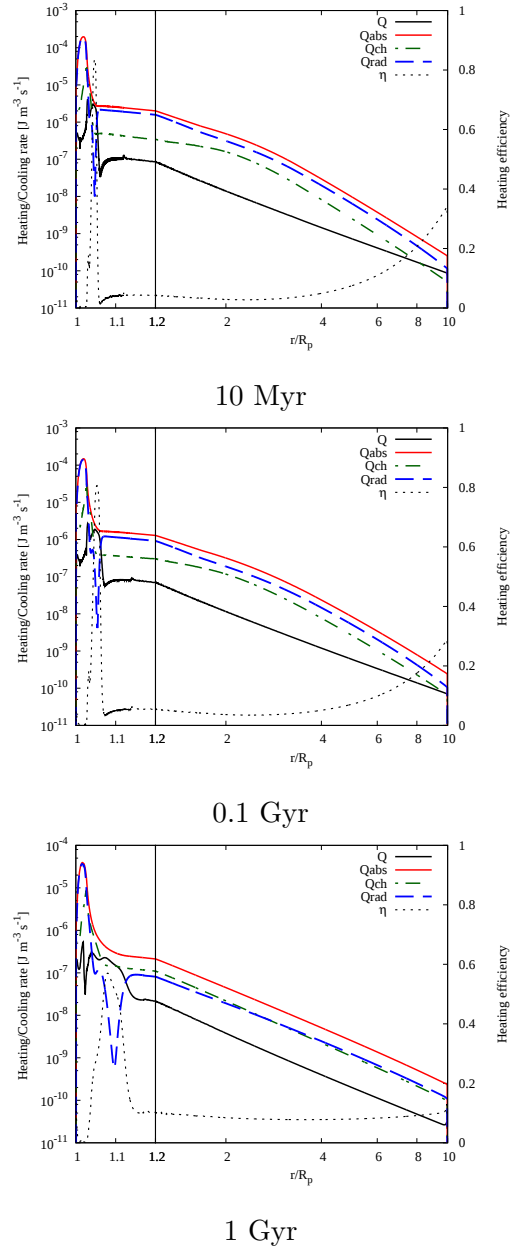


図 A.44: Strong EUV model, 10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr の下部境界条件 (温度: 600K, 圧力: 0.1 Pa) における加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

A.5 下部境界条件変更 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa)

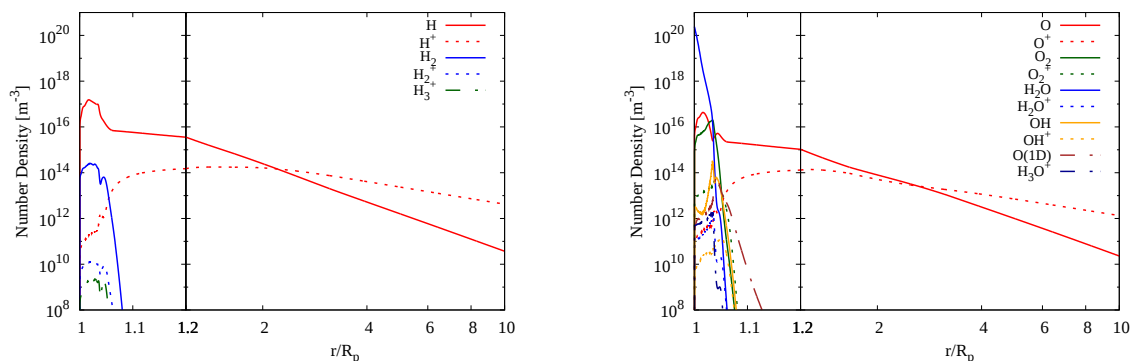


図 A.45: Strong EUV model, 10 Myr の下部境界条件 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

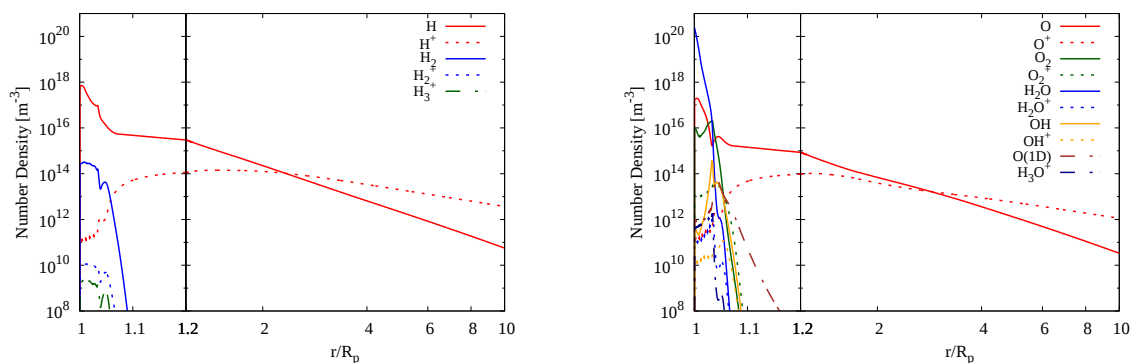


図 A.46: Strong EUV model, 0.1 Gyr の下部境界条件 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

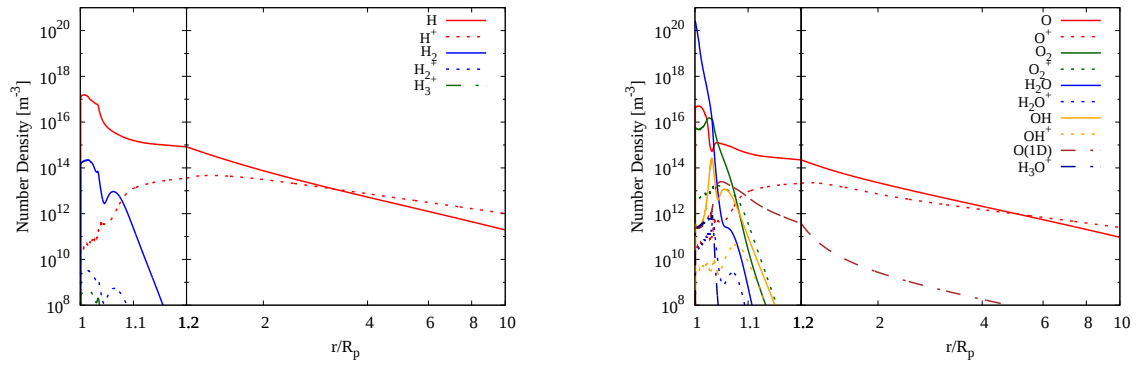


図 A.47: Strong EUV model, 1 Gyr の下部境界条件 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

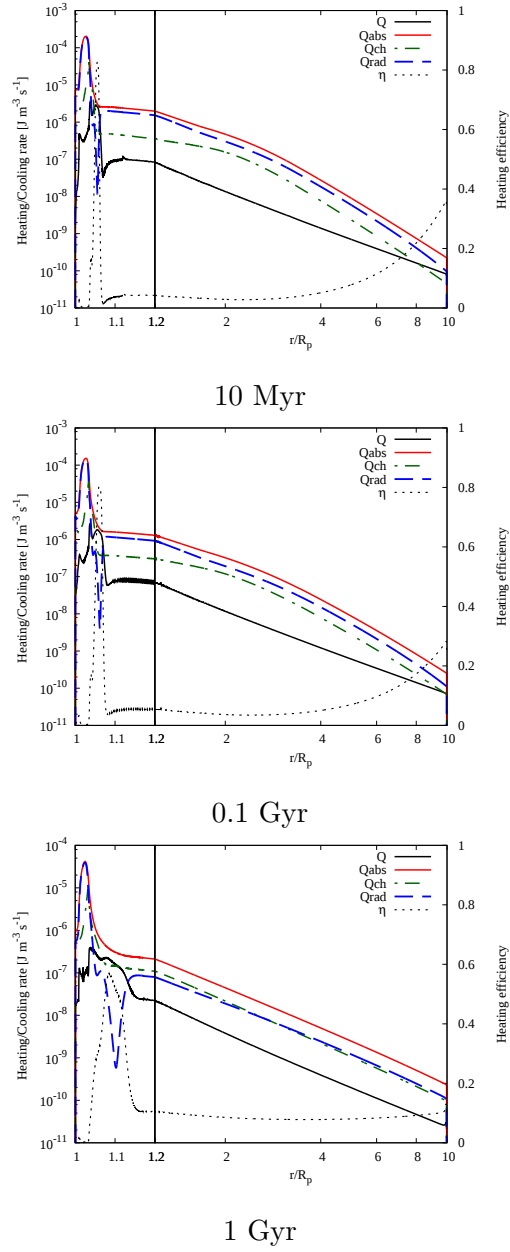


図 A.48: Strong EUV model, 10 Myr, 0.1 Gyr, 1 Gyr の下部境界条件 (温度: 300K, 圧力: 1.0 Pa) における加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

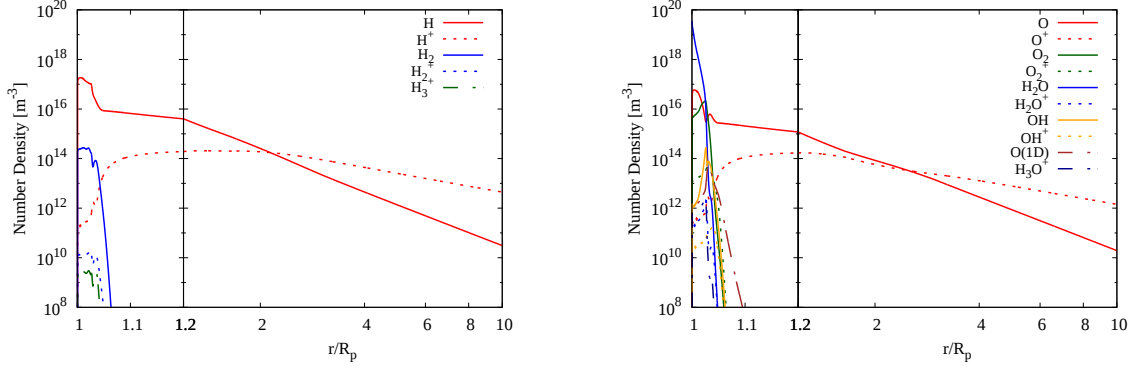
A.6 下部境界条件変更 (計算領域下端: $1.0 R_p$)

図 A.49: Strong EUV model, 3 Myr の下部境界高度 (計算領域下端: $1.0 R_p$) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

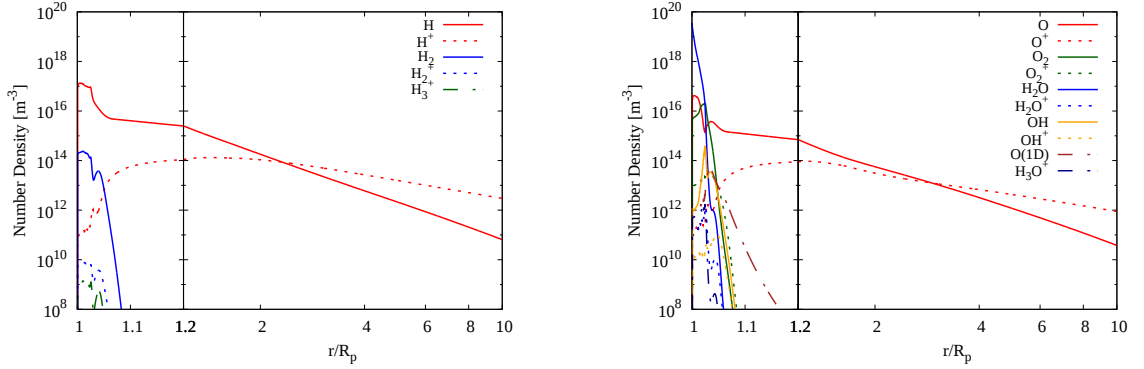


図 A.50: Strong EUV model, 0.5 Gyr の下部境界高度 (計算領域下端: $1.0 R_p$) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

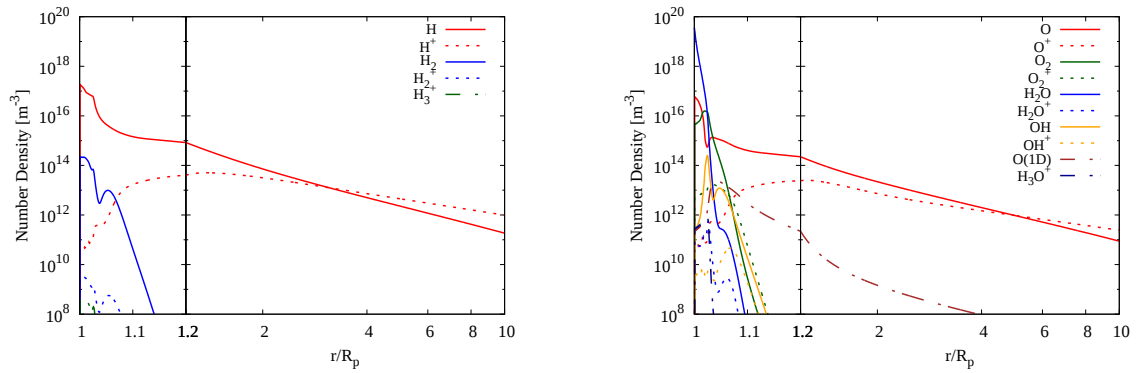


図 A.51: Strong EUV model, 1 Gyr の下部境界高度 (計算領域下端: $1.0 R_p$) における各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

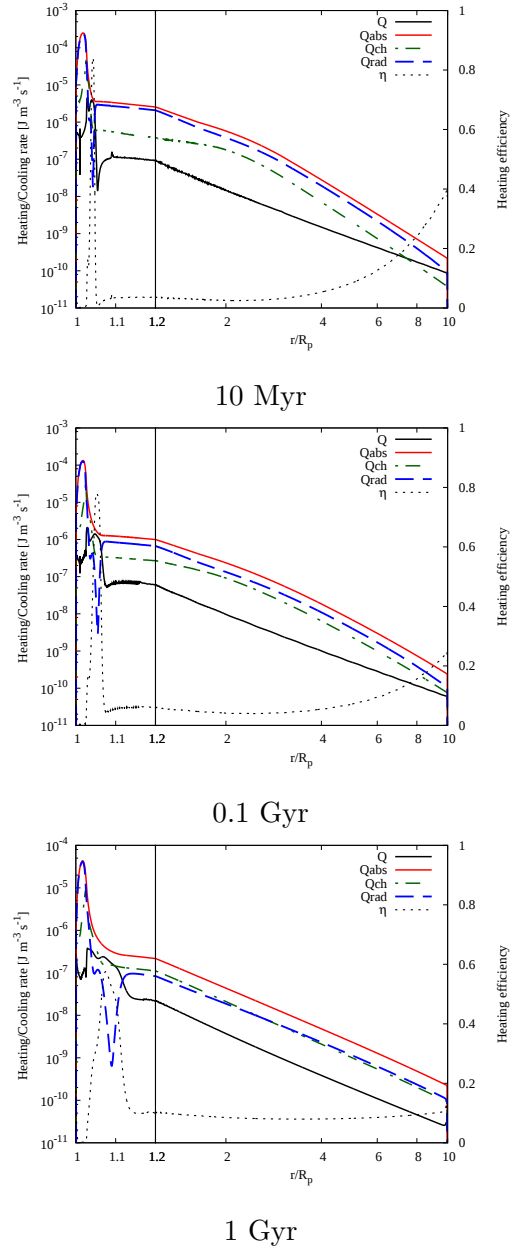


図 A.52: Strong EUV model, 3 Myr, 0.5 Gyr, 1 Gyr の下部境界高度 (計算領域下端: $1.0 R_p$) における加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

A.7 惑星質量変更

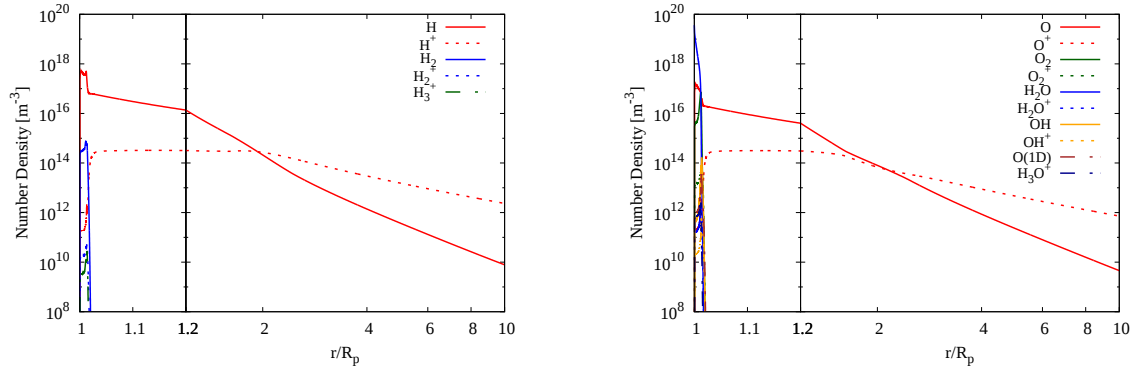


図 A.53: Strong EUV model, 3 Myr の TRAPPIST-1d の質量を上限値に設定した場合の各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

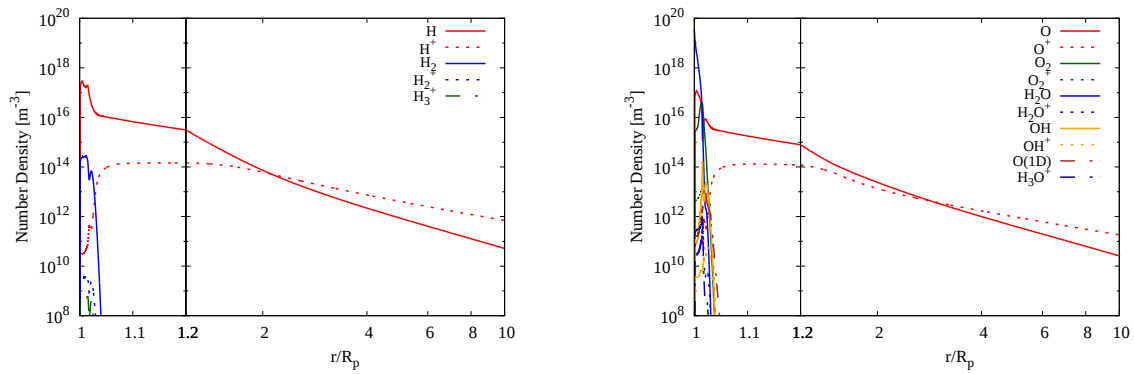


図 A.54: Strong EUV model, 1 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を上限値に設定した場合の各数密度分布．説明は図 A.5 と同じ．

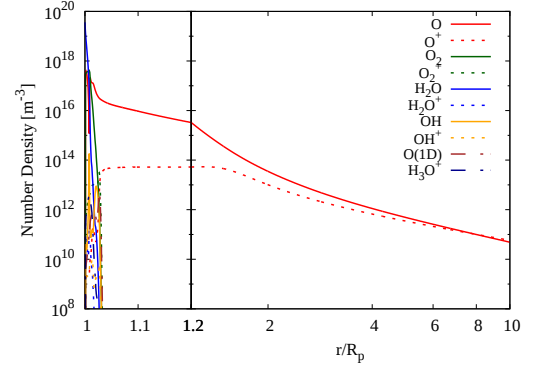
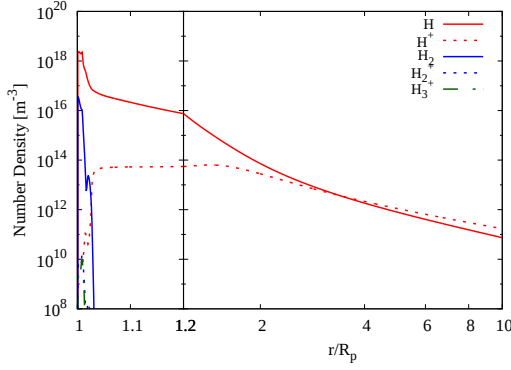


図 A.55: Strong EUV model, 7 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を上限值に設定した場合の各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

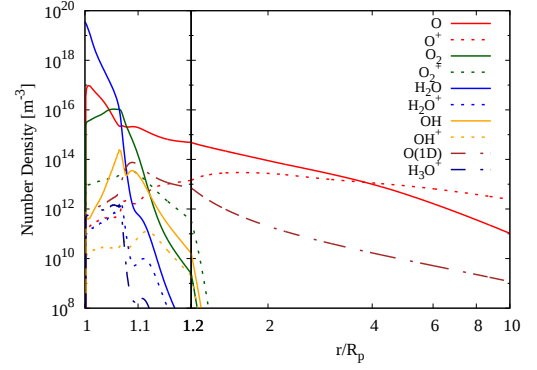
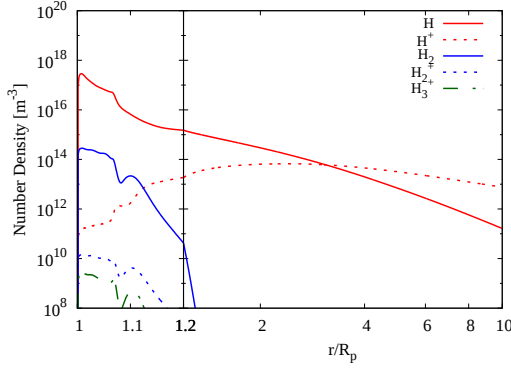


図 A.56: Strong EUV model, 3 Myr の TRAPPIST-1d の質量を下限值に設定した場合の各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

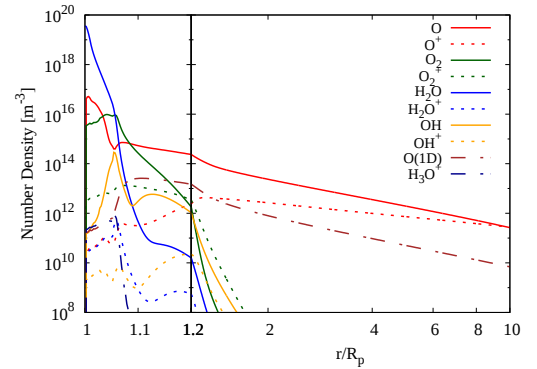
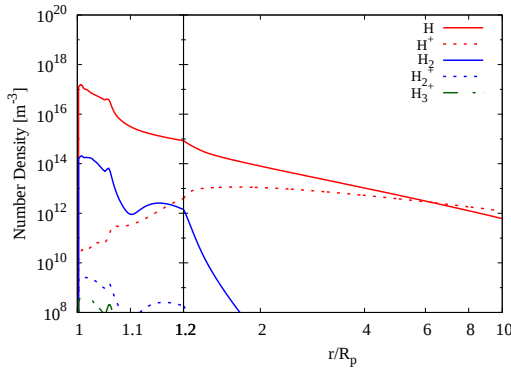


図 A.57: Strong EUV model, 1 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を下限值に設定した場合の各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

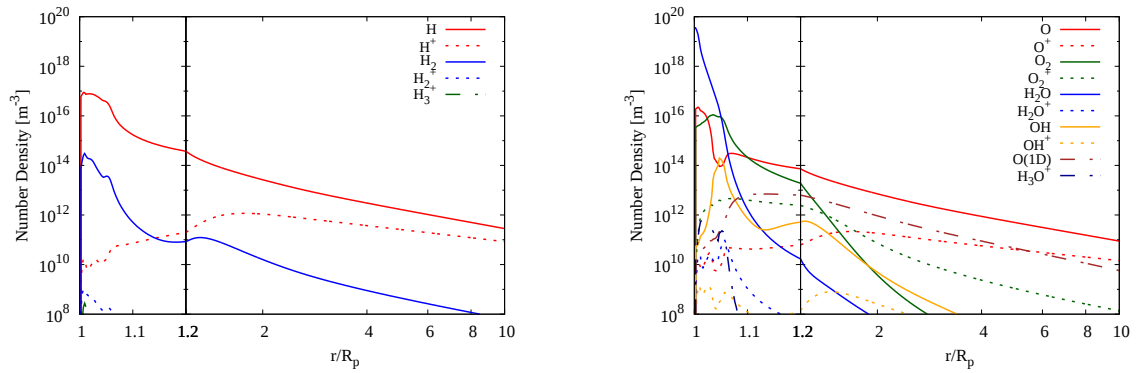


図 A.58: Strong EUV model, 7 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を下限値に設定した場合の各数密度分布. 説明は図 A.5 と同じ.

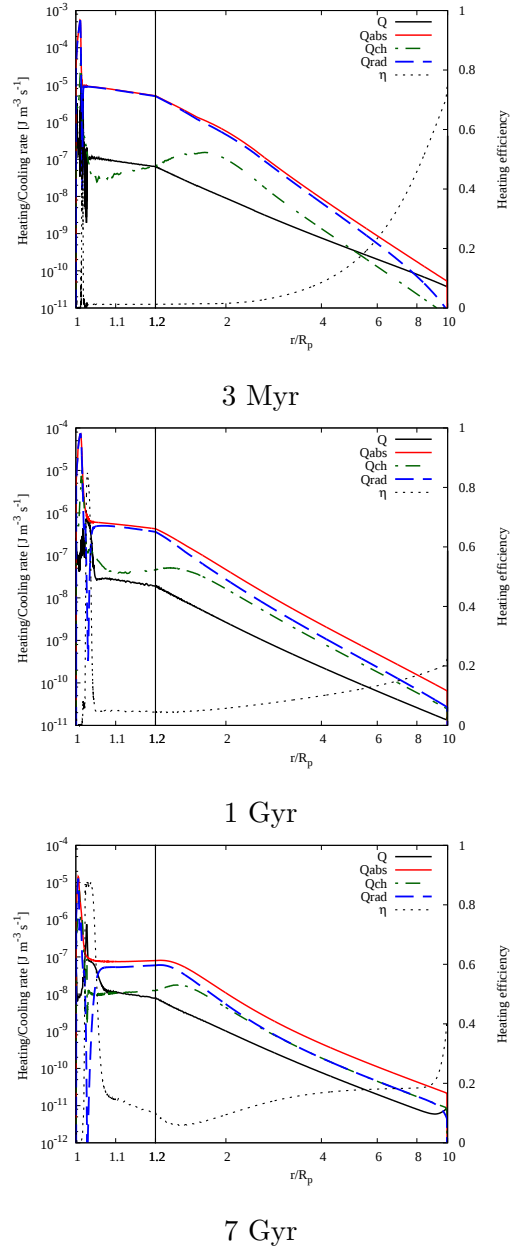


図 A.59: Strong EUV model, 3 Myr, 1 Gyr, 7 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を上限値に設定した場合の加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

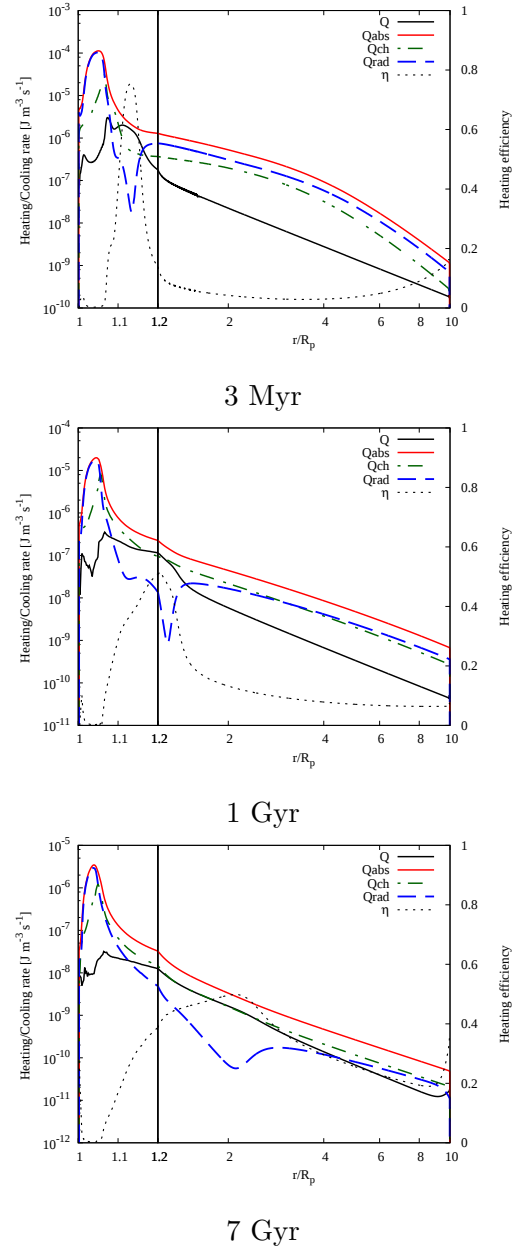


図 A.60: Strong EUV model, 3 Myr, 1 Gyr, 7 Gyr の TRAPPIST-1d の質量を下限值に設定した場合の加熱率分布. 説明は図 A.17 と同じ.

A.8 各惑星における流体力学的散逸計算

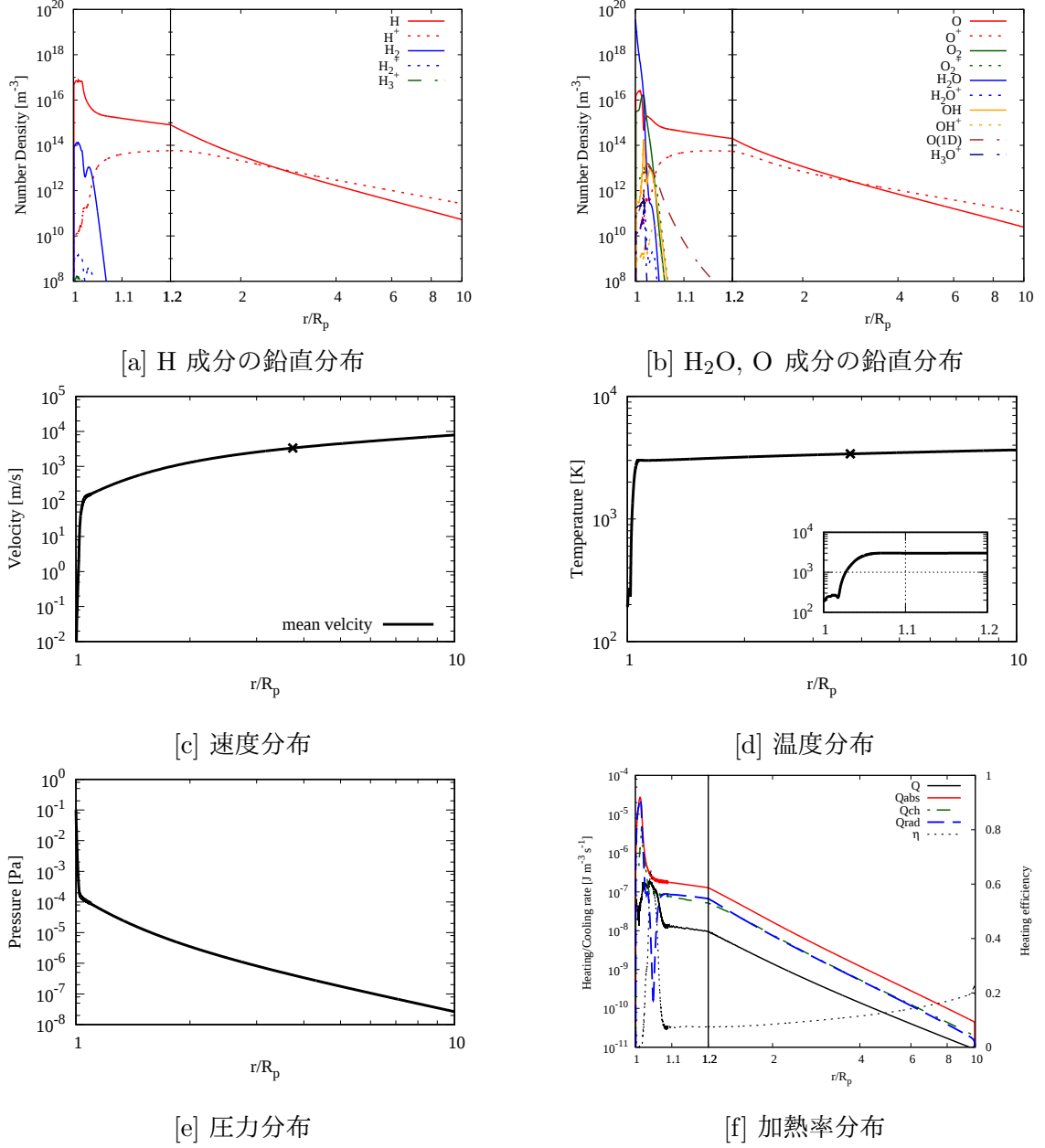


図 A.61: Strong EUV model 7 Gyr の TRAPPIST-1b における各物理量の高度分布. [a][b] 各数密度分布, [c] 速度分布, [d] 温度分布, [e] 圧力分布, [f] 加熱率分布. 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離を示す.

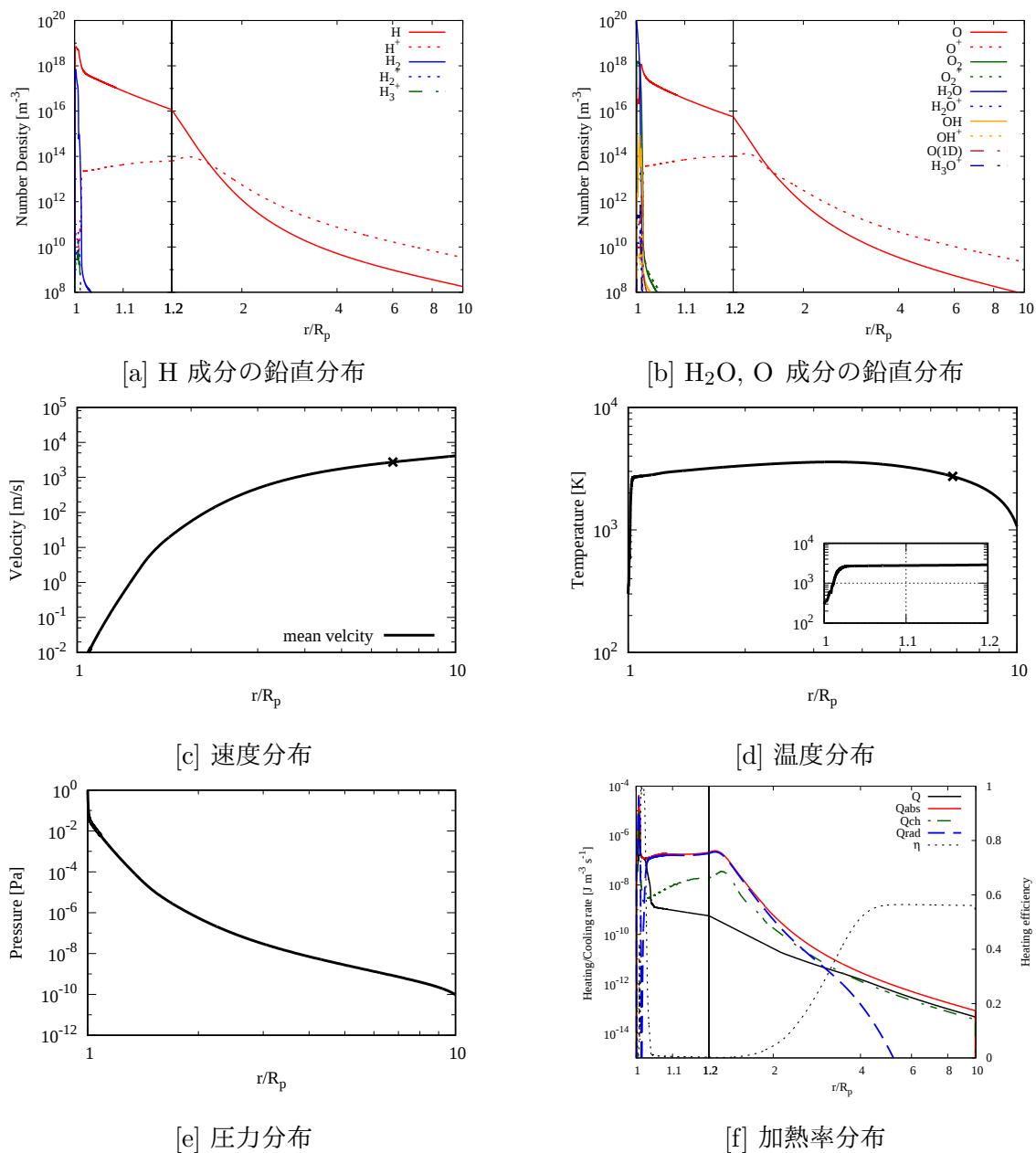
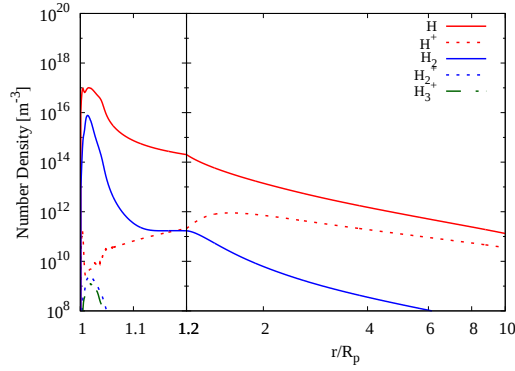
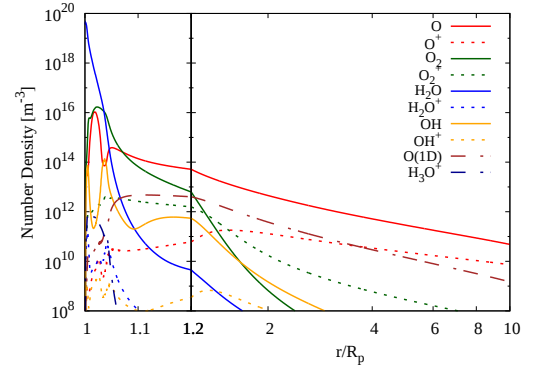
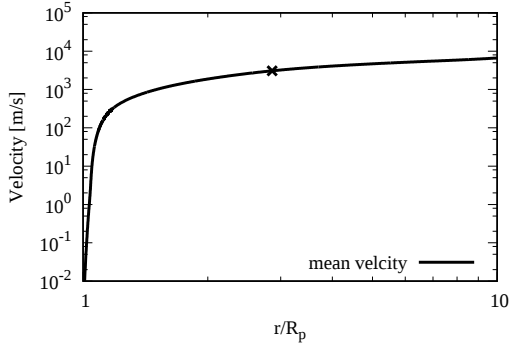


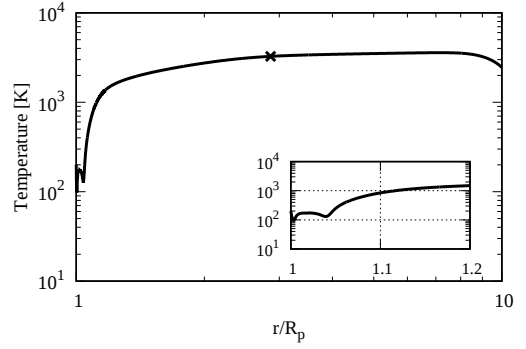
図 A.62: Strong EUV model 7 Gyr の TRAPPIST-1c における各物理量の高度分布．説明は図 A.61 と同じ．



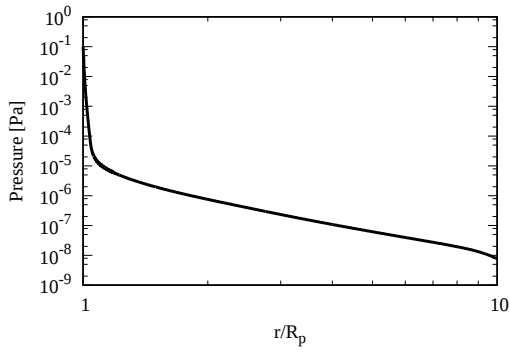
[a] H 成分の鉛直分布

[b] H₂O, O 成分の鉛直分布

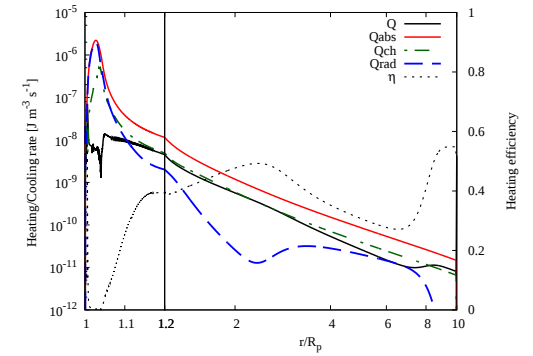
[c] 速度分布



[d] 温度分布

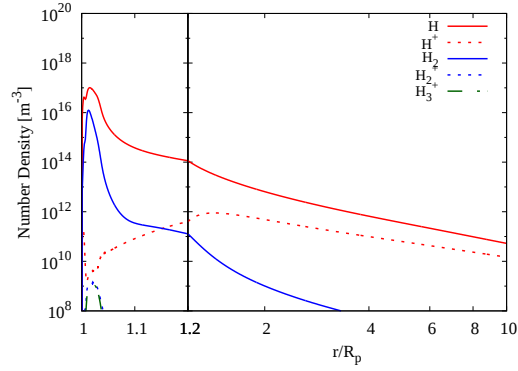


[e] 圧力分布

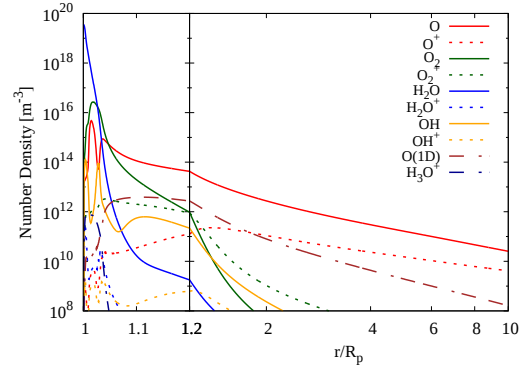
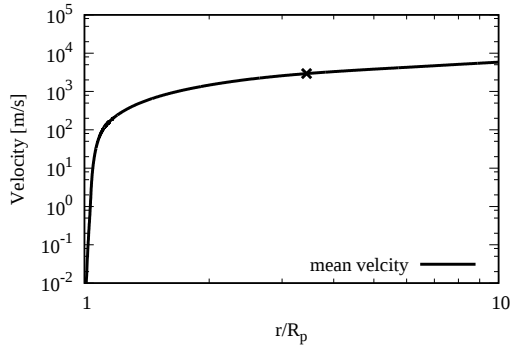


[f] 加熱率分布

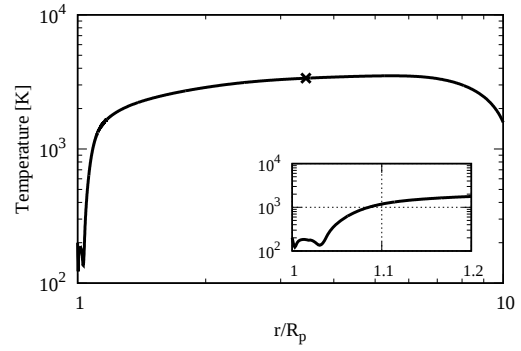
図 A.63: Strong EUV model 7 Gyr の TRAPPIST-1e における各物理量の高度分布. 説明は図 A.61 と同じ.



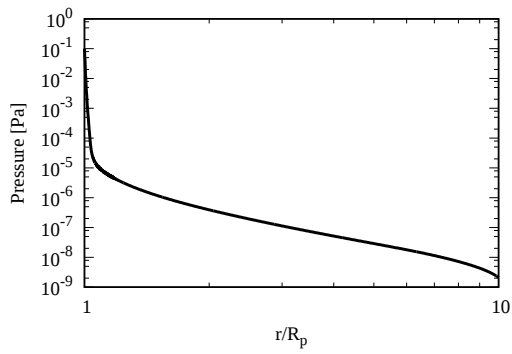
[a] H 成分の鉛直分布

[b] H₂O, O 成分の鉛直分布

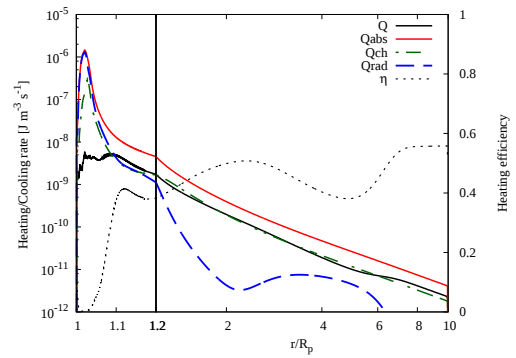
[c] 速度分布



[d] 温度分布

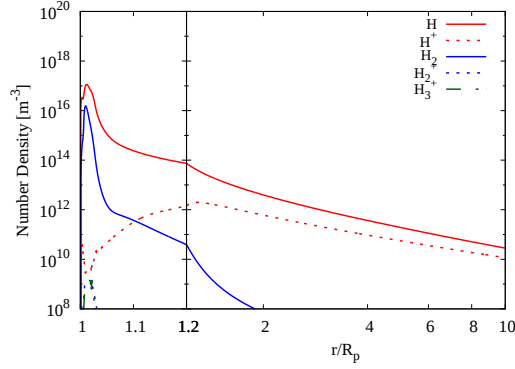


[e] 圧力分布

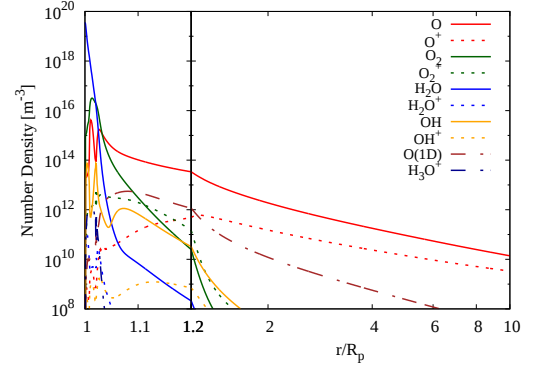
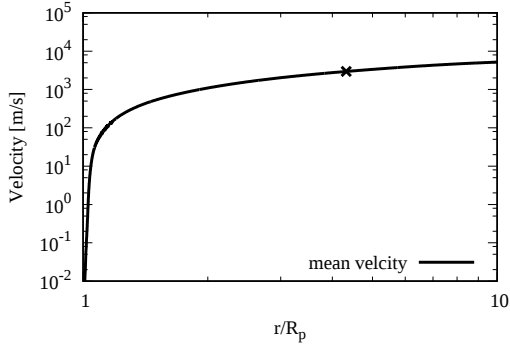


[f] 加熱率分布

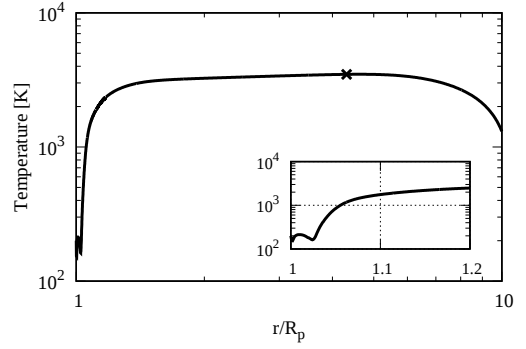
図 A.64: Strong EUV model 7 Gyr の TRAPPIST-1f における各物理量の高度分布. 説明は図 A.61 と同じ.



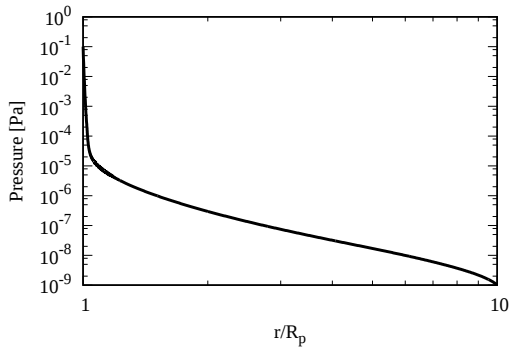
[a] H 成分の鉛直分布

[b] H₂O, O 成分の鉛直分布

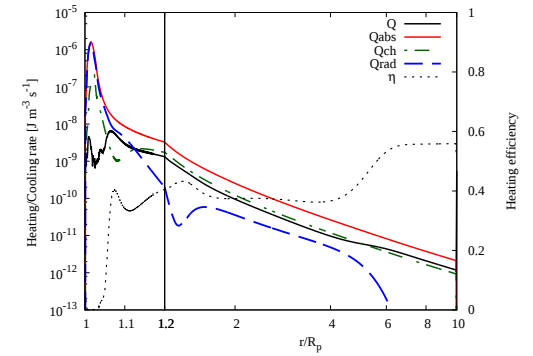
[c] 速度分布



[d] 温度分布



[e] 圧力分布



[f] 加熱率分布

図 A.65: Strong EUV model 7 Gyr の TRAPPIST-1g における各物理量の高度分布. 説明は図 A.61 と同じ.

A.9 トランジット最中央点における輝線の減光率と柱密度分布

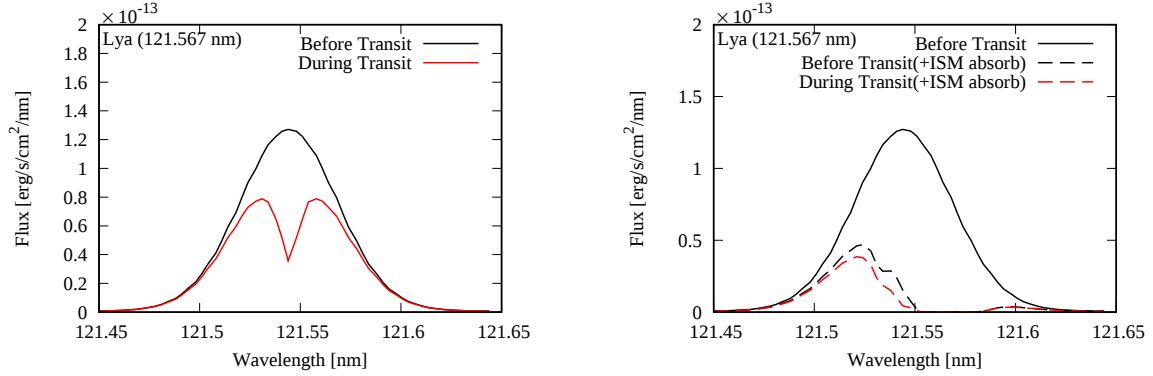


図 A.66: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1b 大気). 左図は, 中心星の Ly- α 線のプロファイル (黒色実線) とトランジット時に惑星大気によって散乱された後の Ly- α 線のプロファイル (赤色実線) を示し, 右図は中心星の Ly- α 線のプロファイル (黒色実線) と星間雲 (ISM/LIC) によって散乱された中心星の Ly- α 線のプロファイル (黒色破線) とトランジット時に惑星大気によって散乱された後, 星間雲による散乱を受けた Ly- α 線のプロファイル (赤色破線) を示している. 横軸は波長, 縦軸は波長あたりのフラックスを表す.

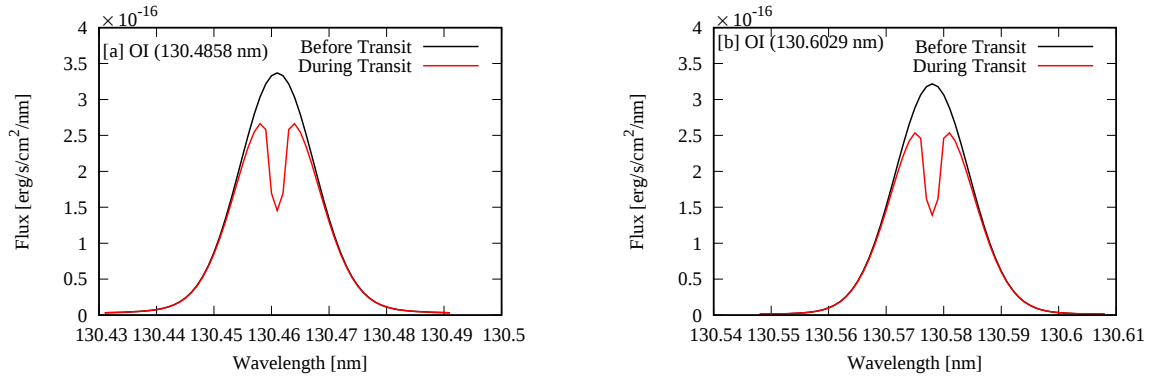


図 A.67: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1b 大気). [a] は 130.5nm 付近に中心波長を持つ OI 輝線, [b] は 130.6 nm 付近に中心波長を持つ OI 輝線を示す. 中心星の OI 輝線のプロファイル (黒色実線) とトランジット時に惑星大気によって散乱された後の OI 輝線のプロファイル (赤色実線) を示している.

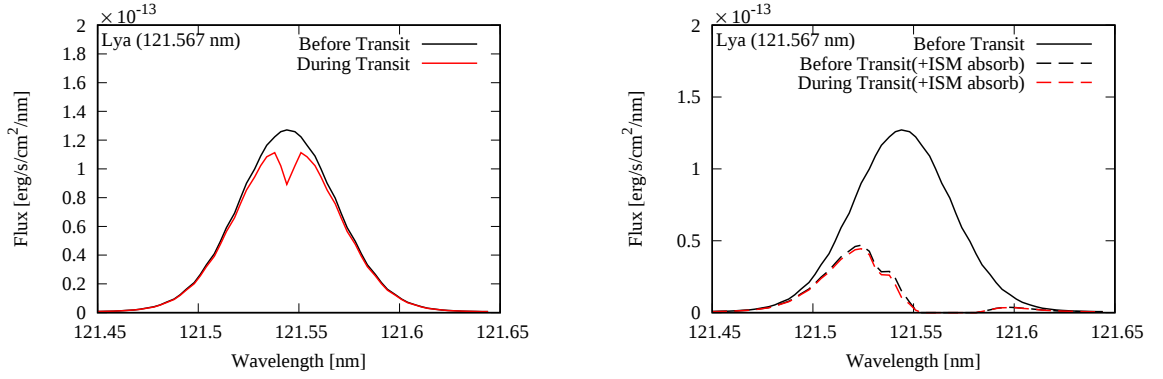


図 A.68: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1c 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

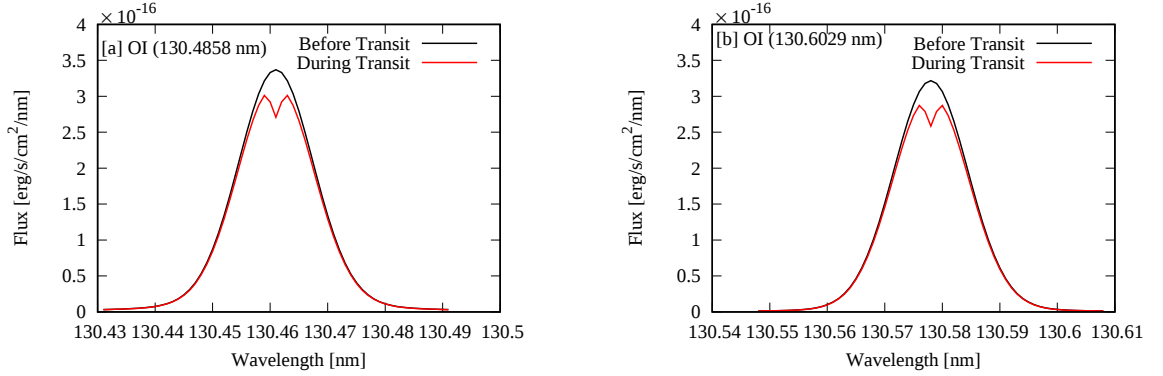


図 A.69: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1c 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

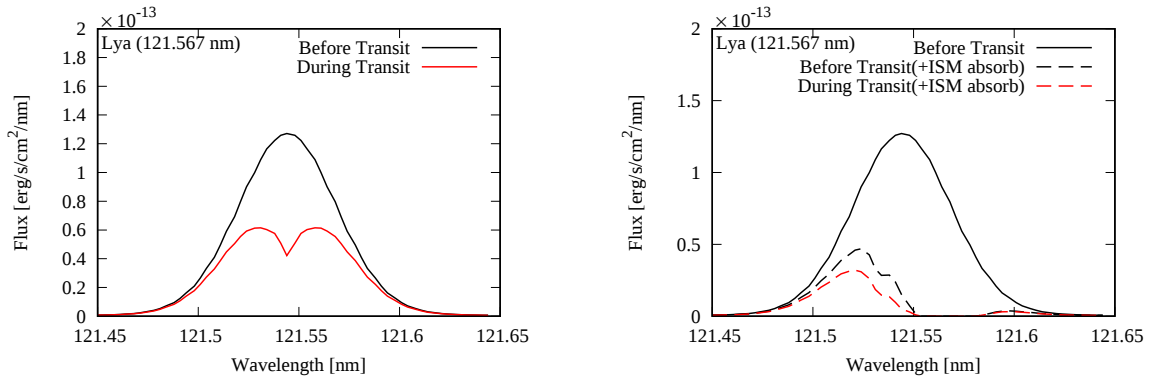


図 A.70: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

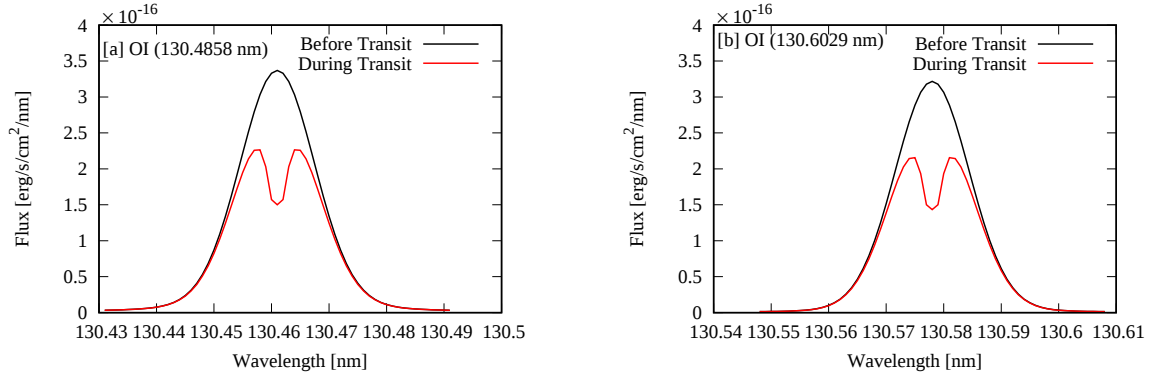


図 A.71: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

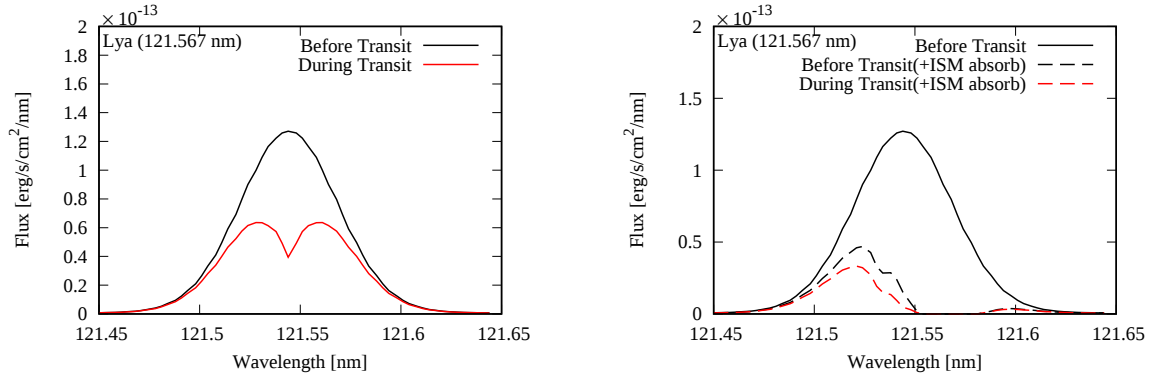


図 A.72: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1e 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

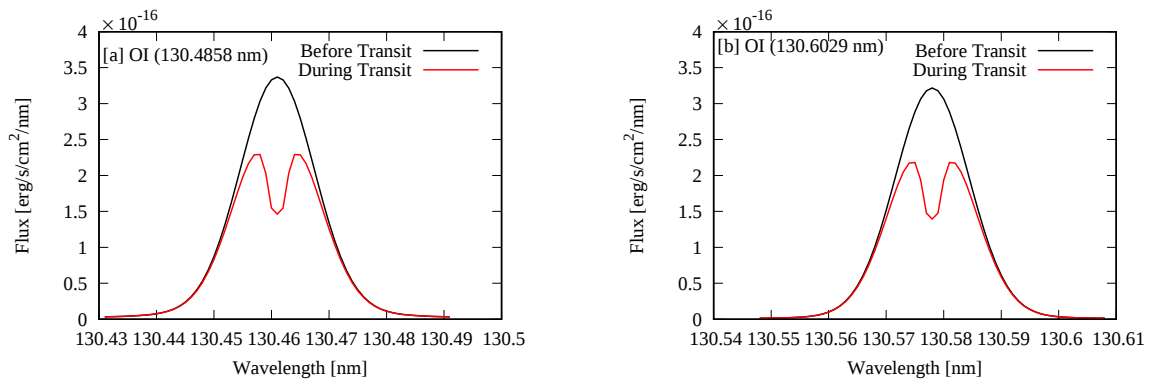


図 A.73: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1e 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

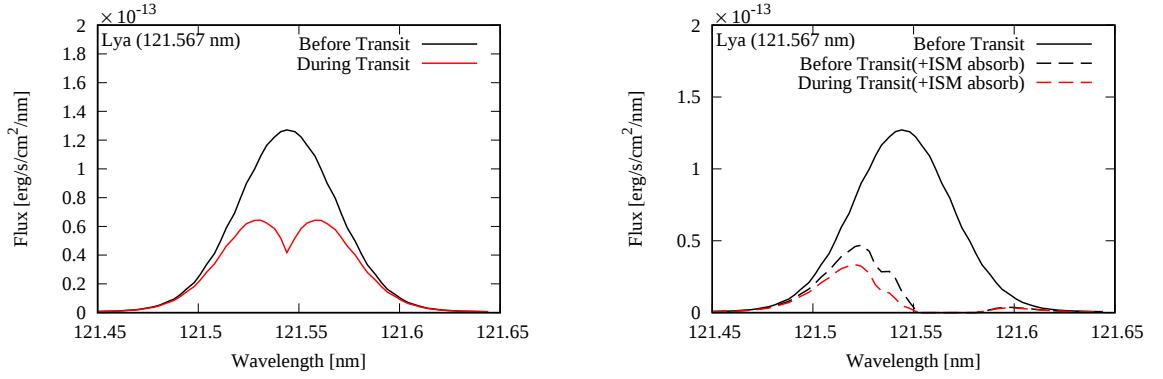


図 A.74: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1f 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

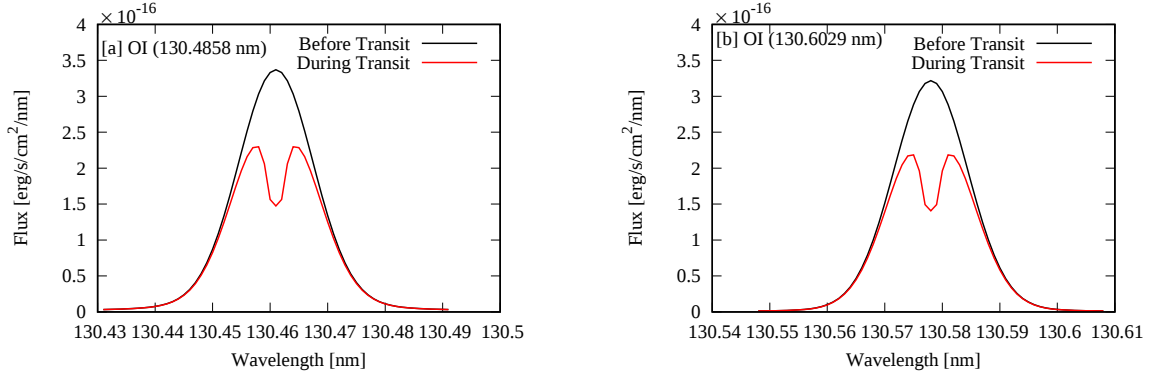


図 A.75: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1f 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

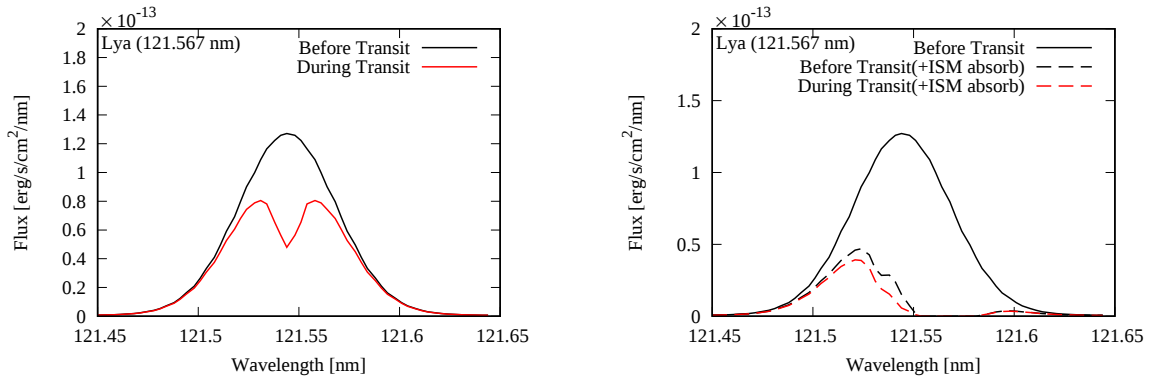


図 A.76: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1g 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

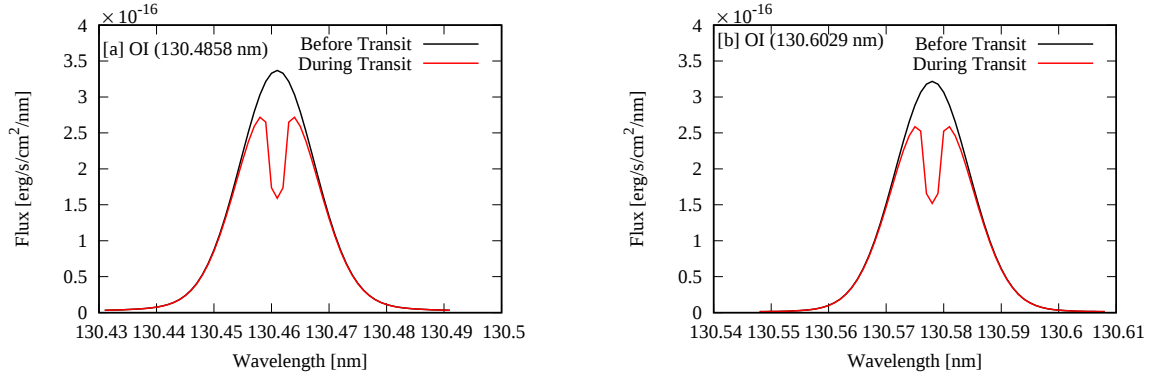


図 A.77: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1g 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

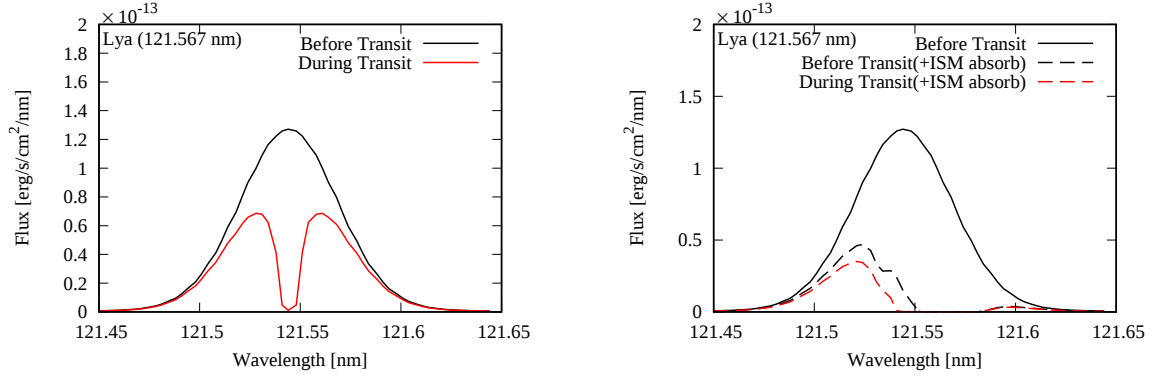


図 A.78: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1d の質量を上限值にした場合の 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

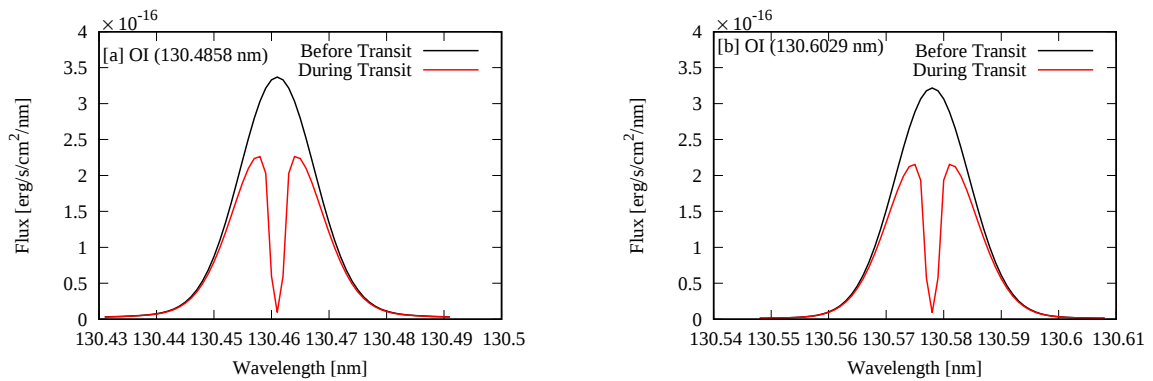


図 A.79: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1d の質量を上限值にした場合の 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

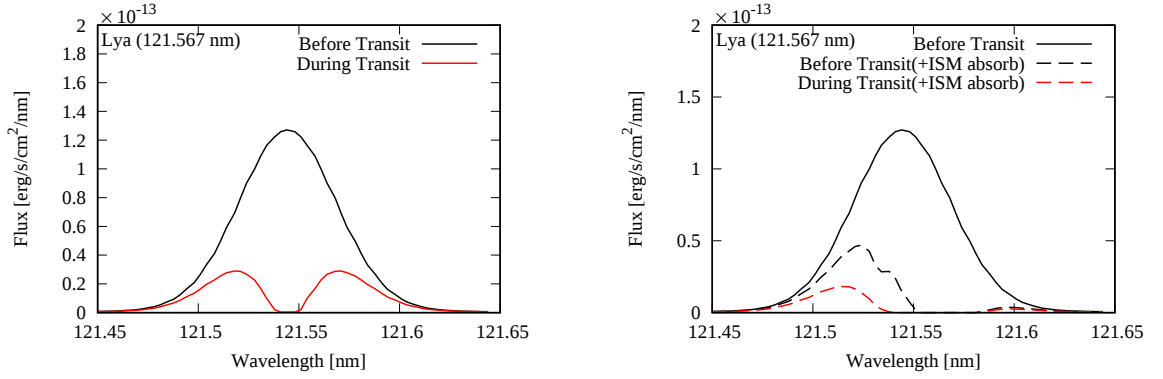


図 A.80: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1d の質量を下限値にした場合の大気). 説明は図 A.66 と同じ.

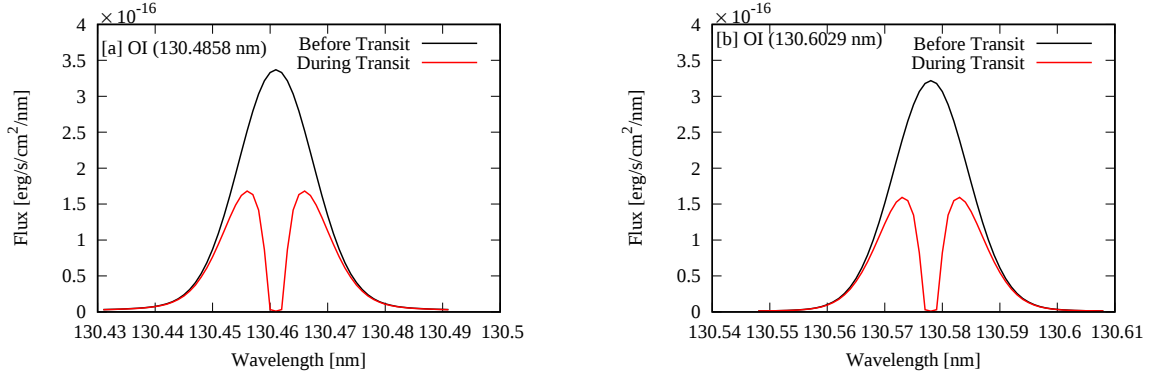


図 A.81: Strong EUV model, 7 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

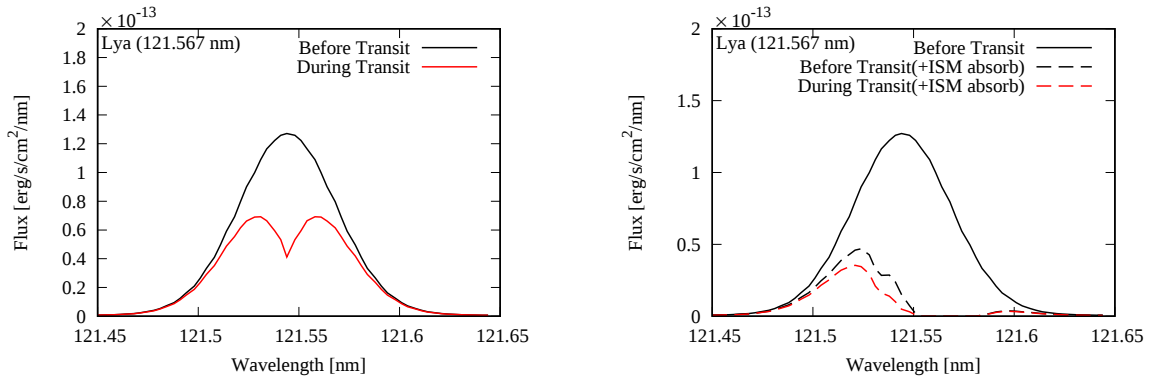


図 A.82: Weak EUV model, 3 Myr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

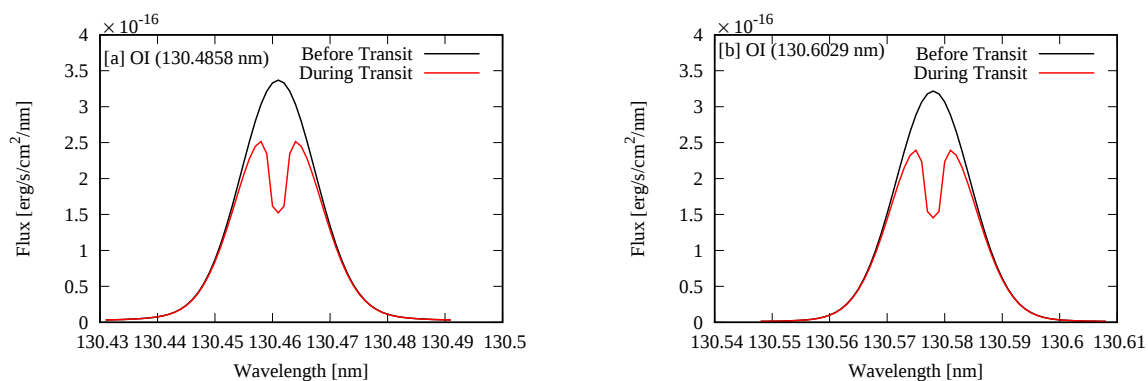


図 A.83: Weak EUV model, 3 Myr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

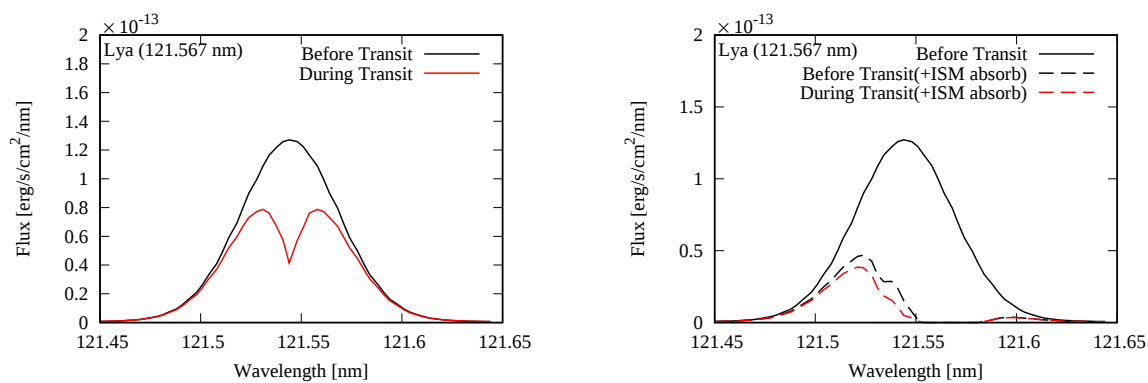


図 A.84: Weak EUV model, 0.5 Gyr における地球付近で観測される Ly- α 線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.66 と同じ.

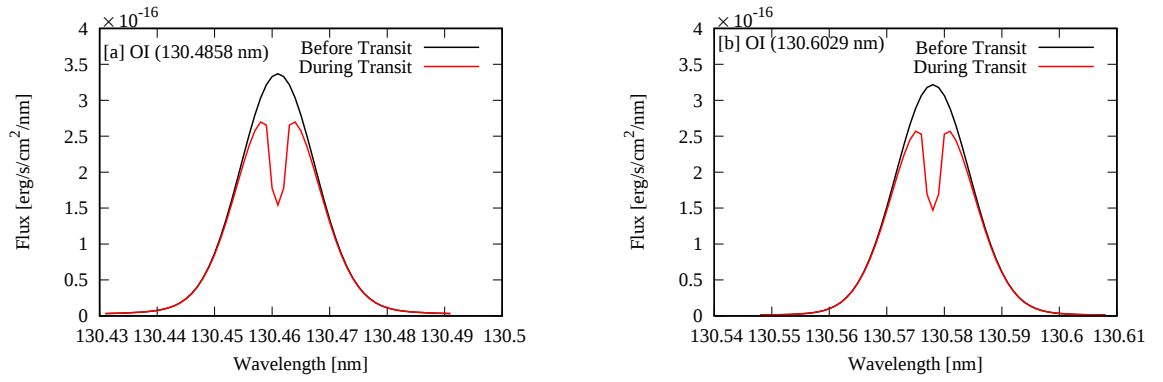


図 A.85: Weak EUV model, 0.5 Gyr における地球付近で観測される OI 輝線のプロファイル (TRAPPIST-1d 大気). 説明は図 A.67 と同じ.

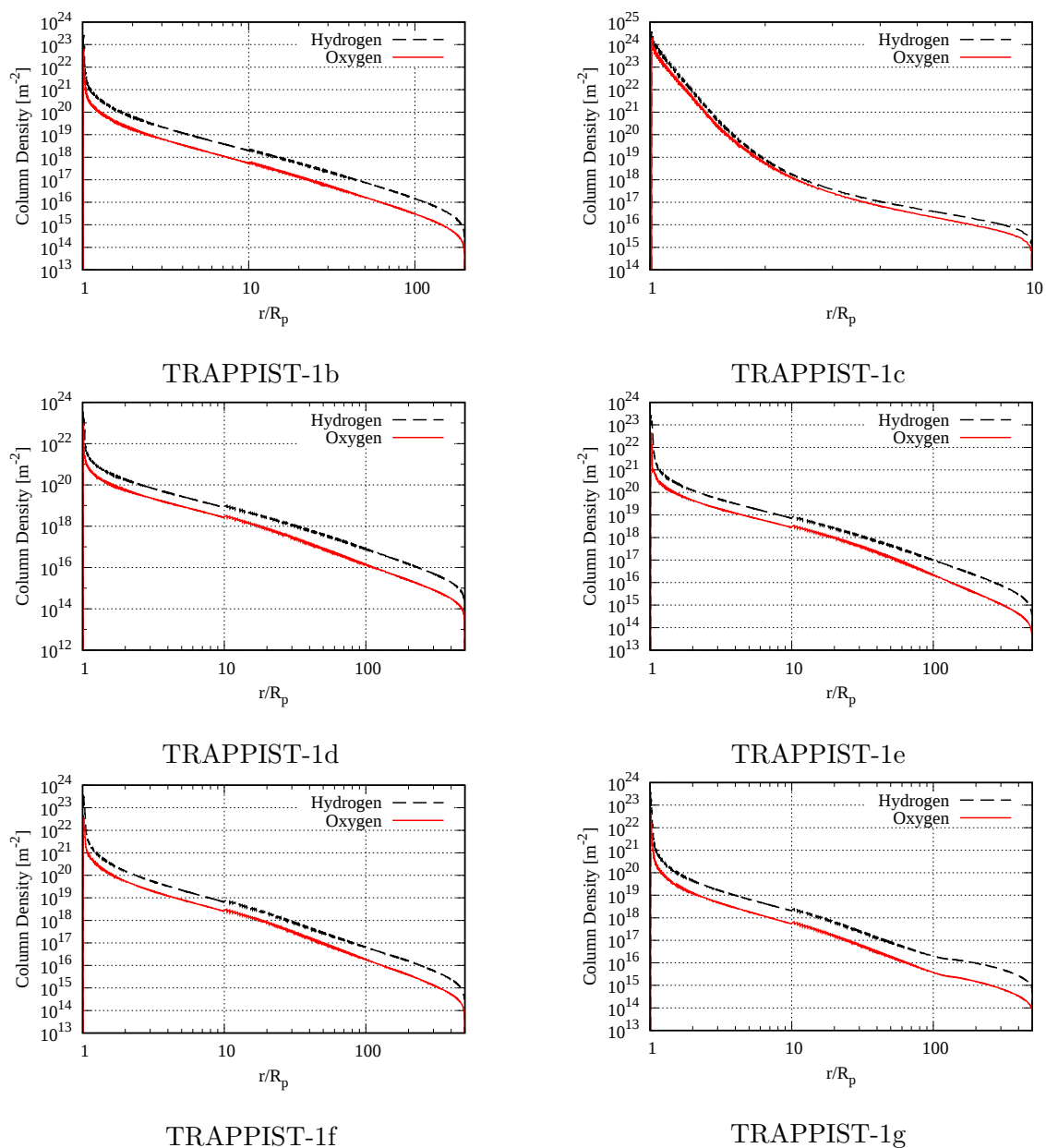
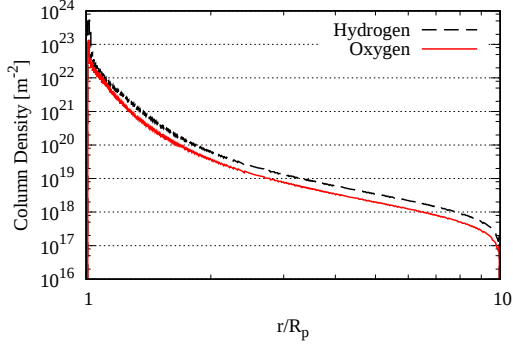
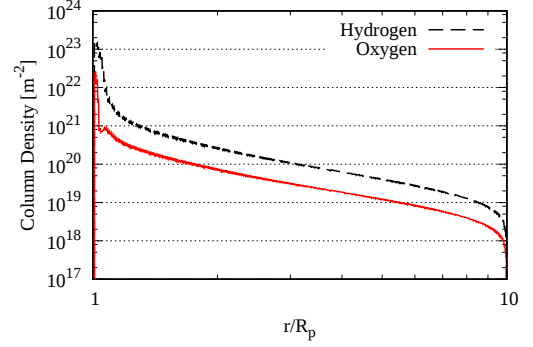


図 A.86: Strong EUV model, 7 Gyr における各惑星の水素原子、酸素原子の柱密度分布. 全て縦軸は柱密度, 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離.

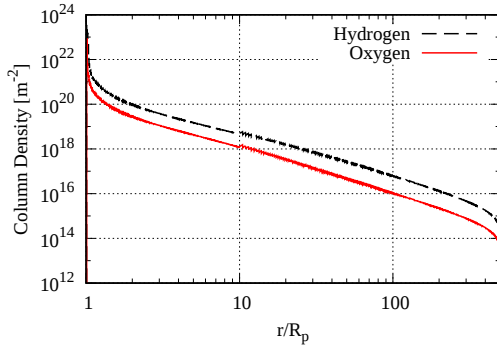


TRAPPIST-1d 質量上限値

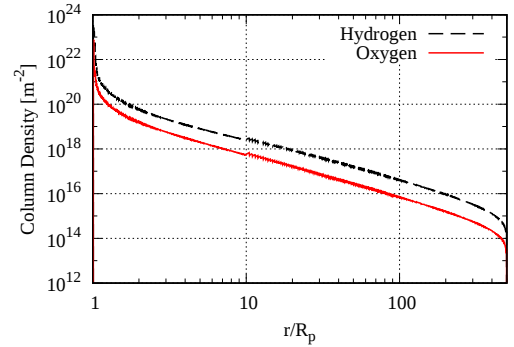


TRAPPIST-1d 質量下限値

図 A.87: Strong EUV model, 7 Gyr における TRAPPIST-1d の質量を上限値と下限値にした場合の水素原子, 酸素原子の柱密度分布. 全て縦軸は柱密度, 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離.



TRAPPIST-1d Weak EUV model (3 Myr)



TRAPPIST-1d Weak EUV model (0.5 Gyr)

図 A.88: Weak EUV model, 3 Myr, 0.5 Gyr における TRAPPIST-1d の水素原子, 酸素原子の柱密度分布. 全て縦軸は柱密度, 横軸は惑星半径で規格化した惑星中心からの距離.

付 録 B 数値計算手法

ここでは、本数値計算で用いる計算手法を紹介する。

B.1 CIP 法

関数 $f = f(x, t)$ と考えると、一次元線形移流方程式は、

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1})$$

と書け、 u は速度、 t は時間、 x は空間座標を表している。 $v = \text{const}$ とすると、この式の解析解は $f(x, t) = f(x - vt, 0)$ と書ける。これは、 $x - vt = f(a)$ は定数とおくと、 $f(a)$ はどのような t, x でも同じとなる。 $x = a$ を頂点とする空間波形におけるどの点も同様に一定速度 v で移動するため、波形は形を変えず平行移動をする。実際の系では、速度 v は時間 t や空間座標 x に依存して変化する。しかし、微小時間 Δt 内であれば、各格子点 x_i 上の速度 v_i は一定とすることができる。それは、以下のように表せる。

$$f(x_i, t + \Delta t) \approx f(x_i - v \Delta t, t) \quad (\text{B.2})$$

これは、ある時間 t における格子点 x_i 上の物理量が分かっているならば、 Δt 秒後の物理量は式 (B.1) によって求めることができる、という意味である。

CIP 法は移流方程式の数値解法の 1 つである。値とその微分値を動かすことで、元のプロファイルを崩すことなく解くことができる。式 (B.1) を空間微分 ($\partial f / \partial x \equiv g$) すると、

$$\frac{\partial g}{\partial t} + v \frac{\partial g}{\partial x} = -g \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{B.3})$$

と書ける。速度 v が一定の場合は、式 (B.3) と式 (B.1) が一致し、微分 g が v の速度で伝播することを表している。これで値 f とその微分 g の時間発展が方程式に基づいて追跡できる。

速度がゼロ以上の場合 ($v \geq 0$)、2 つの格子点 $[i - 1, i]$ 間で 3 次補間関数 ($F_i(x)$) を用いて補間する。

$$F_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x + x_i)^2 + c_i(x + x_i) + d_i \quad (\text{B.4})$$

また、速度が負の場合 ($v < 0$) は、格子点 $[i, i + 1]$ 間で補間関数を用いる。

格子点間の内部プロファイルを表す関数 $F_i(x)$ が端点でこれらの値と微分値を取るという条件より、隣り合う 2 つの格子点上で与えられた 4 つの量 $f_i, g_i, f_{iup}, g_{iup}$ が以下の関係式の様に求めら

れる.

$$\begin{aligned}
F_i(x_i) &= d_i = f_i \\
\frac{dF_i(x_i)}{dx} &= c_i = g_i \\
F_i(x_{iup}) &= a_i D^3 + 2b_i D^2 + c_i D + d_i = f_{iup} \\
\frac{dF_i(x_{iup})}{dx} &= 3a_i D^2 + 2b_i D + c_i = g_{iup}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

ここで, $u \geq 0$ の場合 $iup = i - 1, D = -\Delta x$ であり, $v < 0$ の場合 $iup = i + 1, D = \Delta x$ である. 式 (B.5) を用いて, 2つの未知数 a_i, b_i が求められる (c_i, d_i は式 (B.5) で求められている).

$$\begin{aligned}
a_i &= \frac{g_i + g_{iup}}{D^2} + \frac{2(f_i - f_{iup})}{D^3} \\
b_i &= \frac{3(f_{iup} - f_i)}{D^2} - \frac{2g_i + g_{iup}}{D}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

また次の時刻 $n + 1$ での値は, このプロファイルを $v\Delta t$ だけ移動したもの, $f^{n+1} = F(x - v\Delta t)$, $g^{n+1} = dF(x - v\Delta t)/dx$ で与えられる. 具体的に書くと,

$$\begin{aligned}
f_i^{n+1} &= F_i(x_i - v_i \Delta t) = a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + g_i^n + f_i^n \\
g_i^{n+1} &= \frac{dF_i(x_i - v_i \Delta t)}{dx} = 3a_i \xi^2 + 2b_i \xi + g_i^n
\end{aligned} \tag{B.7}$$

と表せる. ここで, $\xi = -v\Delta t$ と定義した. 式 (B.7) を繰り返し計算することで, 移流方程式の解を求めることができる.

B.2 セミ・ラグランジュ法

一般的な方程式は移流項以外の項も含むため, それを解くためにセミ・ラグランジュ法が用いられる. 流体力学の移流方程式は,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(vf)}{\partial x} = h \tag{B.8}$$

と書ける. これを非線形移流方程式と呼び, h を非移流項とする. 左辺第 2 項の速度微分の項を右辺に移行し,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = H \tag{B.9}$$

とする. ここで, $H \simeq h - f\partial v/\partial x$ とした. このように移流項と非移流項を分離して解く解法のことを, 一般的に, セミ・ラグランジュ法という. 式 (B.9) を空間微分をして, 微分 $g = \partial f/\partial x$ とすると, 以下の式が求められる.

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = H' - g \frac{\partial v}{\partial x} \tag{B.10}$$

ここで、 H' の添え字' は空間微分を意味し、 $H' = \partial H / \partial x$ と書ける。次に、式 (B.9) , 式 (B.10) を移流相と、非移流相の二つに分離する。移流相は、

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} &= 0\end{aligned}\quad (\text{B.11})$$

であり、これは単純に値とその勾配を移動させるだけなので、CIP 法を用いて解く。また非移流相は、

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t} &= H \\ \frac{\partial g}{\partial t} &= H' - g \frac{\partial v}{\partial x}\end{aligned}\quad (\text{B.12})$$

と記述することができ、これを有限差分法、有限体積法、有限要素法などを用いて解く。

B.2.1 非移流相の計算方法

非移流相を有限差分法を用いて解く。非移流相の式 (B.12) より、

$$f_i^* = f_i^n + H_i \Delta t \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{g_i^* - g_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^* - f_{i-1}^* - f_{i+1}^n + f_{i-1}^n}{2\Delta x \Delta t} \quad (\text{B.14})$$

となる。ここで、上付き文字の* は次のタイムステップを表している。式 (B.14) を非移流相の式 (B.12) を用いて、以下のように書く。

$$\frac{g_i^* - g_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^* - f_{i-1}^* - f_{i+1}^n + f_{i-1}^n}{2\Delta x \Delta t} - g_i^n \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{\Delta x} \quad (\text{B.15})$$

また、これらの方程式を解くために、スタッカード格子を用いる。スタッカード格子は数値計算における格子配置の一つである。変数毎に定義点をずらして設定することで、誤差の広がりを抑えるものである。ここで、 ρ と p は格子点 x_i 、 v を $x_{i+1/2}$ として定義する。

また、運動方程式で圧力勾配項に圧力と同じ次元を持つ人工粘性 τ を導入する。これは衝撃波の前後で物理量の不連続に起因する数値誤差から計算結果が信頼できない。そこで人工粘性を用いることで、このような数値計算上の欠陥を補正することができる。人工粘性は以下のように与えられる。

$$\tau_i = -c_\tau \gamma \rho_i (v_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^n) \left[\sqrt{\frac{p_i^n}{\rho_i^n}} - \frac{\gamma - 1}{2} (v_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^n) \right] \quad (\text{B.16})$$

これは $(v_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^n) < 0$ の場合である。また、 $(v_{i+1/2}^n - v_{i-1/2}^n) > 0$ の場合は、 $\tau_i = 0$ である。ここで、 c_τ は人工粘性係数であり、本計算では 0.75 とおいた。

B.3 CFL 条件

移流方程式の数値解を求める時に用いるタイムステップ Δt の値は、流体が隣り合う格子点に伝達するまでの時間よりも小さくなければならない。 Δt の値がその時間の上限を越えると、数値発

散が生じてしまう。格子間隔 Δx が小さくなると、タイムステップ Δt の上限値も減少する。これが、CFL 条件である。CFL 条件は陽的解法の時間発展を考える場合に用いられる条件である。

移流方程式 (B.1) より、

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.17})$$

なので、この方程式をタイムステップ幅 Δt 、格子点間隔 Δx として、差分を用いて離散化すると、

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} + v \frac{f_i^n - f_{i-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (\text{B.18})$$

と書ける。また、

$$v_i^{n+1} = v_i^n - \frac{u \Delta t}{\Delta x} (v_i^n - v_{i-1}^n) \quad (\text{B.19})$$

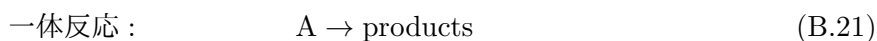
と書き直せるので、情報が伝播する速さは $\Delta x / \Delta t$ 、流体の速度は v なので、

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} > v \quad (\text{B.20})$$

が CFL 条件となる。

B.4 化学反応の陰解法

化学反応には主に化学種の数によって以下の三つの反応がある。



A, B, はそれぞれ反応化学種, M は第三体である。それぞれの化学種の密度を $[A]$, $[B]$, $[M]$ とすると反応物の密度変化量は、

$$-\Delta[A] = \Delta[\text{products}] = k_1[A]\Delta t \quad (\text{B.24})$$

$$-\Delta[A] = -\Delta[B] = \Delta[\text{products}] = k_2[A][B]\Delta t \quad (\text{B.25})$$

$$-\Delta[A] = -\Delta[B] = \Delta[\text{products}] = k_3[A][B][M]\Delta t \quad (\text{B.26})$$

と書ける。ここで、 Δt はタイムステップ、 k_1, k_2, k_3 は反応係数である。また第三体の密度 $[M]$ は変化しない。

しかし、上記の密度変化の式では数値拡散が起きてしまう可能性があるため、 Δt 時間後の密度を用いて計算を行う必要がある。その時の式は、二体反応の場合、

$$-\Delta[A] = -\Delta[B] = \Delta[\text{products}] = k_2[A][B](t + \Delta t)\Delta t \quad (\text{B.27})$$

と表せる．ここで， Δt 時間後の B 成分の密度 $[B](t + \Delta t) = [B](t) + \Delta[B](t)$ であること，そして Δt における $\Delta[B] = \Delta[A]$ が同じであることを用いると，

$$-\Delta[A] = k_2([B] + \Delta[A])[A]\Delta t \quad (\text{B.28})$$

$$-\Delta[A](1 + k_2[A]\Delta t) = k_2[A][B]\Delta t \quad (\text{B.29})$$

$$-\Delta[A] = \frac{k_2[A][B]\Delta t}{1 + k_2[A]\Delta t} \quad (\text{B.30})$$

となる．また $[A]$ はその場所でより密度が小さい化学種を指定している．三体反応の場合，

$$-\Delta[A] = -\Delta[B] = \Delta[\text{products}] = \frac{k_3[A][B][M]\Delta t}{1 + k_3[A][B]\Delta t} \quad (\text{B.31})$$

と表せる．

B.5 光子の脱出確率

2.4.2 節で概説した，気体分子による冷却率を光子の脱出確率をから求める方法について解説する．輻射輸送の問題を脱出確率の計算に置き換える手法はソボレフ近似と呼ばれている (Sobolev 1957)．恒星風のように，熱運動以外の速度構造がある場合，ドップラー効果によって吸収振動数が変わるため，吸収率が下がって光学的厚みが小さくなる．すなわち，大きな速度勾配があれば光子の脱出確率は非常に大きくなる．このような状況に対して開発されたのがソボレフ近似である．ソボレフ近似は大きな速度勾配が存在することを前提としているため，大速度勾配近似 (LVG, large velocity gradient theory) とも呼ばれている．

まず光子の脱出確率について定義する．脱出確率 β_ν は光子の進行方向 $\mathbf{l}$ への光学的厚さを $\tau_\nu(\mathbf{l})$ とすると，脱出確率は，

$$\beta_\nu(\mathbf{l}) = e^{-|\tau_\nu(\mathbf{l})|} \quad (\text{B.32})$$

と表される．また，ある方向への脱出確率と平均脱出確率はそれぞれ，以下のように定義される．

$$\beta(\mathbf{l}) = \int_0^\infty \phi(\nu) \beta_\nu(\mathbf{l}) d\nu \quad (\text{B.33})$$

$$\beta = \frac{1}{4\pi} \oint d\Omega \int_0^\infty \phi(\nu) \beta_\nu(\mathbf{l}) d\nu \quad (\text{B.34})$$

次に，ソボレフ近似の条件を考えるため，ソボレフ近似に特徴的なスケールであるソボレフ長という量を評価する．ソボレフ長 L_S は，運動している媒質中でソボレフ長だけ離れた場所での速度差によるドップラー偏移が，ちょうどプロファイル関数の幅に等しくなる長さとして定義される．スペクトル線の線中心の振動数を ν_0 とし，媒質の運動に伴う振動数の偏移を $\nu - \nu_0 = \Delta\nu$ とすると，ドップラー効果から以下の関係が成り立つ．

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{v}{c} = \frac{1}{c} |\nabla \mathbf{v}| s. \quad (\text{B.35})$$

ここで， $\nabla \mathbf{v}$ は媒質の速度勾配で， s は速度勾配方向の距離である．一方，ラインプロファイルのドップラー幅は以下のように定義される．またラインプロファイルのドップラー幅は，熱運動速

度を v_{th} として,

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \frac{v_{\text{th}}}{c} \quad (\text{B.36})$$

と表せられる. $\Delta\nu = \Delta\nu_D$ とし, $s = L_S$ と速度勾配方向の距離をソボレフ長とすると,

$$L_S = \frac{v_{\text{th}}}{|\nabla \mathbf{v}|} = \frac{c}{\nu_0} \frac{\nu_D}{|\nabla \mathbf{v}|} \quad (\text{B.37})$$

となる. ここで, ソボレフ長は媒質の温度や組成, 速度勾配のみで決まるため, 振動数には依存しない.

媒質の典型的なスケールを L とすると, ソボレフ近似が成り立つ条件は,

$$L_S \ll L \quad (\text{B.38})$$

である. また, 媒質の典型的な速度を V とし, $|\nabla \mathbf{v}| \sim V/L$ とすると, その近似が成り立つ条件として, $v_{\text{th}} \ll V$ が得られる. 熱運動速度は音速程度なので, ソボレフ近似は超音速領域で成り立つ近似であると言える. 媒質中で放射された光子は, 媒質の運動に伴ってソボレフ長だけ進むと, 媒質の速度勾配によって線幅分だけドップラー偏移し, 吸収や散乱を受けることがなくなって, 光子が生まれた領域から容易に脱出できるようになる.

光子の脱出は一方向ではなく, 等方的に起きる. そのため三次元空間を考え, 光子が r 方向に運動するとする. 動径方向に流体の速度場が存在するときの, dl 方向に向かう光子の脱出確率を求める. 光子の運動経路の増分 dl は r, θ を用いて,

$$dl = \frac{dr}{\cos \theta} = -\frac{r d\theta}{\sin \theta} \quad (\text{B.39})$$

と書ける. 流体の速度 v の dl 方向の速度成分 v_l は,

$$v_l = v \cos \theta \quad (\text{B.40})$$

となる. よって dl 方向の速度勾配は,

$$\frac{dv_l}{dl} = \frac{\partial v_l}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial l} + \frac{\partial v_l}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial l} = \frac{\partial v_l}{\partial r} \cos \theta - \frac{\partial v_l}{\partial \theta} \frac{\sin \theta}{r} = \cos^2 \theta \frac{\partial v}{\partial r} + (1 - \cos^2 \theta) \frac{v}{r} \quad (\text{B.41})$$

と表される. また dl 方向のソボレフ光学的厚みを,

$$\tau_{ij,l} = \frac{2v_{\text{th}}\alpha_{ij}}{|dv_l/dl|} \quad (\text{B.42})$$

とする. ここで α_{ij} は吸収係数である. dl 方向に向かう光子の脱出確率 $\beta_{ij,l}$ は, 以下のように書ける.

$$\beta_{ij,l} = \frac{(1 - \exp(-\tau_{ij,l}))}{\tau_{ij,l}} \quad (\text{B.43})$$

各方向の光子の脱出確率を平均したものは

$$\beta_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \beta_{ij,l} = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \frac{1 - \exp(-\tau_{ij,l})}{\tau_{ij,l}} \quad (\text{B.44})$$

とかけるため、この平均化した脱出確率をその位置での脱出確率 (β_{ij}) とする。

ソボレフ光学的厚みを求めるのに吸収係数が必要になるため、吸収係数をアインシュタイン係数を用いて求める。吸収係数とアインシュタイン係数 (A, B) の関係は以下のようになる。

$$\alpha_{ij}(\nu_{ij})2\Delta\nu_{ij} = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi}(n_j B_{ji} - n_i B_{ij}) \left(\frac{n_j g_i}{n_i g_j} - 1 \right) = \frac{A_{ij} c^2}{8\pi \nu_{ij}^2} \left(\frac{n_j g_i}{n_i g_j} - 1 \right) \quad (\text{B.45})$$

ここで、 i, j は異なるエネルギー準位、 h はプランク定数、 ν_{ij} は i 準位と j 準位の振動数の差、 g_i は i 準位の縮退度、 n_i は放射源となる分子の i 準位の数密度、 A_{ij}, B_{ij} は i 準位から j 準位に遷移する確率である。また、上式の変形の際、アインシュタイン関係式を用いた。

$$g_j B_{ij} = g_i B_{ji} \frac{A_{ij}}{B_{ij}} = \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2} \quad (\text{B.46})$$

さらに、 $\Delta\nu_{ij} = v_{\text{th}} \nu_{ij} / c$ を用いると、

$$\alpha_{ij}(\nu_{ij}) = \frac{A_{ij} c^3}{16\pi \nu_{ij}^3 v_{\text{th}}} n_i \left(\frac{n_j g_i}{n_i g_j} - 1 \right) \quad (\text{B.47})$$

となる。

これらから、光子の脱出確率 β_{ij} を用いてある分子のエネルギー準位が i から j に遷移したときの冷却率 ($Q_{\text{rad}, \text{mol}}$) 表すと、

$$Q_{\text{rad}, \text{mol}} = n_i A_{ij} h \nu_{ij} \beta_{ij} \quad (\text{B.48})$$

ここで、局所熱力学平衡 (LTE) が成り立っていると仮定すると、 n_i は次のように書ける。

$$n_i = n \frac{g_i}{Z} \exp \left(- \frac{E_i}{kT} \right) \quad (\text{B.49})$$

n は分子の数密度、 Z は分配関数、 E_i は i 準位のエネルギーである。ある分子による冷却率はエネルギー遷移を全て考慮することで得られる。

$$Q_{\text{rad}, \text{mol}} = \sum_i \sum_{j < i} h \nu_{ij} n \frac{g_i}{Z} \exp \left(- \frac{E_i}{kT} \right) A_{ij} \beta_{ij}(\tau_{ij}) \quad (\text{B.50})$$

付 録 C 分子拡散速度式の導出

C.1 分子拡散速度の表式の導出

Burgers (1969) では、分子拡散速度 u_s は以下の式で表される。

$$-\Psi_s = \sum_{t \in S} K_{st}(u_t - u_s) \quad (\text{C.1})$$

$$\Psi_s = -\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}\right) + \left(\rho_e - \frac{\rho_s}{\rho} \sum_{t \in S} \rho_{et}\right) E \quad (\text{C.2})$$

この式はボルツマン方程式から導かれているため、その導出を行う。

気体成分 s のボルツマン方程式は

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \nabla_x \cdot (\mathbf{v}_s f_s) + \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (f_s) = Q(f) \quad (\text{C.3})$$

と書ける。ここで f は 6 次元位相の速度分布関数 (x, y, z, v_x, v_y, v_z) , v はバルク速度 (v_x, v_y, v_z) , F は分子一個にかかる外力, m は分子一つの質量, $Q(f)$ は衝突項を表している。 ∇_x は実空間偏微分を, ∇_v は速度空間偏微分である。左辺第一項は速度分布関数の局所時間変化, 第二項は実空間での移流, 第三項は速度空間での移流を表し, 右辺第一項は気体同士の衝突を表している。ある気体成分の速度分布関数の時間変化は, 気体の自由運動と外力による速度変化, そして気体同士による衝突によって与えられる。

分子一個にかかる外力 F は重力加速度 g , 電場 E , 磁束密度 B , 電荷 e と光速 c を用いて以下のように表せられる。

$$\mathbf{F}_s = m_s \mathbf{g} + e_s \mathbf{E} + e_s (1/c) \mathbf{v}_s \times \mathbf{B} \quad (\text{C.4})$$

速度分布関数は 6 次元空間の関数 (x, y, z, v_x, v_y, v_z) なので変数が少なくなる巨視的方程式を導入する。ボルツマン方程式に個々の粒子の速度に関する物理量 q を両辺に掛け, そして速度空間全域について積分を行う。

$$\int q_s \frac{\partial f_s}{\partial t} d\mathbf{v}_s + \int q_s \nabla_r \cdot (\mathbf{v}_s f_s) d\mathbf{v} + \int q_s \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (f_s) d\mathbf{v} = \int q_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.5})$$

速度分布関数を速度空間全域で積分したとき, その値は空間の成分数密度と等しくなるため,

$$n(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (\text{C.6})$$

となる。また, 個々の成分気体の速度に関する平均値は物理量 q と速度分布関数を用いて,

$$\langle q(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{\int q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}}{\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}} \quad (\text{C.7})$$

$$= \frac{\int q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}}{n(\mathbf{r}, t)} \quad (\text{C.8})$$

と表せられる．これを用いて速度分布関数の巨視的方程式の左辺それぞれの項は，

$$\int q_s \frac{\partial f_s}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int q_s f_s d\mathbf{v} = \frac{\partial n_s \langle \mathbf{q}_s \rangle}{\partial t} \quad (\text{C.9})$$

$$\int q_s \nabla_r \cdot (\mathbf{v}_s f_s) d\mathbf{v} = \nabla_r \cdot (n_s \langle \mathbf{q}_s \mathbf{v}_s \rangle) \quad (\text{C.10})$$

$$\int q_s \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (f_s) d\mathbf{v} = \left[q_s \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} f_s \right]_{-\infty}^{+\infty} - n_s \left\langle \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (q_s) \right\rangle = -n_s \left\langle \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (q_s) \right\rangle \quad (\text{C.11})$$

となる．ここで左辺第三項は，部分積分を適用し，その第一項は速度が ∞ から $-\infty$ までの計算になっているため，速度分布関数がゼロになるので除かれる．以上より，

$$\frac{\partial n_s \langle \mathbf{q}_s \rangle}{\partial t} + \nabla_r \cdot (n_s \langle \mathbf{q}_s \mathbf{v}_s \rangle) - n_s \left\langle \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (q_s) \right\rangle = \int q_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.12})$$

と書ける．物理量 q をそれぞれ $m, m\mathbf{v}, mv^2/2$ としたとき，順に質量保存の式，運動量保存の式，エネルギー保存の式となる．今回は運動量保存の式を導くために， $q_s = m\mathbf{v}_s$ とすると，

$$\frac{\partial n_s \langle m\mathbf{v}_s \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_s \langle m\mathbf{v}_s \mathbf{v}_s \rangle) - n_s \left\langle \frac{\mathbf{F}_s}{m_s} \cdot \nabla_v (m\mathbf{v}_s) \right\rangle = \int m\mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.13})$$

$$\frac{\partial \rho_s \langle \mathbf{v}_s \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (\rho_s \langle \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s \rangle) - n_s \left\langle \mathbf{F}_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial v} \right\rangle = \int m\mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.14})$$

ここで，速度 $\mathbf{v}_s$ の平均値 $\mathbf{u}_s$ ，運動量テンソル $\mathbf{P}$ とすると，

$$\rho_s \langle \mathbf{v}_s \rangle = \rho_s \mathbf{u}_s \quad (\text{C.15})$$

$$\rho_s \langle \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s \rangle = \mathbf{P}_s \quad (\text{C.16})$$

$$n_s \left\langle \mathbf{F}_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial v} \right\rangle = n_s \mathbf{F}_s \quad (\text{C.17})$$

と書ける．速度 $\mathbf{v}_s$ の平均値 $\mathbf{u}_s$ は，以下のように書ける．

$$\langle \mathbf{v}_s(r, t) \rangle = \mathbf{u}_s(r, t) = \frac{\int \mathbf{v}_s f(r, \mathbf{v}_s, t) d\mathbf{v}_s}{n(r, t)} \quad (\text{C.18})$$

よって，

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial r} - n_s \mathbf{F}_s = \int m\mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.19})$$

運動量テンソル $\mathbf{P}_s$ を圧力テンソル $\mathbf{p}_s$ を用いた形に変形させるため，圧力テンソルを定義する．圧力テンソルは一般的にランダム速度の速度成分の積で表され，ランダム速度は粒子一つ velocity と平均速度の差 $(\mathbf{v} - \mathbf{u})$ なので，

$$\mathbf{p}_s = \int m(\mathbf{v}_s - \mathbf{u}_s) \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{u}_s) f d\mathbf{v} \quad (\text{C.20})$$

である．これを計算すると，

$$\mathbf{p}_s = \int m(v_s^2 - 2\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{v}_s + u_s^2) f d\mathbf{v} \quad (\text{C.21})$$

$$= \int m v_s^2 f d\mathbf{v} - m n u_s^2 = \mathbf{P}_s - m n u_s^2 \quad (\text{C.22})$$

と書ける．なので衝突項を無視した運動量保存の式は，以下のようになる．

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{p}_s + \rho_s u_s^2)}{\partial r} - n_s \mathbf{F}_s = 0 \quad (\text{C.23})$$

また，衝突項を考慮した運動量輸送方程式は，

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{p}_s + \rho_s u_s^2)}{\partial r} - n_s \mathbf{F}_s = \int m_s \mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.24})$$

である．

運動量輸送方程式の外力項を書き下すと，

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{u}_s}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{p}_s + \rho_s u_s^2)}{\partial r} - n_s (m_s \mathbf{g} + e_s (\mathbf{E} + (1/c) \mathbf{u}_s \times \mathbf{B})) = \int m_s \mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \quad (\text{C.25})$$

この式をすべての成分で足しあげると，

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{p} + \rho U^2)}{\partial r} - \rho \mathbf{g} + \rho_e (\mathbf{E} + (1/c) \mathbf{U} \times \mathbf{B}) = 0 \quad (\text{C.26})$$

U は気体全体の速度であり，また衝突による運動量の交換は保存されるため，右辺はゼロになる．全成分の運動量輸送方程式に混合比 ρ_s/ρ を掛け，一成分における方程式と差分をとると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s (\mathbf{u}_s - \mathbf{U})}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s (u_s^2 - U^2)}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial r} - \rho_{es} (\mathbf{E} + (1/c) \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) + \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e (\mathbf{E} + (1/c) \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \\ = \int m_s \mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

ここで，気体の拡散速度を w_s ，気体全体の速度を U ，として気体の速度 u_s を用いて拡散速度を求めると，

$$w_s = u_s - U \quad (\text{C.28})$$

なので，これを用いると，

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \rho_s w_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s w_s (u_s + U)}{\partial r} \right] + \left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \left(\rho_{es} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e \right) E - \delta_{ij} \frac{1}{c} \left(\rho_{es} u_{si} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e U_i \right) B_j \\ = \int m_s \mathbf{v}_s Q(f) d\mathbf{v} \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

と書ける．

次に，右辺の衝突項 $Q(f)$ について書き下す．衝突項は，以下のように表せられる．

$$Q(f) = \sum_t \left(\int \int \int d\mathbf{v}_t f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) f_t(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) h' b d b d \epsilon - \int \int \int d\mathbf{v}_t f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f_t(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) h b d b d \epsilon \right) \quad (\text{C.30})$$

ここで， $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t)$ は異なる速度を持つ粒子の速度分布関数， h は相対速度 $(v_t - v_s)$ ， b は衝突パラメータ， ϵ は散乱角，下付きの s, t は成分を表す．粒子の衝突によって，粒子の速度が

$\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_t$ から $\mathbf{v}'_s, \mathbf{v}'_t$ となる場合と、その逆の $\mathbf{v}'_s, \mathbf{v}'_t$ から $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_t$ となる場合を考えなければならない。なので、右辺第一項は、衝突によって $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_t$ の速度を持つ粒子が増加する過程を、第二項は衝突によって $\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_t$ の速度を持つ粒子が減少する過程を示している。衝突する粒子が剛体球とすると、衝突前後の2粒子の相対速度 h, h' の大きさは等しいと考えることができるため、上記の式は、以下ようになる。

$$Q(f) = \sum_t \int \int \int d\mathbf{v}_t (f'_s f'_t - f_s f_t) h b d b d \epsilon \quad (\text{C.31})$$

個々の粒子に関する物理量 q_s をランダム速度 (c_s) の関数として再定義し、ランダム速度空間にわたって積分を行うと、

$$\Delta q = \int q_s Q(f) d\mathbf{c}_s = \sum_t \int \int \int \int d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t q_s (f'_s f'_t - f_s f_t) h b d b d \epsilon \quad (\text{C.32})$$

また、この方程式は以下のように書き直すことができる。

$$\Delta q = \sum_t \int \int \int \int d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t (q'_s - q_s) f_s f_t h b d b d \epsilon \quad (\text{C.33})$$

ここで、 q'_s は衝突後の粒子のランダム速度 $\mathbf{c}'_s$ の関数である。衝突パラメータや散乱角は q, q' のみ依存しているので、

$$\Delta q = \sum_t \int \int d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t f_s f_t h \int (q'_s - q_s) b d b d \epsilon \quad (\text{C.34})$$

と書ける。

次に、右辺の一部を $\hat{q}$ としておくと、

$$\hat{q} = \int \int (q'_s - q_s) b d b d \epsilon \quad (\text{C.35})$$

となり、 q, q' をそれぞれ $m_s c_s, m_s c'_s$ とした場合、

$$\begin{aligned} \hat{q} &= \int \int m_s (c'_s - c_s) b d b d \epsilon \\ &= \int \int m_s \{ (v'_s - u_s) - (v_s - u_s) \} b d b d \epsilon \\ &= \int \int m_s \{ C - (m_t/m_0) h' - (C - (m_t/m_0) h) \} b d b d \epsilon \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

ここで、ランダム速度 $\mathbf{c}_s = \mathbf{v}_s - \mathbf{u}_s$ 、一粒子の速度 $\mathbf{v}_s = \mathbf{C} - (m_t/m_0)\mathbf{h}$ を用いており、 $\mathbf{C}$ は質量中心速度 $(m_s \mathbf{v}_s + m_t \mathbf{v}_t)/m_0$ 、 m_0 は衝突する粒子の合計質量 $m_s + m_t$ である。

$$\hat{q} = \int \int (m_s m_t / m_0) \{ h - h' \} b d b d \epsilon = \int \int \mu \{ h - h' \} b d b d \epsilon \quad (\text{C.37})$$

ここで、 μ は換算質量 $m_s m_t / (m_s + m_t)$ である。また相対速度 h は、散乱角 $\epsilon(0 - 2\pi)$ に対して決まったある方向をとるため、衝突後の相対速度 h' が h と同じ方向に向く角度を χ とすると、

$$\int h - h' d\epsilon = -h(1 - \cos \chi) \quad (\text{C.38})$$

と書けるため,

$$S_{st} = 2\pi \int_0^\infty (1 - \cos \chi) b db \quad (\text{C.39})$$

これは相対速度不変における衝突断面積である．この衝突断面積を用いて, $\hat{q}, \Delta q$ は以下のように書ける．

$$\hat{q} = \mu h S_{st} \quad (\text{C.40})$$

$$\Delta q = \sum_t \int \int d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t f_s f_t h \hat{q} \quad (\text{C.41})$$

次に, 熱力学平衡を仮定した場合の気体分子の速度分布関数 f_s, f_t はマクスウェル分布に一致し,

$$f_s = \frac{n_s}{(2\pi k T_s / m_s)^{3/2}} \exp\left(\frac{-(v_s - u_s)^2}{2k T_s / m_s}\right) = \frac{n_s}{(2\pi k T_s / m_s)^{3/2}} \exp\left(\frac{-c_s^2}{2k T_s / m_s}\right) \quad (\text{C.42})$$

と書け, ここで, k はボルツマン定数, T_s は s 成分の温度である．
速度分布関数 $f_s f_t$ の積は,

$$f_s f_t = \frac{n_s}{(2\pi k T_s / m_s)^{3/2}} \exp\left(\frac{-c_s^2}{2k T_s / m_s}\right) \frac{n_t}{(2\pi k T_t / m_t)^{3/2}} \exp\left(\frac{-c_t^2}{2k T_t / m_t}\right) \quad (\text{C.43})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(2^2 \pi^2 k^2 (T_s / m_s) (T_t / m_t))^{3/2}} \exp\left(\frac{-c_s^2}{2k T_s / m_s} - \frac{c_t^2}{2k T_t / m_t}\right) \quad (\text{C.44})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \exp\left(-\frac{m_s T_t c_s^2 + m_t T_s c_t^2}{2k T_s T_t}\right) \quad (\text{C.45})$$

ここで, $a = 2k T_s T_t / (m_t T_s + m_s T_t)$, $\alpha = 2k(m_t T_s + m_s T_t) / (m_s m_t)$ とした．また新たな変数を用いて, 上式を簡単な形に変形する．ランダム速度 c_s, c_t を,

$$c_s = C_* - \psi h_* \quad (\text{C.46})$$

$$c_t = C_* - (1 - \psi) h_* \quad (\text{C.47})$$

と定義する．ここで, C_*, h_* は以下のように再定義した質量中心速度と相対速度であり,

$$h_* = u - h$$

$$C_* = C - R - \beta(u - h) = C - R - \beta h_*$$

$$R = \frac{m_s u_s + m_t u_t}{m_0}; \quad u = u_t - u_s; \quad \beta = \frac{m_s m_t}{m_0} \frac{T_t - T_s}{m_t T_s + m_s T_t}$$

また ψ は

$$\psi = \frac{m_t T_s}{m_t T_s + m_s T_t} \quad (\text{C.48})$$

$$1 - \psi = \frac{m_s T_s}{m_t T_s + m_s T_t} \quad (\text{C.49})$$

である．これらを用いて $f_s f_t$ を書き直すと，

$$f_s f_t = \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \exp \left(-\frac{m_s T_t c_s^2 + m_t T_s c_t^2}{2k T_s T_t} \right) \quad (\text{C.50})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} - \frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) \quad (\text{C.51})$$

となる．

また要素 $d\mathbf{c}_s, d\mathbf{c}_t$ は

$$d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t = d\mathbf{C}_* d\mathbf{h}_* = d\mathbf{C}_* d\mathbf{h} = d\mathbf{C} d\mathbf{h} \quad (\text{C.52})$$

と変換することができるため，式 (C.36) は (C.42), (C.45), (C.51) より

$$\Delta q = \sum_t \int \int d\mathbf{c}_s d\mathbf{c}_t f_s f_t h \int \int (q'_s - q_s) b db d\epsilon \quad (\text{C.53})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \int \int d\mathbf{C}_* d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} - \frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q} \quad (\text{C.54})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \int d\mathbf{C}_* \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} \right) \int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q} \quad (\text{C.55})$$

と書くことができる．一つ目の積分は， C_* の大きさのみに依存した被積分関数なので，速度空間での極座標系で解くと，

$$\int d\mathbf{C}_* \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} \right) \quad (\text{C.56})$$

$$= \int_0^{+\infty} dC_* C_*^2 \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} \right) \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \quad (\text{C.57})$$

$$= 4\pi \int_0^{+\infty} dC_* C_*^2 \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} \right) \quad (\text{C.58})$$

$$= \pi^{3/2} a^3 \quad (\text{C.59})$$

となる．これより，以下のようになる．

$$\Delta q = \frac{n_s n_t}{(\pi^3 a^3 \alpha^3)} \int d\mathbf{C}_* \exp \left(-\frac{C_*^2}{a^2} \right) \int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q} \quad (\text{C.60})$$

$$= \frac{n_s n_t}{(\pi^{3/2} \alpha^3)} \int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q} \quad (\text{C.61})$$

次に， $\int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q}$ の積分を考える． h_*^2 は，

$$h_*^2 = (h - u)^2 = h^2 - 2hu + u^2 \quad (\text{C.62})$$

なので，

$$\int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h_*^2}{\alpha^2} \right) h \hat{q} = \int d\mathbf{h} \exp \left(-\frac{h^2 - 2hu + u^2}{\alpha^2} \right) h \mu \mathbf{h} S_{st} \quad (\text{C.63})$$

先ほどと同様に極座標で考える． h, u の間のなす角を θ' ， e_2 軸とのなす角を ϕ' とすると，上式は，

$$\int_0^{+\infty} dh h^4 \mu S_{st} \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \exp \left(-\frac{h^2 - 2hu \cos \theta' + u^2}{\alpha^2} \right) \{\sin \theta' \cos \phi' \mathbf{e}_1 + \sin \theta' \sin \phi' \mathbf{e}_2 + \cos \theta' \mathbf{e}_3\} \quad (\text{C.64})$$

$$= \int_0^{+\infty} dh h^4 \mu S_{st} \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \exp \left(-\frac{h^2 - 2hu \cos \theta' + u^2}{\alpha^2} \right) \{2\pi \cos \theta' \mathbf{e}_3\} \quad (\text{C.65})$$

$x = \cos \theta'$ と置いて置換積分を行うと，

$$\int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \exp \left(-\frac{h^2 - 2hu \cos \theta' + u^2}{\alpha^2} \right) \{2\pi \cos \theta' \mathbf{e}_3\} \quad (\text{C.66})$$

$$= 2\pi \mathbf{e}_3 \int_{-1}^1 dx x \exp \left(-\frac{h^2 - 2hux + u^2}{\alpha^2} \right) \quad (\text{C.67})$$

と書ける．さらに，成分毎の平均速度の差がランダム速度の差よりもかなり小さい場合 ($u \gg h$)，

$$\exp \left(-\frac{h^2 - 2hux + u^2}{\alpha^2} \right) = \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \exp \left(-\frac{-2hux + u^2}{\alpha^2} \right) \quad (\text{C.68})$$

$$\simeq \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \left[1 + \frac{2hux}{\alpha^2} \right] \quad (\text{C.69})$$

と近似できるので，

$$2\pi \mathbf{e}_3 \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \int_{-1}^1 dx \left[x + \frac{2hux^2}{\alpha^2} \right] = \frac{8\pi hu}{3\alpha^2} \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \mathbf{e}_3 \quad (\text{C.70})$$

元の方程式に戻すと，

$$\Delta q = \mu \frac{8\pi u}{3\alpha^2} \frac{n_s n_t}{(\pi^{3/2} \alpha^3)} \mathbf{e}_3 \int_0^{+\infty} dh h^5 S_{st} \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \quad (\text{C.71})$$

$$= \mu \frac{8\pi u n_s n_t}{3\pi^{3/2} \alpha^5} \mathbf{e}_3 \int_0^{+\infty} dh h^5 \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) S_{st} \quad (\text{C.72})$$

となる．残った相対速度 h に関する積分は Chapman-Cowling collision 積分と呼ばれ，それを $\Omega_{st}^{l,j}$ とすると以下のように定義される．

$$\Omega_{st}^{l,j} = \frac{4\pi}{\pi^{3/2}} \int_0^\infty dh \exp \left(-\frac{h^2}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{h^{2j+3}}{\alpha^{2j+4}} S_{st}^l \quad (\text{C.73})$$

これまでの操作では $\Omega_{st}^{l,j} = \Omega_{st}^{1,1}$ なので，

$$\Delta q = \mu \frac{2n_s n_t \alpha}{3} \mathbf{u} \Omega_{st}^{1,1} \quad (\text{C.74})$$

ここで， $u \mathbf{e}_3 = \mathbf{u} = \mathbf{u}_t - \mathbf{u}_s$ とした．さらに二体間の衝突係数 K_{st} を導入し， $K_{st} = K_{ts} = \frac{2}{3} n_s n_t \mu \alpha \Omega_{st}^{1,1}$ と定義すると，

$$\Delta q = \sum_t K_{st} \mathbf{u} \quad (\text{C.75})$$

$\mathbf{u}_s, \mathbf{u}_t$ はそれぞれ成分のバルク速度なので、拡散速度の定義式 ($\mathbf{w}_s = \mathbf{u}_s - \mathbf{U}$) より、

$$\Delta q = \sum_t K_{st}(\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_s) \quad (\text{C.76})$$

と書き直せる。

最後に、式 (C.29) と上式より、

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \rho_s \mathbf{w}_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s \mathbf{w}_s (u_s + U)}{\partial r} \right] + \left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \left(\rho_{es} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e \right) E - \delta_{ij} \frac{1}{c} \left(\rho_{es} u_{si} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e U_i \right) B_j \\ = \sum_t K_{st}(\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_s) \end{aligned} \quad (\text{C.77})$$

ここで大括弧でくくったところは、拡散への寄与が小さい (slow diffusion) ため無視することができる。

$$\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \left(\rho_{es} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e \right) E - \delta_{ij} \frac{1}{c} \left(\rho_{es} u_{si} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e U_i \right) B_j = \sum_t K_{st}(\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_s) \quad (\text{C.78})$$

左辺を拡散駆動力と呼び、 Ψ_s を用いて表すと、

$$-\Psi_s = -\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \left(\rho_{es} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e \right) E + \delta_{ij} \frac{1}{c} \left(\rho_{es} u_{si} - \frac{\rho_s}{\rho} \rho_e U_i \right) B_j \quad (\text{C.79})$$

$$-\Psi_s = \sum_t K_{st}(\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_s) \quad (\text{C.80})$$

となる。

次にこの式を s 成分の分子拡散速度の式として書き直すと、

$$u_s = \frac{\sum_{t \in S} K_{st} u_t + \Psi_s}{\sum_{t \in S} K_{st}} \quad (\text{C.81})$$

となる。また拡散駆動力 Ψ_s ¹ をすべての成分において考えると、

$$\sum_{s \in S} \Psi_s = 0 \quad (\text{C.82})$$

となることを利用して、

$$\Psi_s + \sum_{t \in S, t \neq s} \Psi_t = 0 \quad (\text{C.83})$$

$$\Leftrightarrow \Psi_s = - \sum_{t \in S, t \neq s} \Psi_t \quad (\text{C.84})$$

なので、

$$u_s = \frac{\sum_{t \in S} K_{st} u_t - \sum_{t \in S} \Psi_t}{\sum_{t \in S} K_{st}} \quad (\text{C.85})$$

¹ $\Psi_t = -\left(\frac{\partial p_s}{\partial r} - \frac{\rho_s}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \left(n_s q_s - \frac{\rho_s}{\rho} \sum_{s \in S} q_s n_s \right) E$

この式を s 成分以外のすべてとの作用を考えると,

$$u_s = \sum_{t \in S} u_t - \frac{\sum_{t \in S} \Psi_t}{\sum_{t \in S} K_{st}} \quad (\text{C.86})$$

となる.

また拡散速度は気体の平均速度と気体全体の平均速度の差であり, その拡散速度をすべての成分で考えると,

$$\sum_{s \in S} \rho_s u_s = 0 \quad (\text{C.87})$$

となる. この条件から

$$\rho_s u_s + \sum_{t \in S, t \neq s} \rho_t u_t = 0 \quad (\text{C.88})$$

$$u_t = -\frac{\rho_s u_s}{\sum_{t \in S, t \neq s} \rho_t} \quad (\text{C.89})$$

と書け, $\sum_{t \in S, t \neq s} \rho_t = \rho - \rho_s$ なので

$$u_t = -\frac{\rho_s u_s}{\rho - \rho_s} \quad (\text{C.90})$$

以上より式 (C.85) は

$$u_s = \sum_{t \in S} \left(-\frac{\rho_s u_s}{\rho - \rho_s} - \frac{1}{K_{st}} \Psi_t \right) \quad (\text{C.91})$$

$$\left(1 + \frac{\rho_s}{\rho - \rho_s} \right) u_s = -\sum_{t \in S} \frac{1}{K_{st}} \Psi_t \quad (\text{C.92})$$

$$u_s = -\frac{\rho - \rho_s}{\rho} \sum_{t \in S} \frac{1}{K_{st}} \Psi_t \quad (\text{C.93})$$

$$u_s = -\sum_{t \in S} \frac{1 - y_s}{K_{st}} \Psi_t \quad (\text{C.94})$$

ここで, y_s は混合比である. 拡散係数を $D_{st} = -\frac{1-y_s}{K_{st}/p}$ とすると, s 成分の分子拡散速度は

$$u_s = \frac{1}{p} \sum_{t \in S} D_{st} \Psi_t \quad (\text{C.95})$$

と書き表せる.

C.2 拡散係数の導出

拡散係数 $D_{st} = -\frac{1-y_s}{K_{st}/p}$ は行列を用いて, 以下のように表せる. 分子拡散速度 u_s は以下の式で表される.

$$u_s = \frac{1}{p} \sum_{t \in S} D_{st}^{[l]} \Psi_t \quad (\text{C.96})$$

ここで、 p は圧力、 s, t はそれぞれの成分、 $D_{(st)}^{[l]}$ は近似拡散行列の要素 (l が近似度合いを示し、 $0, 1, \dots$ と数字が大きくなるにつれ精度が高くなる)、 Ψ_t はある気体の拡散の駆動力を示している。拡散の駆動力は、

$$\Psi_t = -\left(\frac{\partial p_t}{\partial r} - \frac{\rho_t}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}\right) + \left(n_t q_t - \frac{\rho_s}{\rho} \sum_{t \in S} q_t n_t\right) E \quad (\text{C.97})$$

で表され、 ρ は密度、 n は数密度、 q は電荷、 E は電場である。右辺第一項は鉛直方向の濃度勾配による拡散駆動力を、右辺第二項は電荷を持つある分子とその他の分子が電場から受ける力の差による拡散駆動力を表している。ここでは熱拡散による中性大気への影響を考慮していない。電場は電子の運動方程式

$$-\frac{\partial p_e}{\partial r} + n_e q_e E = 0 \quad (\text{C.98})$$

より求め、下付きの e は電子である。

近似拡散行列 $D^{[l]}$ は Ern and Giovangigli (1994, 1997) で定式化されており、

$$D^{[l]} = \sum_{j=0}^{l-1} (PT)^j P M^{-1} P^T \quad (\text{C.99})$$

である。ここで、 $P = I - U \otimes Y$ で、 I は単位行列、 $U \otimes Y$ は、行列要素 $U_s y_t$ で U_s はどの s においても 1 をとる作用素、 y_s は混合比であり、また $T = I - M^{-1} \Delta$ で、 M は適切に設定された対角行列である。

今回は $l = 1$ の一次近似を用いて行列を展開していく。上式は

$$D^{[1]} = P M^{-1} P^T = P \hat{D} P^T \quad (\text{C.100})$$

と書き直せる。それぞれの行列は、

$$P = I - U \otimes Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - (U_s U_t) \begin{pmatrix} y_s \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - U_s y_s & -U_s y_t \\ -y_s U_t & 1 - U_t y_t \end{pmatrix} \quad (\text{C.101})$$

$$P^T = \begin{pmatrix} 1 - U_s y_s & -U_t y_s \\ -U_s y_t & 1 - U_t y_t \end{pmatrix} \quad (\text{C.102})$$

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} \hat{D}_{ss} & 0 \\ 0 & \hat{D}_{tt} \end{pmatrix} \quad (\text{C.103})$$

なので計算すると、

$$\begin{aligned} D^{[1]} &= P \hat{D} P^T \\ &= \begin{pmatrix} (1 - U_s y_s)^2 \hat{D}_{ss} + (U_s y_t)^2 \hat{D}_{tt} & -(1 - U_s y_s) y_s U_t \hat{D}_{ss} - (1 - U_t y_t) U_s y_t \hat{D}_{tt} \\ -(1 - U_s y_s) y_s U_t \hat{D}_{ss} - (1 - U_t y_t) U_s y_t \hat{D}_{tt} & (U_t y_s)^2 \hat{D}_{ss} + (1 - U_t y_t)^2 \hat{D}_{tt} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.104})$$

となる． s 成分と s 成分の衝突は

$$D_{ss}^{[1]} = (1 - U_s y_s)^2 \hat{D}_{ss} + (U_s y_t)^2 \hat{D}_{tt} \quad (\text{C.105})$$

$$= \hat{D}_{ss} - 2U_s y_s \hat{D}_{ss} + (U_s y_s)^2 \hat{D}_{ss} + (U_s y_t)^2 \hat{D}_{tt} \quad (\text{C.106})$$

そして s 成分と t 成分の衝突を考えると

$$D_{st}^{[1]} = -(1 - U_s y_s) y_s U_t \hat{D}_{ss} - (1 - U_t y_t) U_s y_t \hat{D}_{tt} \quad (\text{C.107})$$

$$= -y_s U_t \hat{D}_{ss} - U_s y_t \hat{D}_{tt} + U_s U_t y_s^2 \hat{D}_{ss} + U_s U_t y_t^2 \hat{D}_{tt} \quad (\text{C.108})$$

$$= -y_s U_t \hat{D}_{ss} - U_s y_t \hat{D}_{tt} + U_s U_t \sum_{k \in S} y_k^2 \hat{D}_{kk} \quad (\text{C.109})$$

なので，式 (C.1) の拡散行列要素 $D_{st}^{[1]}$ は，

$$D_{st}^{[1]} = \delta_{st} \hat{D}_{ss} - y_s U_t \hat{D}_{ss} - U_s y_t \hat{D}_{tt} + U_s U_t \sum_{k \in S} y_k^2 \hat{D}_{kk} \quad (\text{C.110})$$

と書くことができる (García Muñoz, 2007. A.8).

なので分子拡散速度 u_s は

$$u_s = \begin{cases} \frac{1}{p} (\hat{D}_{ss} - 2U_s y_s \hat{D}_{ss} + 2(U_s y_s)^2 \hat{D}_{ss}) \Psi_s & (s, t = s) \\ \frac{1}{p} \sum_{t \in S} (-y_s U_t \hat{D}_{ss} - U_s y_t \hat{D}_{tt} + U_s U_t y_s^2 \hat{D}_{ss} + U_s U_t y_t^2 \hat{D}_{tt}) \Psi_t & (s, t \neq s) \end{cases} \quad (\text{C.111})$$

となる．ここで， $\hat{D}_{ss}, \hat{D}_{tt}$ は

$$\hat{D}_{ss} = \frac{1 - y_s}{\sum_{k \in S, k \neq s} K_{sk}/p} \quad (\text{C.112})$$

で， K_{sk} は抵抗係数 $K_{st} = \frac{kT_{st}n_s n_t}{b_s}$, $T_{st} = \frac{m_t T_s + m_s T_t}{m_s + m_t}$ (T_{st} は s 成分と t 成分間の衝突後の温度， b_s は二成分間の衝突拡散係数) である．本研究では全成分で同一の温度を用いているため， $K_{st} = \frac{kT n_s n_t}{b_s}$ となる．

付 録 D 数値モデルに用いたデータ

ここでは、本数値計算で用いたデータ等の紹介する．

D.1 EUV データ

本計算モデルで使用した、0-105 nm 以下の EUV 放射と、300 nm までの FUV 放射のデータは (Woods and Rottman (2002), ftp://laspftp.colorado.edu/pub/solstice/ref_min_27day_11yr.dat) から引用した．引用元のデータは太陽活動極小期における値のため、太陽活動周期を考慮した波長別の平均光子フラックス ($N_{\text{photon}}(\lambda)$) を使用するために、月平均かつ 11 年平均の値を算出して用いた．

$$N_{\text{photon}}(\lambda) = N_{\text{photon_min}}(\lambda) \frac{(\text{year} - 1) + 1}{2} \frac{(\text{day} - 1) + 1}{2} \quad (\text{D.1})$$

ここで、 $N_{\text{photon_min}}(\lambda)$ は、太陽活動極小期における光子フラックス、year, day はそれぞれ太陽活動の 11 年周期、1 か月周期の変動の比である．算出した波長別の平均光子フラックスは図 D.1 のようになる．105 nm までの光子フラックスを波長積分し、エネルギーに換算すると、 $6.9 \times 10^{-3} \text{ [W/m}^2\text{]}$ となる．

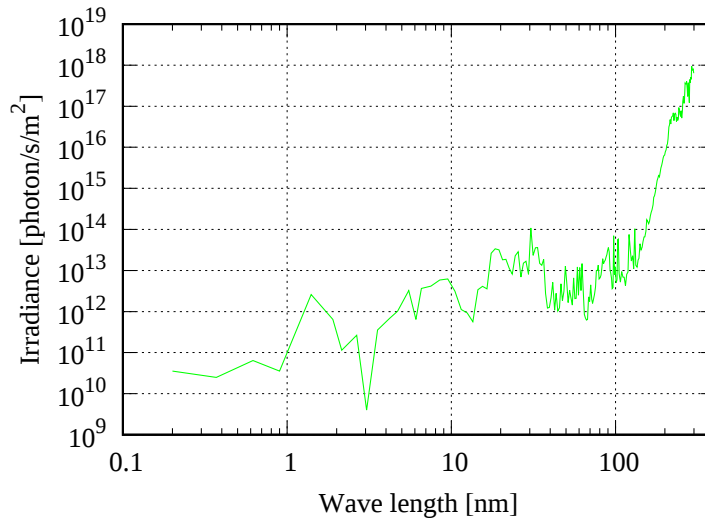


図 D.1: 波長別の平均光子フラックス．横軸は波長 [nm], 縦軸は光子フラックス [photon/s/m²] である．

D.2 吸収断面積

本計算モデルで使用した、各気体の EUV, FUV 領域の吸収断面積は、主に、核融合科学研究所 (NIFS, http://dpc.nifs.ac.jp/photoab/d_list.html) から引用し、 H_2 は, Avakyan et al. (1998) から、 H_2O の 100 nm 以上に関しては、前述のデータベースに記載がないため、99.893-113.919nm を Fillion et al. (2004) から、114.8-193.9nm を Mota et al. (2005) から引用した。そして、EUV 光子フラックスのデータ間隔に合うように、線形補間を行った (図 D.2)。

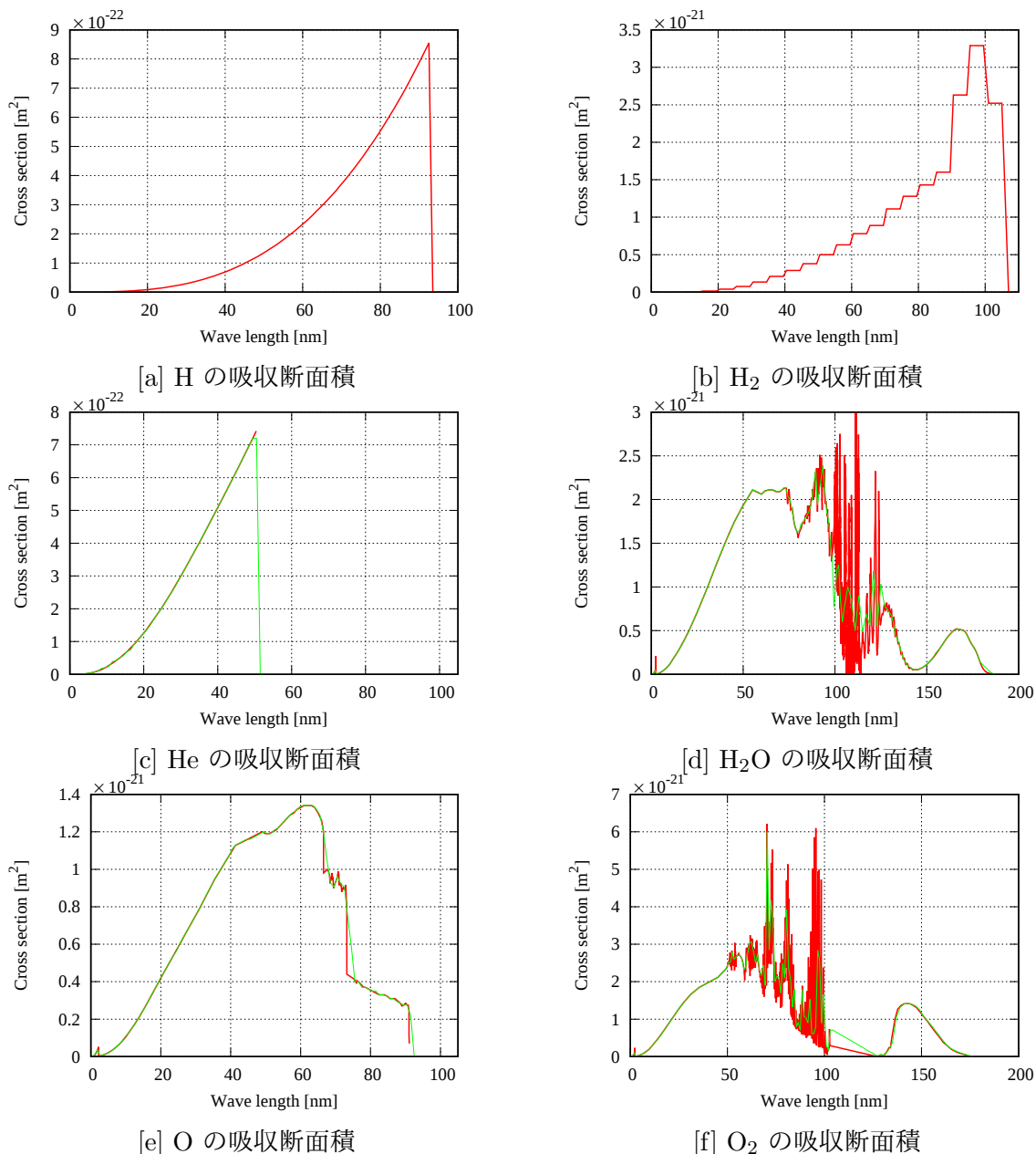


図 D.2: それぞれの気体における波長別の吸収断面積。横軸は波長、縦軸は吸収断面積である。赤色の実線は元のデータ、緑色の実線は線形補間でフィッティングしたデータを示している。

D.3 光解離断面積

本計算モデルで使用した、各気体の EUV, FUV 領域の光解離断面積は、the Southwest Research Institute (<http://phidrates.space.swri.edu/>) 吸収断面積同様、EUV 光子フラックスのデータ間隔に合うように、線形補間を行った (図 D.3,D.4).

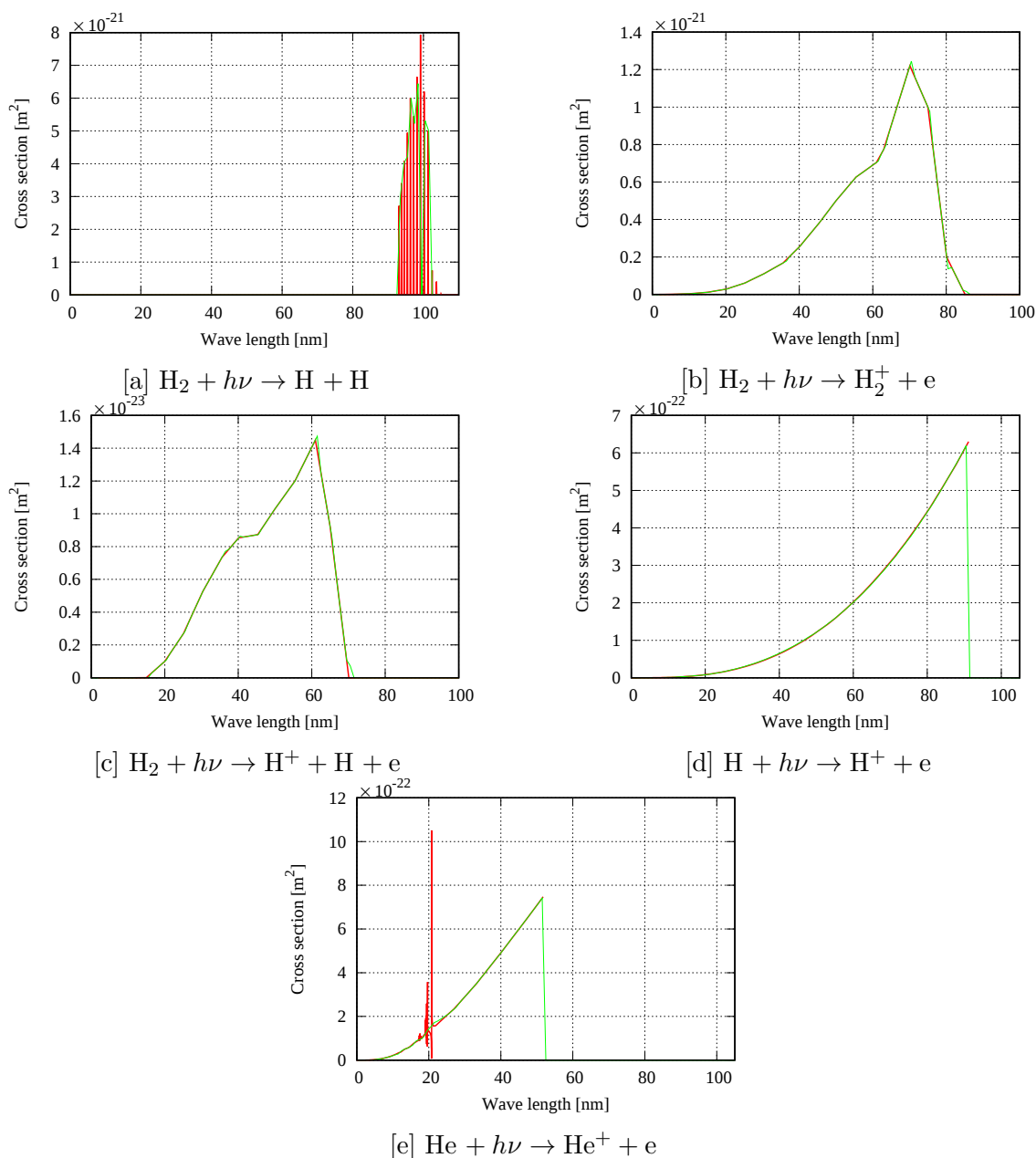
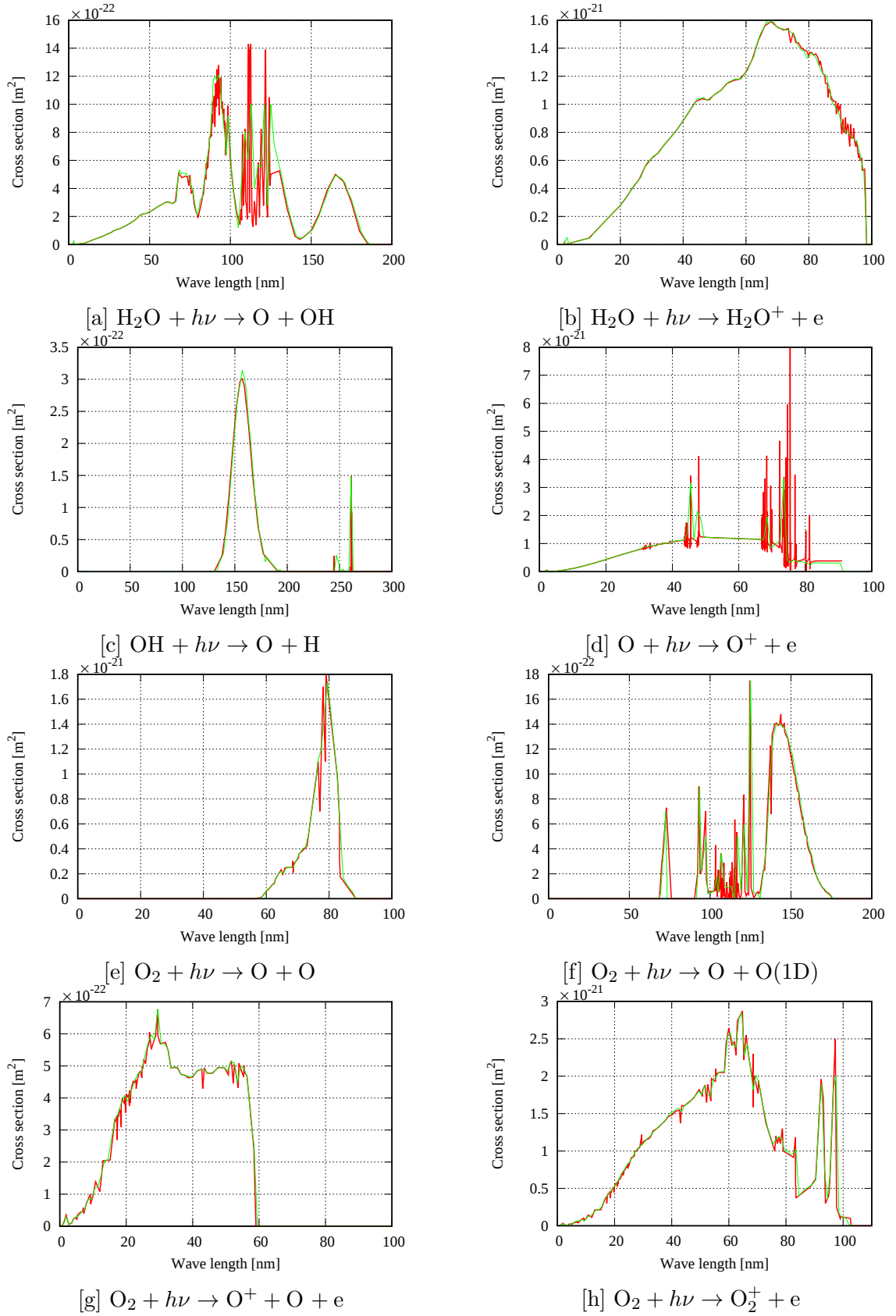


図 D.3: H, H₂, He の波長別の光解離断面積。横軸は波長，縦軸は光解離断面積である。各線は図 D.2 と同じ。

図 D.4: H_2O , OH , O , O_2 の波長別の光解離断面積. 詳細は図 D.3 と同じ.

D.4 両極性拘束

連続の式と一粒子あたりの電荷 q_s を掛け合わせると、ガスの正味荷電の式を得ることができる。

$$\frac{\partial(r^2\mathbf{Q})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(r^2\mathbf{Q}u) + \frac{\partial}{\partial r}(r^2\mathbf{J}) = 0 \quad (\text{D.2})$$

$$\mathbf{Q} = \sum_{s \in S} q_s n_s \quad (\text{D.3})$$

$$\mathbf{J} = \sum_{s \in S} q_s n_s (u_s + v_s) \quad (\text{D.4})$$

ここで、 $\sum_{s \in S} \dot{\omega}_s = 0$, $\sum_{s \in S} \rho_s (u_s + v_s) = 0$ とした。この後の計算では $\mathbf{J} = 0$ とし、この条件 (しばしば両極性拘束 (ambipolar constraint) と呼ばれる) は初期において $\mathbf{Q} = 0$ と仮定する場合、どんな時でも気体は中性である。

D.5 拡散係数

拡散係数は、Banks and Kocharts (1973) もしくは、Schunk and Nagy (2000) から値が記載されているものに関しては引用した。しかし、ion-neutral 成分間や ion-ion 成分間、一部の neutral-neutral 成分間の拡散係数は記載が見当たらないため、Banks and Kocharts (1973) の表式を利用した (表 D.1, D.2 参照)。

ion-neutral 成分間の拡散係数は Banks and Kocharts (1973) より、

$$b_{\text{in}} = \frac{kT}{\mu_{\text{in}} \bar{\nu}_{\text{in}}} \quad (\text{D.5})$$

と書ける。ここで、 b_{in} は成分 s, t 間の衝突拡散係数、 k はボルツマン定数、 T は温度、 μ_{in} は ion と neutral 間の換算質量、 $\bar{\nu}_{\text{in}}$ は ion と neutral 間の運動量輸送の衝突頻度である。 $\bar{\nu}_{\text{in}}$ は、Schunk and Nagy (2000) より、

$$\bar{\nu}_{\text{in}} = 2.21\pi \frac{n_n m_n}{m_i + m_n} \left(\frac{\gamma_n e^2}{\mu_{\text{in}}} \right)^{0.5} \quad (\text{D.6})$$

と表せられ、 m_n, m_i はそれぞれ neutral, ion の質量、 e は電荷素量、 γ_n は neutral 成分の分極率である (Schunk and Nagy, 2000, Table 4.1 参照)。またこの式は、原子単位系で書き直した換算質量 μ_A を用いると、以下のように表される。

$$b_{st} = \frac{8.31 \times 10^7 T}{\mu_A \bar{\nu}_{\text{in}}} \quad (\text{D.7})$$

次に ion-ion 成分間の拡散係数は Banks and Kocharts (1973) より、

$$b_{\text{ii}} = \frac{3\gamma}{32n_2} \left(\frac{2kT}{\mu_{\text{ii}}\pi} \right)^{0.5} \left(\frac{2kT}{e^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\ln \Lambda} \right) \quad (\text{D.8})$$

と書け、 n_2 は拡散される方の成分数密度、 μ_{ii} は ion-ion 間の換算質量、 $\ln \Lambda$ はデバイの遮蔽距離、 γ は運動論から決められる修正項である。原子単位系で書き直した換算質量 μ_A を用い、また $\ln \Lambda = 15$ とした場合、

$$b_{\text{ii}} = \frac{6.5 \times 10^7 \gamma T^{2.5}}{n_2 \mu_A^{0.5}} \quad (\text{D.9})$$

となる.

neutral-neutral 成分間の拡散係数は Banks and Kocharts (1973) より,

$$b_{\text{nn}} = 1.96 \times 10^6 \frac{T}{n\mu_{\text{nn}}} \quad (\text{D.10})$$

と書け, μ_{nn} は neutral-neutral 成分間の換算質量である. また, 同様に原子単位系で書き直した換算質量 μ_{A} を用いて表すと, 以下のようになる.

$$b_{\text{nn}} = 1.52 \times 10^{18} \frac{T}{n\mu_{\text{A}}} \quad (\text{D.11})$$

表 D.1: 拡散係数 H – He

成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref	成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref
H	H ₂	$8.290 \times 10^{17} T^{0.728}$	[1]	H ₂ ⁺	H ₃ ⁺	$5.970 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	H ⁺	$6.270 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]		He	$6.050 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]
	H ₂ ⁺	$4.820 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		He ⁺	$5.629 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	H ₃ ⁺	$4.550 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		HeH ⁺	$5.438 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	He	$8.840 \times 10^{17} T^{0.706}$	[3]	H ₃ ⁺	He	$5.340 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]
	He ⁺	$4.370 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		He ⁺	$4.964 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	HeH ⁺	$4.290 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		HeH ⁺	$4.747 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
H ₂	H ⁺	$4.360 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	He	He ⁺	$4.759 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]
	H ₂ ⁺	$6.270 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]		HeH ⁺	$4.700 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]
	H ₃ ⁺	$3.250 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	He ⁺	HeH ⁺	$4.360 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	He	$8.840 \times 10^{17} T^{0.706}$	[6]				
	He ⁺	$3.060 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	neutral	e	$3.390 \times 10^{19} T^{0.5}$	[3]
H ⁺	HeH ⁺	$2.960 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	ion	e	$2.800 \times 10^{09} T^{2.5}$	[3]
	H ₂ ⁺	$8.010 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]				
	H ₃ ⁺	$7.560 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]				
	He	$7.810 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]				
	He ⁺	$7.267 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]				
	HeH ⁺	$1.270 \times 10^{08} T^{2.5}$	[5]				

[1] Marrero and Mason (1972), [2] Schunk and Nagy (2000), [3] Banks and Kocharts (1973), [4] 式 (D.5) より導出, [5] 式 (D.8) より導出, [6] 式 (D.10) より導出

表 D.2: 拡散係数 H₂O

成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref	成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref
H ₂ O	H	$1.556 \times 10^{18} T^{0.5}$	[6]	O ₂ ⁺	H	$3.971 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]
	H ₂	$1.129 \times 10^{18} T^{0.5}$	[6]		H ₂	$2.576 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]
	H ⁺	$2.703 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H ⁺	$8.977 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]
	H ₂ ⁺	$1.961 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H ₂ ⁺	$6.870 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]

表 D.2 続き

成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref	成分		$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref	
O	H_3^+	$1.641 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_3^+	$6.083 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
	O	$5.223 \times 10^{17} T^{0.5}$	[6]	OH	$1.052 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]	
	O^+	$9.072 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]	OH^+	$5.852 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
	O_2	$4.478 \times 10^{17} T^{0.5}$	[6]	H_2O^+	$3.351 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
	O_2^+	$7.781 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]	H_3O^+	$3.389 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
	OH	$5.141 \times 10^{17} T^{0.5}$	[6]	OH	H	$1.558 \times 10^{18} T^{0.5}$	[6]	
	OH^+	$8.932 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]		H_2	$1.132 \times 10^{18} T^{0.5}$		[6]
	H_2O^+	$3.298 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]		H^+	$3.594 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]
	H_3O^+	$8.687 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]		H_2^+	$2.611 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]
	H	$5.700 \times 10^{17} T^{0.708}$	[3]	H_3^+	$2.188 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]	
	H_2	$7.830 \times 10^{17} T^{0.63}$	[2]	OH^+	$1.980 \times 10^{17} T^{0.5}$		[2]	
	H^+	$3.760 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_2O^+	$1.186 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]	
	H_2^+	$2.736 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_3O^+	$1.170 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]	
	H_3^+	$2.296 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	OH^+	H	$4.024 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	
	O^+	$2.192 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]		H_2	$2.643 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]
	O_2	$9.690 \times 10^{16} T^{0.774}$	[3]		H^+	$9.096 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
	O_2^+	$1.121 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H_2^+	$7.046 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
	O^+	OH	$5.294 \times 10^{17} T^{0.5}$	[6]	H_3^+	$6.309 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
		OH^+	$1.275 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_2O^+	$3.847 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
		H_2O^+	$1.258 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_3O^+	$3.906 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
H_3O^+		$1.242 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	H_2O^+	H	$4.017 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	
H		$4.031 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H_2	$2.635 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]
H_2		$2.651 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H^+	$9.082 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
H^+		$9.112 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]		H_2^+	$7.025 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
H_2^+		$7.069 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]	H_3^+	$6.283 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
H_3^+		$6.339 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]	H_3O^+	$3.741 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]	
O_2		$7.774 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]	H_3O^+	H	$4.012 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]	
O_2^+		$7.774 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]		H_2	$2.628 \times 10^{16} T^{1.0}$		[4]
OH		$1.221 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]		H^+	$9.070 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
OH^+		$6.792 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]		H_2^+	$7.006 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
O_2		H_2O^+	$3.908 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]	H_3^+	$6.259 \times 10^{07} T^{2.5}$		[5]
		H_3O^+	$3.970 \times 10^{07} T^{2.5}$	[5]				
		H	$4.750 \times 10^{17} T^{0.711}$	[3]				
		H_2	$3.060 \times 10^{17} T^{0.732}$	[3]				
		H^+	$2.569 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]				
		H_2^+	$1.844 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]				
		H_3^+	$1.528 \times 10^{16} T^{1.0}$	[4]				
	O_2^+	$1.697 \times 10^{17} T^{0.5}$	[2]					
	OH	$4.562 \times 10^{17} T^{0.5}$	[6]					

表 D.2 続き

成分	$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref	成分	$b[\text{cm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	Ref
OH^+	$7.623 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]			
H_2O^+	$7.484 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]			
H_3O^+	$7.357 \times 10^{15} T^{1.0}$	[4]			

[1] Marrero and Mason (1972), [2] Schunk and Nagy (2000), [3] Banks and Kocharts (1973), [4] 式 (D.5) より導出, [5] 式 (D.8) より導出, [6] 式 (D.10) より導出

D.6 化学反応による吸熱率詳細

この節では、表 2.2,2.3,2.4 で示される各化学反応過程あたりの吸熱，発熱量を示す．気体分子の 1 mol あたりの生成熱は Le Teuff et al. (2000) を参考にした (表 D.3).

表 D.3: 1 mol 当たりの気体分子の生成熱. Le Teuff et al. (2000) より引用.

成分	生成熱 [kJ/mol] (at 0 K)	成分	生成熱 [kJ/mol] (at 0 K)
H	216.0	H ₂ O	-238.9
H ₂	0.0	H ₂ O ⁺	977.9
H ⁺	1528.0	H ₃ O ⁺	597.0
H ₂ ⁺	1488.3	O	246.8
H ₃ ⁺	1107.0	O ₂	0.0
He	0.0	O ⁺	1560.7
He ⁺	2372.0	O ₂ ⁺	1164.7
HeH ⁺	1352.0	OH	38.4
O (1D)	437	OH ⁺	1292.7

表 D.4: 水素，ヘリウムの化学反応におけるエネルギーの生成，消費

番号	化学反応		$\Delta H_{fRi}[kJ]$
R3	H ₂ ⁺ + e	→ H + H	$1.0563 \times 10^6/N_a$
R5a	H ₃ ⁺ + e	→ H ₂ + H	$8.910 \times 10^5/N_a$
R5b		→ H + H + H	$4.590 \times 10^5/N_a$
R6	H ₂ ⁺ + H ₂	→ H ₃ ⁺ + H	$1.653 \times 10^5/N_a$
R7	H ₂ ⁺ + H	→ H ⁺ + H ₂	$1.763 \times 10^5/N_a$
R8	H ⁺ + H ₂ ($v \leq 4$)	→ H ₂ ⁺ + H	$-1.763 \times 10^5/N_a$
R9	H ₃ ⁺ + H	→ H ₂ ⁺ + H ₂	$-1.653 \times 10^5/N_a$
R10	H ₂ + H ₂ , H	→ H + H + H ₂ , H	$-4.320 \times 10^5/N_a$
R11	H ⁺ + H ₂ + H ₂ , H	→ H ₃ ⁺ + H ₂ , H	$4.210 \times 10^5/N_a$
R12	H + H + H ₂ , H	→ H ₂ + H ₂ , H	$4.320 \times 10^5/N_a$
R15	HeH ⁺ + e	→ He + H	$1.136 \times 10^6/N_a$
R16a	He ⁺ + H ₂	→ H + HeH ⁺	$8.060 \times 10^5/N_a$
R16b		→ He + H ⁺ + H	$6.280 \times 10^5/N_a$
R17	HeH ⁺ + H ₂	→ H ₃ ⁺ + He	$2.450 \times 10^5/N_a$
R18	HeH ⁺ + H	→ H ₂ ⁺ + He	$7.970 \times 10^4/N_a$
R19	H ₂ ⁺ + He	→ HeH ⁺ + H	$-7.970 \times 10^4/N_a$

表 D.5: 光解離反応, 再結合におけるエネルギーの消費

番号	化学反応		$\Delta H_{fRi}[kJ]$
R1a	$H_2 + h\nu$	$\rightarrow H + H + 2h\nu$	$-\frac{ch}{5.04 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R1b		$\rightarrow H_2^+ + e$	$-\frac{ch}{8.03 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R1c		$\rightarrow H^+ + H + e$	$-\frac{ch}{6.86 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R2	$H + h\nu$	$\rightarrow H^+ + e$	$-\frac{ch}{9.11 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R4	$H^+ + e$	$\rightarrow H + h\nu$	$\frac{ch}{9.11 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R13	$He + h\nu$	$\rightarrow He^+ + e$	$-\frac{ch}{5.04 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R14	$He^+ + e$	$\rightarrow He + h\nu$	$\frac{ch}{5.04 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R20a	$H_2O + h\nu$	$\rightarrow H + OH$	$-\frac{ch}{2.43 \times 10^{-7} \text{ nm}}$
R20b		$\rightarrow H_2O^+ + e$	$-\frac{ch}{9.84 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R21	$OH + h\nu$	$\rightarrow O + H$	$-\frac{ch}{2.82 \times 10^{-7} \text{ nm}}$
R22	$O + h\nu$	$\rightarrow O^+ + e$	$-\frac{ch}{9.11 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R23a	$O_2 + h\nu$	$\rightarrow O + O$	$-\frac{ch}{2.43 \times 10^{-7} \text{ nm}}$
R23b	$O_2 + h\nu$	$\rightarrow O + O(1D)$	$-\frac{ch}{1.75 \times 10^{-7} \text{ nm}}$
R23c	$O_2 + h\nu$	$\rightarrow O^+ + O + e$	$-\frac{ch}{6.62 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R23d	$O_2 + h\nu$	$\rightarrow O_2^+ + e$	$-\frac{ch}{1.03 \times 10^{-7} \text{ nm}}$
R28	$O^+ + e$	$\rightarrow O + h\nu$	$\frac{ch}{9.11 \times 10^{-8} \text{ nm}}$
R74	$O(1D)$	$\rightarrow O + h\nu$	$\frac{ch}{6.30 \times 10^{-8} \text{ nm}}$

表 D.6: H_2O の化学反応におけるエネルギーの生成, 消費

番号	化学反応			$\Delta H_{f\text{Ri}}[kJ]$	Ref.
R24a	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + 2\text{H}$	$2.99 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R24b		$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}$	$7.24 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R24c		$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}_2$	$7.31 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R25a	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$6.20 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R25b		$\rightarrow$	$\text{OH} + 2\text{H}$	$1.27 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R25c		$\rightarrow$	$\text{OH} + \text{H}_2$	$5.59 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R25d		$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}_2 + \text{H}$	$1.34 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R26	$\text{OH}^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{H}$	$8.30 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R27a	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}$	$6.71 \times 10^5/N_a$	[SS05]
R27b	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O} + \text{O}(1\text{D})$	$4.79 \times 10^5/N_a$	[SS05]
R27c	$\text{O}_2^+ + \text{e}$	$\rightarrow$	$\text{O}(1\text{D}) + \text{O}(1\text{D})$	$-2.29 \times 10^5/N_a$	[SS05]
R29a	$\text{H}_2^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$2.72 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R29b		$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}$	$4.36 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R30	$\text{H}_2^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	$2.26 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R31	$\text{H}_2^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	$3.24 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R32	$\text{H}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}$	$9.52 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R33	$\text{H}^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	$5.77 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R34	$\text{H}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}^+ + \text{H}$	$-1.90 \times 10^3/N_a$	[SN00]
R35	$\text{H}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	$1.47 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R36	$\text{H}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}_2$	$2.71 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R37	$\text{H}_3^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$1.68 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R38	$\text{H}_3^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}_2$	$6.11 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R39	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{H}$	$1.65 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R40	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}$	$1.04 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R41	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}_2$	$6.00 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R42	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}_2\text{O}$	$5.21 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R43	$\text{OH}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{H}$	$9.88 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R44	$\text{OH}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{OH}$	$3.75 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R45	$\text{OH}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_3\text{O}^+ + \text{O}$	$2.10 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R56	$\text{OH}^+ + \text{O}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	$1.58 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R57	$\text{OH}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{OH}$	$8.92 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R58	$\text{O}^+ + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{OH}^+ + \text{H}$	$5.20 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R59	$\text{O}^+ + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{H}^+ + \text{O}$	$1.90 \times 10^3/N_a$	[LT00]
R60	$\text{O}^+ + \text{H}_2\text{O}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2\text{O}^+ + \text{O}$	$9.71 \times 10^4/N_a$	[LT00]
R61	$\text{O}^+ + \text{OH}$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{H}$	$2.18 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R62	$\text{O}^+ + \text{O}_2$	$\rightarrow$	$\text{O}_2^+ + \text{O}$	$1.49 \times 10^5/N_a$	[LT00]
R63	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2$	$\rightarrow$	$\text{H} + \text{OH} + \text{H}_2$	$-4.93 \times 10^5/N_a$	[TH86]
R64	$\text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$\rightarrow$	$\text{H}_2 + \text{OH}$	$-6.13 \times 10^4/N_a$	[TH86]

表 D.6 続き

番号	化学反応			$\Delta H_{fRi}[kJ]$	Ref.
R65	OH + H ₂	→	H ₂ O + H	$6.13 \times 10^4/N_a$	[TH86]
R66	OH + H	→	O + H ₂	$-7.60 \times 10^3/N_a$	[TH86]
R67	OH + OH	→	H ₂ O + O	$6.89 \times 10^4/N_a$	[TH86]
R68	O ₂ + H	→	O + OH	$-6.92 \times 10^4/N_a$	[TH86]
R69	O + H ₂	→	OH + H	$-7.60 \times 10^3/N_a$	[TH86]
R70	O + H ₂ O	→	OH + OH	$-6.89 \times 10^4/N_a$	[TH86]
R71	O + OH	→	O ₂ + H	$6.92 \times 10^4/N_a$	[TH86]
R72	OH + H + H ₂ , H	→	H ₂ O + H ₂ , H	$4.93 \times 10^5/N_a$	[TH86]
R73	O + H + H ₂ , H	→	OH + H ₂ , H	$4.24 \times 10^5/N_a$	[TH86]
R74	O + O + H ₂ , H	→	O ₂ + H ₂ , H	$4.94 \times 10^5/N_a$	[TH86]
R76	O(1D) + H ₂ O	→	OH + OH	$1.23 \times 10^5/N_a$	[GA72]
R77	H ₂ + O(1D)	→	H + OH	$1.85 \times 10^5/N_a$	[RO95]
R78	O(1D) + O ₂	→	O ₂ + O	$1.92 \times 10^5/N_a$	[JP94]
R79	O(1D) + O	→	O + O	$1.92 \times 10^4/N_a$	[RO95]

D.7 H₂O の冷却率に関するデータ

H₂O の冷却率を推定するために、必要なデータ (遷移波数, 遷移確率, 縮退度等) は HITRAN(<http://hitran.org/>) から取得した. 今回考慮した H₂O の同位体は H₂¹⁶O, H₂¹⁷O, H₂¹⁸O で吸収線数は約 8 万本である. HITRAN のデータベースに格納されているそれらの同位体が持つ吸収線数の 40 % 程度であるが, これは振動や回転などによる弱い遷移を無視したためである. 図 D.5 は, HITRAN のデータベースに存在する上記 3 つの同位体の吸収線を考慮した一分子あたりの冷却近似曲線と, 弱い吸収線を無視した冷却近似曲線を比較したものである. 両者はどの温度領域でもよく一致していることが分かる.

またこの冷却率を推定するために、必要な分配関数については、～ 3010 K までは HITRAN から、3000 ～ 6000[K] のものは ExoMol(<http://exomol.com/>) から引用し、関数フィッティングを行った.

$$\begin{aligned}
Z_{\text{H}_2^{16}\text{O}} &= \begin{cases} 1.681 \times 10^{-7}T^3 + 6.180 \times 10^{-4}T^2 + 4.536 \times 10^{-1}T - 1.710 \times 10^1 & (60 < T < 1000) \\ 8.119 \times 10^{-7}T^3 + 1.612 \times 10^{-3}T^2 + 3.283 \times 10^0T - 1.287 \times 10^3 & (1000 < T < 3010) \\ 2.200 \times 10^{-6}T^3 + 1.491 \times 10^{-2}T^2 + 4.690 \times 10^1T - 5.003 \times 10^4 & (3010 < T < 6000) \end{cases} \\
Z_{\text{H}_2^{17}\text{O}} &= \begin{cases} 9.819 \times 10^{-7}T^3 + 3.728 \times 10^{-3}T^2 + 2.745 \times 10^0T - 1.105 \times 10^{+2} & (60 < T < 1000) \\ 4.775 \times 10^{-6}T^3 - 9.095 \times 10^{-3}T^2 + 1.853 \times 10^{+1}T - 6.971 \times 10^{+3} & (1000 < T < 3010) \\ 7.472 \times 10^{-6}T^3 - 2.577 \times 10^{-2}T^2 + 4.613 \times 10^{+1}T - 1.139 \times 10^{+4} & (3010 < T < 6000) \end{cases} \\
Z_{\text{H}_2^{18}\text{O}} &= \begin{cases} 1.409 \times 10^{-7}T^3 + 6.598 \times 10^{-4}T^2 + 4.443 \times 10^{-1}T - 1.707 \times 10^{+1} & (60 < T < 1000) \\ 7.826 \times 10^{-7}T^3 - 1.417 \times 10^{-3}T^2 + 2.907 \times 10^0T - 1.057 \times 10^{+3} & (1000 < T < 3010) \\ 1.583 \times 10^{-6}T^3 - 8.172 \times 10^{-3}T^2 + 2.246 \times 10^{+1}T - 2.038 \times 10^{+4} & (3010 < T < 6000) \end{cases}
\end{aligned}$$

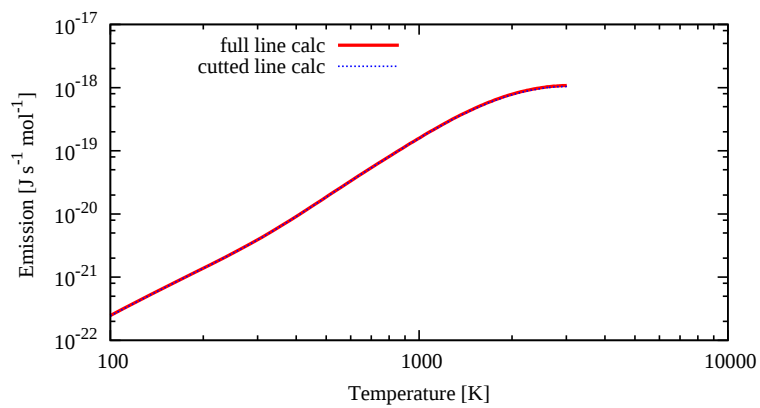


図 D.5: 一分子当たりの冷却近似曲線の温度分布. 横軸は温度 [K], 縦軸は一分子あたりの冷却率 [J/s/sr/mol] である. 赤色の実線は, HITRAN のデータベースに格納されたすべての吸収線を考慮した場合の冷却率を, 緑色の実線は, 弱い吸収線が無視し, 本数を減らした場合の冷却率を示す.

Reference

- Avakyan, S. V., Ii'in, R. N., Lavrov, V. M. and Ogurtsov, G. N. (1998), *Collision processes and excitation of UV emission from planetary atmospheric gases: a handbook of cross sections*, Gordon and Breach Science Publishers.
- Banks, P. M. and Kockarts, G. (1973), *Aeronomy Part B*, Elsevier.
- Baraffe, I., Homeier, D., Allard, F. and Chabrier, G. (2015), New evolutionary models for pre-main sequence and main sequence low-mass stars down to the hydrogen-burning limit, *Astronomy & Astrophysics* 577, 1–6.
- Berger, E., Basri, G., Gizis, J. E., Giampapa, M. S., Rutledge, R. E., Liebert, J., Martín, E., Fleming, T. A., Johns-Krull, C. M., Phan-bao, N. and Sherry, W. H. (2008), Simultaneous Multiwavelength Observations of Magnetic Activity in Ultracool Dwarfs. II. Mixed Trends in VB 10 and LSR 1835+32 and the Possible Role of Rotation, *The Astrophysical Journal* 676, 1307–1318.
- Black, J. H. (1981), The physical state of primordial intergalactic clouds, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 197, 553–563.
- Bolmont, E., Selsis, F., Owen, J. E., Ribas, I., Raymond, S. N., Leconte, J. and Gillon, M. (2017), Water loss from terrestrial planets orbiting ultracool dwarfs: implications for the planets of TRAPPIST-1, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 464, 3728–3741.
- Bourrier, V., Ehrenreich, D., Wheatley, P. J., Bolmont, E., Gillon, M., de Wit, J., Burgasser, A. J., Jehin, E., Queloz, D. and Triaud, A. H. M. J. (2017), Reconnaissance of the TRAPPIST-1 exoplanet system in the Lyman- α line, *Astronomy & Astrophysics* 599, 1–4.
- Boyajian, T., von Braun, K., Feiden, G. A., Huber, D., Basu, S., Demarque, P., Fischer, D. A., Schaefer, G., Mann, A. W., White, T. R., Maestro, V., Brewer, J., Lamell, C. B., Spada, F., López-Morales, M., Ireland, M., Farrington, C., van Belle, G. T., Kane, S. R., Jones, J., ten Brummelaar, T. A., Ciardi, D. R., McAlister, H. A., Ridgway, S., Goldfinger, P. J., Turner, N. H. and Sturmann, L. (2014), Stellar diameters and temperatures–VI. High angular resolution measurements of the transiting exoplanet host stars HD 189733 and HD 209458 and implications for models of cool dwarfs, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 447, 846–857.
- Burgasser, A. J. and Mamajek, E. E. (2017), On the Age of the TRAPPIST-1 System, *The Astrophysical Journal* 845, 1–10.
-

- Burgers, J. M. (1969), Flow Equations for Composite Gases, *New York: Academic Press* .
- Chabrier, G. and Baraffe, I. (1997), Structure and evolution of low-mass stars, *Astronomy & Astrophysics* 327, 1039–1053.
- Chadney, J. M., Galand, M., Unruh, Y. C., Koskinen, T. T. and Sanz-Forcada, J. (2015), XUV-driven mass loss from extrasolar giant planets orbiting active stars, *Icarus* 250, 357–367.
- Charbonneau, D., Brown, T. M., Noyes, R. W. and Gilliland, R. L. (2002), Detection of an Extrasolar Planet Atmosphere, *The Astrophysical Journal* 568, 377–384.
- Cook, B. A., Williams, P. K. G. and Berger, E. (2014), Trends in ultracool dwarf magnetism. II. the inverse correlation between X-ray activity and rotation as evidence for a bimodal dynamo, *The Astrophysical Journal* 785, 1–11.
- Costa, E., Méndez, R. A., Jao, W. C., Henry, T. J., Subasavage, J. P. and Ianna, P. A. (2006), The Solar Neighborhood. XVI. Parallaxes from CTIOPI: Final Results from the 1.5 m Telescope Program, *The Astronomical Journal* 132, 1234–1247.
- de Wit, J., Wakeford, H. R., Gillon, M., Lewis, N. K., Valenti, J. A., Demory, B.-O., Burgasser, A. J., Burdanov, A., Delrez, L., Jehin, E., Lederer, S. M., Queloz, D., Triaud, A. H. M. J. and Van Grootel, V. (2016), A combined transmission spectrum of the Earth-sized exoplanets TRAPPIST-1 b and c, *Nature* 537, 69–72.
- Delrez, L., Gillon, M., Triaud, A. H. M. J., Demory, B.-O., de Wit, J., Ingalls, J. G., Agol, E., Bolmont, E., Burdanov, A., Burgasser, A. J., Carey, S. J., Jehin, E., Leconte, J., Lederer, S., Queloz, D., Selsis, F. and Van Grootel, V. (2018), Early 2017 observations of TRAPPIST-1 with Spitzer, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 475, 3577–3597.
- DeMore, W. B., Sander, S. P., Golden, D. M., Hampson, R. F., Kurylo, M. J., Howard, C. J., Ravishankara, A. R., Kolb, C. E. and Molina, M. J. (1997), Chemical kinetics and photochemical data for use in stratospheric modeling, Technical report, Jet Propulsion Lab., California Inst. of Tech.; Pasadena, CA United States.
- Ern, A. and Giovangigli, V. (1994), *Multicomponent transport algorithms*, Vol. 24, Springer Science & Business Media.
- Ern, A. and Giovangigli, V. (1997), Projected iterative algorithms with application to multicomponent transport, *Linear Algebra and its Applications* 315, 289–315.
- Fillion, J. H., Ruiz, J., Yang, X. F., Castillejo, M., Rostas, F. and Lemaire, J. L. a. (2004), High resolution photoabsorption and photofragment fluorescence spectroscopy of water between 10.9 and 12 eV, *Journal of Chemical Physics* 120, 6531–6541.
- Fleming, T. A., Giampapa, M. S. and Schmitt, J. H. M. M. (2000), An X-Ray Flare Detected on the M8 Dwarf VB 10, *The Astrophysical Journal* 533, 372–377.

-
- García Muñoz, A. (2007), Physical and chemical aeronomy of HD 209458b, *Planetary and Space Science* 55, 1426–1455.
- Gervin, D. (1972), Quenching of O(1D) by water. Chemical Kinetics Data Survey, *National Bureau of Standards* 10828.
- Gillon, M., Jehin, E., Lederer, S. M., Delrez, L., de Wit, J., Burdanov, A., Van Grootel, V., Burgasser, A. J., Triaud, A. H. M. J., Opitom, C., Demory, B.-O., Sahu, D. K., Bardalez Gagliuffi, D., Magain, P. and Queloz, D. (2016), Temperate Earth-sized planets transiting a nearby ultracool dwarf star, *Nature* 533, 221–224.
- Gillon, M., Triaud, A. H. M. J., Demory, B.-O., Jehin, E., Agol, E., Deck, K. M., Lederer, S. M., de Wit, J., Burdanov, A., Ingalls, J. G., Bolmont, E., Leconte, J., Raymond, S. N., Selsis, F., Turbet, M., Barkaoui, K., Burgasser, A., Burleigh, M. R., Carey, S. J., Chaushev, A., Copperwheat, C. M., Delrez, L., Fernandes, C. S., Holdsworth, D. L., Kotze, E. J., Van Grootel, V., Almléaky, Y., Benkhaldoun, Z., Magain, P. and Queloz, D. (2017), Seven temperate terrestrial planets around the nearby ultracool dwarf star TRAPPIST-1, *Nature* 542, 456–460.
- Giovangigli, V. (1991), Convergent iterative methods for multicomponent diffusion, *IMPACT of Computing in Science and Engineering* 3, 244–276.
- Gladstone, G. R., Allen, M. and Yung, Y. L. (1996), Hydrocarbon photochemistry in the upper atmosphere of jupiter, *Icarus* 119, 1–52.
- Guinan, E. F., Engle, S. G. and Durbin, A. (2016), Living with a Red Dwarf: Rotation and X-ray and Ultraviolet Properties of the Halo Population Kapteyn’s Star, *The Astrophysical Journal* 821, 1–14.
- Howell, S. B. (2006), *Handbook of CCD astronomy*, Vol. 5, Cambridge University Press.
- Hunten, D. M. and Mcelroy, M. B. (1970), Production and Escape of Hydrogen on Mars, *Journal of Geophysical Research* 75, 5989–6001.
- Hunten, D. M., Pepin, R. O. and Walker, J. C. G. (1998), Mass fractional in hydrodynamic escape, *Icarus* 69, 532–549.
- Ida, T., Ando, M. and Toraya, H. (2000), Extended pseudo-Voigt function for approximating the Voigt profile, *Journal of Applied Crystallography* 33, 1311–1316.
- Judge, P. G., Saar, S. H., Carlsson, M. and Ayres, T. R. (2004), A Comparison of the Outer Atmosphere of the “Flat Activity” Star τ Ceti (G8 V) with the Sun (G2 V) and α Centauri A (G2 V), *The Astrophysical Journal* 609, 392–406.
- Kopparapu, R. K., Ramirez, R., Kasting, J. F., Eymet, V., Robinson, T. D., Mahadevan, S., Terrien, R. C., Domagal-Goldman, S., Meadows, V. and Deshpande, R. (2013a), Erratum: Habitable zones around main-sequence stars: New estimates (Astrophysical Journal (2013) 765 (131)), *The Astrophysical Journal* 770, 1–3.
-

- Kopparapu, R. K., Ramirez, R., Kasting, J. F., Eymet, V., Robinson, T. D., Mahadevan, S., Terrien, R. C., Domagal-Goldman, S., Meadows, V. and Deshpande, R. (2013*b*), Habitable zones around main-sequence stars: New estimates, *The Astrophysical Journal* 765, 1–16.
- Kuramoto, K., Umemoto, T. and Ishiwatari, M. a. (2013), Effective hydrodynamic hydrogen escape from an early Earth atmosphere inferred from high-accuracy numerical simulation, *Earth and Planetary Science Letters* 375, 312–318.
- Lammer, H., Kasting, J. F., Chassefière, E., Johnson, R. E., Kulikov, Y. N. and Tian, F. (2008), Atmospheric escape and evolution of terrestrial planets and satellites, *Space Science Reviews* 139, 399–436.
- Linsky, J. L., Wood, B. E., Brown, A., Giampapa, M. S. and Ambruster, C. (1995), Stellar Activity at the End of the Main Sequence: GHRS Observations of the M8 Ve Star VB 10, *The Astrophysical Journal* 455, 670–676.
- Linsky, J. L., Yang, H., France, K., Froning, C. S., Green, J. C., Stocke, J. T. and Osterman, S. N. (2010), Observations of mass loss from the transiting exoplanet HD 209458b, *The Astrophysical Journal* 717, 1291–1299.
- Luger, R., Sestovic, M., Kruse, E., Grimm, S. L., Demory, B.-O., Agol, E., Bolmont, E., Fabrycky, D., Fernandes, C. S., Van Grootel, V., Burgasser, A., Gillon, M., Ingalls, J. G., Jehin, E., R. S. N., Selsis, F., Triaud, A. H. M. J., Barclay, T., Barentsen, G., Howell, S. B., Delrez, L., de Wit, J., Foreman-Mackey, D., Holdsworth, D. L., Leconte, J., Lederer, S., Turbet, M., Almléay, Y., Benkhaldoun, Z., Magain, P., Morris, B. M., Heng, K. and Queloz, D. (2017), A seven-planet resonant chain in TRAPPIST-1, *Nature Astronomy* 1–8, 0129.
- McConnell, J. C., Holberg, J. B., Smith, G. R., Sandel, B. R., Shemansky, D. E. and Broadfoot, A. L. (1982), A New look at the ionosphere of Jupiter in light of the UVS occultation results, *Planetary and Space Science* 30, 151–167.
- McElroy, D., Walsh, C., Markwick, A. J., Cordiner, M. A., Smith, K. and Millar, T. J. (2013), The UMIST database for astrochemistry 2012, *Astronomy & Astrophysics* 550, 1–13.
- Miller, S., Stallard, T., Melin, H. and Tennyson, J. (2010), H_3^+ cooling in planetary atmospheres, *Faraday Discussions* 147, 283–291.
- Miller, T. M., Moseley, J. T., Martin, D. W. and McDaniel, E. W. (1968), Reactions of H^+ in H_2 and D^+ in D_2 ; Mobilities of Hydrogen and Alkali Ions in H_2 and D_2 Gases, *Physical Review* 173, 115–123.
- Moore, L. E., Mendillo, M., Müller-Wodarg, I. C. F. and Murr, D. L. (2004), Modeling of global variations and ring shadowing in Saturn’s ionosphere, *Icarus* 172, 503–520.
- Mota, R., Parafita, R., Giuliani, A., Hubin-Franskin, M. J., Lourenço, J. M. C., Garcia, G., Hoffmann, S. V., Mason, N. J., Ribeiro, P. A., Raposo, M. and Limão Vieira, P. (2005),

- Water VUV electronic state spectroscopy by synchrotron radiation, *Chemical Physics Letters* 416, 152–159.
- Murakami, G., Kameda, S., Enya, K., Ikoma, M., Narita, N., Yoshikawa, I. and Sugita, S. (2017), [PCG23-11] Ultraviolet Spectrograph for Exoplanet Transit Investigations (UVSETI) onboard World Space Observatory - Ultraviolet (WSO-UV), in JpGU-AGU Joint Meeting 2017, Makuhari Messe.
- Neale, L., Miller, S. and Tennyson, L. (1996), Spectroscopic Properties of the H_2^+ Molecule: A New Calculate Line List, *The Astrophysical Journal* 464, 516–520.
- On the age of stars harboring transiting planets*, author=Melo, C. and Santos, N. C. and Pont, F. and Guillot, T. and Israelian, G. and Mayor, M. and Queloz, D. and Udry, S. (2006), *Astronomy & Astrophysics* 460, 251–256.
- Ormel, C., Liu, B. and Schoonenberg, D. (2017), Formation of TRAPPIST-1 and other compact systems, *Astronomy & Astrophysics* 604, 1–8.
- Owen, J. E. and Alvarez, M. A. (2016), Uv Driven Evaporation of Close-in Planets: Energy-Limited, Recombination-Limited, and Photon-Limited Flows, *The Astrophysical Journal* 816, 1–11.
- Pepin, R. O. (2006), Atmospheres on the terrestrial planets: Clues to origin and evolution, *Earth and Planetary Science Letters* 252, 1–14.
- Pravdo, S. H. and Shaklan, S. B. (2009), An ultracool star’s candidate planet, *The Astrophysical Journal* 700, 623–632.
- Rees, M. H. (1989), *Physics and chemistry of the upper atmosphere*, Vol. 1, Cambridge University Press.
- Ribas, I., Guinan, E. F., Güdel, M. and Audard, M. (2005), Evolution of the Solar Activity over Time and Effects on Planetary Atmospheres. I. High-Energy Irradiances (1–1700 Å), *The Astrophysical Journal* 622, 680–694.
- Roble, R. G. (1995), Energetics of the mesosphere and thermosphere, *The upper mesosphere and lower thermosphere: a review of experiment and theory* pp. 1–21.
- Rothman, L. S., Gordon, I. E., Babikov, Y., Barbe, A., Chris Benner, D., Bernath, P. F., Birk, M., Bizzocchi, L., Boudon, V., Brown, L. R., Campargue, A., Chance, K., Cohen, E. A., Coudert, L. H., Devi, V. M., Drouin, B. J., Fayt, A., Flaud, J. M., Gamache, R. R., Harrison, J. J., Hartmann, J. M., Hill, C., Hodges, J. T., Jacquemart, D., Jolly, A., Lamouroux, J., Le Roy, R. J., Li, G., Long, D. A., Lyulin, O. M., Mackie, C. J., Massie, S. T., Mikhailenko, S., Müller, H. S. P., Naumenko, O. V., Nikitin, A. V., Orphal, J., Perevalov, V., Perrin, A., Polovtseva, E. R., Richard, C., Smith, M. A. H., Starikova, E., Sung, K., Tashkun, S., Tennyson, J., Toon, G. C., Tyuterev, V. G. and Wagner, G. (2013), The HITRAN2012 molecular spectroscopic database, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 130, 4–50.

- Sakai, S. and Watanabe, S. (2016), Plasma dynamics in Saturn’s middle-latitude ionosphere and implications for magnetosphere-ionosphere coupling, *Icarus* 274, 261–271.
- Salz, M., Czesla, S., Schneider, P. C. and Schmitt, J. H. M. M. (2016), Simulating the escaping atmospheres of hot gas planets in the solar neighborhood, *Astronomy & Astrophysics* 586, 1–25.
- Salz, M., Schneider, P. C., Czesla, S. and Schmitt, J. H. M. M. (2016), Energy-limited escape revised-The transition from strong planetary winds to stable thermospheres, *Astronomy & Astrophysics* 585, 1–5.
- Sasaki, T. (2007), Numerical Study of Multi-Component Hydrodynamic Escape: Application to the Early Venusian Atmosphere. PhD theis, University of Tokyo.
- Schunk, R. and Nagy, A. (2009), *Ionospheres: physics, plasma physics, and chemistry*, Cambridge university press.
- Smithtro, C. G. and Sojka, J. J. (2005), A new global average model of the coupled thermosphere and ionosphere, *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 110, 1–15.
- Sobolev, V. V. (1957), The Diffusion of Lalpha Radiation in Nebulae and Stellar Envelopes, *Soviet Astronomy* 1, 678–689.
- Southworth, J. (2010), Homogeneous studies of transiting extrasolar planets–III. Additional planets and stellar models, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 408, 1689–1713.
- Tian, F. (2015), Atmospheric escape from solar system terrestrial planets and exoplanets, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 43, 459–476.
- Tian, F. and Ida, S. (2015), Water contents of Earth-mass planets around M dwarfs, *Nature Geoscience* 8, 177–180.
- Tian, F., Kasting, J. F., Liu, H. L. and Roble, R. G. (2008), Hydrodynamic planetary thermosphere model: 1. Response of the Earth’s thermosphere to extreme solar EUV conditions and the significance of adiabatic cooling, *Journal of Geophysical Research E: Planets* 113, 1–19.
- Tian, F., Toon, O. B., Pavlov, A. A. and De Sterck, H. (2005), A hydrogen-rich early Earth atmosphere, *Science* 308, 1014–1017.
- Tsang, W. and Hampson, R. F. (1986), Chemical Kinetic Data base for Combustion Chemistry. Part 1. Methane and Related Compounds, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15, 1087–1279.
- Van Grootel, V., Fernandes, C. S., Gillon, M., Jehin, E., Manfroid, J., Scufflaire, R., Burgasser, A. J., Barkaoui, K., Benkhaldoun, Z., Burdanov, A., Delrez, L., Demory, B.-O. and de Wit, J., Queloz, D. and Triaud, A. H. M. J. (2018), Stellar parameters for TRAPPIST-1, *The Astrophysical Journal* 853, 1–7.

-
- Vida, K., Kövári, Z., Pál, A., Oláh, K. and Kriskovics, L. (2017), Frequent flaring in the TRAPPIST-1 system - Unsuitable for life?, *Astrophysical Journal* 841, 1–6.
- Vidal-Madjar, A., Désert, J.-M., Lecavelier des Etangs, A., Hébrard, G., Ballester, G. E., Ehrenreich, D., Ferlet, R., McConnell, J. C., Mayor, M. and Parkinson, C. D. (2004), Detection of oxygen and carbon in the hydrodynamically escaping atmosphere of the extrasolar planet HD 209458b, *The Astrophysical Journal Letters* 604, L69–L72.
- Vidal-Madjar, A., Lecavelier des Etangs, A., Désert, J.-M., Ballester, G. E., Ferlet, R., Hébrard, G. and Mayor, M. (2003), An extended upper atmosphere around the extrasolar planet, *Nature* 422, 143–146.
- Wang, S., Wu, D., Barclay, T. and Laughlin, G. P. (2017), Updated Masses for the TRAPPIST-1 Planets. Submitted to *The Astrophysical Journal*.
- Watson, A. J., Donahue, T. M. and Walker, J. C. G. (1981), The dynamics of a rapidly escaping atmosphere: applications to the evolution of Earth and Venus, *Icarus* 48, 150–166.
- Wheatley, P. J., Loudon, T., Bourrier, V., Ehrenreich, D. and Gillon, M. (2017), Strong XUV irradiation of the Earth-sized exoplanets orbiting the ultracool dwarf TRAPPIST-1, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 465, L74–L78.
- Williams, P. K. G., Cook, B. A. and Berger, E. (2014), Trends in ultracool dwarf magnetism. I. X-ray suppression and radio enhancement, *The Astrophysical Journal* 785, 1–20.
- Wolf, E. T. (2017), Assessing the habitability of the TRAPPIST-1 system using a 3D climate model, *The Astrophysical Journal Letters* 839, 1–6.
- Woods, T. N. and Rottman, G. J. (2002), Solar ultraviolet variability over time periods of aeronomic interest, *Atmospheres in the Solar System: Comparative Aeronomy* pp. 221–233.
- Yelle, R. V. (2004), Aeronomy of extra-solar giant planets at small orbital distances, *Icarus* 170, 167–179.
- Yelle, R. V. (2006), Corrigendum to "Aeronomy of extra-solar giant planets at small orbital distances" [*Icarus* 170 (2004) 167-179], *Icarus* 183, 508.
- Young, R. A., Black, G. and Slinger, T. G. (1968), Reaction and Deactivation of O(1D), *The Journal of Chemical Physics* 49, 4758–4768.
- 堀越寛己 (2016), 紫外線望遠鏡による系外惑星の外圏酸素原子検出の検討 . 修士論文, 立教大学.
- 矢部孝, 内海隆行 and 尾形陽一 (2003), *CIP 法-原子から宇宙までを解くマルチスケール解法-*, 森北出版.
- 矢部孝, 尾形陽一 and 滝沢研二 (2007), *CIP 法と Java による CG シミュレーション*, 森北出版.
-