



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Studies on freely infinitely divisible distributions [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	植田, 優基
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第13898号
Issue Date	2020-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/78463
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Yuki_UEDA_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理学） 氏 名 植田 優基

主 査 准教授 長谷部 高広
審査担当者 副 査 教 授 洞 彰人
副 査 教 授 正宗 淳

学 位 論 文 題 名

Studies on freely infinitely divisible distributions

(自由無限分解可能分布に関する研究)

博士学位論文審査等の結果について（報告）

自由確率論はヒルベルト空間上の作用素を「確率変数」とみなして解析する分野であり、複数の作用素の間の「自由独立性」という関係を基礎概念としている。自由確率論はもともと作用素環論の一分野であったが、Voiculescu が 1991 年にランダム行列への著しい応用を発見したことにより、近年はランダム行列への応用が強く意識されて研究されている。例えば自由独立な確率変数列に対する中心極限定理を調べると、極限には Wigner の半円分布が現れるが、これは 1950 年代に Wigner ランダム行列のサイズ無限大における極限固有値分布として知られていた。自由独立な 2 つの（自己共役）確率変数の和の確率分布は加法的自由たたみこみと呼ばれている。これは独立なランダム行列の和の固有値分布を解析するために応用できるということもあり、これまでに様々な性質が研究されてきている。

加法的自由たたみこみに対する確率論的な考察から、確率分布の自由無限分解可能性という性質が Voiculescu によって導入された。しかし具体的な確率分布が自由無限分解可能分布であるかどうかの判定は困難なことが多く、2010 年ごろまでには極めて例が少なかった。その後、複素関数論を用いた手法が確立されたことにより、様々な例が見つかるようになった。学位論文の中で、著者は GPF と呼ばれる確率密度関数のクラスを導入し、その中に自由無限分解可能分布が多く含まれていることを示した。このクラスは自由確率論において興味深い様々な確率分布を含んでおり、既存の様々な結果を一般化している。

加法的自由たたみこみの確率密度関数を表すためには複雑な手続きを経る必要があるため、その測度論的な性質を調べることは簡単ではない。そのような状況の中で、著者は特に Wigner の半円分布と一般の確率分布の自由たたみこみについて、その密度関数がただ一つの極値点を持つ（単峰となる）ための十分条件等を求めた。また単位円周上の確率分布に対しても同様の解析を行った。たたみこみの計算が困難な自由確率論においても単峰性に関する解析が可能であることを示したという点で、インパクトのある結果である。

極値理論という分野においては、洪水などの稀な事象を確率的に解析することを目的としている。その中では独立な確率変数列の最大値の解析が基本的な問題となる。自由確率論においても、作用素論の視点から極値理論に類似した「自由極値理論」が構築された (Ben Arous, Voiculescu, 2006)。これは複数の自由独立な自己共役作用素の最大値作用素の分布を主な研究対象としている。先行研究として Benaych-Georges と Cabanal-Duvillard (2010) による自由独立同分布を持つ作用素の列に対しての極限定理があるが、そこで未解決だった部分を補完する形の定理を著者は証明した。他にも著者は確率分布に対するある変換の族を定義しており、これにより最大値自由たたみこみと加法的自由たたみこみの間の興味深いアナロジーが成り立つことが判明した。これは自由確率論に新たな視点を与える独創的な貢献である。

学位論文の主結果は自由確率論の理論的發展に貢献するとともに、将来的にランダム行列理論、極値理論や確率過程等への応用に繋がることも期待される。よって、著者は北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。