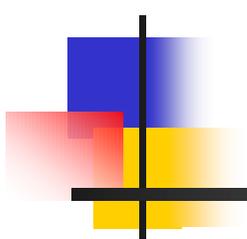




Title	2005年度 情報理論講義ノート
Author(s)	井上, 純一; Inoue, Jun-ichi
Description	http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/
Issue Date	2005-11-18T09:19:52Z
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/772
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	learning object
File Information	InfoTheory05_slide1.pdf, 第1回講義スライド



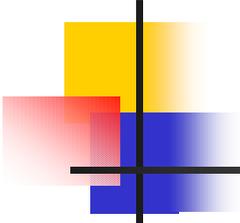


情報理論 #1

第1回講義 4月18日

情報科学研究科 井上純一

http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/



情報量とは何か？

情報量： $-\log p$ $p(E) = p$ はある事象Eが起こる確率

抽象的概念である「情報」の量の数学的な定義

(例1) 明日の天気に関し $p(\text{晴れ})=p(\text{雨})=1/2$ の場合、「明日は晴れ」という通報を受けた場合に得られる情報量

$$-\log p(\text{晴れ}) = \log 2 = 1(\text{ビット})$$

(例2) 犬が人間に噛みついた確率 $p(\text{犬} \rightarrow \text{人間})=2^{-3}$ 、人間が犬に噛みついた確率 $p(\text{人間} \rightarrow \text{犬})=2^{-1000}$

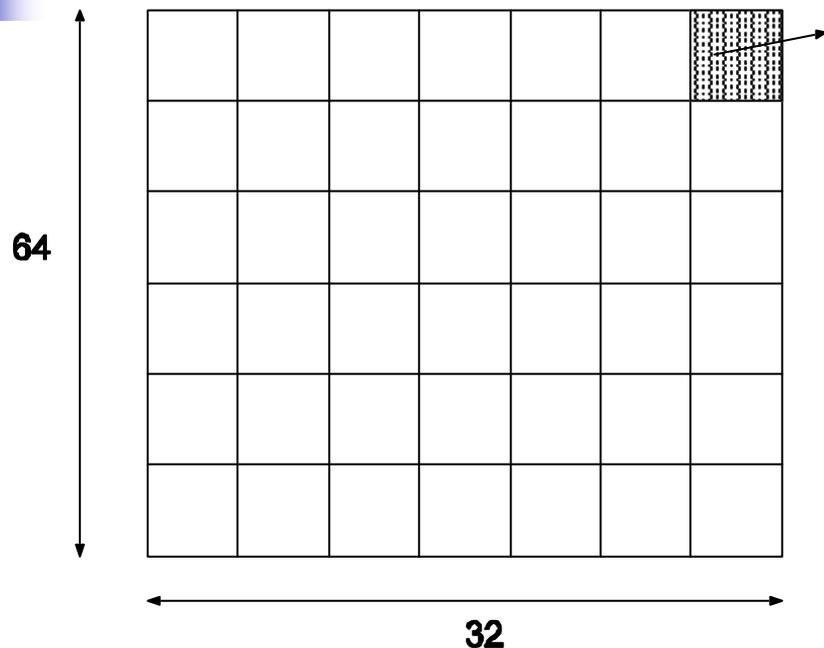
犬が人間に噛みついた」という通報を受けた際に得られる情報量 $-\log p(\text{犬} \rightarrow \text{人間}) = 3(\text{ビット})$

人間が犬に噛みついた」という通報を受けた際に得られる情報量 $-\log(\text{人間} \rightarrow \text{犬}) = 1000(\text{ビット})$

めったに起こらない事象に対する情報量は大きい

情報量とはある通報で我々が驚く度合いを表している

A4用紙1ページ分の情報量を見積もる



a,b,c...,
1,2,3....,

一マスには

$$2^{12} = 4096$$

種類の記号が書き込める

ある1マスにある記号が書き込まれる確率

$$p = 2^{-12}$$

ある一マスにある文字を見て我々が得る情報量

$$-\log p = 12(\text{ビット})$$

A4用紙1ページでは

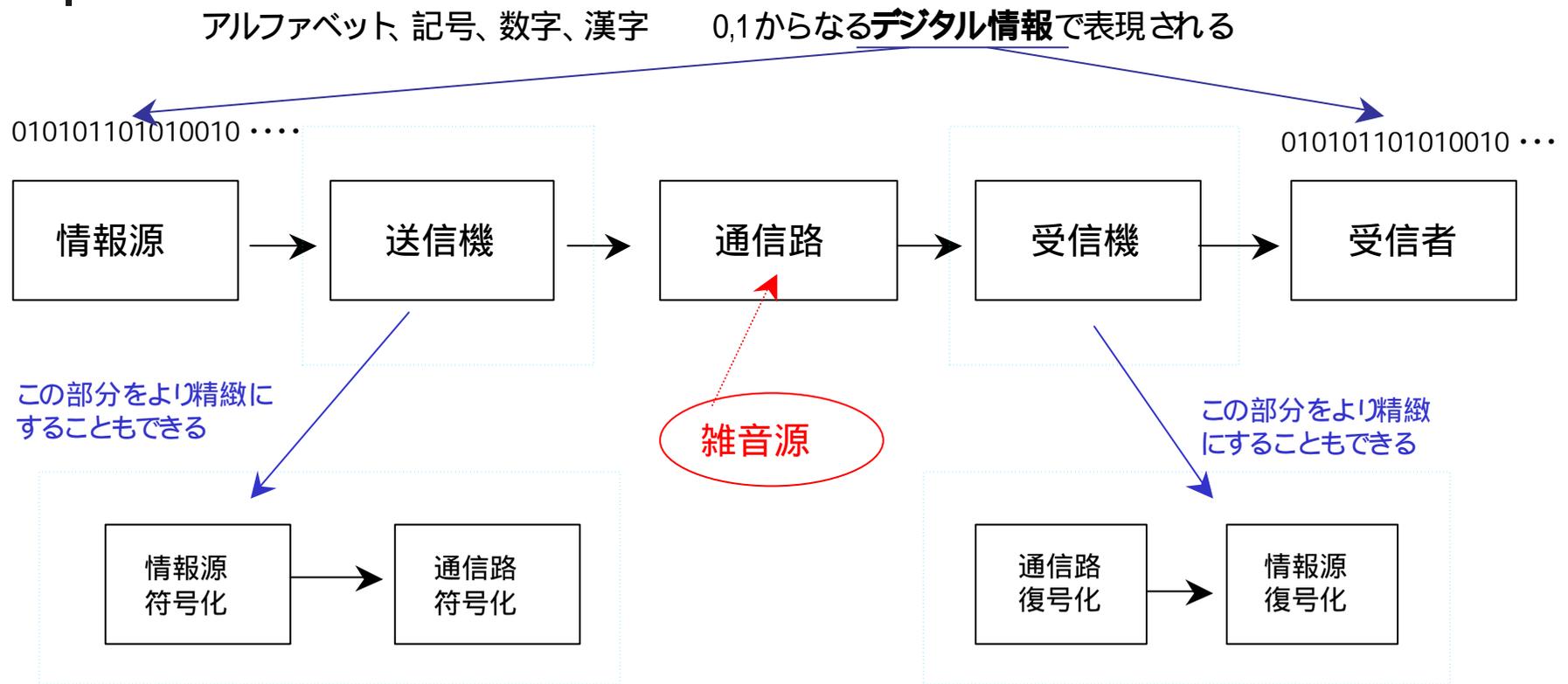
$$12 \times 64 \times 32 = 12 \times 2^{11}(\text{ビット})$$

8 (ビット) 1(バイト) 8×2^{10} (ビット) 1(キロバイト, KB)と単位を約束すると

A4用紙1ページ分の情報量は

$$\frac{12 \times 2^{11}}{8 \times 2^{10}} = 15(\text{KB})$$

情報通信路のモデル



符号化 (情報の圧縮・冗長性の付加)と復号化 (もとの情報を復元すること)は効率がよく、安全な情報通信にとって不可欠である。

情報源の確率モデル

離散的M元情報源 : 決められた時間ごとにM種類の記号の中から逐次生成させる情報源

記号列 s_0, s_1, \dots, s_n が発生したとすると、その生成確率は次のような確率で表現できる

$$P(X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_n = s_n) = P(s_0, s_1, \dots, s_n)$$

結合分布

時刻 n に情報源が発生した記号を表す確率変数

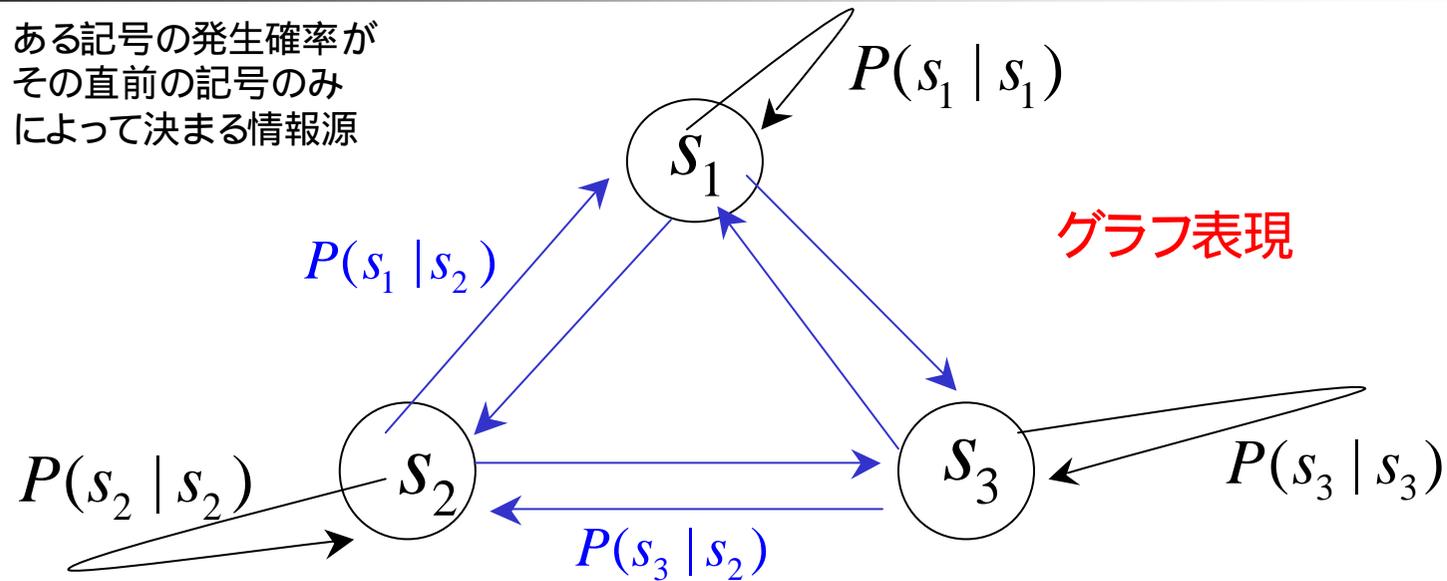
具体的に理論を構築する際には次のような単純化をおこなう

記憶の無い情報源 : $P(X_i, X_j) = P(X_i)P(X_j)$ 全ての確率変数が独立である

定常情報源 : $P(X_i = s) = P(X_j = s) = P(s)$ 各時刻において、記号の発生確率が等しい

定常的単純マルコフ情報源

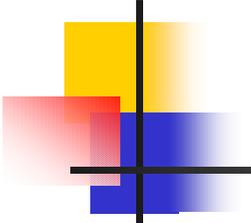
ある記号の発生確率が
その直前の記号のみ
によって決まる情報源



行列表現

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P(s_1 | s_1) & P(s_1 | s_2) & P(s_1 | s_3) \\ P(s_2 | s_1) & P(s_2 | s_2) & P(s_2 | s_3) \\ P(s_3 | s_1) & P(s_3 | s_2) & P(s_3 | s_3) \end{pmatrix}$$

遷移行列



通信路の確率モデル

系列 : s_0, s_1, \dots, s_n を送信し 系列 : t_0, t_1, \dots, t_n を受信したとすると

$$P(Y_0 = t_0, Y_1 = t_1, \dots, Y_n = t_n \mid X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_n = s_n)$$

が通信路の性質を決める

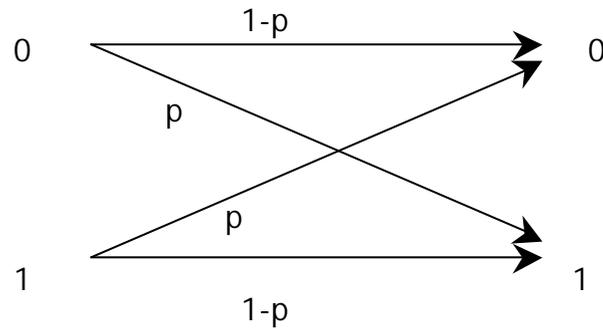
具体的に理論を構築する際には次のような簡略化を行う

定常無記憶通信路 :

$$\begin{aligned} &P(Y_0 = t_0, Y_1 = t_1, \dots, Y_n = t_n \mid X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_n = s_n) \\ &= \prod_{i=1}^n P(Y_i = t_i \mid X_i = s_i) \end{aligned}$$

各時刻で入出力関係が独立である

2元対称通信路



$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P(0|0) & P(0|1) \\ P(1|0) & P(1|1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{pmatrix}$$

誤り確率

$P(0) = P(1) = 1/2$ のように情報源の確率モデルを選ぶと

$$P_0 = \sum_{i=0,1} P(0|i)P(i) = P(0|0)P(0) + P(0|1)P(1) = 1/2$$

$$P_1 = \sum_{i=0,1} P(1|i)P(i) = P(1|0)P(0) + P(1|1)P(1) = 1/2$$

の確率で 0, 1 が出力される

例題 1、演習問題 1を参照