



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Variational Theories with Many-Body Correlations for Dilute Bose-Einstein Condensates [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	河野, 航
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13905号
Issue Date	2020-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/78448
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Wataru_KOHNO_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 河野 航

学 位 論 文 題 名

Variational Theories with Many-Body Correlations for Dilute Bose-Einstein Condensates
(多体相関を含む希薄ボーズ・アインシュタイン凝縮に対する変分理論)

ボーズ粒子で構成される多体量子系において、ある温度以下で巨視的な数の粒子が同一の最低エネルギー状態を占有するボーズ・アインシュタイン凝縮 (BEC) と呼ばれる状態が発現する。BEC は、系の粘性が突如消失する現象である「超流動」や「超伝導」との関連性が深く、この文脈で様々な研究が行われてきた。特に、ボーズ粒子系における超流動現象は、1938 年にカピッツァによって、液体ヘリウムで発見され、同年、ロンドンによって、BEC との関連性が指摘された。1941 年にランダウは、マクロな視点から量子流体を記述する理論を構成し、量子流体の集団励起モードの、長波長領域極限における「フォノン」が、超流動の本質であることを指摘した。一方、1947 年、ボゴリュボフは、量子統計力学を出発点として、弱く相互作用する BEC の摂動展開理論を構成した。そして、弱く相互作用するボーズ粒子系の 1 粒子励起(準粒子励起)の長波長領域極限に「フォノン」があることを示した。また、ガボレとノジエールは、ベリャエフによって導入された摂動展開理論に基づき、1 粒子グリーン関数と 2 粒子グリーン関数の極が長波長極限で一致することを示した。このような理論の発展を受け、現在では、「BEC 中の 1 粒子励起が、長波長極限において、集団励起と同一のフォノン励起を持つ」ということが広く認識されており、BEC 中の超流動発現の微視的な機構として広く受け入れられている。

しかしながら、相互作用する BEC 系の記述にはいまだに基本的な困難が残されている。ヒューゲンホルツとパインズは、摂動展開の構造を解析することで、BEC 系における 1 粒子励起スペクトルにギャップが無いことを示した。この意味で、ボゴリュボフ理論は、ギャップレス励起を与え、ヒューゲンホルツ・パインズの定理を満たす理論となっている。しかし、弱結合極限をとるボゴリュボフ理論は、非凝縮体間の相互作用の効果を完全には取り込めておらず、非凝縮体と凝縮体の数が同程度となる有限温度系や強結合系への単純な拡張を行うことができない。そこでボゴリュボフ理論に対する自然な拡張として、ウィック分解法をもちいた自己無撞着平均場理論の構成を試みると、1 粒子励起の長波長極限において、ヒューゲンホルツ・パインズの定理を禁止する非物理的なギャップが開いてしまう。したがって、BEC を記述する上で、動的な保存則を満たすことに加え、ギャップレスな励起を与えることが要請されるべきであるにも関わらず、これらを両立する理論が構成されていなかった。

この問題を改善すべく、近年、変分法に基づいた研究が行われた。この研究によって、凝縮体と非凝縮体の動的な多体相関(3/2 体相関)の重要性が指摘され、特に以下の事柄が明らかになった：(1) 3/2 体相関は、ボゴリュボフ理論などの平均場理論では記述されない効果である一方で、基底エネルギーを大きく下げる役割を持つ。(2) 3/2 体相関は、従来の自己無撞着な平均場理論によって計算される 1 粒子励起に現れる非物理的なエネルギーギャップを大きく抑制する。(3)

3/2 体相関によって、1 粒子励起の長波長領域に有限の寿命が現れ、集団励起に現れる「フォノン」とは定性的に異なる。

このような研究背景を受け、筆者は、近年導入された 3/2 体相関を含む変分理論を発展させるべく、以下のような研究を行い、博士論文中の第 2、3 章にまとめた。察各章の概略は、以下の通りである。

(第 2 章) 導入された変分理論の様々な BEC 系への適用

上述の変分理論によって、一様系における基底状態が構築された。一方、現実的な BEC 系は、非一様な磁気トラップで希薄原子ガスを冷却することにより生成されるため、現実的な BEC 系で基底状態を構築する場合、粒子間の相互作用だけでなくトラップポテンシャルによる効果を考慮する必要がある。また、近年の実験環境の発展により、ボーズ粒子の混合系や、スピン自由度が生き残った BEC など、いわゆる多成分 BEC 系を実現することができる。さらに、有限温度系を考える場合、熱的に励起された非凝縮体の存在によって、ボゴリュボフ理論の妥当性はさらに低くなるため、有限温度系を記述できる理論が必要である。これらの要請を受け、第 2 章では、近年の変分理論によって与えられたフォーマリズムを元に、非一様系、異種混合系、有限温度系を記述する変分理論を構成した。さらに、それぞれの状態に対する基底エネルギーや自由エネルギーの評価を行い、すべてのケースにおいて、3/2 体相関がエネルギーを下げる役割を与えることを示した。

(第 3 章) 「巨視的位相の発現」という考えに基づく BEC 中の超流動発現のメカニズムの再考

ボゴリュボフ理論は、BEC 中の超流動の微視的な機構を説明したものとして、現在までに広く受け入れられてきた。しかしながら、「ボゴリュボフ理論では記述されない多体相関の効果」によって、1 粒子励起と集団励起に違いが現れる場合、現在のシナリオには破綻が生じる。第 3 章では、アンダーソンによって提案された超流動の描像である「BEC における巨視的位相」という観点から、BEC と超流動の関係について再考察を行った。具体的には、凝縮粒子・非凝縮粒子の粒子数交換過程（粒子数揺らぎ）に着目し、凝縮粒子と非凝縮粒子の波動関数の位相が動的に揃っているかを確認した。これを実行するために、3/2 体相関を含む変分波動関数に含まれる変分パラメータの時間発展方程式を、有効作用に対する最小作用の原理から導出した。本研究を通じて、筆者は以下の 2 つの事柄を示した：(i) 1 粒子励起がギャップレスであれば凝縮粒子と非凝縮粒子の波動関数の位相が揃う可能性があり、フォノン分散である必要はない。(ii) 凝縮体・非凝縮体の交換過程である 3/2 体相関が、BEC 中の粒子の位相を動的に揃える役割を担う。