HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Asymptotic analysis of bending, torsional and stretching eigenfrequencies of thin elastic rods [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	RODRÍGUEZ MULET, ALBERT
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13750号
Issue Date	2019-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/76082
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Albert_RodoriguezMulet_review.pdf, 審査の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理学）　氏 名 Albert Rodríguez Mulet

審査担当者	主 査　教 授	神保 秀一
	副 査　教 授	本多 尚文
	副 査　教 授	久保 英夫

学 位 論 文 題 名

Asymptotic analysis of bending, torsional and stretching eigenfrequencies of thin elastic rods

（細長い弾性体における，曲げ・捩れ・伸び縮みモードの固有振動数の漸近挙動）

博士学位論文審査等の結果について（報告）

本論文の目的は一様で等方的な材質の細い弾性体の振動現象を記述するモデル方程式に現れる作用素(ラメの作用素)の固有値問題の解析である．特に固有振動数やその分布を特徴付ける結果を得た．研究する領域は３次元の細長い開集合 $\Omega(\varepsilon)$（$\varepsilon>0$ は細さの度合いを表すパラメータ)で，ε がゼロに近づく極限において$\Omega(\varepsilon)$は有限の線分 T に縮退する．この領域においてラメの作用素 L の固有値問題(スペクトル問題) $L[\Phi]+\mu\ \Phi = 0$ ($x\in\Omega(\varepsilon)$) を考察する．但し，$\Omega(\varepsilon)$ の境界のうち側面には無圧(No-Traction)境界条件、上底と下底には固定(Dirichlet)境界条件を課する．ε が微小のとき固有(変形)振動には,大雑把に分けて，曲げモード(Bending Mode)，捩れモード(Torsion Mode)，伸縮モード(Stretching Mode) があることが観測などで知られている．この分類に対応する固有値およびその分布や対応する固有関数の特徴を数学解析の枠組みでとらえることはあまりなされていなかった．粗い評価によって ε が小さい極限においてゼロの近傍に固有値が集積することがわかる．より正確には第 k 固有値を$\mu_k(\varepsilon)$ は各 k ごとに $\mu_k(\varepsilon)=0(\varepsilon^2)$ が示される．そこで$\mu_k(\varepsilon)/\varepsilon^2$ の極限値Λ_k を求める課題が自然に現れる．この問題に関しては Tanbaca, Kerdid, Viano, Irago らの先行研究があり，断面が一様な場合な場合にΛ_k が定数係数４階常微分方程式系の固有値問題の固有値として特徴付けられた．本研究者は領域の断面が軸方向に非一様な場合に課題を一般化して解析し類似の結果を証明した．得られた極限方程式は変数係数の４階常微分方程式系であり先行研究の完全な一般化となっている．証明法針は先行研究と一致する部分もあるが、上からの評価をする際に断面の変動するため新たな工夫が必要である．困難を克服する方法はテスト関数を具体的に作成する部分で大変長大な計算を実行している．この方法は原始的ゆえ,より一般あるいは複雑な状況を考える上で汎用性があると評価できる(第 3 節)．一方，小さい ε に対して振動数が小さくならないモード(曲げモードおよび伸縮の振動モード)がある．対応する固有値の番号付け k=k(ε)はεに従って増大することになる．この $\mu_{k(\varepsilon)}(\varepsilon)$ はゼロに接近せず正の極限値に収束する．これについては先行する数学解析はほとんどなく本研究は第１歩を記した．今回結果を示すことが出来たのは $\Omega(\varepsilon)$ が軸対称の場合である．成果としてそれぞれのモードについて $\mu_{k(\varepsilon)}(\varepsilon)$ の極限値を得て，その値を極限方程式としての２階常微分方程式の固有値問題の固有値として確定できた(第４節)．以上の固有振動のモードを解析する２項目の研究成果は大変良い仕事と評価で，論文全体の表現やまとまりも非常に良いものとなっている．よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認められる．