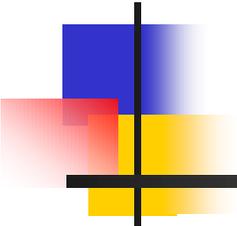




Title	2005年度 グラフ理論講義ノート
Author(s)	井上, 純一; Inoue, Jun-ichi
Description	http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/
Issue Date	2005-11-18T08:53:31Z
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/771
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	learning object
File Information	GraphTheory05_slide2.pdf, 第2回講義スライド





グラフ理論 #2

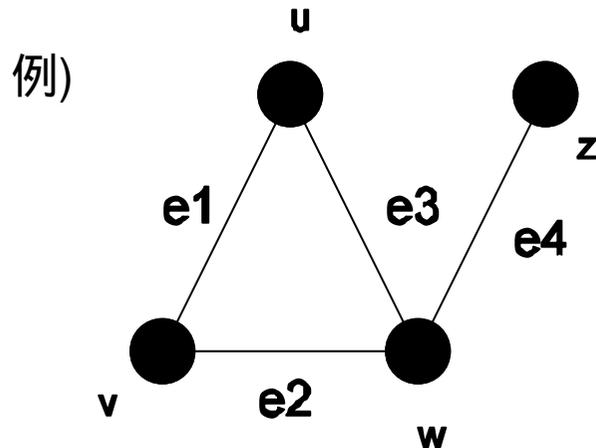
第2回講義 4月22日

情報科学研究科 井上純一

http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

単純グラフ

単純グラフ: グラフにループが含まれず、頂点のどの対も高々1つのリンクで結ばれているグラフ



グラフGの点集合 (vertex set)

$$V(G) = \{u, v, w, z\}$$

$$E(G) = \{uv, vw, wv, wz\}$$

グラフGの辺集合 (edge set)

y_G : グラフGの接続関数 Gの各辺にGの頂点の対を対応させる関数

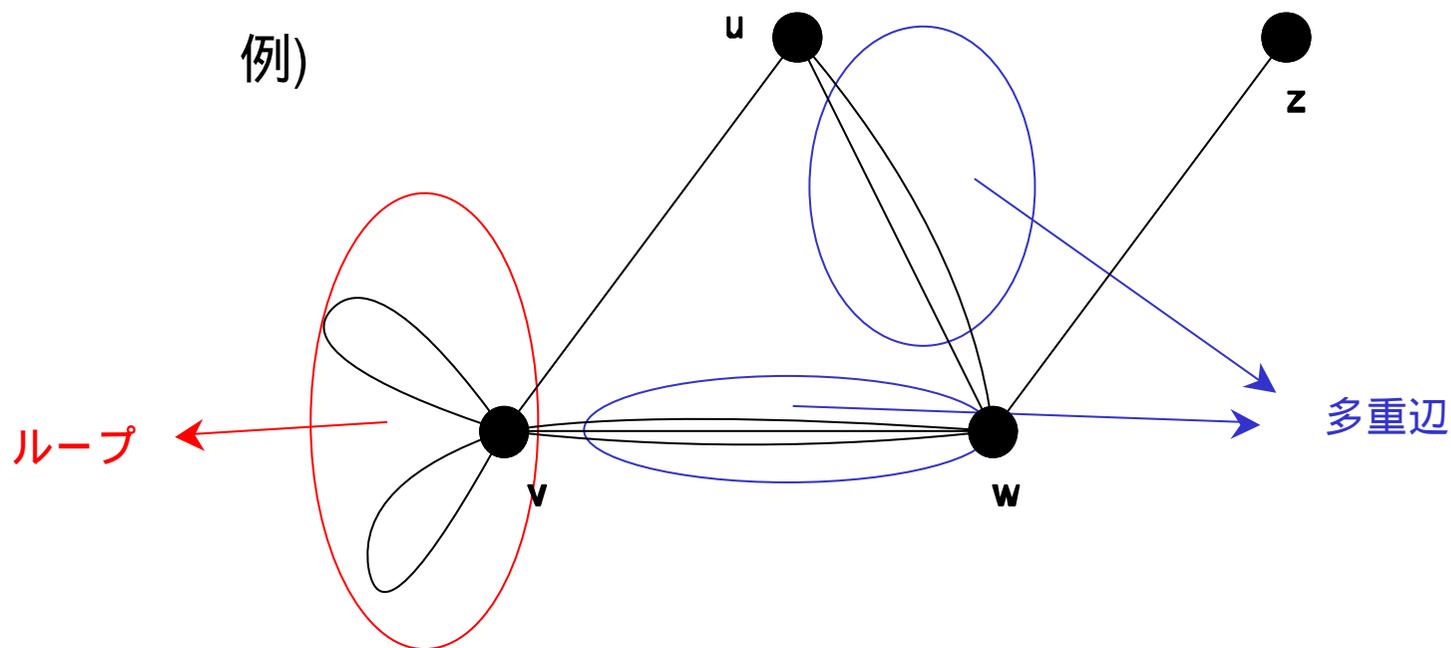
$$y_G(e_1) = uv, y_G(e_2) = vw$$

$$y_G(e_3) = wu, y_G(e_4) = wz$$

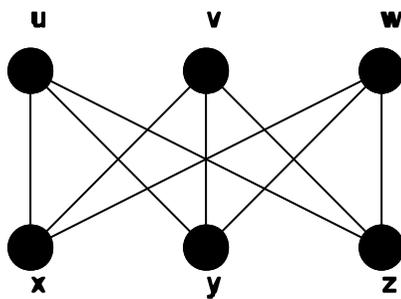
例)の場合の接続関数

一般グラフ (単純グラフ)

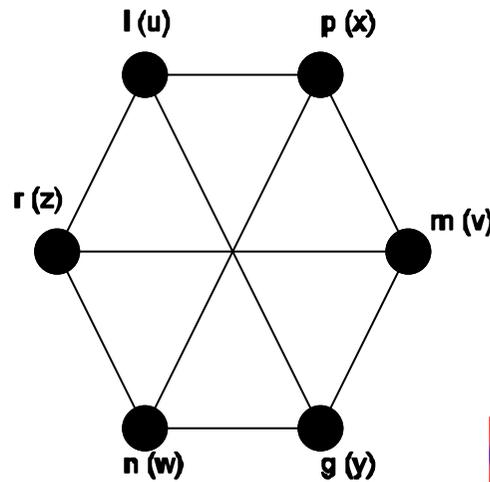
一般グラフ (general graph) : ループや多重辺も許されたグラフ



同形



G1



G2

2つのグラフ G_1, G_2 が同形であるとき

1対1写像:

$$q: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$$

$$f: E(G_1) \rightarrow E(G_2)$$

が次を満たす

$$y_{G_1}(e) = uv \Leftrightarrow y_{G_2}(f(e)) = q(u)q(v)$$

接続関数

上の例では

$$q(u) = l, q(v) = m, q(w) = n, q(x) = p, q(y) = q, q(z) = r$$

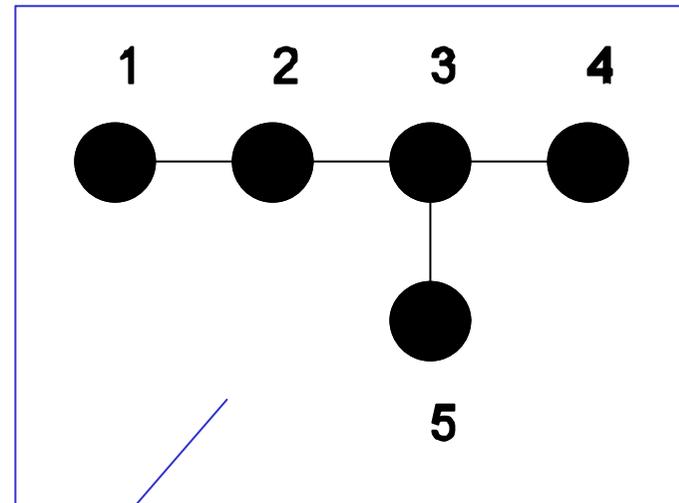
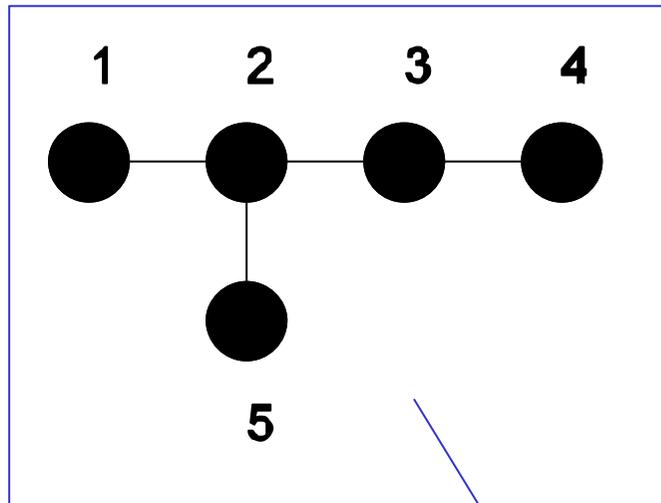
$$f(\overline{ux}) = \overline{lp} = \overline{q(u)q(x)}, f(\overline{uz}) = \overline{lr} = \overline{q(u)q(x)}, \dots$$

となり次が成立

$$y_{G_1}(\overline{ux}) = ux \Leftrightarrow y_{G_2}(f(\overline{ux})) = lp = q(u)q(x), \dots$$

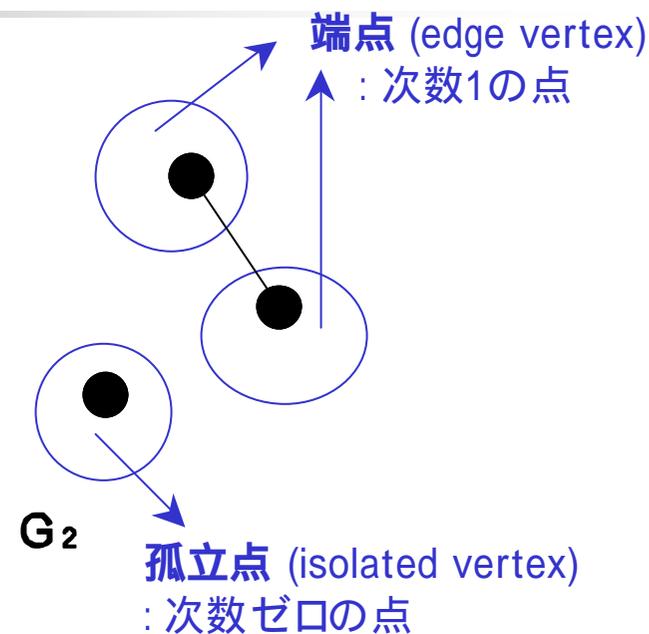
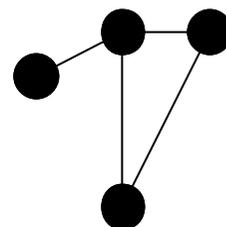
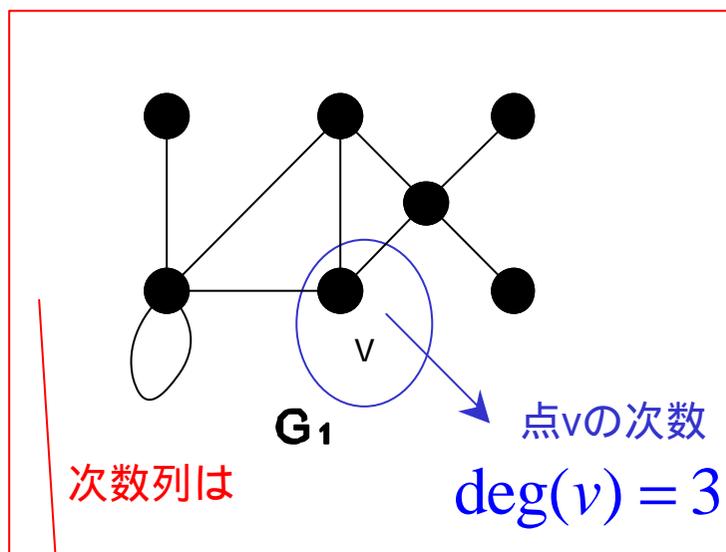
ラベル付きグラフ・ラベルなしグラフ

ラベル付きグラフ：各点に名前のついたグラフ



ラベル付きグラフとして扱う場合には、これら2つの木は別個の木となる

次数および次数列



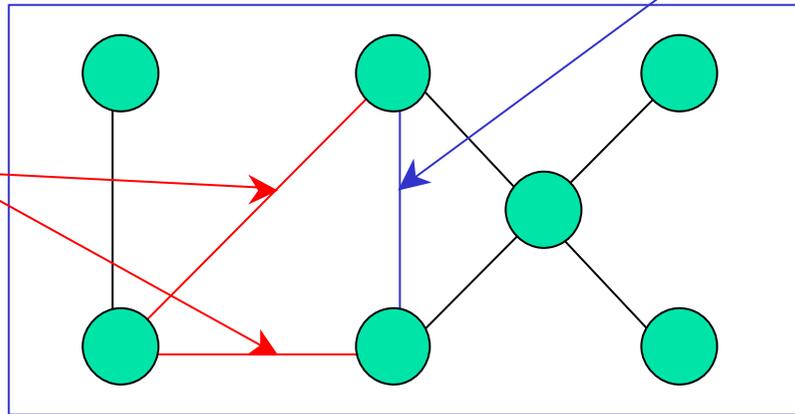
グラフの次数列：次数を増加順に記したもの

(1, 1, 1, 3, 3, 4, 5)

逆にグラフが描けるような数列のことを、その数列は「**グラフ的**」であると言う

部分グラフ

この2辺を
除去する



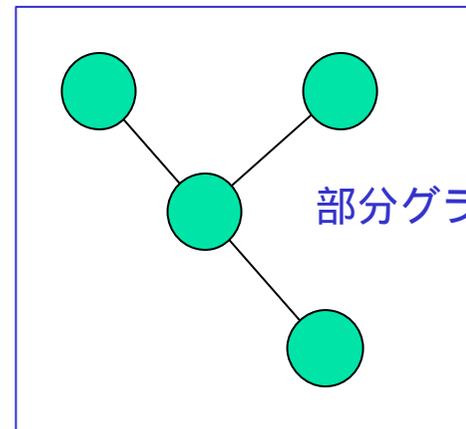
この辺を縮約する

右の2つの部分グラフが得られる

部分グラフ#1



部分グラフ#2



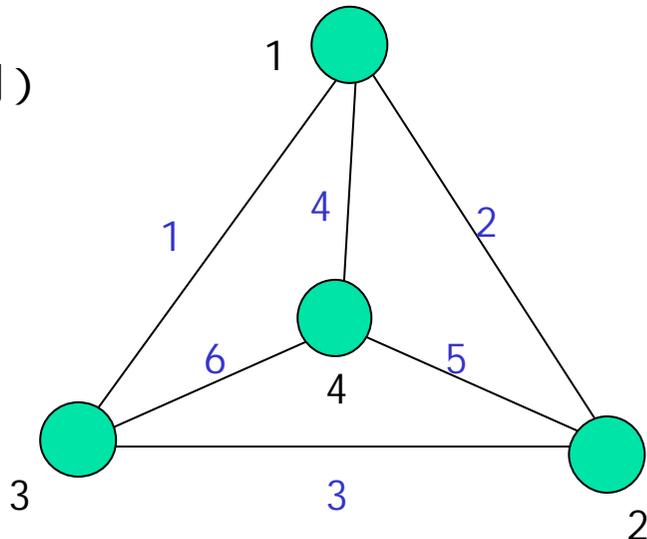
グラフの行列表現

点数 n 変数 m のグラフに対して

隣接行列 : 点 i と点 j を結ぶ辺の本数を第 ij 要素とする $n \times n$ の行列

接続行列 : 点 i が辺 j に接続している場合、第 ij 要素が1であり、接続していなければ0である $n \times m$ の行列

例)



隣接行列

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

和3は点1の次数

接続行列

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

握手補題から
この和は必ず2