HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	The symbol theory of pseudodifferential operators via the Čech-Dolbeault cohomology [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	小森, 大地
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13899号
Issue Date	2020-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/78461
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Daichi_KOMORI_abstract.pdf, 論文内容の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理　学）　氏　名　　小森　大地

学 位 論 文 題 名

The symbol theory of pseudodifferential operators via the Čech-Dolbeault cohomology
（Čech-Dolbeault コホモロジーを用いた無限階擬微分作用素の表象理論）

無限階擬微分作用素は佐藤・河合・柏原によって微分作用素系の変換論の研究のために導入された解析的な対象であり、一般的によく研究されている有限階の微分作用素だけでなく、応用上よく現れる分数階の作用素なども含む非常に広いクラスである。一方で、無限階擬微分作用素は層係数コホモロジーという代数的な記述を用いて定式化されたため、その具体的な理解は容易ではない。そこで片岡・青木は無限階擬微分作用素に対して表象を対応させ、そこで表象を通して作用素を研究するという手法をとった。彼らは無限階擬微分作用素とその表象の各茎が同型であることを、具体的に射を構成することで示した。しかしながら、彼らの理論では層の同型は示されていない。その理由として、彼らはČechコホモロジーの理論を用いて各点の近傍で定義された作用素に対応する核関数の表示を得たが、このコホモロジー理論で大域的に定義された作用素に対応する核関数表示を得ることは非常に困難であることが挙げられる。また、彼らが茎の場合に具体的に構成した射を大域的な場合に、つまり層の射として拡張することも困難である。本論文では、無限階擬微分作用素からその表象への層としての射を実現するために、本多・伊澤・諏訪によって新たに導入されたČech-Dolbeaultコホモロジーの理論を用いた。Čech-Dolbeaultコホモロジーは諏訪によるアイデアから生まれたコホモロジー理論の一つであり、その大きな利点は層係数相対コホモロジーを、無限回微分可能関数を係数とする微分形式の為す層から作られる列により計算できる点である。これにより、1の分割などの正則関数には存在しない性質を利用することで代表元の台を自由に取ることができるようになり、この利点を用いて本多・伊澤・諏訪は佐藤超関数に対して境界値写像や超関数の外積、ファイバーに沿った積分などの理論をČech-Dolbeaultコホモロジーの視点から書き直した。学位申請者はこの理論を無限階擬微分作用素に応用し、具体的に擬微分作用素から表象への層の射を実現した。

本論文の構成は以下の通りである。第 1 章は本論文で用いる記述方法や定義をまとめた。第 2 章では、はじめに無限階擬微分作用素を柏原・Schapira によって得られた fiber formula を用いてコホモロジー表示を与え、そのコホモロジーを Čech-Dolbeault コホモロジーを用いて具体的に計算した。その際、Čech-Dolbeault コホモロジーの理論をまとめ、簡単な例として佐藤超関数の場合を紹介した。第 3 章では、新たな表象のクラスを構成し、それが片岡・青木により導入された表象のクラスと同型であることを示した。片岡・青木による表象クラスは正則関数を基に構成されているが、Čech-Dolbeault コホモロジーの理論では無限回微分可能関数を基としており、直接的に射を構成することができない。したがって無限回微分可能関数を基とするような表象のクラスを構成する必要がある。片岡・青木による表象のクラスと新たな表象のクラスの同型性は具体的に射を構成することで証明した。第 4 章では無限階擬微分作用素の Čech-Dolbeault コホモロジーによる表示から第 3 章で構成した新たな表象のクラスへの射を、積分チェインを具体的に与え、代表元である形式のチェインに沿った積分として実現した。また、その具体的な射が為す族が層の射となり、層の同型が成り立つことを示した。