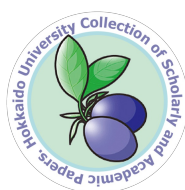




Title	日本海深層Bottom Water内におけるGyroscopic Waveの3波共鳴
Author(s)	伊藤, 海彦; 磯田, 豊; 千手, 智晴
Citation	北海道大学水産科学研究彙報, 69(1), 1-17
Issue Date	2019-08-07
DOI	https://doi.org/10.14943/bull.fish.69.1.1
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/75192
Type	departmental bulletin paper
File Information	bull.fish.69.1.1.pdf



日本海深層 Bottom Water 内における Gyroscopic Wave の 3 波共鳴

伊藤 海彦¹⁾・磯田 豊¹⁾・千手 智晴²⁾

(2018 年 12 月 14 日受付, 2019 年 2 月 12 日受理)

Nonlinearly Interacting Triad of Gyroscopic Waves at the Bottom Water in the Japan Sea

Umihiko ITOH¹⁾, Yutaka ISODA¹⁾ and Tomoharu SENJYU²⁾

Abstract

We focus on the motions at frequencies close to the local inertial frequency (f_s ; vertical component of the Earth's rotation), i.e., near-inertial waves, at the great depths ($> 2,500$ m) in the Japan Sea. In this confined basin, deep stratification is very weak, especially buoyancy frequency $N \sim 0$ at the Bottom Water (BW) where the horizontal component of the Earth's rotation (f_c) vector becomes more important for the generation of gyroscopic waves (GsW). The combined effect of both f_s and f_c is called 'non-traditional' effect for linear internal waves. At first, we review that non-traditional effects change the dynamics of near-inertial waves through our original physical interpretation. Its effect is also shown to enable an irreversible transformation of vertical low-wavenumber into vertical high-wavenumber in the BW, when southward propagating near-inertial GsW reflects at the sea bottom. Such transition suggests the predominant near-inertial oscillation of vertical shear currents, which may provide new mechanism for effective mixing in the BW. In later section, as one of the candidates for vertical mixing process, 'nonlinearly interacting triad of GsW' is studied in the framework of a fully nonlinear non-hydrostatic numerical model.

Key words : Japan Sea, Bottom Water, gyroscopic waves, nonlinearly interacting triad

緒 言

Fig. 1 は日本海周辺の海底地形図を示し, Fig. 2 の (a) は日本海盆 (Japan Basin: JB) 内の A1 点 (黄色丸印) おいて 2016 年 7 月に観測したポテンシャル水温 θ (以下, 水温と略す), 塩分 S , ポテンシャル密度 σ_θ (以下, 密度と略す) の各鉛直プロファイルを示し, それらの 1,000 db 以深を拡大レンジ表示したものが Fig. 2 の (b) である。Fig. 2(a) の表示では数 100 db 以深は, 日本海固有水 (Japan Sea Proper Water: JSPW) と呼ばれるほぼ均一な水塊 (水温 $0 \sim 1^\circ\text{C}$, 塩分 34.1 前後) にみえるものの, Fig. 2(b) の拡大表示では約 2,400 db 以深が真に均一な水塊であることがわかる。Gamo and Horibe (1983) では日本海その他地点でも共通して水深 2,500 m 付近に境界があることをみつけ, それで浅の弱い成層状態にある JSPW を Deep Water (以下, DW と略す), それで深の鉛直均一な JSPW を Bottom Water (以下, BW と略す) と呼び, 区別した。Fig. 2 の (c) は密度の鉛直勾配を最小 2 乗法 (100 db 間隔) を用いて計算した浮力振動数 N (後述する (2) 式) の鉛直プロファイルの対数表示である。同図に示した赤縦線は密度成層の強さの指標として, 観測緯度のコリオリパラメータ値 f_s (コリオリ

の鉛直成分または sine 成分) を基準にした $f_s \cdot 2f_s \cdot 4f_s \cdot 10f_s$ の各値を示す。BW 内の N の計算値は f_s 以下の小さな値であるが, 大きなバラツキがみられる。これは塩分の測定精度限界付近のカクカクしたバラツキに起因した密度勾配によるものであり, 測定精度を考慮すると BW 内の N 値はほぼ零とみなすことができる。 N 値プロファイルを見ると, 密度成層している DW でも $N < 10f_s$ の非常に弱い成層状態にあり, 水深 1,000 db で $N \sim 4f_s$, 水深 2,000 db で $N \sim 2f_s$, DW と BW の境界 (水深 2,500 db) 付近で $N \sim f_s$, そして BW 内では $N \sim 0$ であることがわかる。このような DW と BW の水平分布の間接的な表現のため, Fig. 1 の海底地形図では $N \sim 4f_s$ となる水深 1,000 m を赤実線, $N \sim 2f_s$ となる水深 2,000 m を青実線, BW が存在している 2,500 m 以深を 500 m 間隔の灰色濃淡領域で強調している。少なくとも, 本論で議論する BW の存在海域は局所的ではなく, 日本海の比較的広範囲に分布していることがわかる。

BW 内の密度が鉛直均一になっている理由は, Gamo and Horibe (1983) では冬季海面冷却により形成された高密度低温水が海底まで沈降し, その底層密度流が鉛直混合するためと考えていたが, 近年では海底からの地殻熱流

¹⁾ 北海道大学大学院水産科学研究院海洋環境学分野
(Laboratory of Marine Environmental Science, Faculty of Fisheries Sciences, Hokkaido University)

²⁾ 九州大学応用力学研究所
(Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University)

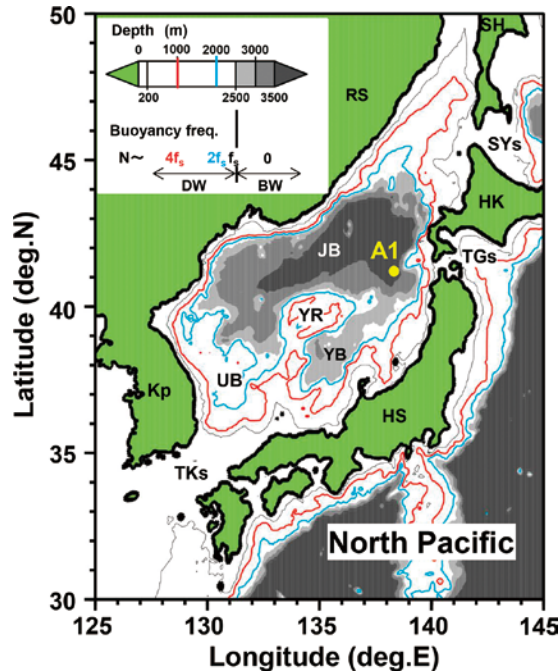


Fig. 1. Bottom topography around the Japan Sea. Yellow circle of A1 indicates a location of CTD observation on July in 2016. Locations of Japan Basin (JB), Yamato Basin (YB), Yamato Rise (YR), Ulleung Basin (UB), Tsushima/Korean Strait (TKs), Tsugaru Strait (TGs), Soya Strait (SYs), Honshu (HS), Hokkaido (HK), Korean peninsula (Kp) and Russia (RS) are denoted.

量による熱的な鉛直混合の可能性が指摘されている (例えば, Matsuno et al., 2015; 庄司ら, 2015)。一方で, Gamo (2014) は密度的には均一にみえる BW 内においても, 海底起源

の Excess ^{222}Rn (半減期が 3.82 日と非常に短い) が海底直上のみならず, 海底上 300~500 m 付近にも第二の極大を示すことを報告している。後述する Watanabe and Hibiya (2018) では大洋域の知見をもとに, この第二極大は近くの海山頂上を起源とした Excess ^{222}Rn が近慣性流により水平的に移流されたものだろうと推測している。本論で主張する新しい解釈は彼らの推測とは異なり, 近慣性流変動が卓越した BW 内であればどこでも起こり得る物理機構として, Excess ^{222}Rn の第二極大を説明する。

日本海のあらゆる地点で実施された係留流速計観測の結果 (例えば, Takematsu, 1999a, b; Mori et al., 2005; Senjyu et al., 2005), BW 内を含む深層域で顕著に卓越した周期変動は慣性振動流もしくは内部慣性重力波の伝播と思われる近慣性周期帯にあることが知られている。Mori et al. (2005) は多数の流速計資料を総合的に解析し, 近慣性流変動の主たる励起源が風応力の時空間変化にあり, その卓越は冬季季節風にあることを示した。Watanabe and Hibiya (2018) は冬季日本海を想定した風強制による静水圧近似の OGCM (Ocean General Circulation Model) と 2 層モデルを用いて, 深層域で卓越する近慣性流を再現した。その結果から, 内部波が理論上存在できない BW 内 ($N < f_s$) で観測された近慣性流は, 日本列島沿岸域で励起されて西方伝播する近慣性内部重力長波に伴う evanescent な (連続式を満たすポテンシャル・フロー的な) 流速変動である可能性を指摘している。

$N \gg f_s$ となる通常の海洋成層場に存在する内部波の周波数 σ は $N > \sigma > f_s$ に制限されるため (例えば, Gill, 1984), $N \sim 0$ (または $N < f_s$) となる BW 内では, 上述した Watanabe and Hibiya (2018) のように, 内部波は存在できな

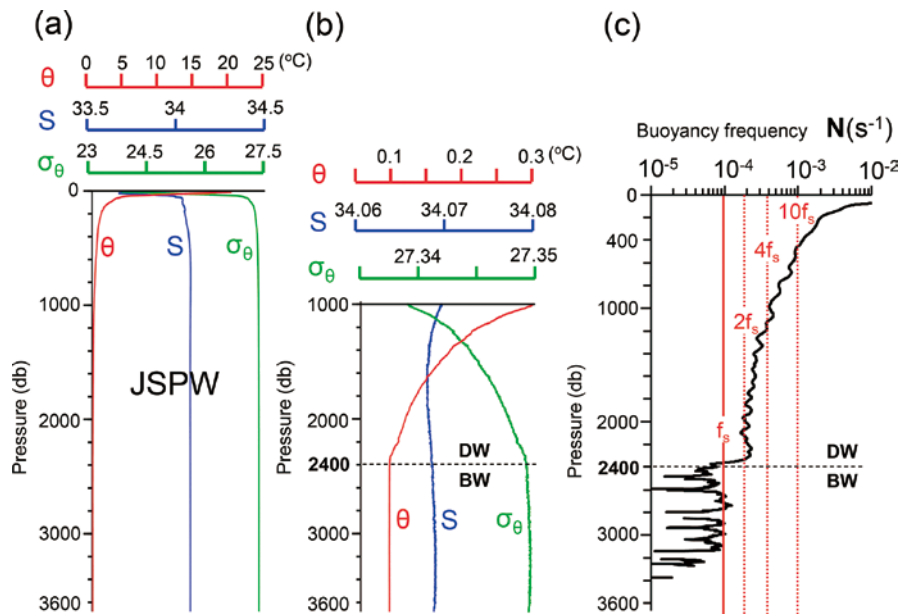


Fig. 2. (a) Vertical profiles of potential temperature (red; θ), salinity (blue; S) and potential density (green; σ_θ) observed at the station A1. (b) Same profiles of (a) but the indication with extended range below 1,000 db depth. (c) Vertical profile of buoyancy frequency (N) calculated from the potential density.

いと考えるのが一般的である。ところが、日本海のように N 値が $0 \sim$ 数 f_s にある弱成層状態の鉛直方向の運動方程式では、慣習的に無視されている「コリオリの水平成分 (コリオリの cosine 成分なので、本論では f_s と区別して f_c と記述)」項が浮力項に比して無視できなくなる。Gerkma and Shrira (2005) ではコリオリの鉛直 (f_s) 及び水平 (f_c) の両成分を考慮した内部波の挙動に関する詳細なレビューを行い、主に、固体惑星内部の波動伝播についての解説及び議論をしている。海洋内部波の挙動に関して「コリオリの水平成分」を考慮した研究は、我々が知る限り、日本海と類似した弱成層状態にある西部地中海を研究対象とした Haren and Millot (2004) が唯一である。次章で解説するように、 $N \sim$ 数 f_s の弱成層状態においては「コリオリの水平成分」を考慮するか否かで、内部波の周波数存在範囲や伝播特性が大きく異なる。さらに、「コリオリの水平成分」を考慮しても、 $N = 0$ の状況では内部波は存在できないが、 $N = 0$ の理想的な状況でこそ、Gyroscopic Wave (以下、GsW と略する) と名付けられた波動が存在し得るようになる (LeBlond and Mysack, 1978)。これが本論題目の背景にある「 $N \sim 0$ である BW 内の GsW」を意味している。

なお、本論は Watanabe and Hibiya (2018) が指摘した、BW 内の evanescent な近慣性振動流の存在を否定するものではない。なぜなら、数 $100 \sim 1,000$ km スケールの風強制場によって励起された近慣性流であれば十分に静水圧 (長波) 近似が成立し、「コリオリの水平成分」を考慮したとしても、その寄与は相対的に小さくなるためである。逆に言えば、励起された近慣性流が局所的な地形効果 (複雑な海岸線や海底の凹凸など) により内部波ビーム (おそらく、数 100 m オーダの空間スケール) として深層域に侵入した場合には、「コリオリの水平成分」を無視せずに非静力の内部波 (及び GsW) として近慣性流を扱わなければならない。しかし、そのような内部波ビームの存在を現実の海洋観測で捉えることは非常に困難である。その観測困難な内部波ビームを幸運にも観測できたのが Haren and Millot (2004) であり、残念ながら、同様な観測報告は日本海ではまだない。よって、本論の研究内容は観測による裏付けはなく、数値実験結果をもとにした可能性の提案に留まる。

本論は以下の 2 つの章で構成される。海洋物理学の教科書 (日本に限る) では比較的強い成層場を扱っている場合が多く、それゆえ、非静力ではあっても「コリオリの水平成分」を考慮した内部波の解説はないと思われる。そこで、我々の最終目標の波動である GsW の基本的な性質を理解することを目的に、前半の章では「コリオリの鉛直・水平両成分を考慮した内部波及び GsW の線形理論」に関して、その物理的解釈に重きをおいた独自の解説を試みる (応用数学的な解説は Gerkma and Shrira (2005) を参照)。後半の章が本論の主題である「BW 内の海底で反射した GsW の非線形相互作用」であり、数値実験を用いて

Excess ^{222}Rn の第二極大形成に関する新しい物理機構を提案する。

コリオリの鉛直・水平両成分を考慮した内部波 及び GsW の線形理論

分散関係式の導出

z 軸を上向き正の鉛直方向にとり、基本場の密度成層を $\rho_0(z)$ とすれば、安定成層は $d\rho_0/dz < 0$ となる。微小振幅をもつ鉛直流速 w に伴う密度偏差を考慮した線形近似密度保存式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} = 0 \quad (1)$$

となる。基本場の成層強度を浮力振動数 $N(z)$ (Fig. 2(c) の計算式) で表現すると、

$$N = \left(-\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

となり、(2) 式の N 値を用いて (1) 式を変形すれば

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - w \frac{\rho_0 N^2}{g} = 0 \quad (3)$$

を得る。

地球自転の角速度を Ω とすれば、緯度 φ におけるコリオリパラメータの鉛直成分 f_s と水平成分 f_c は、それぞれ $f_s = 2\Omega \sin \varphi$, $f_c = 2\Omega \cos \varphi$ となる。 x 軸を東向き正の東西方向、 y 軸を北向き正の南北方向とした直交座標系において、コリオリの鉛直・水平両成分を考慮した線形の内部波 (正しくは、内部慣性重力波) の東西・南北・鉛直方向の運動方程式と連続式は、下記の方程式群となる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f_s v + f_c w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f_s u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - f_c u = -\frac{\rho}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

ここで、 t は時間、 p は圧力、 u と v は x (東西) 方向と y (南北) 方向の水平流速成分である。(6) 式の両辺を時間 t で偏微分し、(3) 式を用いて浮力項を N 値で表現すると、

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - f_c \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} - N^2 w \quad (6b)$$

となる。4 つの変数 (u, v, w, p) に対して、(4) (5) (6b) (7) 式の 4 つの方程式があるので、これらの方程式群はある変数に関する 1 つの方程式にまとめることができる。ここでは、鉛直流速 w に関する方程式にまとめると次式になる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + f_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2f_s f_c \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + f_c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) w = 0 \quad (8a)$$

内部波の東西方向の水平波数を k 、南北方向の水平波数を l 、鉛直波数を m 、周波数を σ とすれば、鉛直振幅 A_0 の波動解は $A_0 \exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\}$ で表され、これを (8a) 式に代入して整理すれば、

$$\sigma^2 = \frac{(f_s m + f_c l)^2 + N^2(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + m^2} \quad (9a)$$

の分散関係式を得る。さらに、内部波の伝播方向を東西軸からの角度 θ ($\theta = 0^\circ$ は東西伝播、 $\theta = 90^\circ$ は南北伝播) とし、その伝播方向に s 軸を新たに設定して、(8a) 式を変形すれば、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + f_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2f_s f_c \sin \theta \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial z} + f_c^2 \sin^2 \theta \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + N^2 \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} = 0 \quad (8b)$$

となる。内部波の伝播方向である s 軸上の波数を K とすると、南北波数成分は $l = K \sin \theta$ 、東西波数成分は $k = K \cos \theta$ で表される。よって、(9a) の分散関係式は波数 K を用いて、

$$\sigma^2 = \frac{(f_s m + f_c K \sin \theta)^2 + N^2 K^2}{K^2 + m^2} \quad (9b)$$

と変形される。なお、(9b) 式で $\theta = 0^\circ$ (東西伝播) とすれば、

$$\sigma^2 = \frac{f_s^2 m^2 + N^2 K^2}{K^2 + m^2} \quad (9c)$$

となる。すなわち、真に東西伝播する内部波に限り、「コリオリの水平成分」を考慮しても、その分散関係式には f_c が消え、予め $f_c = 0$ とした慣習的な内部波と同じ分散関係式になる。 $\theta = 0^\circ$ 以外の内部波伝播であれば「コリオリの水平成分」の影響は残り、特に、 $\theta = 90^\circ$ の南北伝播する内部波の分散関係式は

$$\sigma^2 = \frac{(f_s m + f_c K)^2 + N^2 K^2}{K^2 + m^2} \quad (9d)$$

となる。このように、 f 平面近似した内部波であっても「コリオリの水平成分」の導入により、東西方向と南北方向の分散特性(または伝播解)が異なる。ところが、海洋内部波に関する数多くの既往研究では、「コリオリの水平成分」を暗黙のうちに無視するという慣習に従って、(9b) 式で $f_c = 0$ が仮定されている。そこで、本論では予め $f_c = 0$ を仮定した内部波を慣習的な (Traditional) 内部波と呼ぶことにする。この仮定は先に示した鉛直方向の運動方程式 (6b) において、浮力項 $N^2 w$ がコリオリの水平成分項 $f_c \partial u / \partial t$ に比べて十分大きい場合に限り、言い換えれば、強成層状態に限って近似してもよい仮定である。しかし

ながら、日本海の深層域の場合、浮力振動数 N がコリオリパラメータ f_s や f_c と同程度となるくらいの非常に弱い密度成層状態であるため、慣習的な $f_c = 0$ の近似が成立しない。それゆえ、日本海深層域のような弱成層状態に存在する内部波の研究、さらには $N = 0$ となる鉛直混合層内における GsW の研究では、「コリオリの水平成分」を無視せずに議論すべきと考える。

東西・南北伝播する内部波と GsW の波数空間における周波数分布

本節では日本海深層域を想定して、浮力振動数 N が 0 (BW 内)、 f_s 、 $2f_s$ 、 $3f_s$ となる 4 ケースの弱成層状態を代表例に、結果として慣習的な内部波と同じ分散関係を示す東西 (Zonal) 伝播と「コリオリの水平成分」の影響が最も顕著に現れる南北 (Meridional) 伝播を比較する。ここでは、両者の分散関係を波数空間 (縦軸は鉛直波数 m 、横軸は水平波数 k または l) における周波数 σ の分布図として Fig. 3 の (a)~(d) に示した。コリオリパラメータは日本海を想定した緯度 $\varphi = 40^\circ$ の $f_s = 0.937 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ と $f_c = 1.117 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ の値を用いた。周波数区分の色分けは、凡例に示すように、 f_s 値より高周波数側の super-inertial 領域を赤色の濃淡、 f_s 値よりも低周波数側の sub-inertial 領域を青色の濃淡で表示した。

上段に示した東西伝播の分散関係は、どのような N 値においても、鉛直低波数の極限 $m \rightarrow 0$ である浮力振動数 N (緑太線) と水平低波数の極限 $K = k \rightarrow 0$ である慣性周波数 f_s (紫太線) の間の周波数帯にしか波動が存在できないことを示す。ただし、(b) の $N = f_s$ では全領域で $\sigma = f_s$ となるため、波動解ではなく振動解である。興味深い点は、(a) の $N = 0$ では浮力が全く作用しないにもかかわらず、(9c) 式の分散関係を満たす波動解が存在することである。非回転系の内部波では浮力(または重力)のみが復元力、回転系の内部波(内部慣性重力波)では浮力に加えて地球自転効果も復元力、よって、 $N = 0$ の状態では地球自転効果のみが復元力となる GsW である。なお、回転系の内部波 ($N \neq 0$) と GsW ($N = 0$) では、共通して地球自転効果が復元力として作用しているため、両者を区別せずに Inertio Wave と呼ばれることもある。GsW を含め、東西及び上下方向の周波数分布は線対称の関係にあり、東方や西方のどちらに伝播しても分散特性は対称的である。 $N > f_s$ の成層状態であれば、このような分散特性は慣習的な内部波として、すでによく知られている性質である。

一方、下段に示した南北伝播の分散関係は、北方と南方の伝播方向で分散特性が異なり、波動の周波数存在範囲も上述の慣習的なものに比べて拡大する。南北伝播が東西伝播と異なる分散特性を示す理由は、(a) $N = 0$ の GsW の分散関係を調べることで、その本質が理解できる。本解析例である緯度 $\varphi = 40^\circ$ の場合、南北伝播の図に示すように、地球の自転軸方向は水平面 ($K = l$ 軸) に対して北方 40 度上向きに傾いている。GsW の復元力は地球自転効

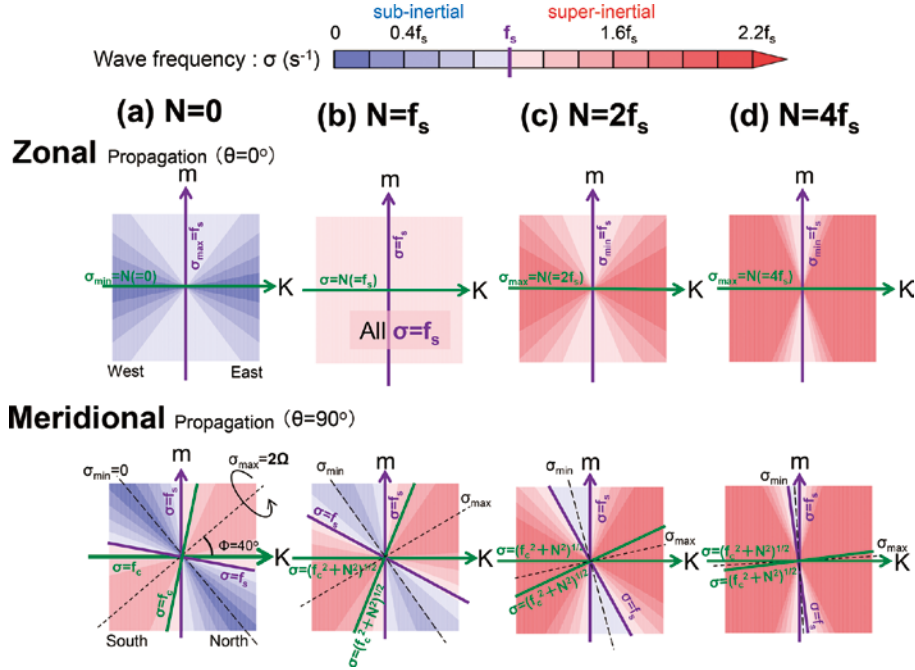


Fig. 3. Constant frequency (σ) distributions in wavenumber (K, m) space for buoyancy frequencies of (a) $N=0$, (b) $N=f_s$, (c) $N=2f_s$, (d) $N=4f_s$. Upper and lower panels are zonal ($\theta=0^\circ$) and meridional ($\theta=90^\circ$) propagations, respectively.

果のみであるため、幾何学的に、地軸の自転方向が最大周波数 $\sigma_{\max}=2\Omega>0$ 、それに直交する方向が最少周波数 $\sigma_{\min}=0$ となる。よって、南北伝播する GsW の周波数存在範囲は $0<\sigma<2\Omega$ に広がり、緯度 φ の関数でもなくなる。言い換えれば、真に南北伝播する GsW であれば、どのような緯度であっても水平面に対する自転軸方向が変化するだけで、周波数存在範囲は全く同じ $0<\sigma<2\Omega$ となる。一方で、水平軸 ($K=l$ 軸) 上は「コリオリの水平成分」である $\sigma=f_c$ (緑太線)、鉛直軸 (m 軸) 上は「コリオリの鉛直成分」である $\sigma=f_s$ (紫太線) になることは自明である。ところが、周波数分布は自転軸に対して線対称分布となるため、水平軸及び鉛直軸の自転軸対称側にはもう一つの $\sigma=f_c$ (緑太線) と $\sigma=f_s$ (紫太線) が必ず存在できる。このように、GsW の分散関係は地球自転軸の方向が大きく関与しているが故に“Gyroscopic”と名付けられ、南北伝播に非対称性が生じる。 $N=0$ の成層状態で東西伝播する波動も GsW であるが、東西方向は自転軸と直交しているために東西伝播の非対称性は生じない、と理解することができる。

上述の南北伝播する GsW の分散関係に弱い成層効果を考慮する。すなわち、「鉛直 z 軸から傾いた自転軸に対して線対称な伝播特性をもつ GsW の性質」と「鉛直 z 軸に対して線対称な伝播特性をもつ内部波の性質」との重ね合わせと考える。成層が強くなるに従って、最大周波数 $\sigma_{\max}$ と最少周波数 $\sigma_{\min}$ となる軸方向は、それぞれ水平軸 ($K=l$ 軸) と鉛直軸 (m 軸) へ次第に漸近する。例えば、(d) の $N=4f_s$ まで成層が強化されると、南北伝播の非対称は残るものの、その分散関係は東西伝播のものによく似て

ることがわかる。これは強成層状態ほど「コリオリの水平成分」が無視できることにも矛盾しない。なお、成層強化によって $\sigma_{\max}$ と $\sigma_{\min}$ の値も変化するが、それらは波動解の存在範囲として次節で議論する。さらに、 $N=0$ の GsW では水平軸 ($K=l$ 軸) と自転軸 ($\sigma_{\max}$ 軸) に対して線対称側の 2 カ所にあった $\sigma=f_c$ (緑太線) は、成層が強化されて内部波の性質が加わっても、同じ水平軸上と新たな $\sigma_{\max}$ 軸に対して線対称側の 2 カ所にある。ただし、その周波数値は N 値に依存して、 $\sigma=(f_c^2+N^2)^{1/2}$ (緑太線) の値へ変化する。

非回転・回転系によらず、内部波の伝播方向に対して直交方向に波のエネルギーが伝播することが知られている。ここでは、「コリオリの水平成分」を考慮した内部波や GsW でも、その関係が成立するか否かを確認しておく。まず、分散関係式 (9b) の両辺の平方根をとり、次に水平波数 K と鉛直波数 m で両辺をそれぞれ偏微分して、水平方向と鉛直方向の群速度 C_{gh} と C_{gv} を計算すると、

$$C_{gh} = \frac{\partial \sigma}{\partial K} = -m(K^2 + m^2)^{-\frac{3}{2}} \left\{ (f_s m + f_c K \sin \theta)^2 + N^2 K^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \left\{ (f_s^2 - f_c^2 \sin^2 \theta - N^2) K m + (K^2 - m^2) f_s f_c \sin \theta \right\} \quad (10)$$

$$C_{gv} = \frac{\partial \sigma}{\partial m} = K(K^2 + m^2)^{-\frac{3}{2}} \left\{ (f_s m + f_c K \sin \theta)^2 + N^2 K^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \left\{ (f_s^2 - f_c^2 \sin^2 \theta - N^2) K m + (K^2 - m^2) f_s f_c \sin \theta \right\} \quad (11)$$

となる。両群速度 ((10) 式と (11) 式) の相違は $-m$ と K だ

けなので、群速度と波数の内積は $Cg_h \times K + Cg_v \times m = 0$ となり、GsW も含め、波数ベクトルと群速度ベクトルの直交性が確認される。

波動解の存在範囲

Fig. 3 では代表的な 4 ケースの成層状態で、さらに南北及び東西伝播の特別な場合を例にして、分散関係の説明を行ったが、本節では任意の成層強度 N と任意の伝播方向 θ における波動解の存在範囲(最小周波数 $\sigma_{\min}$ と最大周波数 $\sigma_{\max}$)を示す。(9b) の分散関係式は水平と鉛直の波数比 K/m の二次方程式とみなすことができるので、波動解の存在範囲は実数解が存在する(判別式が正)という条件から容易に求めることができる。ここでは判別式の場合分けを省略するが、得られた最小及び最大の周波数は、それぞれ、

$$\sigma_{\min} = \left(\frac{1}{2} \left((f_s^2 + f_c^2 \sin^2 \theta + N^2) - \left((f_s^2 + f_c^2 \sin^2 \theta + N^2)^2 - (2f_s N)^2 \right)^{1/2} \right) \right)^{1/2} \quad (12)$$

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{1}{2} \left((f_s^2 + f_c^2 \sin^2 \theta + N^2) + \left((f_s^2 + f_c^2 \sin^2 \theta + N^2)^2 - (2f_s N)^2 \right)^{1/2} \right) \right)^{1/2} \quad (13)$$

となり、3つの周波数 f_s , f_c , N と伝播方向 θ で表現される。(12)(13) 式より、南北伝播の $\theta = 90^\circ$ で $N \rightarrow 0$ の極限では GsW の $\sigma_{\max} \rightarrow 2\Omega$, $\sigma_{\min} \rightarrow 0$, 伝播方向に関わらず $N \rightarrow \infty$ の極限では慣習的な内部波と同じ $\sigma_{\max} \rightarrow N$, $\sigma_{\min} \rightarrow f_s$, 東西伝播の $\theta = 0^\circ$ では N の値に関わらず、 $\sigma_{\max} \rightarrow N$, $\sigma_{\min} \rightarrow f_s$ となることが確認される。日本海の緯度 $\varphi = 40^\circ$ を想定し、縦軸を浮力振動数 $N = 0 \sim 4f_s$ の連続関数として、 $\sigma_{\max}(N)$ と $\sigma_{\min}(N)$ を表示したものが Fig. 4 である。伝播方向は 3 ケースを代表とし、青線が東西伝播の $\theta = 0^\circ$, 赤線が南北伝播の $\theta = 90^\circ$, 紫線が南東-北西(南西-北東)伝播の $\theta = 45^\circ$ である。 $\theta = 0^\circ$ の $\sigma_{\max}$ と $\sigma_{\min}$ で囲まれた灰色領域は、 $f_c = 0$ とした慣習的な内部波 (Traditional internal wave) の存在範囲とも一致し、周波数存在範囲は必ず $\sigma = N \sim f_s$ の間にある。加えて、 $N = f_s$ では波動解が存在できず、そこは上下伝播する内部波にとっての障害、一種のボトルネック(付録 A で議論する「 fN 振動」に対応)になっている。日本海では $N = f_s$ となる海域が広域に分布し、それは鉛直混合 ($N \sim 0$) した BW の直上付近にある (Fig. 2(c) を参照)。この灰色領域と比較して、伝播方向 θ が大きくなるほど(南北伝播に近づくほど)、波動解の存在範囲が広がり、 $N = f_s$ 付近にあったボトルネックも次第に消滅していくことがわかる。

「緒言」でも紹介したように、日本海では近慣性周期 ($\sigma > f_s$) の内部波 (near-inertial wave: 以下、近慣性波と略す) が BW 内を含む深層域で支配的な周期変動であることが

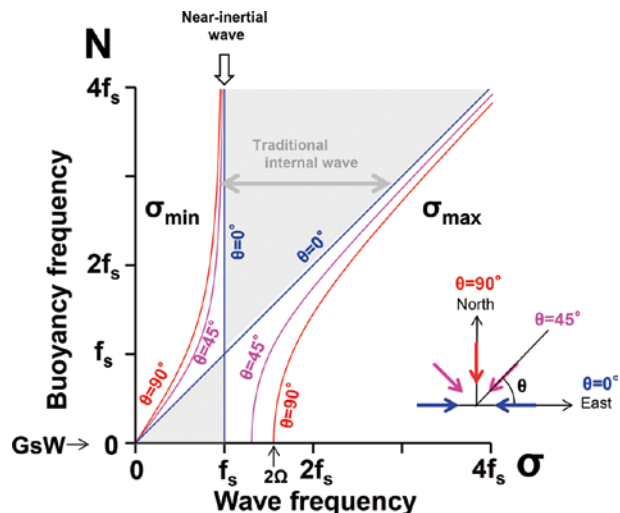


Fig. 4. Maximum and minimum values of wave frequency ($\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$) as a function of buoyancy frequency N for propagation angles of $\theta = 90^\circ$ (red), $\theta = 45^\circ$ (pink) and $\theta = 0^\circ$ (blue). Shaded area shows the frequency domain of ‘traditional internal wave’.

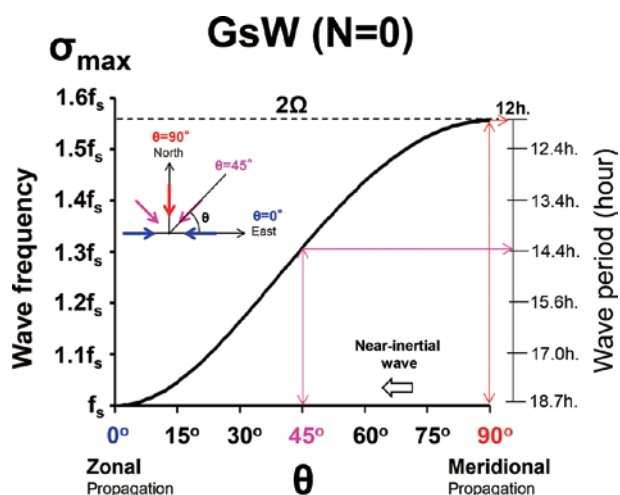


Fig. 5. Maximum frequency $\sigma_{\max}$ of GsW as a function of propagation angle $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$.

知られている。そこで、海面付近で励起された近慣性波が群速度方向に従ってビーム状に下方へ入射する様子を想定し、BW 内まで侵入できるか否かについて考察してみよう。BW 内 ($N = 0$) における $\sigma_{\min}$ は伝播方向 θ に関わらず常に 0 なので、 θ の関数である $\sigma_{\max}$ の値がその侵入の可否を決定する。そこで、 θ の連続関数として、BW 内 ($N = 0$) における GsW の $\sigma_{\max}(\theta)$ 分布を表示したものが Fig. 5 である。 $\sigma_{\max}$ の値は $\theta = 0^\circ$ (東西伝播) の f_s (慣性周期: 18.7 時間) から $\theta = 90^\circ$ (南北伝播) の 2Ω (周期: 12 時間) $\sim 1.56f_s$ まで単調増加する。近慣性波の周波数は $\sigma \sim f_s$ であるが super-inertial 側 ($\sigma > f_s$) にあるため、真に東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) であれば $N = f_s$ となる BW 直上がボトルネックとなり、近慣性波は BW 内へ侵入できない。しかし、

近慣性波の伝播方向が東西方向から少しずれるだけで ($\theta \neq 0^\circ$), 容易に BW 内まで侵入できることがわかる。

「コリオリの水平成分」を考慮した内部波のモード解

真に東西伝播ではない内部波であれば、内部波から GsW に名前を変えて BW 内まで侵入できることがわかった。すなわち、弱成層状態の日本海でも「コリオリの水平成分」を考慮すれば、海面から海底までを一連の波動伝播現象として扱うことができる。一般に、内部波が海面と海底で反射を繰り返し、重ね合わせが生じれば、モード構造が形成される。「コリオリの水平成分」は内部波及び GsW の南北伝播に（正しくは、東西伝播でなければ）非対称性を生じさせるため、重ね合わさる 2 波は同周波数 σ で同水平波数 K であっても鉛直波数 (m_1 と m_2) が異なるという特殊な内部波の鉛直モード解を考えなければならない。本節では、簡単化のため、一定の水深 H , 一定の浮力振動数 N を設定し、そのような 2 波の重ね合わせを想定したモード構造の物理的解釈に重きをおく。なお、現実的な成層状態 $N(z)$ における解析的なモード解については、次節で議論を行う。

反射による波動のエネルギー損失がない場合、2 波の振幅は等しく、2 波の重ね合わせで鉛直流速の振幅が A_0 になるものとする。海面と海底で鉛直流速が $w=0$ の境界条件 (2 波の位相が 180 度異なる) のもと、2 波の重ね合わせは、

$$w = \frac{A_0}{2} \exp\{i(Ks + m_1 z - \sigma t)\} + \frac{A_0}{2} \exp\{i(Ks + m_2 z - \sigma t + \pi)\} \\ = A_0 \sin(mz) \exp\{i(Ks + Mz - \sigma t)\} \quad (14)$$

となる。注目すべきは、鉛直構造を規定する部分が $\sin$ 関

数内の mz 項と調和関数内の Mz 項の 2 カ所に現れる点である。まず、 $\sin$ 関数内の mz 項は、 $m = (m_1 - m_2)/2 = n\pi/H$ (n は鉛直モード数) なので、この $\sin$ 関数は慣習的な内部波 ($f_c = 0$) と同様、鉛直モード数を規定する。一方、調和関数内の Mz 項は非対称な南北伝播に特有な構造を示し、この M 値を鉛直波数で表現すると $M = (m_1 + m_2)/2$ となる。なお、慣習的な内部波の場合、上下伝播する 2 波の鉛直波数は等しい ($m_2 = -m_1$) ので、 $m = m_1$, $M = 0$ となる。物理的解釈のため、(14) 式は 2 波の重ね合わせで表現したが、それら 2 波が同水平波数 K と同周波数 σ である条件のもと、任意の伝播方向 θ における分散関係式 (9b) を用いれば、解析的に両鉛直波数 (m_1 と m_2) を求めることができる (導出の詳細は略)。次式が (14) 式を、鉛直波数を用いない表現に書き変えた形である。

$$w = A_0 \sin\left(\frac{n\pi}{H} z\right) \exp\left\{i\left[Ks + \frac{f_s f_c \sin\theta}{\sigma^2 - f_s^2} Kz - \sigma t\right]\right\} \quad (15)$$

この (15) 式の表現においても、調和関数内の鉛直構造を示す項は、 $f_c = 0$ や $\theta = 0^\circ$ で零となることがわかる。一例として、第 1 と第 2 のモード波伝播の定性的な様子 (鉛直流速 w の振幅を最大値で規格化) を東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) と南北伝播 ($\theta = 90^\circ$) を比較して Fig. 6 の (a) と (b) に示した。慣習的な内部波のモード構造を示す東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) と比較して、南北伝播 ($\theta = 90^\circ$) の鉛直モード数は同じだが、斜めに傾いた構造を保ちながら水平伝播する様子が見える。その傾き具合は、重ね合わさる 2 波の鉛直波数の平均値である M 値に依存する。

次に、求めたモード解 (15) 式を鉛直流速 w の方程式 (8b) に代入して、モード波の分散関係式を求めた結果が次式である。

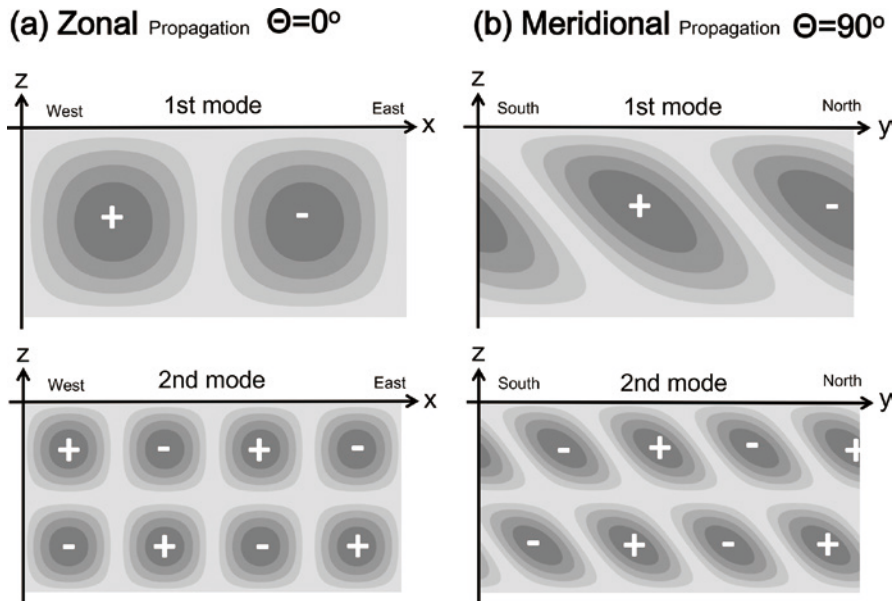


Fig. 6. Modal solutions of GsW for constant $N = 0$, showing (a) zonal ($\theta = 0^\circ$) and (b) meridional ($\theta = 90^\circ$) propagating waves for the first mode (upper) and the second mode (lower).

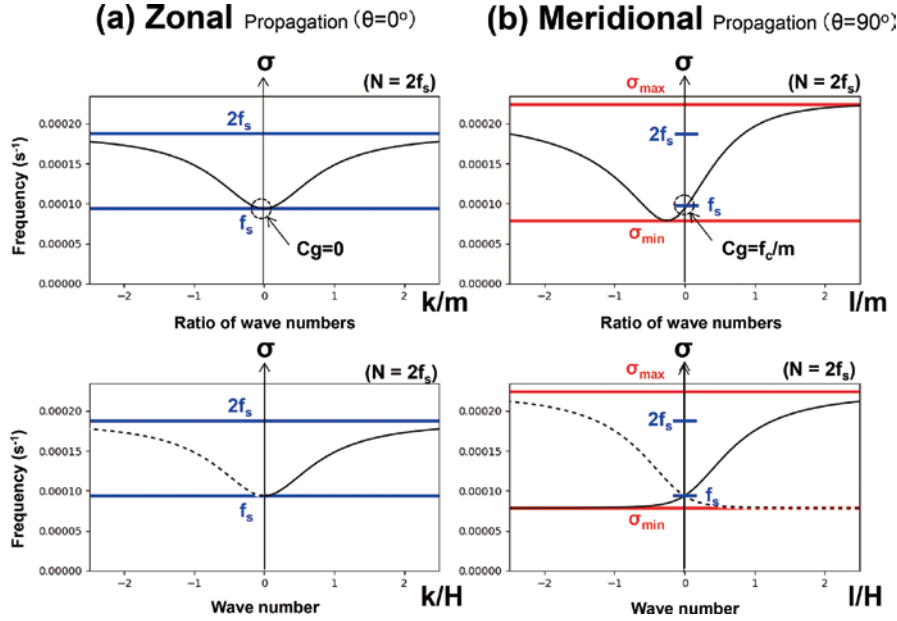


Fig. 7. Dispersion relations (frequency versus wavenumber) for (a) zonal ($\theta = 0^\circ$) and (b) meridional ($\theta = 90^\circ$) propagations at latitude $\varphi = 40^\circ$, both for buoyancy frequency $N = 2f_s$. Upper and lower panels are single wave and modal wave, respectively. In modal wave, solid lines correspond to the plus-branches, dashed lines to the minus-branches.

$$K^2 = \left(\frac{n\pi}{H} \right)^2 \frac{(\sigma^2 - f_s^2)^2}{-\sigma^4 + (f_s^2 + f_c^2 \sin^2 \theta + N^2) \sigma^2 - f_s^2 N^2} \quad (16)$$

このように、モード波は水平伝播する波なので鉛直波数は消え、水平波数 K と周波数 σ の関係式となる。成層強度が $N = 2f_s$ の場合を例として、東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) と南北伝播 ($\theta = 90^\circ$) を比較した分散曲線図 (周波数 σ と水平波数 k/H または l/H の関係) を Fig. 7 の (a) と (b) の下段に示した。また、モード波と単色波の相違を強調するために、同図の上段には適当な鉛直波数 m で規格化した水平波数 (k/m と l/m) と周波数 σ の分散曲線図 (単色波) を表示した (任意の波数 m で抽出した Fig. 3(c) と定性的に同じ)。まず、単色波の長波極限の群速度 Cg に関して、東西伝播では良く知られた $Cg = 0$ ($k \rightarrow 0$) であるが、南北伝播では $Cg = f_c/m$ ($l \rightarrow 0$) の有限値になる (この Cg の導出には (10) 式を用いる)。東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) するモード波の分散関係は単色波と同様、周波数存在範囲は $f_s < \sigma < 2f_s = N$ 、東向き伝播 (実線) は $k > 0$ の領域、西向き伝播 (破線) は $k < 0$ の領域にある。ところが、南北伝播 ($\theta = 90^\circ$) するモード波の周波数存在範囲 ($\sigma_{\max}$ と $\sigma_{\min}$ の間) は単色波と同じであるが、東向き伝播 (実線) と西向き伝播 (破線) の両モード波、それぞれが全波数領域に存在する点が東西伝播の場合と異なる。すなわち、任意の同じ水平波数 l/H には周波数 σ が異なる東向き伝播と西向き伝播の2つのモード波が存在できるようになる。

本節の最後に、モード波の群速度を求めておこう。解析的には (16) の分散関係式の平方根をとり、周波数 σ で偏微分した後、その逆数として求められる (例えば、Gerkema and Shrira, 2005)。ここでは、重ね合わさる2つの

単色波の水平及び鉛直方向の群速度がモード解の群速度を規定すると考え、物理的解釈の視点から群速度を求める方法を提案する。海面もしくは海底での反射前の単色波を波1、反射後の単色波を波2と呼び、(10) 式と (11) 式を用いて計算される水平群速度と鉛直群速度を、それぞれ Cg_{h1} , Cg_{v1} , Cg_{h2} , Cg_{v2} と表記する。前述したように、「コリオリの水平成分」を考慮すると $Cg_{h1} \neq Cg_{h2}$, $Cg_{v1} \neq Cg_{v2}$ である。いま、水深 (海底と海面の距離) を H としたとき、鉛直距離 H を反射前の波1と反射後の波2のエネルギーが鉛直伝播する時間は、それぞれ H/Cg_{m1} と H/Cg_{m2} である。よって、1回の反射を含む1サイクルの間に、単色波のエネルギーが水平移動する距離は $H \times Cg_{h1} / Cg_{m1} + H \times Cg_{h2} / Cg_{m2}$ となる。この水平距離を経過時間 $H / Cg_{m1} + H / Cg_{m2}$ で割れば平均速度が計算され、これが波1と波2が重ね合わせたモード解の水平群速度と考える。このような物理的解釈に従って、モード波の水平方向の群速度 Cg_{mode} を二つの単色波の群速度で表示すれば、

$$Cg_{mode} = \pm \frac{1}{\frac{H}{Cg_{m1}} + \frac{H}{Cg_{m2}}} \left\{ Cg_{h1} \frac{H}{Cg_{m1}} + Cg_{h2} \frac{H}{Cg_{m2}} \right\} \quad (17)$$

となる。次に、(10) 式と (11) 式を用いて、(17) 式に各群速度を代入すると、

$$Cg_{mode} = \pm \frac{\left\{ f_s^2 f_c^2 \sin^2 \theta - (f_c^2 \sin^2 \theta + N^2 - \sigma^2)(f_s^2 - \sigma^2) \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{n\pi}{H} \sigma \left\{ 2f_c^2 f_s^2 \sin^2 \theta - (f_c^2 \sin^2 \theta + N^2 - \sigma^2)(f_s^2 - \sigma^2) + (f_s^2 - \sigma^2)^2 \right\}} \quad (18)$$

の形に整理される。この (18) 式は Gerkema and Shrira (2005) が提示した解析解と同じになり、我々の物理的解釈が正しいことが確認される。なお、付録 A ではモード波伝播の一例として、日本海深層の Benthic front (底層前線) を想定した地衡流調節時に発生するモード波の数値実験結果を示しておく。

現実的な成層場における内部波のモード解とビーム構造

N 値が一定でない現実的な成層場 $N(z)$ におけるモード解を求めるためには、一般に WKB (Wentzel · Kramers · Brillouin) 近似が行われる。WKB 近似とは、浮力振動数 N が水深 z に関してゆっくりと変化しているとき、鉛直波数 m も z に関してゆっくり変化することを仮定し、鉛直波数 m の変化に応じて波動の振幅を適宜変化させる、という近似である (詳しくは、寺本 (1976) を参照)。そして内部波のビーム構造の解析解は、WKB 近似により求めた可符番無限個の鉛直モード解の線形重ね合わせで求めることができる。

現実的な成層場として、日本海深層域 (Fig. 2(a) の 50 m 以深) の観測値を用いた。なお、2,500 m 以深の BW 内は完全な鉛直混合を仮定し、 $N=0$ を設定した。Fig. 8 は近慣性波 (近慣性周期: $1.01f_s$) のモード解の例として、上から順に第 1 と第 2 モード、そして第 1 から第 10 モードまでの解を重ね合わせたビーム構造の断面分布 (第 1 モードの水平 1 波長分を表示) であり、伝播方向の相違を強調するため、(a) に東西伝播 ($\theta=0^\circ$)、(b) に南方伝播 ($\theta=90^\circ$) を示した。なお、重ね合わせの結果、ビーム状の高振幅として表現された筋構造は、周波数 $\sigma=1.01f_s$ の単色波の群速度方向に一致する。前節の N 一定のモード解でもみ

たように、南北伝播のモード解は斜めに傾いた構造を示すが、その傾き具合は $N(z)$ が鉛直変化していても変わらないことがわかる。これは傾き具合を規定する (14) 式の M 値が N 値の関数でなく、波動の水平伝播方向や緯度及び周波数によって決定され、さらに、モードの鉛直波数とも独立した関係にあるためである。また、東西伝播は $N=1.01f_s$ となる水深よりも深い領域にはモード解は存在しないが、南方伝播は BW 内まで含めた全水深でモード解が得られる。それゆえ、東西伝播の内部波ビームは $N=1.01f_s$ で反射する解となる一方、南方伝播の内部波ビームは BW 内へ侵入し、海底面で反射する解となる。南方伝播のビーム構造が示す最も興味深い点は、北部海面からの入射ビームは短い水平距離で海底面に達するのに対し、反射ビームは海底面に這うように南方へと延び、長距離で南部海面に戻ってくる、という非対称性である。

そこで、BW 内 ($N=0$) の海底面近傍における GsW (近慣性周期: $1.01f_s$) のビーム構造に注目する。Fig. 9 の左側は BW 内 (海底上 1 km) のビーム反射部分を拡大した縦横同スケールの断面図であり、伝播方向の代表例として $\theta=10^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の 3 ケースを選択した。これらのビーム方向は単色波の群速度方向で説明できるため、各ケースの GsW の分散関係図 (波数空間における周波数分布図) を Fig. 9 の右側に表示した。周波数 $\sigma=1.01f_s$ の波数ベクトル (実線矢印) に直交する中抜き矢印 (白抜きが入射波、灰色抜きが反射波) が群速度 C_g の方向である。同じ中抜き矢印をビーム断面図にも表示しており、ビーム方向が群速度方向と一致していることが確認される。

南方伝播である (a) $\theta=90^\circ$ のビーム構造は、Fig. 8(b) 下段の図と同じであるが、縦横同スケールで表示した Fig. 9

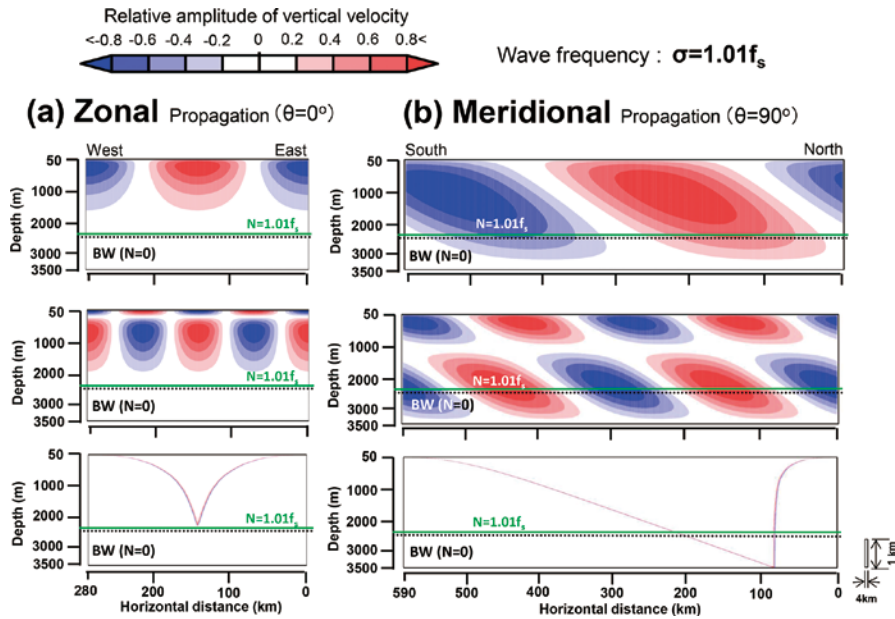


Fig. 8. Modal solutions for the observed buoyancy frequency $N(z)$ (Fig. 2), showing (a) zonal ($\theta=0^\circ$) and (b) meridional ($\theta=90^\circ$) propagating waves at latitude $\varphi=40^\circ$. The solutions for the first mode (upper), the second mode (middle) and the first ten modes together (lower), both for near-inertial frequency of $\sigma=1.01f_s$.

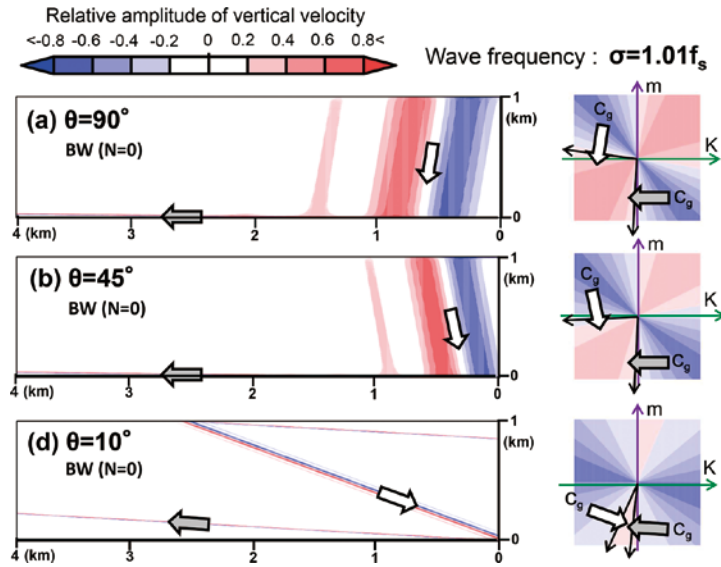


Fig. 9. Three examples of bottom-reflected GsW ($\sigma = 1.01f_s$) in the BW ($N=0$) for propagation angles of (a) $\theta = 90^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$ and (c) $\theta = 10^\circ$, given by a superposition of the first ten modes. Right panels are frequency distributions in wavenumber space for each example. Arrow schematically shows the group velocity vector C_g of $\sigma = 1.01f_s$.

でみると、反射ビームが海底面に這う様子がより明瞭に表現される。(b) $\theta = 45^\circ$ の南西 (または南東) 伝播も定性的には南方伝播のケースとほぼ同じであるが、東西伝播に近くなる (c) $\theta = 10^\circ$ の入射ビームは、入射方向へ再び戻る傾向が強くなる。この傾向は $\theta \rightarrow 0^\circ$ の極限ではさらに強くなり、真に東西伝播 ($\theta = 0^\circ$) では BW 内への入射ができなくなる。このように、少なくとも北方海面から BW 内へ入射する近慣性波は、入射時には鉛直低波数の GsW、海底面での反射時以降は鉛直高波数の GsW へ変化することがわかる。

BW 内の海底で反射した GsW の非線形相互作用

前章で解説した線形理論から、日本海の北方海面起源の近慣性波ビームは、弱成層場では鉛直低波数で下方伝播し、 $N=0$ の BW 内へ入射し海底で反射した後は、鉛直高波数の GsW へ変化することが示された。同時に、反射後の GsW ビームは海底面に這う様相を呈するため、比較的長期的間、BW 内に存在し続けることができる。すなわち、BW 内では鉛直方向に近慣性周期の水平流の逆位相構造が何度も繰り返されるような、強いシア一流場の形成が想定される。しかし、強いシア一流場は力学的に不安定であり、反射後の近慣性波ビームはすぐに崩壊する可能性が考えられる。シアー崩壊は強非線形現象であり、それゆえ、本章では非線形非静力の MITgcm (Massachusetts Institute of Technology general circulation model; Marshall, 1992) を用いて、BW 内における鉛直高波数の反射ビームを初期値として設定し、その後の時間変化を調べた。

モデルの概要

簡単化のため、まず、南北断面を想定した鉛直 2 次元モデルを作成した。緯度 $\phi = 41^\circ$ の BW 内を想定して、計算領域は高さ及び南北幅を同じ 1,280 m (鉛直及び水平の格子幅は同じ 10 m) とした矩形断面とし、 N 値は全領域で零 (密度成層なし)、上面と下面は固定壁、南北側面は周期境界条件とした。よって、下面は海底面に相当するが、上面は人工的な壁となる。渦動粘性係数はシアー混合による数値的発散を抑えるために、水平・鉛直ともに $10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ の定数値を設定した。鉛直高波数の近慣性 GsW ビームを表現した適当な初期値として、振幅 2 cm s^{-1} で鉛直波長 160 m の正弦関数で表現した水平流 (水平波長は無量大) を鉛直方向の領域全体に 8 波 ($160 \text{ m} \times 8 = 1,280 \text{ m}$) ほど与えた。この初期値は水平波数 $k=0$ の GsW になるため (Fig. 3 下段を参照)、シアー流は自ずと周波数 $\sigma = f_s$ の慣性振動を始める。それゆえ、以下では「慣性振動シアー流」と呼ぶ。また、下面で濃度 1、上面の濃度 0 まで線形減少させたパッシブトレーサーを初期に設定し、均一流体中での混合過程の時間変化を等値線の変形具合で表現した。この濃度設定は、半減期をもたないが (時間減衰はないが)、海底近傍ほど高濃度となる Excess ^{222}Rn の濃度分布を想定している。

鉛直 2 次元モデルの結果

初期値として与えた慣性振動シアー流の運動エネルギーは、水平方向に空間平均した水平流速成分の運動エネルギー $(\overline{u^2 + v^2})/2$ (上付きバーは水平平均) を計算領域で鉛直方向に積分することによって得られ、ここでは

Zonal averaged kinetic energy と名付け、以下 K_Z の記号で記述する。全運動エネルギーは単純に $(u^2 + v^2 + w^2)/2$ を計算領域全体で積分して求められ、ここでは Total kinetic energy と名付け、以下 K_T の記号で記述する。よって、慣性振動シアー流の崩壊で生じる渦流擾乱は K_Z と K_T の差として間接的に計算され、ここでは Eddy kinetic energy と名付け、以下 $K_E (= K_T - K_Z)$ の記号で記述する。

Fig. 10 は計算開始後 50 時間までの各運動エネルギー量の経時変化であり、青線が K_Z 、赤線が K_E 、紫線が K_T を示す。まず、 K_T の継続的な減少傾向は、背景場に与えた渦動粘性による減衰を主な原因とするが、 K_E が極大を迎えた後ほど急速な減少を示す。計算初期の K_T は K_Z が支配的で、 K_E はほぼ零である。10 時間後から K_Z が急減し、逆に K_E が約 16 時間(縦破線)を極大値として急増している。これは 1 慣性日周期 (18.24 時間) にも満たない時間内で、慣性振動シアー流が崩壊し始めることを示す。なお、初期シアー流の振幅を減じると、崩壊の開始時刻

がより遅くなることには注意が必要である(ただし、運動エネルギー量の定性的な変化傾向は同じである)。 K_E が極大を示した 16 時間以降、慣性振動シアー流はほぼ消え (K_Z がほぼ零となり)、流速場は減衰しつつも渦流擾乱 (K_E の減少) が支配的となる。以下では K_E が極大となる時刻の 16 時間を境に、それ以前の慣性振動シアー流から渦流擾乱が発達する過程(シアー崩壊)をフェーズ 1、それ以後の渦流擾乱のみが支配的な過程をフェーズ 2 と呼び、区別する。

Fig. 11 は Fig. 10 に矢印で表示したフェーズ 1 にある (a) 0 時間と (b) 14 時間後、フェーズ 2 にある (c) 20 時間後と十分に時間経過して $K_E (= K_T)$ がほぼ零となった (d) 100 時間後の流速ベクトル場(左側)と等値線間隔 0.05 で描いたパッシブトレーサー濃度場(右側)の各断面図である。初期値である (a) 0 時は慣性振動シアー流を示し、濃度等値線は水平のままである。フェーズ 1 にあるシアー崩壊中の (b) 14 時間後では濃度等値線が乱れ始め、シアー流の

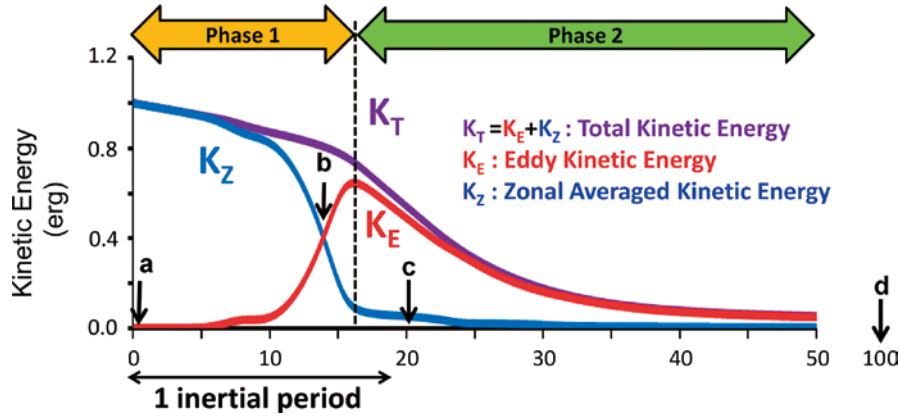


Fig. 10. Time series of three kinetic energies, i.e., total kinetic energy K_T (purple), eddy kinetic energy K_E (red) and zonal averaged kinetic energy K_Z (blue).

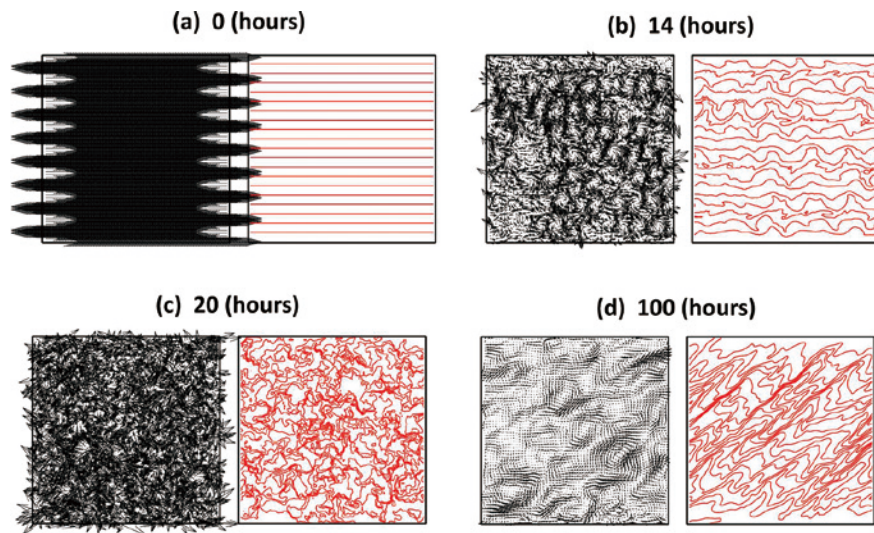


Fig. 11. Vertical sections of current vector (left) and density for tracer (right) at (a) initial state of 0 hour, and after (b) 14 hours, (c) 20 hours and (d) 100 hours. Contour interval of tracer is 0.05.

鉛直波数にほぼ対応した渦流擾乱とその崩壊が見え始めている。フェーズ 2 にある (c) 20 時間後ではさらにスケールの小さな渦流擾乱場となり、濃度等値線も非常に乱れていることがわかる。一般的なシア一流の安定性は、密度成層による安定性とシア一流による不安定性との比で表現される「リチャードソン数」を用いて議論される。本モデル計算の場合、成層がない ($N=0$) ためにリチャードソン数は常に零値、すなわち、絶対的な不安定条件にある。それゆえ、シアー崩壊後のフェーズ 2 では、様々な波数及び周波数の GsW が非線形相互作用により次第にカスケードダウンし、最終的には背景場に与えた渦動粘性によって消滅するだろうと考えられる。ところが、十分に時間が経過した (d) 100 時間後の濃度等値線を見ると、斜め方向に傾いた構造の残存を示している。この斜め方向は自転軸方向の緯度 $\varphi = 41^\circ$ の角度と一致する。すなわち、シアー崩壊後の GsW 間の非線形相互作用は単純なカスケードダウン過程ではなく、何らかの物理過程が作用していることを示唆している。

GsW の 3 波共鳴による非線形相互作用の解釈

考え得る物理過程の一つに「3 波共鳴」がある。3 波共鳴とは 3 つの単色波 (線形波) 同士の相互作用を考える弱非線形理論である (詳しくは, Bretherton, 1964)。3 つの波を下付き添え字の 1, 2, 3 で表示したとき, 3 波共鳴が生じる条件は、波数ベクトルが

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 \quad (19)$$

の関係にあることに加え、GsW の分散関係式から計算される周波数が

$$\sigma_1(\vec{k}_1) + \sigma_2(\vec{k}_2) = \sigma_3(\vec{k}_3) \quad (20)$$

の関係を満たす場合にのみ成立する。 x - z の波数平面における周波数分布図では、(20) 式の周波数関係を満たす 3 つの波数ベクトルが幾何学的に閉じた三角形を形成する場合となる。Fig. 12 は Fig. 3 の下段にも示した波数空間における GsW の周波数分布図の再表示である。左図は一例として、緑丸で示した適当な周波数 $\sigma = 1.25f_s$ の GsW (実線矢印) を選択し、この波が 3 波共鳴を生じさせる GsW の波数分布の組み合わせを計算し、それらを細実線の曲線 (resonance surface という) として描いたものである。最も興味深い組み合わせ (理由は後述) は、自転軸方向の $\sigma = 2\Omega$ を挟んで反対側にある中抜き緑丸で示した同じ周波数 $\sigma = 1.25f_s$ の GsW (破線矢印) と周波数 $\sigma = 0f_s$ の GsW (太実線矢印) の間の 3 波共鳴である。この場合の周波数の関係式は $1.25f_s + 0f_s = 1.25f_s$ となる。右図に示すように、他のあらゆる周波数 ($\sigma = 0.51f_s, 0.75f_s, f_s, 1.25f_s, 1.5f_s$) の 3 波共鳴波数分布 (細実線の曲線) においても、周波数 $\sigma = 0f_s$ の GsW との 3 波共鳴を生じさせる、 $\sigma = 2\Omega$ を挟んで反対側の同周波数の GsW は必ず存在していることがわかる。

次の連立方程式は Bretherton (1964) で提示された 3 波共鳴の振幅値 a_i ($i = 1, 2, 3$) に関する相互作用方程式である。

$$\left. \begin{aligned} i \frac{da_1}{dt} &= \frac{1}{\sigma_1} a_2^* a_3 \\ i \frac{da_2}{dt} &= \frac{1}{\sigma_2} a_3 a_1^* \\ i \frac{da_3}{dt} &= \frac{1}{\sigma_3} a_1 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、アスタリスク付の振幅は複素共役、 $i = \sqrt{-1}$ を

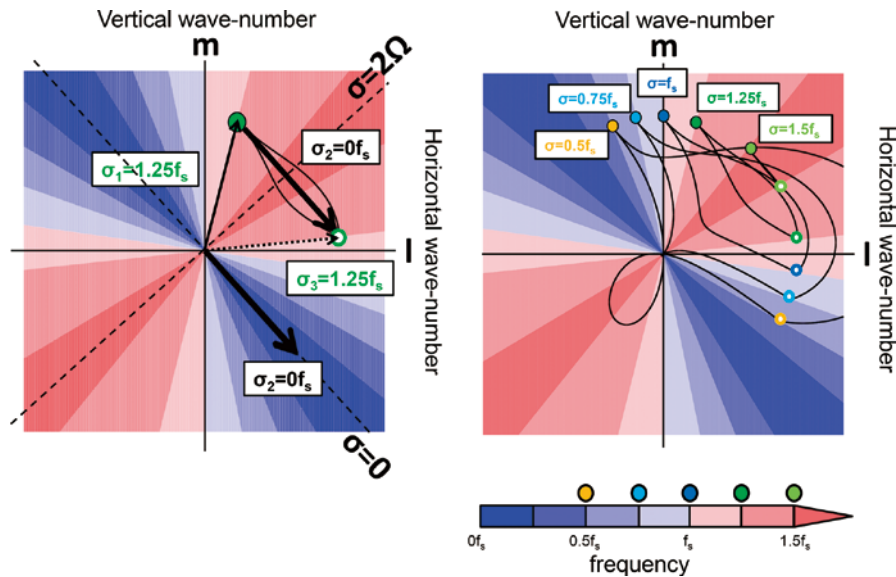


Fig. 12. Resonance combination triad ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) of meridional propagating GsW, drawing on frequency distribution in 2-dimensional wavenumber space ($m, l, k=0$). Solid curve line in left panel is resonance surface for $\sigma_1 = 1.25f_s$. Three vectors show special triad between $\sigma_1 = 1.25f_s$ (thin arrow), $\sigma_2 = 0f_s$ (thick arrow) and $\sigma_3 = 1.25f_s$ (dotted arrow). Right panel indicates other example of resonance surfaces (solid curve lines) for $\sigma = 0.5f_s, 0.75f_s, f_s, 1.25f_s$ and $1.5f_s$.

示す。なお、この相互作用方程式の導出手順については、田中(2017)の多重尺度法を用いて、付録Bで解説しておく。(21)式で注目すべき点は、3波共鳴で生じる振幅の時間変化項は、周波数が小さいほど($\sigma \rightarrow 0$)大きくなることである。先のモデル計算でみたように、シア崩壊後は様々な波数及び周波数のGsW間で3波共鳴による相互作用が生じていると考えられるが、その中で最も振幅が大きくなる3波共鳴は周波数がほぼ零となるGsWとの組み合わせになる。いま、ある波を $\sigma_2 \sim 0$ としたとき、他の2波が $\sigma_1 + 0 \sim \sigma_3$ の関係を満たすためには、 $\sigma_1 \sim \sigma_3$ のほぼ同周波数でなければならない。Fig. 12でみたように、そのような2波はGsWであれば必ず存在し得るのである。よって、GsWの3波共鳴から生じるGsWの中で、最も大振幅となるGsWは周波数 $\sigma \sim 0$ のGsWであり、その群速度の方向はほぼ自転軸方向($\sigma \sim 2\Omega$)となる。なお、 $\sigma \sim 0$ (準定常)のGsWは自転軸方向の移流を起こす準定常流であるため、変動成分である渦流擾乱の K_E がほぼ零であっても矛盾しない。これが100時間後の濃度等値線にみられた、緯度 $\phi = 41^\circ$ の自転軸方向に傾いた濃度分布の原因と考える。ただし、海底面での $w = 0$ を満たし、 $\sigma = 0$ の完全な定常状態になれば、どこでも鉛直流速は零となるため、斜め移流は消失する。それゆえ、Fig. 11(d)に示した100時間後の濃度等値線は斜め方向に傾いたままに残存しており、それ以上の変化は生じない。

このモデルに海底起源のExcess ^{222}Rn を短い半減期(3.82日)のトレーサーとして設定すれば、海底付近の高濃度トレーサーがパッチ状に上方斜めに傾いた構造となることが容易に想像される。すなわち、適当な場所で濃度の鉛直分布を描けば、Excess ^{222}Rn の第二極大に似た鉛直プロファイルを得ることができる(しかし、実際に描いたプロファイルは定量性に欠けていたため、ここでは示さない)。これがExcess ^{222}Rn が示した第二極大の新しい解釈であり、近慣性流変動が卓越したBW内であれば、上記のシア崩壊現象によって、どこでも起こり得る物理機構と考える。ただし、Excess ^{222}Rn の現実的で定量的な第二極大を

モデル再現するためには、本モデルのような初期値問題ではなく、継続的な近慣性波のBW内侵入を想定したモデル強制でトレーサー実験をしなければならないと考えている。

3次元モデルへの拡張とその結果

鉛直2次元モデルを用いて表現される3波共鳴は、計算断面に直交する波長を無限大とした仮定した特殊な場合である。より現実的と思われる3次元空間での3波共鳴では、さらに多くの組み合わせが存在する。Fig. 13は3次元の波数空間上(水平軸は東西波数 k と南北波数 l 、鉛直軸は鉛直波数 m)において、一例として $\sigma = f_s$ の周波数分布(黄色い円錐側面)を示し、青平面が $\sigma = 0$ 、茶色軸が青平面に直交した $\sigma = 2\Omega$ (自転軸)である。この波数

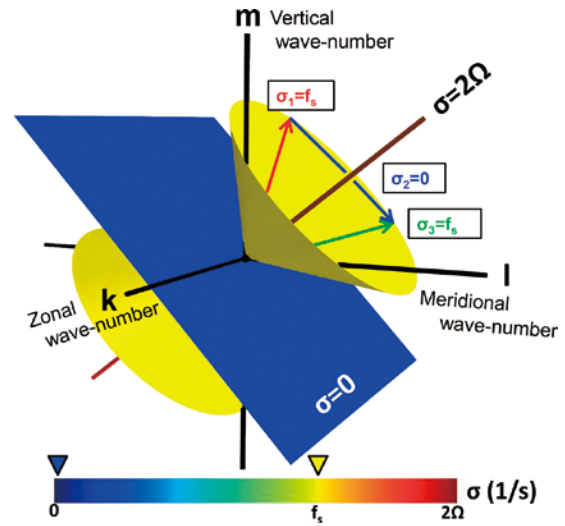


Fig. 13. One example of resonance combination triad of GsW, drawing on frequency distribution in 3-dimensional wavenumber space (m, l, k), i.e., $\sigma_1 = f_s$ (red arrow) with $k < 0$, $\sigma_2 = 0$ (blue arrow) and $\sigma_3 = f_s$ (green arrow). Yellow cone is $\sigma = f_s$, brown axis is $\sigma = \Omega$, and blue plane is $\sigma = 0$.

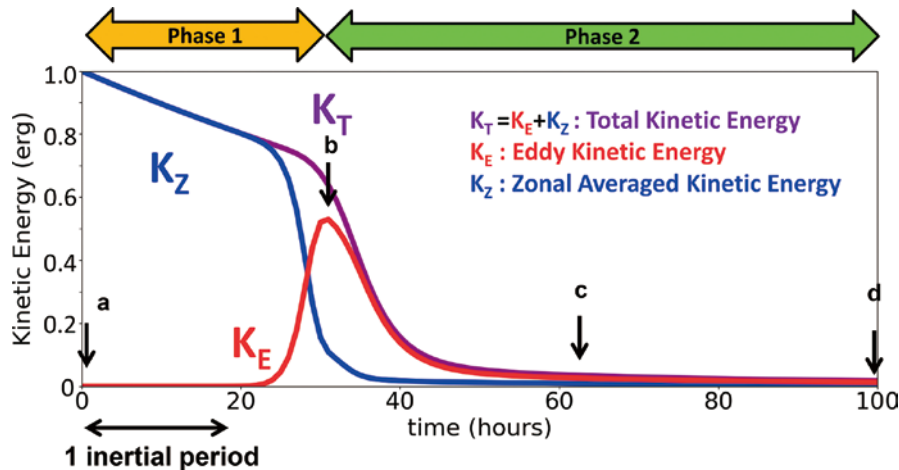


Fig. 14. Same as Fig. 10 except for the result of 3-dimensional model.

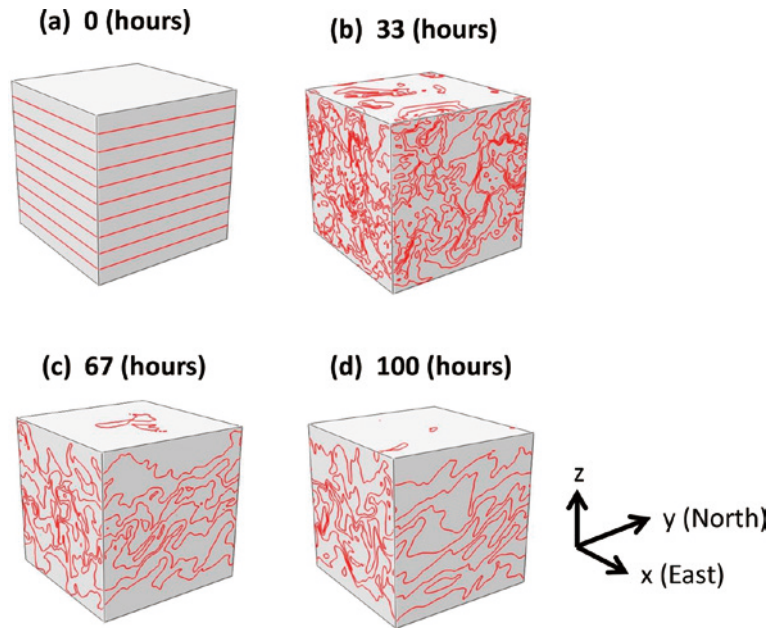


Fig. 15. 3-dimensional sections of density for tracer (contour interval is 0.1) at (a) initial state of 0 hour, and after (b) 33 hours, (c) 67 hours and (d) 100 hours.

空間図に2次元平面には投影できない3波共鳴として、 $k < 0$ 側(東西方向にも構造をもつという意味)に偏った $\sigma_2 = 0$ (青矢印) との組み合わせである σ_1 (赤矢印) $= \sigma_2$ (緑矢印) $= f_s$ の各波数ベクトルを描いている。この例のような組み合わせが、3次元空間では無限に存在し得る。

計算領域を各辺 640 m の立方体にした点(東西・南北面はそれぞれ周期境界条件、水平・鉛直格子幅は同じ 10 m)にした点を除けば、初期値($k=1=0$ なので慣性振動シア一流)を含む他の条件は全て鉛直2次元モデルと同じ設定とし、100時間まで数値積分を行った。Fig. 14 は Fig. 10 と同様にして作成した、 K_z (青線)と K_E (赤線)と K_T (紫線)の各運動エネルギー量の経時変化であり、結果は2次元モデルと定性的に同じであった。本計算では Fig. 14 をもとにして、フェーズ1の最初の(a)0時間とフェーズ1とフェーズ2の境界である(b)33時間後、フェーズ2にある(c)67時間後と(d)100時間後におけるパッシブトレーサー濃度分布図(等値線間隔 0.1)のみを Fig. 15 に示した。表示した3つの断面は右面が東西断面、左面が南北断面、上面が水平断面である。33時間以降のシアー崩壊後、東西断面には複雑に乱れた構造が示唆されるものの、南北断面では2次元モデルと同様に、自転軸方向(緯度 $\phi = 41^\circ$ の角度)に等値線が斜め方向に傾いた構造を形成し始めている。この結果は3次元空間によって3波共鳴の組み合わせが格段に増加しても、最も大振幅となる GsW は東西方向に有限な構造をもちながらも、やはり周波数 $\sigma \sim 0$ の GsW であることがわかる。

おわりに

日本海深層の密度成層は非常に弱く、浮力振動数の N 値では BW 内のほぼ零から慣性周波数 f_s の数倍程度(DW 内)の範囲にある。このような弱成層状態の内部波を議論する際には、慣習的には無視されている「コリオリの水平成分: f_c 」を考慮する必要がある。そこで、本論の前半ではコリオリパラメータの f_s と f_c の両成分を考慮した線形内部波の分散特性について、独自の物理的解釈を加えたレビューを行った。特に、本研究では日本海深層で卓越する近慣性周期の内部波(近慣性波)の挙動に注目し、「コリオリの水平成分」を考慮すれば、 $N \sim 0$ の BW 内にも近慣性波が侵入できることを示した。さらに、北方海面から南方へ下方伝播する近慣性波は、BW 内では鉛直低波数の GsW として入射し、海底反射後は鉛直高波数の GsW としてほぼ水平伝播することもわかった。BW 内における鉛直高波数の GsW は、鉛直シア一流の近慣性振動(慣性振動シア一流)を意味している。本論の後半では、この慣性振動シア一流を初期値とした非線形非静力のモデル実験を行い、BW 内のシアー崩壊による混合過程を調べた。モデル結果と3波共鳴理論をもとに、シアー崩壊後には自転軸方向の移流(周波数 $\sigma \sim 0$ の GsW)が生じることを示し、これにより海底起源の Excess ^{222}Rn が海底上 300~500 m 付近に形成する第二極大が説明できる可能性を提案した。

本論では弱非線形理論の3波共鳴を用いて、最終的に $\sigma \sim 0$ (準定常)の GsW が励起される可能性を主張したが、この GsW はあくまでも線形波であり、さらに海底で鉛直流が零($w=0$)の条件を満たす完全な定常流($\sigma=0$)にな

謝 辞

れば、厳密にはテイラー・プラウドマンの定理が成立するはずである。すなわち、 $\sigma=0$ の GsW の真の姿は、鉛直流が零となる水平渦流のみで構成されるテイラー柱と考えられる (例えば, Thiele and Muller, 2009)。よって、 $\sigma \sim 0$ (準定常) の GsW であっても、それ自身がトレーサーを斜め方向に移流した、と単純に結論付けるのは早計とも思える。そこで最後に、3 波共鳴以外に考えられる物理機構として、ロスビー数が 1 程度となる強非線形現象の候補を提示しておきたい。

シアー崩壊後の BW 内では、あらゆる方向に流速ベクトルをもつ微小な水粒子が所狭しに存在している様子が想定される。いま、その中の 1 つの水粒子に注目し (一種のパーセル法)、圧力勾配項や粘性項に比して慣性項とコリオリ項が十分に卓越した理想的な状態で、その挙動を考えてみよう。水粒子は自転軸方向に慣性で移動する直進成分と自転軸に直交した面に平行な円軌道上の回転成分 (回転周期は水粒子の初期方向に依存して変化) の重ね合わせ、すなわち、螺旋運動をすることが推測される。次に、初期方向が任意の全ての水粒子の軌跡をアンサンブル平均すれば、おそらく、回転成分の軌跡は相殺されて、自転軸方向への平均的な軌跡 (直進成分) が残ると推測される。この物理機構が本当に可能ならば、3 波共鳴から生じる $\sigma \sim 0$ の GsW とは異なり、十分に有意な鉛直流速をもつ水粒子がトレーサーを斜め方向 (自転軸方向) に移流させることができるであろう。ただし、考慮しなかった圧力勾配項の働きも無視できないため、上述した物理機構には再考が必要であり、それは今後の課題としたい。

九州大学応用力学研究所の大貫陽平助教には、「コリオリの水平成分」や「3 波共鳴」に関する論文を紹介して頂いたことに加え、改善すべき理論的な考え方もご指摘頂きました。名古屋大学宇宙地球環境研究所の相木秀則准教授には、同研究所主催の「海洋波および大気海洋相互作用に関するワークショップ」への参加を与えて頂き、波動の非線形相互作用に関して有益な情報交換をすることができました。北海道大学工学研究院の猿渡亜由未准教授には、学院が異なるにも関わらず、MITgcm の使用方法を親切に教えて頂きました。北海道大学水産科学院の上野洋路准教授と阿部泰人助教には、本論文で使用した用語や数式について、多くの有益な助言をいただきました。以上、5 名の方々には心より感謝致します。また、本文中の Fig. 2 で引用した観測資料は、北海道大学水産学部附属練習船おしよる丸の調査航海で得られたものであり、同船の船長をはじめ、士官・調査士・乗組員の皆様に感謝致します。

付録 A : Benthic front の地衡流調節問題の数値実験

Fig. 1 に示した大和海盆 (Yamato Basin : YB) と日本海盆 (JB) の境界付近の底層には、Benthic front と呼ばれる非常に小さな水温差で形成される底層前線が定在している (Senju et al., 2005)。底層近傍の鉛直密度成層も非常に弱くて $N \sim f_s$ なので、内部変形半径 ($\lambda_i = NH/f_s \sim H$) は Benthic front の厚さ H と同程度となる。それゆえ、Benthic front の地衡流調節問題は非静力の力学領域で議論しなければならず、静水圧近似を課した一般の調節問題とは異なる (山

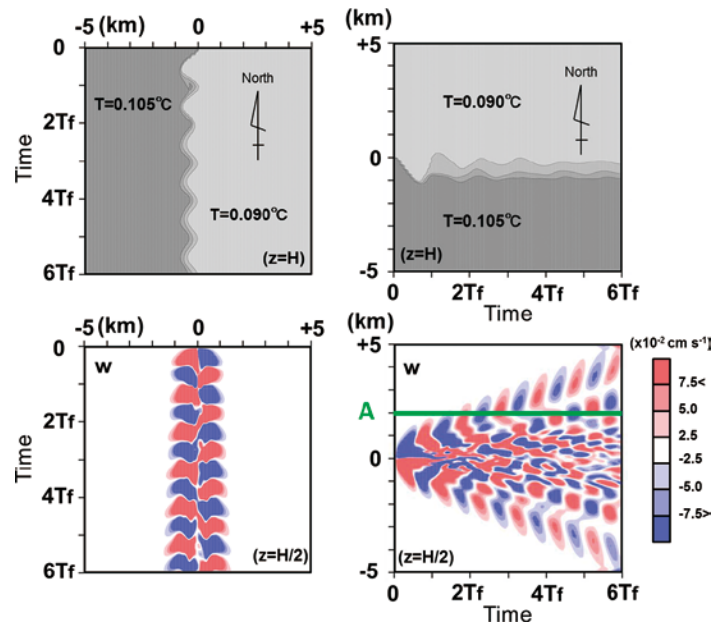


Fig. A1. Space-time plots of (upper) bottom temperature and (lower) vertical velocity at mid-depth. Left and right panels are the model results for south-to-north and east-to-west directed initial thermal front, respectively.

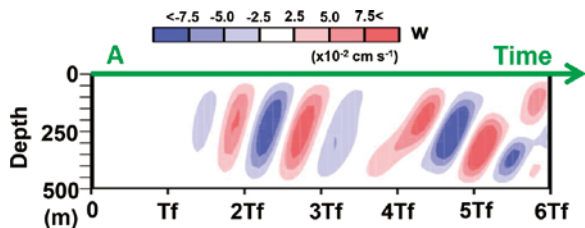


Fig. A2. Temporal change in vertical velocity at section of site A, which is located at 2 km north away from the east-to-west directed front, shown by green line in Fig. A1.

内ら, 2015)。さらに, 本論で指摘しているように, 弱い密度成層条件では「コリオリの水平成分」も考慮しなければならない。

そこで, 本文中で紹介した鉛直 2 次元の 3 波共鳴実験と同じ MITgcm (非線形非静力モデル) を用いて, モード波伝播の一例として, Benthic front の地衡流調節問題を想定した数値実験を行った。計算領域は水平 50 km 幅 (格子間隔 50 m), 厚さ 500 m (格子間隔 10 m) とし, 上面および下面は固定壁, 水平開境界は放射条件とした。緯度 $\varphi = 40^\circ$ としたコリオリパラメータでは鉛直 (f_v)・水平 (f_h) の両成分を考慮し, 塩分は全領域で一定 (34.06), 渦動粘性係数と渦拡散係数は同値として, 水平は $2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, 鉛直は $0.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ とした。モデル中央に初期値として Benthic front を水平方向に一定の水温差のみ ($\Delta T = 0.015^\circ \text{C}$) で表現し, 前線を挟んだ暖水・冷水域の成層の強さは同じ $N=f_h$ に設定した。モデル計算は初期値として南北前線 (東側冷水, 西側暖水) と東西前線 (北側冷水, 南側暖水) を設定した 2 ケースである。

Fig. A1 の上段は底層水温, 下段は中央水深 ($z = 250 \text{ m}$) における鉛直流速 w (赤色濃淡で上昇流, 青色濃淡で下降流) の 6 慣性周期までの各時空間イソプレット図であり, 左側が南北前線, 右側が東西前線のモデル結果である。一般に, 南北前線から発生する内部波は東西方向に伝播するため, $N \neq f_h$ であれば「コリオリの水平成分」の影響を受けずに伝播できる。このモデル結果は予め $f_h = 0$ を仮定して, Benthic front の地衡流調節問題を初めて考察した山内ら (2015) と全く同じ結果になる。彼らも指摘しているように, $N=f_h$ の特別な成層条件では波動解がなく, 慣性振動 f_h と浮力振動 N が同時に励起された「 fN 振動」が前線に捕捉され続けていることがわかる。一方, 東西前線から発生する内部波は南北方向に伝播するため, 「コリオリの水平成分」の影響が陽に現れ, $N=f_h$ であっても波動解が存在し得る。それゆえ, 東西前線では南北前線とは異なり, 前線を離れる内部波が生じ, 底層前線付近 ($w \sim 0$) の fN 振動は次第に小さくなり, 静水圧近似の地衡流調節にもよく似た状況が現れている。Fig. A2 は東西前線から北側に 2 km 離れた A 地点 (緑色線) で抽出した鉛直流速 w の鉛直-時間イソプレット図である。「コリオリの水平成分」の影響である斜めに傾いた構造が 2~3 慣性周

期付近では第 1 モード波として, 5 慣性周期以降には遅い伝播速度の第 2 モード波として A 地点を通過していることがわかる。

付録 B: 多重尺度法による 3 波相互作用方程式の導出

ここでは田中 (2017) の多重尺度法を用いて, 3 波共鳴相互作用における各波動の振幅時間変化の相互作用方程式を導出する。一般に, 非線形現象の時間スケールは線形現象よりもゆっくりとしている。そこで, 多重尺度法では非線形現象と線形現象の時空間を分離できるという考え方をもとに, 時空間の変数を線形の現象に対応する変数と非線形に対応する変数に拡張する。本論で扱った内部慣性重力波や GsW を支配する線形方程式 (鉛直流速 w に関する (8) 式) の一般形式に, 最も単純な非線形現象 w^2 を加えたモデル方程式は

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = w^2 \quad (\text{B1})$$

となる。左辺の第 3 項が分散性を示すため, 任意波動の分散関係は 3 波共鳴条件を満たすことができる。次に, 従属変数 $w(x, t)$ を多重尺度法の考え方に従い, 微小パラメータ ε を用いて次のように展開する。

$$w(x, t) = \sum_{k=1} \varepsilon^k w_k = \varepsilon w_1 + \varepsilon^2 w_2 + \dots, \quad w_k = w_k(x_0, t_0, t_1, t_2, \dots) \quad (\text{B2})$$

ここで, $k = 0, 1, 2, \dots$ の自然数, x_0 と t_0 は線形波に関する変数, $t_1 = \varepsilon t_0$ や $t_2 = \varepsilon^2 t_0$ は非線形効果が顕在化してくるような長時間を扱うためにゆっくり変化する時間変数である。このように時間変数を拡張したことによって, 時間偏微分は以下のように展開される。

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} + \dots \quad (\text{B3})$$

まず, 最低次 $O(\varepsilon)$ の解 w_1 として, 3 波共鳴条件を満たす 3 つ ($i = 1, 2, 3$) の波列 (a_i は振幅, θ_i は位相) の和を考える。すなわち,

$$w_1 = a_1(t_1, t_2, \dots) \exp(i\theta_1) + a_2(t_1, t_2, \dots) \exp(i\theta_2) + a_3(t_1, t_2, \dots) \exp(i\theta_3) \quad (\text{B4})$$

$$\theta_i = k_i x - \sigma_i t$$

一方で, (B2) と (B3) を用いて (B1) 式を変形し, さらに, $O(\varepsilon^2)$ よりも小さい項は十分に小さいとして省略すると, 次の方程式が得られる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t_0^2} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^3}{\partial x^3} \right) (\varepsilon w_1 + \varepsilon^2 w_2) = -2 \frac{\partial^2}{\partial t_0 \partial t_1} \varepsilon^2 w_1 + \varepsilon^2 w_1^2 \quad (\text{B5})$$

この式の w_1 に (B4) 式を代入し, $O(\varepsilon^2)$ の方程式 (w_2 に関する方程式) に整理すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t_0^2} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^3}{\partial x^3} \right) w_2 = & -2i \left(\sigma_1 \frac{\partial a_1}{\partial t_1} \exp(i\theta_1) \right. \\ & + \sigma_2 \frac{\partial a_2}{\partial t_2} \exp(i\theta_2) + \sigma_3 \frac{\partial a_3}{\partial t_3} \exp(i\theta_3) + \text{c.c.} \Big) \\ & + (a_1 \exp(i\theta_1) + a_2 \exp(i\theta_2) + a_3 \exp(i\theta_3) + \text{c.c.})^2 \end{aligned} \quad (\text{B6})$$

となる。右辺の第2項(非線形項)は複素振幅項(c.c.項)を含めて計算すると、 $6^2=36$ 個に展開されるが、3波共鳴の共鳴条件である $\theta_1+\theta_2=\theta_3$ の関係式から位相 θ の和と差は $\exp(i(\theta_3-\theta_2))=\exp(i\theta_1)$, $\exp(i(\theta_3-\theta_1))=\exp(i\theta_2)$, $\exp(i(\theta_1+\theta_2))=\exp(i\theta_3)$ で置き換えることができる。このようにして展開された右辺の各項において、 $\exp(i\theta_1)$, $\exp(i\theta_2)$, $\exp(i\theta_3)$ に関する項のみを抽出すると、次の3式が得られる。

$$\begin{aligned} -2i\sigma_1 \frac{\partial a_1}{\partial t_1} \exp(i\theta_1) + 2a_2^* a_3 \exp(i\theta_1) &= 2 \left(-i\sigma_1 \frac{\partial a_1}{\partial t_1} + a_2^* a_3 \right) \exp(i\theta_1) \\ -2i\sigma_2 \frac{\partial a_2}{\partial t_1} \exp(i\theta_2) + 2a_3 a_1^* \exp(i\theta_2) &= 2 \left(-i\sigma_2 \frac{\partial a_2}{\partial t_1} + a_3 a_1^* \right) \exp(i\theta_2) \\ -2i\sigma_3 \frac{\partial a_3}{\partial t_1} \exp(i\theta_3) + 2a_1 a_2 \exp(i\theta_3) &= 2 \left(-i\sigma_3 \frac{\partial a_3}{\partial t_1} + a_1 a_2 \right) \exp(i\theta_3) \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

これら $\exp(i\theta_1)$, $\exp(i\theta_2)$, $\exp(i\theta_3)$ に関する項は、(B6)の方程式において永年項(時間とともに振動振幅が際限なく増加させる項)を発生させる共鳴的な外力項となる。これらの項が消えて永年項が発生しない条件(「非永年条件」という)は、(B7)式右辺のカッコ内が零のときに限られる。この非永年条件より、本文中の(21)式に示した3波相互作用方程式(ただし、時間 t_1 を t に変更)が導出される。

参 考 文 献

- Bretherton, F.P. (1964) Resonant interactions between waves. The case of discrete oscillations. *J. Fluid Mech.*, **20**, 457-479.
 Gamo, T. and Horibe, Y. (1983) Abyssal Circulation in the Japan Sea. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **39**, 220-230.
 Gamo, T. (2014) Excess ^{222}Rn profiles in the bottom layer of the Japan Sea and their implication for bottom water dynamics.

- Prog. Oceanogr.*, **121**, 94-97.
 Gerkema, T. and Shrira, V.I. (2005) Near-inertial waves in the ocean: beyond the 'traditional approximation'. *J. Fluid Mech.*, **529**, 195-219.
 Gill, A.E. (1982) In *Atmosphere Ocean Dynamics*, edited by Williams, L.D., Academic Press, New York.
 LeBlond, P.H. and Mysak, L.A. (1978) *Waves in the Ocean*. Elsevier, New York.
 Marshall, J., Hill, C., Perelman, L. and Adcroft, A. (1997) Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling. *J. Geophys. Res.*, **102**, 5733-5752.
 Matsuno, T., Endoh, T., Hibiya, T., Senjyu, T. and Watanabe, M. (2015) Formation of the well-mixed homogeneous layer in the bottom water of the Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **71**, 441-447.
 Mori, K., Matsuno, T. and Senjyu, T. (2005) Seasonal/spatial variations of the near-inertial oscillations in the deep water of the Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **61**, 761-773.
 Senjyu, T., Isoda, Y., Aramaki, T., Otosaka, S., Fujio, S., Yanagimoto, D., Suzuki, T., Kuma, K. and Mori, K. (2005) Benthic Front and the Yamato Basin Bottom Water in the Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **61**, 1047-1058.
 莊司堅也・磯田 豊・久万健志・荒巻能史 (2015) 日本海深層循環における底層水の形成. 北海道大学水産科学研究彙報, **65**(1), 17-29.
 Takematsu, M., Nagano, Z., Ostrovskii, A.G., Kim, K. and Volkov, Y. (1999a) Direct measurements of deep currents in the northern Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **55**, 207-216.
 Takematsu, M., Ostrovski, A.G. and Nagano, Z. (1999b) Observation of eddies in the Japan Basin interior. *J. Oceanogr.*, **55**, 237-246.
 田中光宏 (2017) 非線形波動の物理, 森北出版株式会社, 東京.
 Thiele, M. and Muller, W. (2009) Structure and decay of rotating homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, **637**, 425-442.
 寺本俊彦 (1976) 海洋物理学 II, 東京大学出版会, 東京.
 Haren, V.H. and Millot, C. (2004) Rectilinear and circular inertial motions in the Western Mediterranean Sea. *Deep Sea Res. I.*, **51**, 1441-1455.
 Watanabe, M. and Hibiya, T. (2018) A near-inertial current event in the homogeneous deep layer of the northern Sea of Japan during winter. *J. Oceanogr.*, **74**, 209-218.
 山内泰孝・莊司堅也・磯田 豊・有田 駿・河野航平・藤原将平・方 曉蓉・朝日啓二郎・伊田智喜・久万健志・館野愛実・今井圭理・大和田真紀 (2015) 日本海深層の底層フロントに捕捉された fN 振動. 海の研究, **24**(4), 147-169.