HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	乱流に誘起された気液界面上の波動が物質移動におよぼす影響
Author(s)	熊谷, 剛彦; 井口, 学; 植村, 知正 他
Citation	鉄と鋼, 88(4), 180-187 https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.88.4_180
Issue Date	2002-04-01
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/75019
Rights	著作権は日本鉄鋼協会にある
Type	journal article
File Information	tetsu 88(4) 180.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

論文

鉄と鋼 Tetsu-to-Hagané Vol. 88 (2002) No. 4

乱流に誘起された気液界面上の波動が物質移動におよぼす影響

熊谷 剛彦*・井口 学*・植村 知正*2・米原 紀吉*2

Mass Transfer Influenced by Wave Motions Appearing on Gas–Liquid Interface Exposed to Turbulent Flow

Takehiko KUMAGAI, *Manabu* IGUCHI, *Tomomasa* UEMURA and *Noriyoshi* YONEHARA

Synopsis : Wave motions appear on the surface of a single-bubble rising in liquid when the bubble Reynolds number exceeds a certain critical value. Such wave motions enhance the mass transfer from the bubble to the liquid especially under the condition that the bubble surface is contaminated by surfactant. This is caused by surface renewal due to the wave motions. The mass transfer coefficient under this condition was experimentally measured using a simplified model. Water and CO_2 gas were used as the working fluids. Two empirical equations for the mass transfer coefficient were proposed.

Key words: gas–liquid mass transfer; surface renewal; wave motion; contaminated water; turbulence intensity.

1. 緒言

気液間物質移動の代表的サイトである多数の上昇気泡からの物質移動を実験的に解析した研究は過去に数多く報告されており[1-9]，気液界面積が評価しがたい場合には，物質移動速度は容量係数のかたちで明らかにされている。著者らは容量係数から物質移動係数を分離することを目的として行ってきたこれまでの研究において，上昇中の気泡周囲の液の流れ場が Fig. 1(a) に示すように対向流，平行流，後流の3種類に大別できると考え[10,11]，それぞれの流れに曝された気液界面における物質移動係数を実験的に求めた。具体的には Fig. 1(b) に示すように，下向きランスを用いて面積を一定に保った気液界面を作り，その近傍に上記3種類の乱れの大きな流れ場を生成させ，気相溶解速度すなわち物質移動速度を測定した。物質移動係数の実験結果は，著者らが以前に乱れの大きな流れ場にも適用できるように補正した固液間物質移動係数に対する実験式[12,13]で精度よく近似できた。したがって実験は気液界面が清浄でない条件下，すなわち界面活性物質によって汚染された条件下で行われたことになる[14,15]。気液界面が汚染されると気

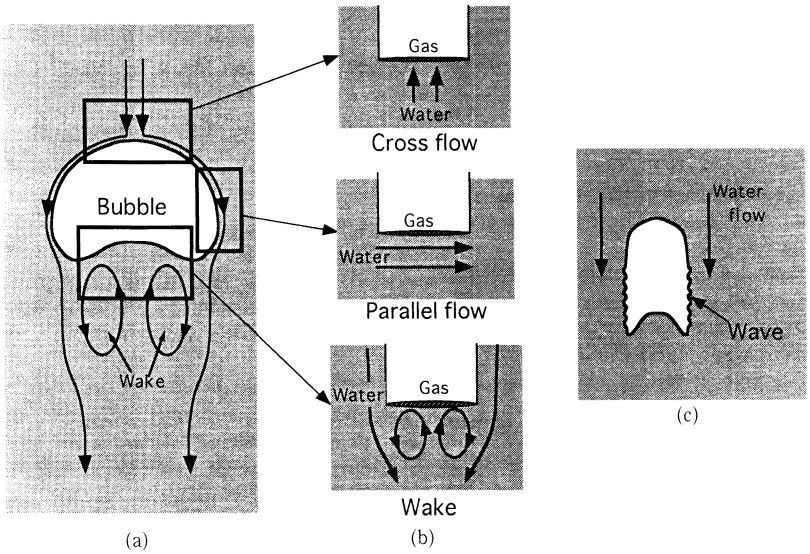


Fig. 1. Flow types around rising bubble.

平成13年10月18日受付 平成13年12月22日受理 (Received on Oct. 18, 2001; Accepted on Dec. 22, 2001)

* 北海道大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Hokkaido University, North 13 West 8 Kita-ku Sapporo 060-8628)
*2 関西大学工学部 (Faculty of Engineering, Kansai University)

液界面は動くことができなくなり，気泡はあたかも固体のように振る舞う。ただし，汚染物質の詳細についてはわかっていない。

上昇気泡のレイノルズ数が前報[10]で示した値よりも大きくなると，気泡の側面がFig. 1(c)に示すようにスカート状になって，波動が生じることが知られている。このとき物質移動速度は波動がないときに比べて，非常に大きくなる。しかしながら，この点に関する従来の研究[16,17]は上昇気泡全体からの物質移動係数を実験的に求めており，波動生成部分の局所的な物質移動係数を測定した例は見られない。そこで本研究では，後流に曝された円錐台形気泡の側面に波動を生成させ，気液間物質移動係数を求め，固気間あるいは気液間の物質移動係数のどちらに近い値をとるのかを検討した。さらに物質移動係数の推算式の導出を試みた。

2. 実験

円錐台形のCO_2気泡を作るために用いたランス部分を，模式的にFig. 2(a)に示す。ランスは2重構造で内管と外管からなり，下端は両管とも溶液中に開放されている。内管内を気相で満たし，気液界面を下端開放部分に形成する。また内管と外管との隙間に液相を流し込むことにより，内管下端の気液界面周囲に強い乱れを有する下降流を生じさせることができる。なお，液相にはイオン交換処理済の水道水，気相には純炭酸ガスを用いた。下降流が存在する状態で内管に気相（CO_2ガス）を供給すると，Fig. 2(b)に示すような円錐台形となる。気泡高さを大きくとるために過剰にCO_2ガスを供給すると，底面と側面とが成す角の部分から小気泡となり液中に散逸するため，本実験では高さを15 mm程度以上にすることはできなかった。通常，ランス内管周囲から環状に流れ出る下降流が気泡を剪断力により引き下げ，その形状を保持している。しかし，ランスから離れるほど下降流速は低下し剪断力が弱くなるため，形状保持が困難となり小気泡の散逸が起こる。したがって気泡高さは下降流速に大きく影響を受けることになる。

気相が気液界面から溶解すると気泡高さは低下してしまうが，これを所定の値に保つようにシリンジで気相を連続的に供給しつつ時間毎の供給量を記録し，溶解速度を求めた。気泡高さの設定値は0, 2.5, 4.5, 5.0, 5.5, 7.5, 10.0, 12.5, 15.0 mmを基本として，安定に保持できる最大気泡高さを上限とした。またランス内管の内径dを7.9 mmから21.9 mmの間で3段階に設定し，円錐台形気泡の底面積および側面積を変化させた。用意した3種類のランスの内径，外径および肉厚をTable 1に示す。実験中ランス内管先端を観察すると，端面は液に濡れており，気泡は管内側にのみ接し，気泡の上面径はランス内径に一致していた。したがって，ランスの外径は気泡保持にはほとんど影響を及ぼさない。気泡高さならびに気液界面積の評価は，実験中の気泡形状をCCDカメラで記録し，その画像解析結果をもとに行った。

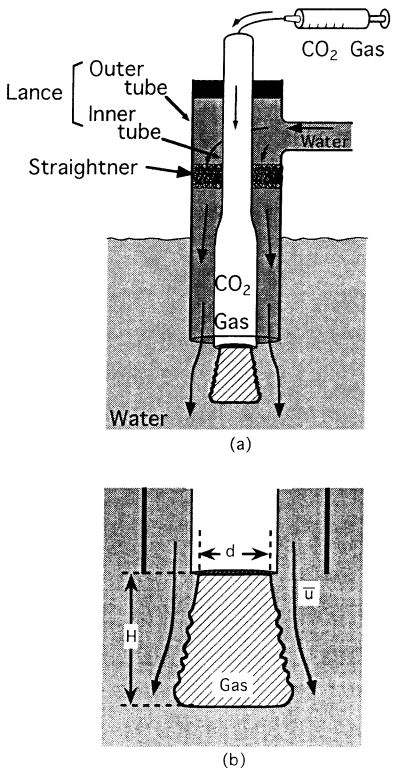


Fig. 2. Schematic diagrams of apparatus (Lance).

Table 1. Dimensions of inner lance (unit: mm).

	Lance-2	Lance-3	Lance-4
Inner diameter	21.9	17.6	7.9
Outer diameter	25.0	20.0	10.1
Thickness of lance	1.6	1.2	1.1

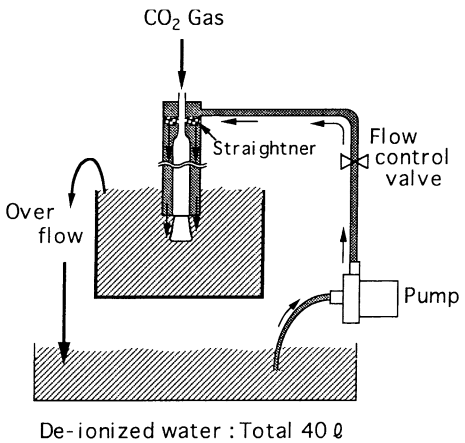


Fig. 3. A schematic diagram of apparatus.

実験装置全体の概略をFig. 3に示す。ランスに流す液相を揚水ポンプで供給し，その間に設けたバルブで流量Q_wを制御して下降流の断面平均速度$\bar{u}$を0.16 m/sから0.925 m/sの間で変化させた。ランスより吐出され，水槽

中で気相と接し水槽からオーバーフローした液相はその下側に設置した貯水タンクに流入するが，再び揚水ポンプによりランスに供給される液相循環型である。液相の総量は40 *l*，液温は15°C から18°C の間で実験中一定に保持した。

3. 実験結果および考察

3・1 気泡形状

観測した気泡の形状を Fig. 4 に示す。Fig. 4(a) は内管内径7.9 mm，外管内径17.5 mm，下降流速度を 0.925 m/s として，Fig. 4(b) は内管内径7.9 mm，外管内径30.9 mm，下降流速度を 0.345 m/s としてそれぞれ所定の気泡高さ H にて観察したものである。ここには示していないが，気泡高さ H が5 mm までは気泡形状はほぼ半球状であり，気液界面はなめらかであった。H が約5 mm を越えると気泡は円錐台形を示し，その側面上に環状の波動を生じる。

3・2 溶解速度

波動が生じると溶解挙動の変化が起こる。この傾向を明らかにするために，気泡高さをさまざまに変化させながら，気液間物質移動速度 $\dot{m}$ を求めた。これを Fig. 5 に示す。Re ($=\bar{u}d/\nu$) はランスレイノルズ数で横軸は気泡高さ，縦軸は1秒あたりに溶解した CO_2 ガスの質量であり，単位面積，単位時間あたりとして求めたフラックスではない。実測値を黒丸で，気液界面に波動が生じない場合の推算値を白丸でプロットし，界面に波動を生成している状態での実際の気液間物質移動がどれほどの増大を見せるのかを検討した。ここで推算値とは，前述の対向流，平行流，後流に対応する移動係数を気泡の各部分に適用して求めた物質移動速度を気泡全体にわたって加算したものである。本研究の場合，気泡形状は円錐台形であり，Fig. 6 に示すように底面と側面とに分けて推算している。側面では流れと界面は平行であり，この場合，清浄でない気液界面に適用される物質移動係数をシャーウッド数 $Sh_s(=kd_s/D)$ の形で記述すると式 (1) となる[10]。

$$Sh_s=0.664Sc^{1/3}Re_s^{(0.5+0.1T_u)} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで k は物質移動係数，D は拡散係数，d_s は気泡の中間高さにおける気泡直径，Sc はシュミット数 ($=\nu/D$)，Re_s は側面レイノルズ数 ($=\bar{u}d_s/\nu$)，Tu は乱れ強さ（＝乱れ成分の実効値/$\bar{u}$），ν は動粘度，$\bar{u}$ は下降流の断面平均速度である。また，Re_s, Sh_s の添字 s は側面を意味している。この式 (1) は，清浄ではない気液界面に対し液流れが垂直に衝突した場合ならびに平行に流れた場合に適用され，代表長さとして気泡径に相当するランス内径を用いて導出された式である。側面レイノルズ数に用いた代表長さは，これにならったものである。気泡高さを代表長さとする整理法も

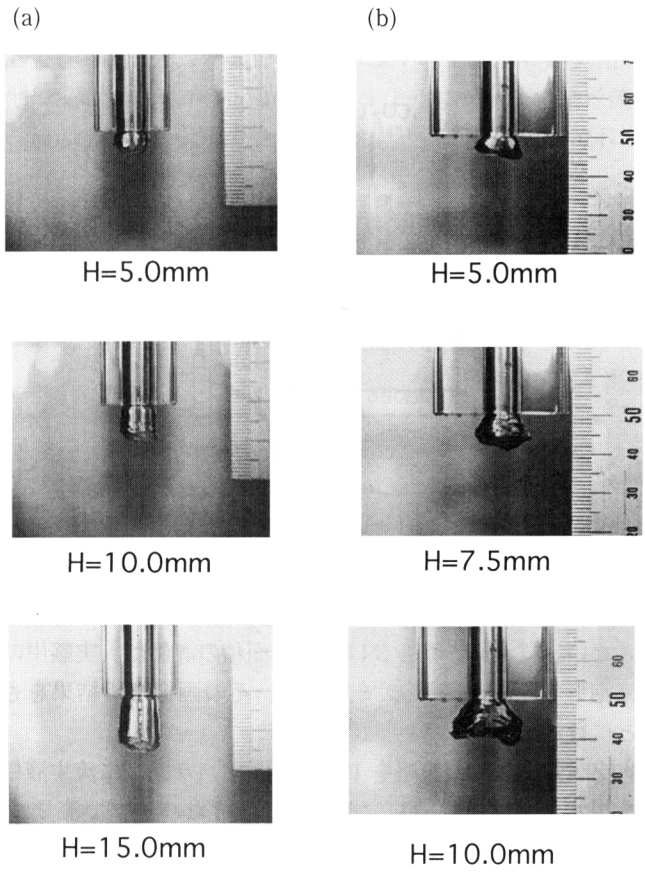


Fig. 4. Photographs of bubbles in downward flow.

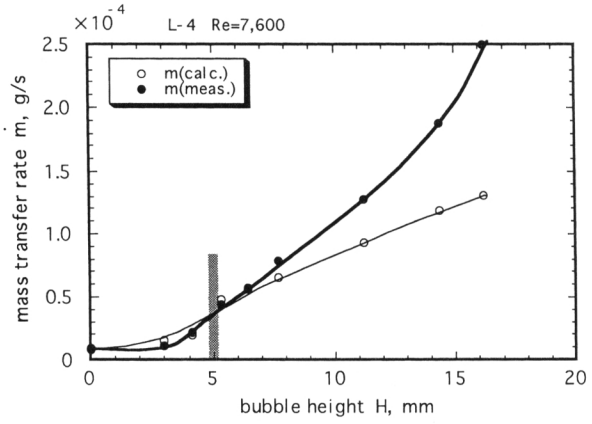


Fig. 5. Variations of calculated and measured values of mass transfer rate with bubble height.

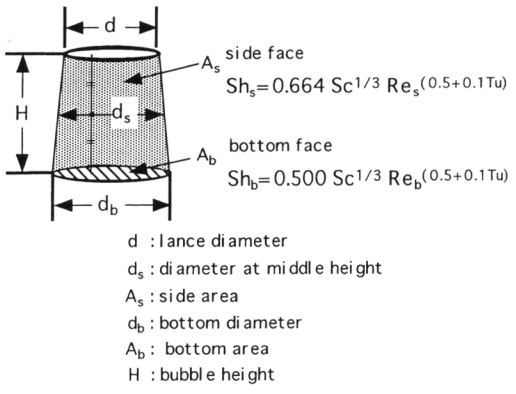


Fig. 6. Estimation of mass transfer rate from conical bubble.

考えられるが，これについては今後の課題としたい。なお，式(1)は，固液間の物質移動を記述した式と同じである。

また，底面に適用した式(2)は，後流を模擬した流れ場における清浄でない気液界面からの物質移動係数の推算式である[11]。

$$Sh_b=0.500Sc^{1/3}Re_b^{(0.5+0.1T_u)} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここで，Re_b $(=\bar{u}d_b/\nu)$, Sh_b $(=kd_b/D)$ の添字 b は底面を意味する。なお，Re_b は底面レイノルズ数と呼び Re, Re_s と区別する。

側面ならびに底面の面積と物質移動係数との積を求め，それらの合計を物質移動速度 $\dot{m}$(calc.) として示すと式(3)のようになる。

$$\dot{m}(\text{calc.})=\left[A_s\frac{D}{d_s}0.664Sc^{1/3}Re_s^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C + A_b\frac{D}{d_b}0.500Sc^{1/3}Re_b^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C\right] \quad \cdots\cdots(3)$$

$$A_s=\frac{\pi}{4}(d_b+d)\sqrt{4H^2+(d_b-d)^2} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$A_b=\pi\frac{d_b^2}{4} \quad \cdots\cdots(5)$$

ここで，ΔC は液相における炭酸ガス濃度差であり，その他の記号は Fig. 6 で示している。

以下，再び Fig. 5 に戻って考察を行う。

(1) H=0の場合

円錐台形気泡の高さが0，すなわちランス内管の断面積に等しい面積の界面がランス出口に形成されており，後流条件での物質移動の推算モデルと同じ形態のため，式(2)に基づく推算値とよい一致を示している。

(2) 0≤H≤5 mmの場合

この範囲では実測値が推算値をやや下回る結果となった。このときの気泡形状は前述のようにほぼ半球に近く，その周囲の流れは後流ほど複雑ではなく，境界層厚さの増大が実測値低下の原因と考えられる。

(3) 5 mm≤Hの場合

気泡高さの上昇とともに実測値は推算値を大きく上回る傾向を示した。このとき気泡形状は円錐台形をしていた。また側面は，下降する液相から下向きに強い剪断力を受けて波動が生じている。実測の気泡寸法より算出した各界面積は，気泡高さが増すにつれ増大するが，その増加率は側面の方が大きいので，溶解速度の増大は，主に側面での溶解に起因すると考えられる。なお，波動が生じると界面積は増大するが，Fig. 4 で明らかなように波動は定在波ではなく，生成，消滅を繰り返す。したがって，その増加分を正確に評価することはできないが，粗い計算では高々20%の増加であり，後掲の Fig.12 に示すように3倍にも達する

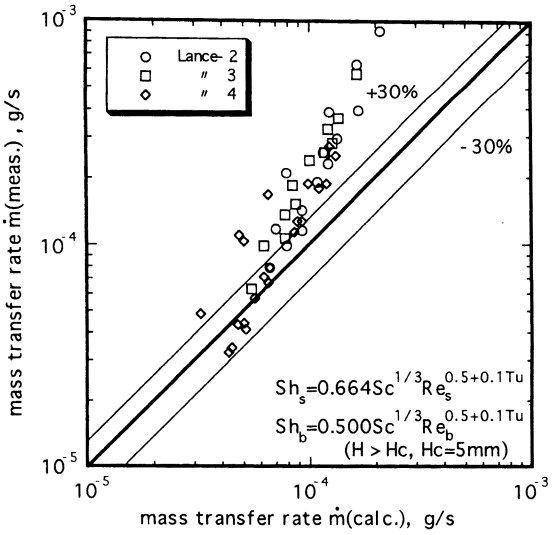


Fig. 7. Comparison of calculated value with measured value (contaminated face model).

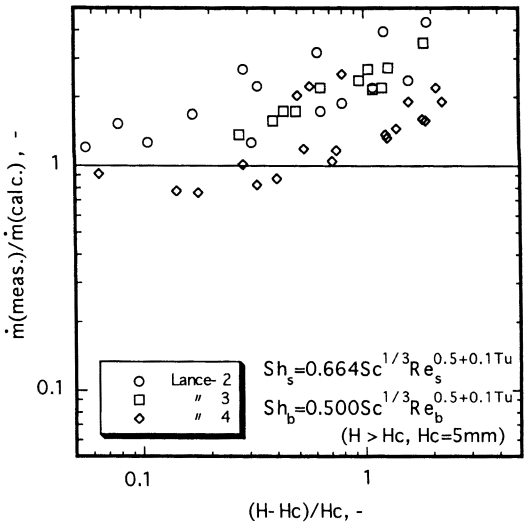


Fig. 8. Variation of $\dot{m}$(meas.)/$\dot{m}$(calc.) ratio with bubble height (contaminated face model).

物質移動速度の増加を説明できない。このことから，本研究では，物質移動速度の増加を界面積の増加ではなく物質移動係数の増加に帰着させて議論した。

気泡高さ (H) とランスレイノルズ数 (Re)，ランス内径 (d) をさまざまに変化させながら行った実験で得られたすべての物質移動速度を，推算値と比較して Fig. 7 に示す。図中右上がりの対角線は推算値と実測値との一致を示す線である。実測値が小さな領域，すなわち気泡高さが小さいときには推算値と比較的よい一致を示すことがわかる。しかし，実測値が大きくなるほど推算値に比較して大きくなり，最大で4倍の開きに達する。そこで，実測値と推算値との比に注目して縦軸に実測値を推算値で除した無次元数をとり，横軸に気泡高さ H から臨界高さ H_c を引いて臨界高さ H_c で除した無次元数をとって Fig. 8 に示す。ここで臨界高さ H_c とは側面に波動が生成する臨界の高さで，実際の値は5 mmである。気泡高さの小さい領域では，プ

ロットは実測値と推算値が等しいことを示す縦軸＝1の線にほぼ一致する傾向にあるが，高い領域ほど大きく外れ，従来の推算式が適用できないことがわかる。

界面が清浄でないことを前提に求められた推算値よりも実測値の方が大きい理由として，以下のことが考えられる。波動の生じない気液界面には，汚染物質が蓄積しており，物質移動は固液間物質移動と同じ速度を示すことをすでに明らかにしている[12]。しかし，本実験のように側面で激しい流れ場により波動を生成し，気液界面に蓄積した汚染物質が除去され得る状況では，その表面は波動の生じていない界面に比較して清浄となり，より高い物質移動速度を示したのではないかと考えられる。ただし汚染物質の除去機構についてはよくわかっていない。

そこで，固液界面よりも物質移動速度が大きい，清浄な気液間における物質移動係数を用いて新しい推算式を導出する。しかし，本研究と同等の気泡形状，流れ場の条件での気液間物質移動の推算式はこれまでに提案されていないので，液相が清浄で界面更新が短時間に行われることを想定したHigbie式を基にCliftらが修正を加えた式(6)[15]

$$Sh_s=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(1-\frac{2.89}{\sqrt{Re_s}}\right)^{1/2}Sc^{1/2}Re_s^{1/2} \quad \cdots\cdots(6)$$

に乱れの寄与を考慮した式(7)を採用し，円錐台形気泡の側面における気液間物質移動の推算に用いた。

$$Sh_s=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(1-\frac{2.89}{\sqrt{Re_s}}\right)^{1/2}Sc^{1/2}Re_s^{(0.5+0.1T_u)} \quad \cdots\cdots(7)$$

底面においては，後流場に適用される式(2)を用いた。新しい推算式と実測値との比較をFig. 9に示す。物質移動速度が大きくなるにつれて両者は一致する傾向を示すが，小さな領域では4倍から5倍の差のあることがわかる。これを，Fig. 8と同様に整理した結果をFig.10に示す。大部分のプロットは1以下で，Fig. 8の傾向とは逆に推算値の方が大きくなる。気泡高さの小さい領域では実測値が推算値の0.2倍程度の値しか示さないが，気泡高さが大きくなるほど1に漸近し実測値と推算値が一致する傾向を示した。

気泡高さが最も大きく（H=15.0 mm。条件によっては12.5 mm），波動の生成が活発な場合に得られた本研究における物質移動係数の測定値を，修正Higbie式(6)，また界面に波動を生成しつつ上昇する単一気泡からの物質移動係数に対する土屋ら[16]の測定値との比較を行った。その結果をFig.11に示す。土屋らは得られた結果を物質移動係数k_Lのかたちで表しているが，本解析においてはShのかたちに直して表示している。土屋らの式は，修正Higbie式(6)内の$Sc^{1/2}Re_s^{1/2}$項に清浄度を示す補正項f_Rを加えた実験式(8)

$$Sh=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(1-\frac{2.89}{\sqrt{Re_s}}\right)^{1/2}f_R Sc^{1/2}Re_s^{1/2} \quad \cdots\cdots(8)$$

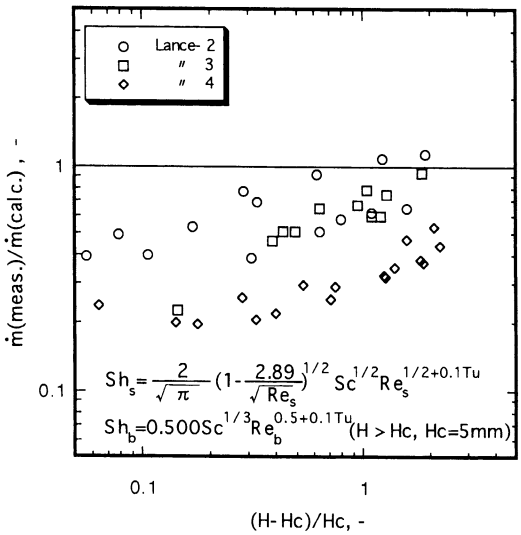


Fig. 10. Variation of $\dot{m}$(meas.)/$\dot{m}$(calc.) ratio with bubble height (purified side face model).

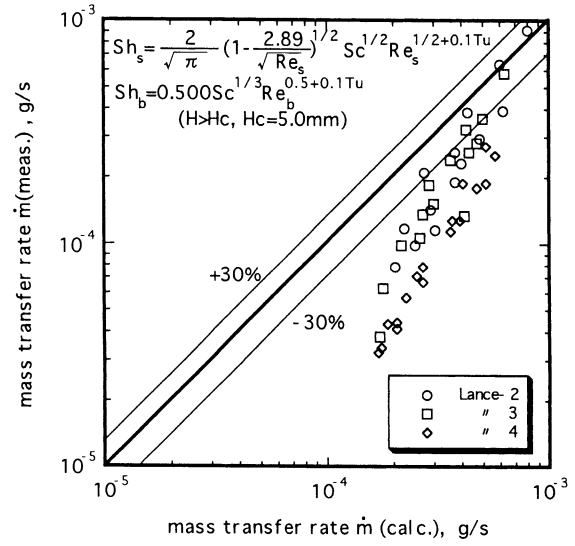


Fig. 9. Comparison of calculated value with measured value (purified side face model).

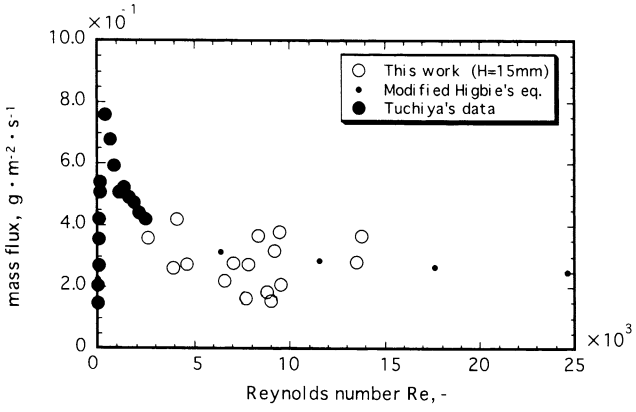


Fig. 11. Comparison of measured value with Higbie's equation.

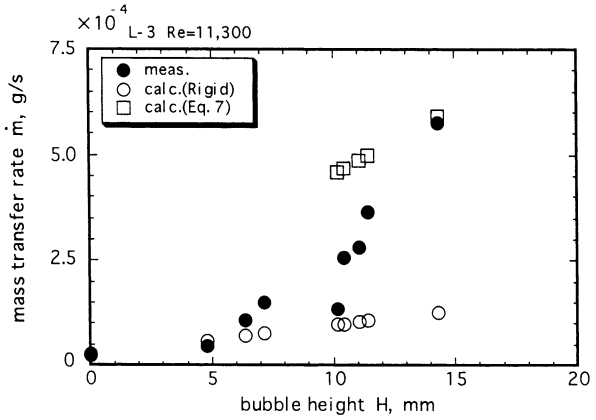


Fig. 12. Comparison of calculated value of Higbie model with rigid model.

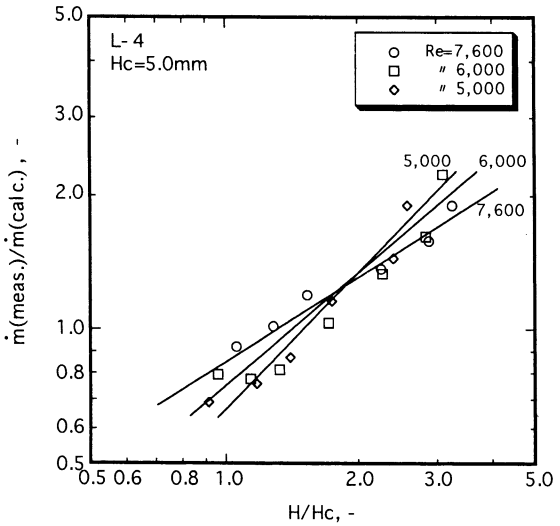


Fig. 13. Variation of $\dot{m}$(meas.)/$\dot{m}$(calc.) ratio with bubble height (contaminated face model).

を提案している。側面レイノルズ数 Re_s が6,500より大きいとき，実測から求めた f_R はおおよそ1となり，式(7)は式(6)に一致する[16]。側面レイノルズ数 Re_s が大きな領域で得られる本研究の実測値は，修正 Higbie 式(6)から計算される値の周りに分散している。したがって，気泡高さの小さい領域では側面の清浄度は低く，高さが大きくなるにつれて，気液界面に生じる波動により清浄度が高まり，物質移動は清浄な気液界面における挙動に漸近したものと考えることができる。この傾向はFig.12からも明らかで，気泡高さ H が小さいときの実測値は，汚染された界面からの物質移動速度の推算式(3)の値 (Rigid) によく一致するが，H が増大するにつれ式(3)の値を上回り，やがて界面が清浄な場合に用た推算式(7)の値に一致するようになる。したがって，界面が汚染されている状態から清浄に変化する場合の物質移動速度を記述するには，式(3)，式(7)のそれぞれを反映させた実験式が適当と考えられる。しかし装置上の制約から，物質移動速度 $\dot{m}$ が式(7)に一致するようになるまで気泡の高さを保持することは難しかったために，$\dot{m}$ の式(7)への漸近過程を明らかにするほどデータは多くない。そこで式(3)を基にした実験式の導出を試みた。

Fig. 8, 10 より，推算値と実測値との比が気泡高さの関数となることは明らかである。ランス4を例にとって各ランスレイノルズ数 Re における推算値と実測値との比を縦軸に，気泡高さ H と臨界高さ H_c との比を横軸にとってFig.13 に示す。各レイノルズ数に対する実測値を結んだ線の傾きは Re の関数である。さらに，ここには示していないが，用いたランスの内径によっても傾きが変化することから，実測値と推算値との比は式(9)のかたちで表される。

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}(\mathrm{calc.})}=\left[a\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+b\right]c \quad \cdots\cdots(9)$$

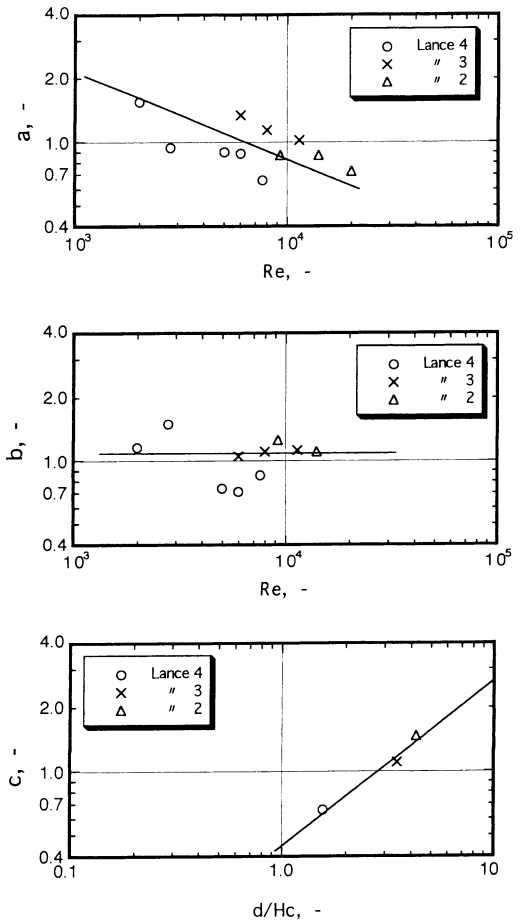


Fig. 14. Variation of a, b, c with Reynolds number and lance diameter.

ここで a, b は Re の関数，c はランス径 d の関数と仮定する。また，$\dot{m}$(calc.) には式(3)を用いる。

Fig.14 に示すプロットより係数 a, b, c の式を導出し，式(8)に代入すると式(10)となる。

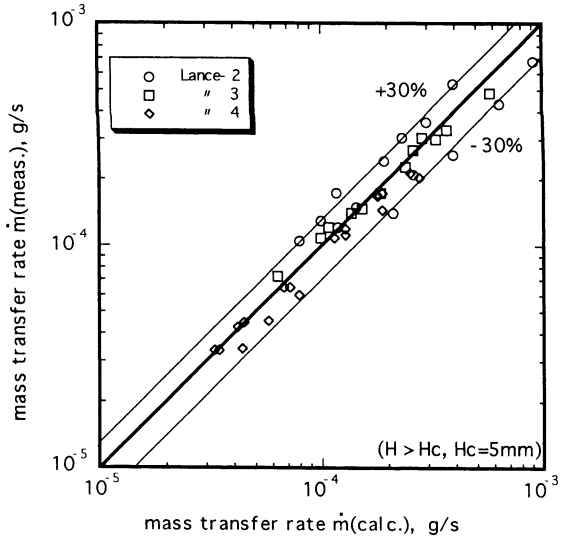


Fig. 15. Comparison of calculated value with measured value (measured size, corrected).

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}(\mathrm{calc.})}=\left[35\mathrm{Re}^{-0.4}\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+1.1\right][0.44(d/H_c)^{0.76}] \quad \cdots\cdots(10)$$

この式の $\dot{m}$(calc.) に式 (3) を代入して整理すると式 (11) を得る。

$$\dot{m}=\left[35\mathrm{Re}^{-0.4}\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+1.1\right][0.44(d/H_c)^{0.76}] \times\left[A_s\frac{D}{d_s}0.664\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}_s^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C +A_b\frac{D}{d_b}0.500\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}_b^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C\right] \cdots\cdots(11)$$

式 (11) より求めた物質移動速度 $\dot{m}$ の推算値を実測値と比較して Fig.15 に示す。これより，式 (11) は実測値を±30%の偏差で推算できることがわかる。ただし Re, H, d の適用範囲は 5,000≦Re≦19,800, 5.0≦H≦15.0 (mm), 7.9≦d≦21.9 (mm) である。

推算式 (11) を用いるためには，円錐台気泡の寸法を実測しなければならない。実際に生成する多数の円錐台気泡についてその寸法を実測することは困難であるし，流れの条件により変化する気泡の寸法および形状を推測する手法も確立されておらず，応用性が高いとは言えない。そこで円錐台気泡を円柱と仮定し，気泡の高さが H の気泡の物質移動速度を推算することを試みた。気泡の形状，寸法を Fig.16 に示す。式 (10) と同様の方法で導出した推算式を式 (12) に示す。

$$\dot{m}=\left[233\cdot\mathrm{Re}^{-0.59}\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+1.1\right][0.70(d/H_c)^{0.33}]$$

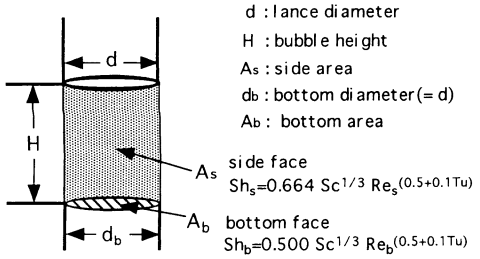


Fig. 16. Estimation of mass transfer rate from cylindlical model.

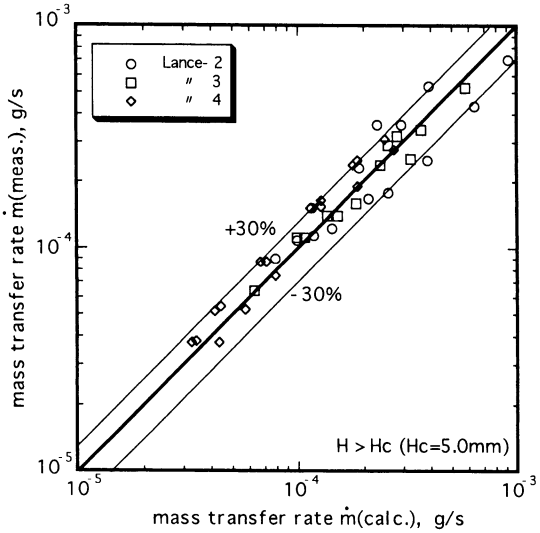


Fig. 17. Comparison of calculated value with measured value (cylindrical model, corrected).

$$\times\left[A_s\frac{D}{d}0.664\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C +A_b\frac{D}{d}0.500\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C\right] \cdots\cdots(12)$$

$$A_s=\pi dH \cdots\cdots(13)$$

$$A_b=\pi\frac{d^2}{4} \cdots\cdots(14)$$

この式を用いて得られる推算値と実測値との比較を Fig.17 に示す。円柱近似方式を用いても気液界面からの物質移動速度を±30%の偏差で推算できることがわかる。式 (12) の適用範囲は式 (11) と同じく 5,000≦Re≦19,800, 5.0≦H≦15.0 (mm), 7.9≦d≦21.9 (mm) である。

4. 結論

(1) 円錐台形気泡の高さが 5 mm 以上になると，その側面に波動が生じる。

(2) 清浄でない液相を用いた場合，気液間物質移動速度は波動の生成に伴ない大きくなる。このときの物質移動速度は，気液界面が汚染されている場合と清浄な場合との

間の値を示し，気泡高さとレイノルズ数が大きくなるほど大きくなって清浄な場合の値に近づく。これは気液界面の汚染物質が除去されやすくなるためである。

(3) 物質移動速度$\dot{m}$に対して，気泡高さ，レイノルズ数，およびランス内径の関数として次式を提案した。

$$\dot{m}=\left[35\mathrm{Re}^{-0.4}\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+1.1\right][0.44(d/H_c)^{0.76}] \times\left[A_s\frac{D}{d_s}0.664\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}_s^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C +A_b\frac{D}{d_b}0.500\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}_b^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C\right]$$

測定値はこの式より±30%の偏差で予測が可能である。

(4) 円錐台形気泡を円柱で近似するとともに，上式に修正を加えて次式を提案した。

$$\dot{m}=\left[233\cdot\mathrm{Re}^{-0.59}\left(\frac{H-H_c}{H_c}\right)+1.1\right][0.70(d/H_c)^{0.33}] \times\left[A_s\frac{D}{d}0.664\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C +A_b\frac{D}{d}0.500\mathrm{Sc}^{1/3}\mathrm{Re}^{(0.5+0.1T_u)}\Delta C\right]$$

この式は，気泡の形状がわからなくとも，高さHがわかれば物質移動速度を±30%の偏差で予測できる。ただし本式，前出の式とも適用範囲は5,000≦Re≦19,800, 5.0≦H≦15.0(mm), 7.9≦d≦21.9(mm)である。

記　号

A_b ：気泡底面積 (m^2)
A_s ：気泡側面積 (m^2)
d ：気泡径（上面）(＝ランス内径) (m)
d_b ：気泡径（底面）(m)
d_s ：気泡径（中間高）(m)
D ：拡散係数 (m^2/s)
H ：気泡高さ (m)
H_c ：気泡高さ（波動生成臨界）(m)
k ：物質移動係数 (m/s)
$\dot{m}$ ：物質移動速度 (g/s)
Q_w ：液流量 (m^3/s)
Re ：ランスレイノルズ数 (−)
Re_b ：底面レイノルズ数 (−)
Re_s ：側面レイノルズ数 (−)
Sc ：シュミット数 (−)
Sh ：シャーウッド数 (−)
T_u ：乱れ強さ (−)
$\bar{u}$ ：下降流断面平均速度 (m/s)

文　献

1) S.Inada and T.Watanabe: *Tetsu-to-Hagané*, **63** (1977), 37.
2) M.Kawakami, S.Douwaki, T.Hiroe and K.Ito: *Tetsu-to-Hagané*, **78** (1992), 745.
3) P.H.Calderbank and A.C.Lochiel: *Chem. Eng. Sci.*, **19** (1964), 485.
4) P.H.Calderbank, D.S.L.Johnson and J.Loudon: *Chem. Eng. Sci.*, **25** (1970), 235.
5) F.Takemura and A.Yabe: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, *B*, **64** (1998), 447.
6) F.Takemura and A.Yabe: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, *B*, **64** (1998), 2168.
7) F.Takemura, Q.Liu, A.Yabe and K.Kontani: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, *B*, **62** (1996), 1467.
8) J.A.Wesselingh and A.M.Bollen: *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **77A**, (1999), 89.
9) D.Azbel: Two-phase Flows in Chemical Engineering, Cambridge University Press, New York, (1981), 187.
10) T.Kumagai and M.Iguchi: *Tetsu-to-Hagané*, **87** (2000), 159.
11) T.Kumagai, M.Iguchi, T.Uemura and N.Yonehara: *ISIJ Int.*, **42** (2002), 112.
12) M.Iguchi, H.Tomida, K.Nakajima and Z.Morita: *Tetsu-to-Hagané*, **78** (1992), 1786.
13) M.Iguchi, H.Takeuchi, H.Kawabata, T.Uemura and Z.Morita: *Tetsu-to-Hagané*, **75** (1989), 2031.
14) A.Tomiyama, I.Kataoka and T.Sakaguchi: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, *B*, **61** (1995), 2357.
15) R.Clift, J.R.Grace and M.E.Weber: Bubbles, Drops and Particles, Academic Press, New York, (1978),195.
16) K.Tsuchiya, H.Mikasa and T.Saito: *Chem. Eng. Sci.*, **52** (1997), 4119.
17) K.Tsuchiya, T.Saito, T.Kajishima and S.Kosugi: *Chem. Eng. Sci.*, **56** (2001), 1.