



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Stochastic-geometrical analysis to investigate critical behavior for statistical-mechanical models [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	半田, 悟
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13554号
Issue Date	2019-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/74212
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Satoshi_Handa_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏 名 半田 悟

	主 査	准教授	坂井 哲
審査担当者	副 査	教 授	洞 彰人
	副 査	教 授	由利 美智子
	副 査	准教授	宮尾 忠宏

学 位 論 文 題 名

Stochastic-geometrical analysis to investigate critical behavior for
statistical-mechanical models
(統計力学モデルの臨界現象に対する確率幾何学的な解析)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

20 世紀中ごろから統計力学モデル (=大規模相互作用粒子系) の相転移・臨界現象が数学的に厳密に研究されるようになり, Werner が 2006 年, Smirnov が 2010 年, Hairer が 2014 年のフィールズ賞を獲得するまでに至った. それでも尚, 臨界指数の普遍性という重要な問題を完全に駆逐したとは言えない状況が続いている. 半田氏は, 以下三つの重要な問題を精力的に研究し, 非常に重要な成果を残した.

第 1 章は, 強磁性古典イジングモデルの 1-arm 指数 ρ について. これはプラス境界条件下の有限体積臨界 1 スピン期待値が, 無限体積極限でゼロに収束する速さを特徴づける臨界指数である. 従来, このような並進対称性のない物理量を適切に押さえる相関不等式が存在しなかったため, 高次元極限で天井なしの上界が知られているのみであった. 半田氏の「非一様磁場をかける」という斬新なアイデアにより, $\rho \leq 1$ という非自明かつ最適な評価を得た. 半田氏, Heydenreich (LMU Munchen), 坂井の共著に纏められ, Springer から出版される “Sojourns in Probability and Statistical Physics” (査読有) の一章として受理された.

第 2 章は, 体心立方格子 (BCC) 上のレース展開の収束について. レース展開とは, 高次元臨界現象が平均場近似で予想された振る舞いに退化することを厳密に証明する手法の一つ (モデルによっては唯一の手法) である. パーコレーションでは 7 次元以上で平均場臨界現象へ退化するものと予想されているが, 標準的な d 次元超立方格子では Fitzner, van der Hofstad の長大で難解な論文の $d \geq 11$ が知られているのみである. そこで半田氏と上島 (D2) と坂井は, 臨界指数の普遍性を期待して, d 次元 BCC 上でレース展開を適用し, パーコレーションのレース展開が $d \geq 9$ で収束することを証明 (投稿済) した. 博士論文には, 自己回避歩行のレース展開が $d \geq 6$ で収束することを比較的短く平易に証明した部分が収められている.

第 3 章は, 横磁場強磁性量子イジングモデルの帯磁率発散について. 古典イジングモデルは, 量子イジングモデルの横磁場 $\delta = 0$ の場合に相当する. 半田氏は, 鈴木・トロッター表示を用いて d 次元量子イジングモデルを $(d+1)$ 次元古典イジングモデルに翻訳し, そこにランダムカレント表示を組み合わせることを思い付き, 帯磁率の臨界点近傍における微分不等式を導出, その δ 依存性を露わにした. この章の内容は, 半田氏, 上島, 坂井の共同研究に基づいている.

よって著者は, 北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める.