HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Studies on freely infinitely divisible distributions [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	植田, 優基
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13898号
Issue Date	2020-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/78463
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Yuki_UEDA_abstract.pdf, 論文内容の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理　学）　氏　名　　植 田　優 基

学 位 論 文 題 名

Studies on freely infinitely divisible distributions
(自由無限分解可能分布に関する研究)

本論文は、3 種類の自由たたみこみによって定義される無限分解可能分布の統計的性質や極限定理の研究に関するものである。自由独立な確率変数の和、積、スペクトル最大値の分布をそれぞれ自由加法的、乗法的、最大値たたみこみと呼ぶ。また、たたみこみ演算に対して、μが無限分解可能分布であるとは、各自然数nに対して確率分布μ_nが存在して、μがμ_nのn回のたたみこみと一致することをいう。上記の 3 つのたたみこみで定義される無限分解可能分布を総称して自由無限分解可能分布と呼ぶ。

本論文は 6 章で構成されている。1－2 章では、自由確率論の基礎理論および自由加法的、乗法的たたみこみで定義される自由無限分解可能分布について解説する。

３章では、「自由 Poisson 項一般化べき分布」（以降、GPFP 分布）と呼ばれる確率分布のクラスを導入し、GPFP 分布の自由(加法的)無限分解可能性について考察した。GPFP 分布は Wigner 半円分布、Marchenko-Pastur 分布や自由一般化逆ガウス分布といったランダム行列の固有値分布に動機がある重要な分布を多く含む。

４章では、Brown 運動にランダムな摂動を独立に加えた、初期分布付き(古典/自由)Brown 運動の単峰性に関する研究を解説する。単峰性とは、確率過程(分布)がもつ統計的性質の一つであり、確率過程の期待値評価などにも応用がある。初期分布付き Brown 運動は、確率分布と正規分布との古典加法的たたみこみを各時刻での分布としてもつ確率過程である。また、初期分布付き自由 Brown 運動は、確率分布と Wigner 半円分布との自由加法的たたみこみを各時刻での分布としてもつ確率過程である。本研究では、初期分布を与えたときに Brown 運動の単峰性が時刻と共にどのように変化するのかを明らかにした。

５章は、初期分布付き自由ユニタリ Brown 運動の単峰性について研究したものである。自由ユニタリ Brown 運動は、ユニタリ行列値 Brown 運動の行列サイズを無限大としたときに現れる確率過程である。また各時刻で従う確率分布は自由乗法的無限分解可能性をもつ自由正規分布となる。ここで初期分布つき自由ユニタリ Brown 運動は、確率分布と自由正規分布との自由乗法的たたみこみを各時刻での分布としてもつ確率課程である。本研究では、4 章の問題意識と同様に、与えた初期分布によって自由ユニタリ Brown 運動の単峰性が、時刻と共にどのように変化するかを解明した。

６章でははじめに、自由最大値たたみこみから定義される無限分解可能分布を解説する。さらに自由独立性と別の独立性であるブール独立性に関する最大値たたみこみ、およびその最大値無限分解可能分布についても解説する。1999 年に Bercovici-Pata は古典、自由、ブール(加法的)無限分解可能分布に関する 3 種類の極限定理の等価性について証明した。本研究では Bercovici-Pata の結果を踏まえて、古典、自由、ブール最大値無限分解可能分布に関する 3 種類の極限定理の関係について考察した。また最大値 Belinschi-Nica 半群と呼ばれる確率分布上の写像からなる 1 パラメーター半群を導入し、この半群の時刻 1 での写像が自由とブール最大値無限分解可能分布に関する極限定理の対応を表現するものであることを解明した。