



Title	Spectral analysis of an abstract pair interaction model [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	浅原, 啓輔
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13552号
Issue Date	2019-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/74200
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Keisuke_Asahara_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 浅原 啓輔

学 位 論 文 題 名

Spectral analysis of an abstract pair interaction model

(抽象的な対相互作用モデルのスペクトル解析)

対相互作用モデルは二乗可積分な関数空間上のボソنفォック空間における自由場のハミルトニアンに、相互作用として場について二次の項を結合定数倍したものを加えたハミルトニアンによって定義される量子場のモデルである。この際、結合定数は負の値も取るものとする。対相互作用モデルは物理的には[1]で詳しく研究されており、結合定数が異なる2つの臨界点を境にハミルトニアンの振る舞いが大きく異なることが知られている。特に、結合定数が2つ目の臨界点より小さい場合は最低エネルギーが負の無限大になり非物理的となる。しかし対相互作用モデルの解析は数学的に厳密な形式で完全にはなされていない。結合定数が1つ目の臨界点より大きい場合は、[2]によって、対相互作用モデルのスペクトル解析は数学的に厳密な方法でなされているが、結合定数が2つの臨界点の間にある場合は未解決であった。また、ヒルベルト空間の取り方にモデルの性質が依存しているかどうかを調べることは数学的に興味深いことである。以上の背景を踏まえて、本学位論文では、対相互作用モデルを抽象的なヒルベルト空間で定義し、結合定数が2つの臨界点の間にある場合も含めてこれを数学的に解析する。

本学位論文は全9節からなる。2節ではまず抽象的なヒルベルト空間上のボソنفォック空間とその上で働く種々の作用素を定義し、ハミルトニアンの解析に用いるボゴリューボフ変換について復習する。次に本学位論文における数学的解析の中心の対象の一つであるハミルトニアンを定義し、その自己共役性を調べる。2節の最後に主結果と対相互作用モデルとの対応について述べる。

3節ではハミルトニアンの解析を行うために用いるボゴリューボフ変換について、それを構成する準備を行う。4節では3節によって構成されたボゴリューボフ変換の正則性について調べ、またそれがハミルトニアンとある交換関係を満たすことを示す。4節の結果を用いて、5節では結合定数が1つ目の臨界点より大きい場合のハミルトニアンの解析を行う。結合定数が1つ目の臨界点より小さい場合は、上で構成したボゴリューボフ変換は正則にならない。そのため6節では、結合定数が2つの臨界点の間にある場合の新たなボゴリューボフ変換を構成し、それを用いたハミルトニアンの解析を行う。7節では結合定数が2つ目の臨界点より小さい場合に、ハミルトニアンの最低エネルギーが負の無限大であることを示す。8節では上述の結果を元に、ハミルトニアンへ更に場の一次の項を加えた作用素の解析を行う。9節にはボソنفォック空間上で働く作用素について、基本的な事項を紹介している。

参考文献

- [1] E. M. Henley and W. Thirring, Elementary Quantum Field Theory, McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.
- [2] A. Arai, A note on mathematical analysis of a pair-interaction model in quantum field theory, Unpublished, 2017.