



Title	移動時間の不確実性を考慮したネットワークレベルにおける道路政策分析手法の開発
Author(s)	峪, 龍一
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第14307号
Issue Date	2020-12-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k14307
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/80179
Type	doctoral thesis
File Information	TANI_Ryuichi.pdf



移動時間の不確実性を考慮した
ネットワークレベルにおける
道路政策分析手法の開発

峪 龍一

北海道大学大学院工学院

2020 年 11 月

論文の内容の要旨

道路事業を実施するにあたり、その政策的妥当性を議論するためには、ネットワーク規模で事業効果を測定する必要がある。公共事業には公的資金が投入される以上、政策決定過程は客観的かつ定量的な証拠に基づかなければならない。従来、道路事業の実施に伴うネットワーク規模の影響を定量的に評価するため、確定的な交通需要と移動時間を前提とする交通量配分モデルが用いられてきた。現実の道路ネットワークでは、発生交通需要は日々変動することが知られており、道路施設の性能についても天候あるいは突発的な事故によって日々変動している。ネットワーク中の需要と供給の不確実性に影響されて、運転者が経験する移動時間は不確実なものとなる。運転者は移動時間とその不確実性を踏まえ、遅延を回避できるように出発時刻と経路を選択する。したがって、道路ネットワークの分析をする上では、ネットワークの不確実性とこれに伴う運転者のリスク回避的な行動を考慮することが求められる。これまでの研究において様々な仮定の下で、ネットワークの不確実性を考慮した交通量配分モデル（確率均衡配分モデル）が提案されている。本研究では、道路政策がネットワーク全体に与える影響を分析するための確率均衡配分モデルに基づく一連の手法を開発する。

道路政策による効果をネットワーク規模で測定するためには、過去および現在のネットワーク全体の交通状態を推定し、これをもとに特定の道路政策を実施した後のネットワーク全体の交通状態を予測する必要がある。ネットワーク規模の交通状態の推定および予測を行うために本研究で構築したモデルは、確率均衡配分モデルを基礎とする。従来の確定的な変数に基づく均衡配分モデルとは異なり、確率均衡配分モデルでは、各種交通量、移動時間、リンク交通容量はそれぞれ確率変数として扱われる。したがって、確率変数としての交通状態を推定および予測する手法をそれぞれ構築する必要がある。確率的ネットワークを前提とした政策分析のための一連の枠組みを構築するためには、その基礎となる確率均衡配分モデルの定式化にあたり、特有の技術的課題を整理し、解決する必要がある。確率均衡配分モデルにおける定式化上の課題は、既存研究で既に指摘されている。本研究では、これらの課題を整理し、対応したうえで、交通状態の推計と予測それぞれに適用できる確率均衡配分モデルを設計する。確率均衡配分モデルの設計にあたっては確率分布の加法性、モーメントの扱い、確率変数間の相関について個別に検討する必要がある。

本論文は全7章から構成される。第1章では本論文の背景と目的を述べる。第2章では、本研究で用いる基本モデルを提示したのちに、本研究にかかるこれまでの研究における論点を整理している。

第3章と第4章では、確率均衡配分モデルの定式化の過程で対応する必要がある基礎的な問題に取り組む。第3章では、第2章で提示した、確率均衡配分モデルにおける定式化上の課題を克服するための手法を提示する。確率均衡配分モデルでは各交通変量が確率変数として扱われる以上、四則演算の前後で確率分布の形状が変化しうる。交通需要・経路交

通量・リンク交通量を定式化するにあたっては確率変数の加法性が問題となる。各リンクに配分された交通量から、リンク移動時間を求める過程では確率変数のモーメントの導出が問題となる。これらの問題は交通需要が従う確率分布をどのように指定するかという問題に帰着し、既存研究において様々な提案がなされてきた。同時に、移動時間および交通量においてリンク間の確率的相関を考慮できるモデルを構築することもこれまでの研究における課題であった。本研究では、交通需要間の確率的相関を考慮することによって、交通需要が任意の確率分布に従うことを仮定しても、リンク間の確率的相関を考慮できる交通流モデルを構築した。また、交通需要およびリンク交通容量が対数正規分布に従う場合には、解析的にリンク移動時間が定式化可能であることを示した。

第 4 章では、確定的な指標によって交通量と移動時間の間の確率的な関係を解釈するための手法を構築した。確率均衡配分モデルが対象とする確率的なネットワーク表現においては、交通需要の不確実性を考慮すると、移動時間がばらつくだけではなく、期待移動時間が増加する。この期待移動時間の増加は、確率的リンク交通量とリンク移動時間関数との関係から導出される、リンク交通量に関するリスクプレミアムおよび確実性等価によって説明できる。本研究では既存の手法を拡張し、リンク移動時間の平均と分散共分散それぞれに対応するリンク交通量に関するリスクプレミアムを導出できることを示した。提案する手法は、ネットワークにおける確率的な交通量および移動時間の不確実性を確定的なネットワーク表現に基づいて記述しようとするものである。確率的ネットワークにおける不確実性をリンク交通量ベースのリスクプレミアムによって記述可能となることにより、確定的なネットワーク表現に基づいて、確率的ネットワークにおける交通状態を解釈することが可能となる。

第 5 章と第 6 章では、技術開発に伴う将来の道路状況を見越した、移動時間不確実性を考慮したネットワーク規模の交通状態観測とネットワーク分析を行うための手法をそれぞれ構築した。第 5 章では、交通感知器データとプローブカーデータを組み合わせることで、道路ネットワークの一部から観測された交通データを用いて、道路ネットワーク全体の交通量および移動時間を確率分布として推計する手法を構築した。交通感知器データから得られる観測リンク交通量から、確率均衡配分モデルを用いて、交通需要に関する最尤推定を行う。最尤推定の結果、道路ネットワーク全体の各種交通量および移動時間を確率変数として推定できる。推定された経路移動時間の同時分布を、プローブカーデータを用いて更新する枠組みを提示した。

第 6 章では、自動運転車両と人間が運転する車両が道路ネットワーク中に混在する状況を考慮したときのリンクの移動時間およびその不確実性を表現する手法を示し、自動運転車両の普及過程において、道路ネットワークの効率的利用を促進するための政策パターンを決定する手法を構築した。第 3 章で提案した手法を拡張することにより、自動運転車両が普及するにつれてリンク交通容量の平均と分散がそれぞれ増加、減少し、その帰結としてリンク移動時間の平均と分散が減少する機構をモデル化した。

第7章では本研究の内容をまとめ、今後の課題を整理する。

以上のように、移動時間の不確実性を考慮したネットワーク規模の政策分析を行うためには、確率的ネットワークに基づく、交通状態の推定と予測を行うための確率均衡配分モデルの定式化が求められる。しかし、既存研究の多くは確率均衡配分モデルの定式化上の課題に焦点を当てたものが中心であり、確率均衡配分モデルに基づく政策分析のための枠組みを提供する研究は少なかった。この問題意識のもと、本研究では確率均衡配分モデルに特有な定式化上の課題を整理し、それらを解決するための交通流および移動時間の定式化を提示した。近年、多様な交通観測データが容易に取得可能となっていること、将来的に自動車両が普及し、従来とは異なる交通流が実現することをそれぞれ踏まえて、交通状態を推定・予測するための手法をそれぞれ提示した。

目次

論文の内容の要旨	i
目次	iv
第1章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 本研究の目的	4
1.3 本論文の構成	4
第2章 既存研究の整理と基本モデル	8
2.1 確率均衡配分モデル	8
2.1.1 基本モデル	8
2.1.2 交通需要とリンク交通容量の確率分布	12
2.1.3 交通流と移動時間の定式化における近似計算	13
2.1.4 経路選択基準	15
2.1.5 移動時間の確率分布	17
2.1.6 リンク間の確率的相関	18
2.2 確率均衡配分モデルの政策評価への応用	19
2.2.1 ネットワークの損壊を考慮した信頼性評価	20
2.2.2 不確実性を考慮した交通状態推定	21
2.2.3 自動運転車両と人間が運転する車両による混合流	23
2.2.4 移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン問題	26
2.3 本論文の位置づけ	27
第3章 リンクの損壊を確率的状態として表現できる交通量配分モデル	29
3.1 はじめに	29
3.2 定式化	30
3.2.1 記号	30
3.2.2 モデルの仮定	31
3.2.3 確率的交通需要	32
3.2.4 対数正規分布	33
3.2.5 近似計算を必要としない交通流の定式化	34
3.2.6 移動時間	39
3.2.7 経路選択行動	42
3.3 数値計算	42
3.3.1 単一 OD ペアのテストネットワーク	43
3.3.2 複数 OD ペアのテストネットワーク	47

3.4 本章のまとめと課題	52
第4章 確定的なリンク交通量に基づく確率的リンク移動時間の評価手法	55
4.1 はじめに	55
4.2 定式化.....	56
4.2.1 交通流の定式化.....	57
4.2.2 交通量の確実性等価.....	57
4.2.3 リンク移動時間の分散共分散行列.....	60
4.3 数値計算	64
4.3.1 2リンクの例.....	64
4.3.2 テストネットワークにおける数値計算.....	66
4.3.3 数値計算の結果.....	67
4.4 小括.....	69
付録4A Duncan (1977)の手法.....	70
付録4B リスクプレミアムを用いた道路ネットワークの評価手法.....	70
第5章 観測データに基づく不確実性を考慮した交通状態の推定.....	74
5.1. はじめに	74
5.2. 定式化.....	75
5.2.1 記号と仮定	75
5.2.2 経路移動時間の事前分布の導出.....	76
5.2.3 確率的リンク交通量.....	76
5.2.4 確率的移動時間.....	77
5.2.5 交通感知器データ	79
5.2.6 経路移動時間の事後分布の推定.....	80
5.2.7 観測データに基づく経路移動時間の更新	81
5.3 数値計算	82
5.3.1 設定	82
5.3.2 観測経路移動時間を用いた推定.....	84
5.3.3 経路移動時間の更新.....	86
5.4 小括.....	89
第6章 異なる運転挙動を示す車両が混在したときのネットワークデザイン問題	91
6.1 はじめに	92
6.2 定式化.....	93
6.2.1 記号と仮定	93
6.2.2 道路ネットワークの設定.....	94
6.2.3 交通流.....	95
6.2.4 混合流におけるレーン交通容量.....	98

6.2.5 混合流における移動時間	100
6.2.6 下位問題：交通量配分モデル	102
6.2.7 上位問題：ネットワークデザイン問題.....	102
6.2.8 アルゴリズム	103
6.3 数値計算	103
6.3.1 設定	103
6.3.2 結果	104
6.4 小括	109
付録 6A.....	110
第 7 章 結論.....	112
7.1 本論文の成果	112
7.2 今後の課題.....	114
7.2.1 リンク交通容量およびリンク交通量との確率的関係に関する仮定の緩和	114
7.2.2 リンク交通量とリンク移動時間の同時推定	114
7.2.3 任意の分布形状でも計算可能な交通量配分	115
参考文献.....	116
謝辞	123

第1章 序論

1.1 研究の背景

道路事業はその社会的影響の大きさゆえ、その実施に当たっては、政策目的を明確にして、合理的かつ客観的な根拠に基づく意思決定がなされる必要がある。そのため、政策決定者の主観に基づく政策案に対する認識のゆがみを避け、定量的なデータと手法に基づいて、社会・交通現象を分析し、政策の内容あるいは妥当性を議論することが求められる。

合理的かつ客観的な根拠に基づいて、ネットワーク規模の道路事業を分析・評価するために、交通量配分モデルが長らく用いられてきた。特に、最適化問題として定式化される、静的な交通量均衡配分モデルは、解の存在と一意性が保証されており（土木学会，1998）、Frank-Wolfe 法などに代表される効率的な解法が存在することもある。実務と学術の双方において、これまで広く用いられてきた。静的な交通量配分モデルは、道路ネットワーク中の渋滞現象を考慮できないという側面があるものの、リンクコスト関数が凸に制約されたリンク交通量の範囲で単調であり、リンク間でリンク移動費用（特に、リンク移動時間）が相関を持たないという条件の下では、一意な均衡解が存在することは、ネットワーク規模の政策決定過程におけるベンチマークを定める上で有用である。交通量配分モデルはその利便性によって、道路事業の便益評価あるいは交通状態の推定、ネットワーク全体の交通量あるいは移動時間を推定する目的で使用されている。

実務と学術の双方において、静的な交通量均衡配分モデルを扱うにあたり、道路ネットワークにおける需要と供給を確定的に扱うことは、一つの主流である（土木学会，1998 など）。交通量配分モデルにおける変数を確定的に扱うことによって、交通量配分モデルは、直ちに最適化問題、相補性問題、変分不等式問題などの一般的な数理問題の形式に定式化できる。しかし、現実の道路ネットワークにおける需要と供給は、一般的に不確実性を伴っている。発生交通需要は日々変動しており、リンク交通容量は天候の変化や自然災害、道路管理者による通行規制や維持管理作業、突発的な交通事故、あるいは自動車の性能によって日々不確実に変動する（表 1-1）。このような、道路ネットワークにおける需要と供給の不確実性を原因として、リンク単位あるいは経路単位において観測される移動時間もまた不確実となる。移動時間の不確実性を前提とするとき、旅行者は遅延を避けるようにリスク回避的な出発時刻選択行動ならびに経路選択行動（Jackson and Juncker, 1981 ; Abdel-Aty et al., 1997 など）をとることとなる。

道路ネットワークは元来、不確実性を内包している。そして今日、道路ネットワークにおける不確実性の状況は変化している。第一に、気候の変動に伴い、災害の発生機会が増加し、また、その強度が大きくなっている。日本では毎年のように大規模な降雨災害が発生しており、河川の氾濫に伴う道路の冠水またはがけ崩れ等によって、道路ネットワークが損壊

している。道路ネットワークにおける不確実性を考慮して、政策分析を行うためには、道路における需要と供給の双方の不確実性について個別に検討する必要がある。特に日本では、自然災害による道路ネットワークの供給面に対する影響を検討することが重要である。例えば、大規模な自然災害の発生に伴って、道路が途絶すれば、道路ネットワークの形状が変化する。途絶までには至らなくとも、例えば、一部の車線が使えなくなれば、その区間の交通容量は不確実となり、結果として運転者が経験する移動時間は増加して不確実となる。環境の要因によって、道路利用者の出発時間選択行動および経路選択行動が変化する。災害の発生の前後を比べたとき、道路が損壊するパターン、損壊の規模によって変化する道路の性能は多様であることから、特定の道路の損壊が、道路ネットワーク全体に及ぼす影響はさまざまである。道路ネットワークの需要と供給の不確実性をともに考慮したうえで、道路ネットワークの信頼性を分析するための研究が求められる。

第二に、技術革新に伴い、道路ネットワーク全体の不確実性を観測し、データを基に交通状態を推定・予測するための環境が整ってきた。今日では、交通観測データを豊富かつ低廉に入手できる。ETC2.0 など、プローブデータを入手しやすい環境の整備、IC カード型乗車券の普及、あるいはスマートフォンなど、移動体端末の普及によって、位置情報・移動情報を時間的にも空間的にも密に観測することが可能となった。従来であれば、ネットワーク規模の交通観測データを入手するには、パーソントリップ調査など、アンケート調査に基づく必要があった。アンケートに基づく調査の場合、データの収集、データの分析の過程において時間と労力を要する。各都市圏におけるデータは観測頻度も年単位となる。道路ネットワークの信頼性研究は、交通観測データが存在し、ネットワーク規模で交通状態を推定できることが前提となる。そのため、現在あるいは将来的に利用可能な、交通観測データを利用して、ネットワーク規模で交通状態を確率的に推定する手法の開発が必要である。

第三に、近年、運転支援技術あるいは自動運転に関する研究・開発が盛んに行われている。これまでは、道路ネットワークの分析においては、原則として人間が運転する車両のみが存在することを仮定してきた。しかし、将来は自動運転車両と人間が運転する車両の双方が道路ネットワーク中に混在する状況が見込まれる。道路ネットワーク中に異なる運転挙動を示す異なる車が混在すると、これまでの交通流とは異なる課題が生まれる。自動運転車両が混合する状況を前提として、道路ネットワークを評価する枠組みを構築する必要がある。人間が車両を運転する場合、その挙動は運転者の技能レベルに応じてばらばらである。個人間の運転挙動のばらつきは、リンク交通容量の不確実性の原因となる。一方で、運転支援技術および自動運転技術によって、車両の運転挙動のばらつきを小さくすることが期待されている。特に、完全自動運転が実現した場合には、運転挙動に関して運転者間の差異はなくなることが期待される。自動運転車両と人間が運転する車両が混合する環境では、自動運転車両の性能および交通流における自動運転車両の混合率によって、リンク交通容量とそのばらつきが変化することが予想されており、その結果としてリンク移動時間とそのばらつきも変化する。自動運転車の普及に伴う道路ネットワークにおける不確実性の変化を

考慮した交通量配分モデル、および自動運転時代において、道路ネットワークの利用を効率化するための手法の開発が求められる。

表 1-1 道路ネットワークの不確実性の原因 (Chen et al., 2010 を参考に著者が加筆)

需要	供給
人口の特性	天候
交通情報	交通事故
突発的なイベント	管理者による交通管理
時刻・曜日など	道路上の工事
	運転者の特性
	自動車の性能

ある道路事業を実施したとき、移動時間の不確実性を考慮して、道路ネットワーク全体に波及する影響を分析するためには、道路ネットワーク全体の各種交通量および各種移動時間をそれぞれ確率変数として事前に推定する必要がある。過去あるいは現在の観測データから、道路ネットワーク全体の交通状態を推定してから、分析の対象となる道路事業を実施した後の交通状態を予測し、事業の効果を評価する。したがって、移動時間の不確実性を考慮した道路政策分析を行うためには、(i) 過去あるいは現在の観測データから道路ネットワーク全体の交通状態を推定する手法と、(ii) 推定された交通状態を用いて、将来の交通状態を予測する手法から構成される、ネットワーク規模の政策分析フレームを構築する必要がある。ネットワーク規模の政策分析フレームの基礎となるのは、移動時間信頼性を考慮した交通量配分モデル（確率均衡配分モデル）である。道路ネットワークの需要と供給の不確実性を同時に考慮する場合（例えば、内田，2009；内田，2010）、既存研究において、交通流と移動時間の定式化における課題がいくつか指摘されている。具体的には、確率変数として定式化される、OD 交通需要とリンク交通容量、各種移動時間のパラメータをそれぞれ計算するにあたって、近似的な計算を少なくする、あるいは近似的な計算を回避するような定式化を実現することが課題として残っている。近似計算を回避することによって、交通量配分計算を行う過程の繰り返し計算に伴う、蓄積される近似誤差を小さくする、あるいはなくすことが期待されている。観測事実と整合するように、交通流と移動時間が従う確率分布を採用することも、定式化上の課題の一つである。例えば、交通流の定式化において、各種交通量が正規分布に従うことを仮定すれば、正規分布は再生性をもつため、定式化は容易である。しかし、定義上、交通量と移動時間は負値をとりうることとなり、観測事実と反することになる。各種交通量あるいは移動時間の分布は非対称であるという観測事実を反映させて、非対称な分布形状の理論分布を採用すべきとの指摘もある（例えば、Uno et al., 2009）。

これまでの多くの既存研究においては、確率均衡配分モデルを精緻化する方向で研究が進められてきた。これらの方向は、確率均衡配分モデルそのものを定式化する際における

技術的な課題の克服に焦点を当てたものが中心であり、確率均衡配分モデルを用いて、交通状態を推定して予測するという、一連の枠組みを提供する研究は少なかった。この問題意識のもと、本研究では確率均衡配分モデルに特有な定式化上の課題を整理し、それらを解決するための交通流および移動時間の定式化を提示する。近年、多様な交通観測データが容易に取得可能となっていること、将来的に自動運転車両が普及し、従来とは異なる交通流が実現することをそれぞれ踏まえて、交通状態を推定・予測するための手法をそれぞれ提示する。

道路ネットワーク全体における各種の不確実性を考慮して、交通状態の推定および予測ができるようになると、道路利用者のリスク回避的な交通行動を内生化した道路政策分析を実施できるようになる。従来の、変数を確定的に扱う枠組みと比較して、本研究が扱う、変数を確率的に扱う枠組みでは、道路ネットワーク全体の交通状態の推定および予測自体の不確実性を考慮することができる。したがって、本研究で開発する手法を用いることにより、道路ネットワークの分析結果そのものの信頼性を検討することが可能となる。

1.2 本研究の目的

本研究では、道路ネットワークにおける各種の不確実性を考慮したうえで、ネットワーク規模で交通量・移動時間といった交通状態を推定および予測する手法を開発することを目的とする。交通状態を推定および予測する手法は確率均衡配分モデルに基づいている。個別の手法の開発にあたり、既存研究において扱われてきた、確率均衡配分モデルにおける定式化上の特有の課題を整理し、具体的な対応策を提示することは本研究の目的の一部である。近似計算あるいはモンテカルロ計算などの確率的な過程を避けて、解析的な定式化に基づく手法を構築する。具体的に以降の各章で扱う内容は以下の通りである。

- 道路ネットワークにおける需要と供給の不確実性をそれぞれ考慮したときに、確率的な交通流、リンク交通容量および移動時間を定式化する手法を構築する。
- 確率均衡配分モデルにおける定式化上で重要な、リンク交通量とリンク移動時間の確率的な関係を確定的な指標によって表現する。
- 道路ネットワークから部分的に観測された交通量と移動時間のデータをもとに、道路ネットワーク全体の交通状態を確率変数として推定する手法を構築する。
- 異なる運転挙動を示す車両が混在するとき、ネットワークの不確実性に与える影響を考慮した確率均衡配分モデルを構築し、その混在がネットワーク全体に及ぼす影響を評価する枠組みを構築する。

1.3 本論文の構成

本論文は全7章から構成され、その構成は図 1-1 の通りである。以下、本論文を構成する各章について、その要約を述べる。

第 1 章では、本論文の背景および目的について述べている。

第 2 章では、本論文が扱う、確率均衡配分モデルおよび、移動時間信頼性を考慮した政策評価手法にかかわる既存研究を整理し、本研究の位置づけを明らかにする。また、第 3 章から第 6 章にかけて、一貫して用いられる確率均衡配分モデルの基本モデルについて説明する。基本モデルを踏まえ、既存研究において、交通量配分モデルの構築にあたって、交通需要および移動時間の不確実性を考慮することによって生じる課題および論点を整理する。次に、確率均衡配分モデルを基に、ネットワーク規模で交通状態を推定および予測する手法について整理する。

第 3 章では、道路ネットワークにおける需要と供給がそれぞれ確率的に変動することを仮定した、確率均衡配分モデルを定式化する。交通需要およびリンク交通量がそれぞれ対数正規分布に従うことを仮定することによって、交通流およびリンク移動時間を近似的に定義することなく解析的に定式化すること、パラメータを連続的に定義できるリンク交通容量を用いることによって、リンクが損壊する状態を連続的に定義することをそれぞれ実現した。OD ペア間の交通需要の確率的相関を考慮することによって、交通流の定式化にあたって、確率分布の加法性が保証されないことに起因する近似計算を必要としない手法を構築した。この手法は任意の確率分布に対して有効である。第 6 章において構築した交通量配分モデルは第 3 章で得られた知見に基づいている。提案するモデルの妥当性を検討するため、テストネットワークを用いた数値計算を実施している。なお、第 6 章では第 3 章で構築した確率均衡配分モデルを基礎として、手法の構築および検証を行っている。

第 4 章では、リンク交通量に基づく確定的な指標を用いてリンク交通量とリンク移動時間の確率的な関係性を評価するための手法を構築した。具体的には、リンク移動時間の平均および分散共分散に対応する、確定的なリンク交通量を定義した。このリンク交通量は金融経済学で提案されたリスクプレミアムに対応し、確実性等価の概念を確率的な道路ネットワークを分析するために拡張したものである。確率的な道路ネットワークでは、交通量、移動時間および総移動時間はそれぞれ確率変数として定義される。第 4 章で構築する手法は、確率的な道路ネットワーク全体の不確実性に対応する、リンク交通量ベースの確定的な指標を構築するものである。したがって、確率的な道路ネットワーク上の交通状況に対応する交通状況を確定的な道路ネットワーク上で定義することが可能となり、確率的な道路ネットワークにおける政策分析を行う上で有用となる。

第 5 章では、交通観測データを用いて、道路ネットワーク中の各種交通量および移動時間を確率変数として推計する手法を構築する。ここでは、道路ネットワーク中において、交通量と移動時間がそれぞれ、時空間的に不完全に観測されることに注目する。構築した手法は、部分的に観測された交通データを前提として、道路ネットワーク全体の交通量と移動時間を確率変数として推計する。交通感知器から観測されるリンク交通量と、プローブカーから観測される経路移動時間を組み合わせて交通状態を推計する。交通感知器はネットワーク中の一部のリンクにのみ設置されており、プローブカーが走行し、データを観測できる区

間は時間帯ごとでばらばらである。空間的に部分的に観測されるリンク交通量を用いて、最尤推定によって道路ネットワーク全体の交通量および移動時間を推定する。推定された経路移動時間の同時分布を、プローブカーによって観測された経路移動時間を用いて更新する手法を示す。

第6章では、第3章で提案する確率均衡配分モデルを発展させて、自動運転車両の普及過程における確率的な交通状況を考慮した、ネットワークレベルの政策評価手法を構築した。将来の道路ネットワークにおいて、自動運転車両が普及した状況を考慮し、自動運転車両の普及が進展するに従い、リンク交通容量が増加し、リンク交通容量の不確実性が改善するように構造化した。交通需要と移動時間の不確実性を考慮することが、将来、自動運転車両が普及したときの道路ネットワークを分析する上で有用であることを示す。

最後に、第7章では、本論文で得られた知見をまとめ、今後の研究を発展させる方向を述べる。

図1-2は、本研究で提示する道路分析手法において、第3章から第6章までの内容がどのように関連しているのかを示している。第3章と第4章は確率均衡配分モデルを定式化するにあたって基礎的な内容を扱っている。第3章と第4章における知見は、第5章と第6章でそれぞれ交通状態を推計する手法、予測して道路ネットワークを分析する手法の基礎となる確率均衡配分モデルを構築する上で有用となる。道路ネットワーク中で観測された交通データは第5章の手法によって、交通状態として推定される。推定された交通状態を基として、何らかの道路事業を実施した後の交通状態を予測することが可能となり、道路政策の実施前後の影響を検討することができる。

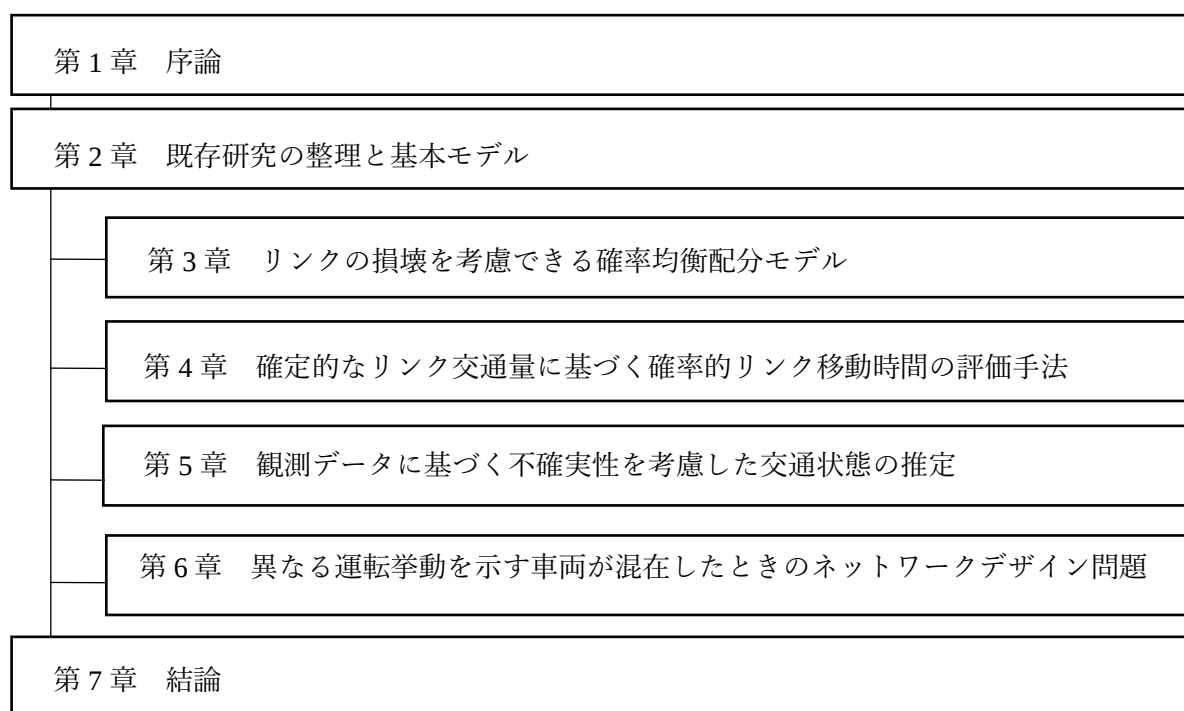


図 1-1 本論文の構成

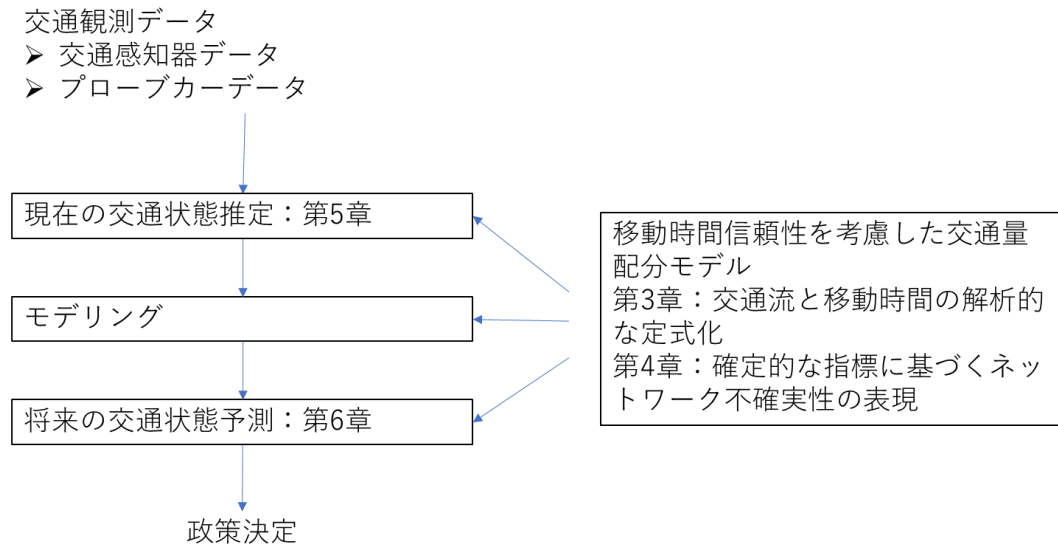


図 1-2 ネットワークレベルの政策決定過程と各章の位置づけ

第2章 既存研究の整理と基本モデル

第1章では、移動時間の不確実性を評価したネットワーク規模の政策決定を行うための基本的な枠組みを示し、この枠組みを構築するために、本論文の各章で取り扱う内容を示した。第2章では、本研究において一貫して利用する、交通需要と移動時間の不確実性を考慮した、確率均衡配分モデルの概要を説明したのちに、確率均衡配分モデルにおいて、需要と供給の不確実性を考慮する上で課題となる点をそれぞれ示す。本研究の各章において関連する、研究背景および既存研究の動向を紹介して整理する。特に、移動時間信頼性を考慮した道路ネットワーク分析において、従来検討されていなかった事項、すなわち本研究あるいは今後の研究で取り組まれる事項を取り上げる。

2.1 確率均衡配分モデル

交通ネットワークの信頼性に関する研究の動向については、すでに中山・朝倉（2014）にまとめられている。2.1 ではまず、確率均衡配分モデルの基本モデルについて説明する。その後、本論文の各章において紹介する研究と関連する話題とその近年の研究動向について説明する。

2.1.1 基本モデル

2.1.1 では、確率均衡配分モデルのうち、既存研究においておおむね共有されている、基本的なモデルについて説明する。本論文の各章では一貫して、確率均衡配分モデルを使用して、道路ネットワークの分析手法を構築している。各章で使用するモデルは、その分析の目的の違いによって、定式化の詳細がそれぞれ異なる。2.3 は、各章で使用されるモデルの基本形となるモデルを示すことにより、各章で使用されるモデルの特徴の把握を容易にすることを目的とする。

確率均衡配分モデルの歴史的な展開については、中山・朝倉（2014）において、すでに整理されている。中山・朝倉（2014）では、確率均衡配分モデルにおいて、交通需要の確率的な変動を考慮しないものを「確率均衡Ⅰ型」、考慮するモデルを「確率均衡Ⅱ型」と分類している。なお、確率均衡Ⅱ型では交通量の確率的な変動を仮定することにより、リンク間の交通量の確率的な相関が導かれると指摘している。したがって、確率均衡Ⅱ型ではリンク移動時間の確率的相関も考慮されるものとしている。

確率均衡Ⅰ型に分類される研究としては Yin and Ieda (2001), Lo and Tung (2003), Lo et al. (2006), Watling (2006)がある。いずれも確定的な交通量を仮定しながら、確率分布に従う移動時間を仮定している。Yin and Ieda (2001)と Watling (2006)は正規分布に従う移動時間を仮

定している。したがって、リンクと経路の各段階において、移動時間の分布形状は一致している。Lo and Tung (2003)は一様分布に従うリンク交通容量を仮定することで、リンク移動時間の不確実性を定義している。

確率均衡 I 型に分類される確率均衡配分モデルでは、各種交通量は確定的に扱われている。BPR 関数に代表されるリンクコスト関数に基づく場合、リンク移動時間はリンク交通量の関数として表される。この仮定に基づく、リンク移動時間の変動はリンク交通量の変動に相関することになる。一方で、確率均衡 I 型ではリンク移動時間の変動はリンク交通量の変動に依存していない。例えば、Yin and Ieda (2001)ではリンク移動時間の平均と分散はそれぞれ確定的なリンク交通量によって決まると仮定している。day-to-day で観測すると、交通需要および経路・リンク交通量はそれぞれが不確実である。リンク交通量の不確実性がリンク移動時間の不確実性に影響を与えると考えることは自然である。

交通量の確率の変動を考慮する、確率均衡 II 型に分類される研究は数多く、Watling (2002), Nakayama and Takayama (2003), Lam et al. (2008), 内田 (2009)があげられる。交通需要の不確実性を扱う場合、リンク間の交通量の確率的相関が定義される。つまり、確率均衡 II 型では、リンク交通量およびリンク移動時間の共分散が定義される。

本論文では原則的に、交通需要および移動時間の不確実性を考慮した確率均衡配分モデルを扱う。以下では、交通需要、交通容量、移動時間の分布形状を特定しない、基本的な交通量配分モデルを、はじめに提示する。そのあとに、提示した基本モデルの中で、既存研究において議論の対象となってきた箇所を順番に取り上げる。

均衡配分モデルにおける最も基本的な利用者行動は Wardrop (1952)によって定義された、Wardrop の第一原則を以下に示す。

Wardrop の第一原則：利用される経路の所要時間はすべて等しく、利用されない経路の所要時間よりも小さいか、せいぜい等しい。(土木学会, 1998)

Wardrop は合理的な利用者を仮定している。利用者の行動原理は自身の移動時間を最小化することのみであり、また、行動決定の基準は常に移動時間のみである。この利用者は道路ネットワーク全体における移動時間のすべてを認知しているとも仮定されている。なお、Wardrop の第一原則に基づく均衡を利用者均衡 (User Equilibrium; UE) とも呼ぶ。さらに、Wardrop はもう一つの配分原則を示している。

Wardrop の第二原則：道路網における総走行時間が最小となるように配分する。(土木学会, 1998)

これは一般的にシステム最適化原則 (System Optimum: SO) と呼ばれる。他には、ランダム効用理論に基づいて利用者の効用を定義する、確率的用户配分原則 (Stochastic User

Equilibrium: SUE) がある。以下では、交通量配分モデルにおける交通流と移動時間を表現し、Wardrop の第一原則に基づく均衡条件を定義する。

ノード集合, N とリンク集合, A により定義される道路ネットワーク $G(N, A)$ を扱う。道路ネットワークには交通需要の起終点が存在し、これを OD ペアと呼ぶ。OD ペアの集合を W とする。OD ペア $w \in W$ の間に存在する経路の集合を $k \in K_w$ とする。OD ペア w を流れる交通需要を q_w とし、その間の経路 k を流れる経路交通量を $f_{w,k}$ とする。OD ペア間を流れる交通需要はすべていずれかの経路に配分されるものとする。各リンク $a \in A$ を流れる交通量 v_a はそのリンクを通過する経路交通量の和で表される。また、各種の交通量は常に非負である。以上の条件を定式化すると以下ようになる。

$$\sum_{k \in K_w} f_{w,k} = q_w \quad \forall w \in W \quad (2-1)$$

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot f_{w,k} \quad \forall a \in A \quad (2-2)$$

$$f_{w,k} \geq 0 \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-3)$$

(2-2)における $\delta_{w,k,a}$ はリンク a に経路交通量 $f_{w,k}$ が配分されるときに 1 を、それ以外ときに 0 をとる変数である。リンク a における移動時間はリンク交通量の関数 ($t_a(v_a)$) として表されるものとする。なお、ここでは簡単のため、リンク移動時間はそのリンクを流れる交通量のみで決まり、移動時間は交通量について単調増加するものと仮定する。経路移動時間はリンク移動時間の和として、以下のように表される。

$$c_{w,k} = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot t_a(v_a) \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-4)$$

Wardrop の第一原則に基づく均衡条件は以下のように定式化される。

$$f_{w,k} > 0, c_{w,k} = \pi_w \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-5)$$

$$f_{w,k} = 0, c_{w,k} \geq \pi_w \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-6)$$

ここで、 π_w は OD ペア w における最小の経路移動時間である。なお、経路交通量は(2-1)-(2-3)により制約されており、経路交通量の実行可能領域は凸である。(2-5)と(2-6)における均衡条件は以下に示す相補性条件としても定式化される。

$$f_{w,k} \cdot (c_{w,k} - \pi_w) = 0 \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-7)$$

$$c_{w,k} - \pi_w \geq 0 \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad (2-8)$$

上に示した、一連の交通量配分モデルと等価な最適化問題が存在し、Frank-Wolfe 法などの解法が提案されている。なお、リンク移動時間が複数のリンクの交通量によって決まる場合（リンク間が相互に干渉する場合）、交通量配分問題は相補性問題あるいは変分不等式問題、不動点問題として定式化する必要がある（土木学会、1998）。

以上までが、確定的な道路ネットワークを対象とした、基本的な交通量配分モデルである。次に、確率的な道路ネットワークを対象とした、交通量配分モデルの基本モデルを示す。OD ペア w の間における任意の確率分布に従う交通需要 Q_w を考える。OD ペア w の間の経路

交通量は以下を満たす.

$$\sum_{k \in K_w} F_{w,k} = Q_w \quad \forall w \in W \quad (2-9)$$

リンク a における交通量はこれを通過する経路交通量の総和として表される.

$$V_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \quad \forall a \in A \quad (2-10)$$

ここで、交通需要と経路交通量、リンク交通量がそれぞれ従う確率分布を一致させるためには、加法性が保証される確率分布を選択する必要がある.

一般的に、静的な均衡配分モデルにおいては、リンク移動時間を定義するために BPR 関数 (Bureau of Public Roads, 1964) が用いられる.

$$t_a = t_{0a} \cdot \left(1 + \alpha \cdot \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^n \right) \quad \forall a \in A \quad (2-11)$$

BPR 関数は確定的な道路ネットワークを対象としたものである. BPR 関数ではリンク a の移動時間はリンク a の交通量によってのみ決まり、リンク交通量について単調増加する関数である. 確率均衡配分モデルにおいては、この(2-11)の BPR 関数を用いて、確率的なリンク移動時間を以下のように定義することが多い.

$$T_a = t_{0a} \cdot \left(1 + \alpha \cdot \left(\frac{V_a}{C_a} \right)^n \right) \quad \forall a \in A \quad (2-12)$$

ここで、 C_a はリンク a における確率的なリンク交通容量を表す. リンク移動時間は確率変数として定義される. リンク移動時間の分布形状は BPR 関数の形状およびリンク交通量とリンク交通容量それぞれの分布形状に依存する. 経路移動時間はその経路を構成するリンク移動時間の和として表される.

$$T_{w,k} = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a \quad \forall a \in A \quad (2-13)$$

この経路交通量に基づく、運転者の不効用を定義する.

$$c_{w,k} = d_{w,k}(T_{w,k}) \quad (2-14)$$

ここでは、運転者の確定的な不効用を仮定している. $d_{w,k}(\cdot)$ は確率変数を入力すると確定値を返す関数である. この不効用関数のあり方をめぐっては、既存研究において様々な議論が展開されている. (2-6)に示す運転者の不効用を用いて、利用者均衡、確率的利用者均衡などの経路選択基準に基づき、交通需要を各経路・リンクに配分する.

上に示した、移動時間を考慮した交通量配分モデルを踏まえ、以下では既存研究において、モデルの構築に当たって議論の対象となってきた事項について説明する. 議論の対象は以下の5点にまとめられる.

- 交通需要とリンク交通容量の確率分布に関する仮定
- 交通流と移動時間の定式化における近似計算に関する仮定
- 経路選択基準に関する仮定

- 移動時間の確率分布に関する仮定
- リンク間の確率的相関に関する仮定

それぞれの仮定をめぐる議論とその過程を 2.1.2 以降で述べる。

2.1.2 交通需要とリンク交通容量の確率分布

2.3.1 に示した OD 交通需要は簡単のため、任意の確率分布を仮定していた。しかし、移動時間不確実性を扱う交通量配分モデルでは、交通需要が従う確率分布を仮定することが一般的である。確率的な交通需要をモデル化するにあたって、さまざまな確率分布が提案されている。Nakayama and Takayama (2003)は二項分布に従う交通需要を仮定している。Clark and Watling (2005)はポアソン分布に従う交通需要を仮定している。中山・高山 (2006)は負の多項分布を仮定している。中でも、正規分布は多くの既存研究において採用されている（例えば、Chen et al., 2002; Shao et al., 2006; Lam et al., 2008; Uchida, 2015）。正規分布の加法性によって、交通流の定式化は容易になる。(2-9)と(2-10)より、交通需要とリンク交通量はそれぞれ、対応する経路交通量の和として表される。このとき、交通需要が正規分布に従うと仮定すると、経路交通量は正規分布に従う。リンク交通量に関しては経路交通量が互いに独立である場合、正規分布に従う。

しかし、正規分布は実数の範囲の全体をとりうる。正規分布に従う交通量あるいは移動時間、交通容量を仮定すると、それぞれが負の値をとる場合があり、現実の交通現象と比べると定式化上、問題がある。また、正規分布の分布形状は対称である。観測結果から、移動時間の分布形状は非対称であると指摘されている。例えば、Uno et al. (2009)はバスプローブデータから観測された移動時間の分布が対数正規分布に従うことを指摘している。

交通量・交通容量・移動時間の非負性と分布形状の非対称性を保証するため、交通需要が対数正規分布に従うことを仮定した交通量配分モデルが提案されている（例えば、Sumalee and Xu, 2011; Zhou and Chen, 2008; Zhao and Kockleman, 2002）。しかし、対数正規分布には加法性がないことから、上記の研究では Fenton(1960)に従い、対数正規分布の和は近似的に対数正規分布で表現できると仮定している。この仮定の下で、経路交通量およびリンク交通量は対数正規分布に従うこととなる。(2-12)に基づくと、BPR 関数は確定項と確率項に分けられる。この確率項は対数正規分布に従うことになり、非負かつ非対称な分布形状をもつリンク移動時間が定義される。

Fenton (1960)では、近似的な加法性を保証するために、扱う対数正規分布が互いに独立であることを必要とした。したがって、Fenton (1960)を引用した確率均衡配分モデルでは、リンク間の交通量および移動時間が互いに独立であることを仮定していた (Sumalee and Xu, 2011 など)。リンク交通量とリンク移動時間の共分散が定義されないことから、リンク移動時間の和である経路移動時間の分散は、その分、過小に評価されることになる。第 3 章では従来の過程を緩和して、Abu-dayya and Beaulieu (1994)の近似を適用することで、交通需要が

対数正規分布に従う場合に、経路交通量およびリンク交通量のリンク間の相関を考慮する手法を提示している。

表 2-1 は確率均衡配分モデルを扱う既存研究における、交通需要およびリンク交通容量、交通量配分モデルの定式化、経路選択基準、リンク間相関の有無についてまとめたものである。

表 2-1 交通需要と交通容量

	交通需要	リンク交通容量	定式化	経路選択基準	リンク間相関
Nakayama and Takayama (2003)	二項分布				
Chen et al. (2002)	-	一様分布	UE	平均	-
Lo and Tung (2003)	-	一様分布		平均	-
Shao et al. (2006)	正規分布	-	ロジット型 SUE	平均・標準偏差	なし
中山・高山 (2006)	負の多項分布	-	ロジット型 SUE	平均	-
Clark and Watling (2005)	ポアソン分布	-	プロビット型 SUE	平均	-
Lo et al. (2006)	-	一様分布		平均・標準偏差	なし
Lam et al. (2008)	正規分布	正規分布の逆数	ロジット型 SUE	平均・標準偏差	あり
内田 (2009)	正規分布	正規分布	プロビット型 SUE	平均・標準偏差	あり
Chen and Zhou (2010)	対数正規分布	一様分布		パーセンタイル値	なし
Sumalee and Xu (2011)	対数正規分布	-	UE / SO	-	なし
Sumalee et al. (2011)	ポアソン分布	-	プロビット型 SUE	平均・標準偏差	
今村ら (2011)	正規分布	-	UE	平均・標準偏差	あり／なし
Uchida (2015)	正規分布	正規分布	-	-	あり
加藤 (2018)	任意 ¹	正規分布		平均・分散	あり
Tani and Uchida (2018)	対数正規分布	対数正規分布	ロジット型 SUE	平均・分散	あり

2.1.3 交通流と移動時間の定式化における近似計算

2.1.1 における基本モデルでは交通流および移動時間を確率変数として定義した。確率変数として表される各種交通流および移動時間を均衡配分モデルの中で計算するためには、それぞれの平均および分散共分散を、解を更新する都度に計算する必要がある。交通量および移動時間の平均および分散共分散を解析的に導出できない場合は、確率的な定式化を行う必要がある。例えば、大量のサンプルが手に入れば、モンテカルロ・シミュレーションを用いて平均および分散共分散を確率的に計算することは可能である。しかし、大規模な道路

¹ 平均と分散によって規定される任意の確率分布

ネットワークを分析する場合、リンク数に対応して、扱う次元は大きくなり、大きな計算資源を必要とする。計算資源が不足する場合、確率的な定式化を避けるように定式化を工夫する、あるいは、近似的に解析的な定式化を実現する必要がある。つまり、確率的ネットワークにおける定式化においては、扱う道路ネットワークの規模と計算機の性能が制約となる。しかし、多くの既存研究および本研究では、解析的に定式化できることを優先しており、確率的な定式化は採用していない。2.1.3 では、確率的ネットワークを扱う場合において、適用される近似計算について整理する。

代表的な確率均衡配分モデルにおいて、リンク移動時間は BPR 関数のような多項関数によって表されることは 2.1.1 で述べた通りである。(2-4)のように、リンク交通量あるいはリンク交通容量を引数とするリンク移動時間の平均あるいは分散(共分散)を求める場合、確率変数のモーメントを導出必要がある。

この議論の前提として、リンクコスト関数が多項関数によって表されるという仮定が必要である。なお、(2-4)に示す BPR 関数は n 次の多項関数である。 n 次以下でリンクコスト関数にテイラー級数近似を施して関数の次数を下げて、確率変数のモーメントを求めようとすることは典型的な手法である。例えば、Watling (2002) はリンク移動時間を定義する多項関数にテイラー級数近似を施した。リンクコスト関数の次数が下がっているため、近似後の次数までの、確率変数のモーメントを求めればよい。Watling (2002)では 2 次近似した場合の結果を示している。Clark and Watling (2005)はリンク交通量が多変量正規分布に従うとき、そのモーメントを Isserlis (1918)の手法を用いて計算している。Isserlis (1918)に基づくモーメントの計算は Lam et al. (2008), 内田 (2009), Sumalee et al. (2011)など、リンク交通量が多変量正規分布に従うことを仮定した研究において適用されている。内田 (2009)では、リンク交通量とリンク交通容量がそれぞれ正規分布に従うことを仮定している。BPR 関数の内部において、リンク交通容量の逆数を求めるために、Bras and Georgakakos (1980)の近似式を適用している。中山・高山 (2006) は交通需要が負の二項分布に従う場合に、積率母関数を用いて、リンク移動時間の平均と分散を解析的に計算している。なお、交通需要が対数正規分布に従う場合(例えば、Chen and Zhou, 2010; Sumalee and Xu, 2011; Tani and Uchida, 2018), 対数正規分布では任意の次数のモーメントを解析的に計算できるため、2.1.3 で議論する問題は生じない。なお、第 3 章では、交通需要とリンク交通容量の双方が対数正規分布に従うと仮定するとき、リンク移動時間の平均と分散共分散が解析的に計算可能であることを説明している。

図 2-1 は 2.1.3 で述べた内容をまとめたものである。図 2-1 では 5 種類の確率変数を取り上げている。図 2-1 における、同種間の関係とは異なるレベルの交通量どうしあるいは移動時間どうしの関係を意味する。同種間の関係の場合、確率変数の基本的な性質によって、少なくともパラメータに関する加法性は保証される。ただし、加法性を持たない確率変数を採用した場合、定式化上の配慮が必要となる。リンク交通量に従う確率分布はリンク移動時間のパラメータを定義する上で問題となる。また、経路移動時間に従う確率分布は 2.1.4 で

述べる，経路選択基準を定義する上で問題となる．

一方で，異種間の関係とは，リンク交通量とリンク交通容量を引数としてリンク移動時間を定義するときの確率変数どうしの関係を意味する．問題は確率変数のモーメントを計算する方法に集約され，その詳細は上で述べた通りである．

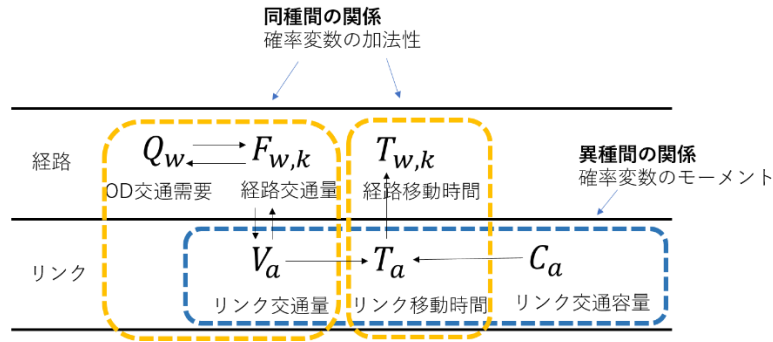


図 2-1 確率変数間の関係性

2.1.4 経路選択基準

不確実な交通需要あるいはリンク交通容量を考慮することで，確率的な移動時間が導出される．運転者は移動時間の不確実性を考慮してリスク回避的な経路選択を行う．リスク回避的な経路選択行動に関する実証研究は例えば，Liu et al. (2004)，Brownstone et al. (2003)，Lam and Small (2001)によってなされている．確率均衡配分モデルを扱う既存研究においては，様々な経路選択基準が提案されてきた．経路選択基準に関する議論は，移動時間価値・移動時間信頼性価値の推計と関わりが大きい．運転者の経路選択基準および移動時間信頼性価値の既存研究の推移については，加藤(2018)で詳説されている．2.3.4 では，加藤(2018)および中山・朝倉 (2014)の記述を参照している．その中から，確率均衡配分モデルの定式化に関わる部分について述べる．

確率均衡配分モデルを扱う初期の研究には，経路交通量の平均を経路選択基準として採用するものがある（例えば，Chen et al., 2002; Lo and Tung, 2003; Clark and Watling, 2005; 中山・高山, 2006）．リンクコスト関数を $t_a(\cdot)$ とし，リンク交通量が確率変数であるとき，確率的リンク移動時間は $t_a(V_a)$ となる．このとき，リンク移動時間の平均は $E[t_a(V_a)]$ と表される．ここで， $E[t_a(V_a)] \neq t_a(E[V_a])$ であることに注意が必要である．これは移動時間の平均はリンクコスト関数の形状およびリンク交通量の分布形状によって決定されるためである．つまり，確率的ネットワークにおける確率的なリンク移動時間の平均には交通需要の不確実性が反映されており，確定的ネットワークにおけるリンク移動時間とは異なる．この点に関する詳細な議論は第4章において説明される．

経路移動時間の平均に加えて，標準偏差あるいは分散などの指標を用いることで，経路

移動時間のばらつきを考慮して、経路選択基準を採用する研究もある。例えば、Lo and Tung (2003), Lo et al. (2006)で用いられる Travel Time Budget (TTB)の考え方は多くの既存研究において用いられている。これは平均旅行時間 $E[T_{w,k}]$ とセーフティーマージンの和を経路選択基準とするものである。例えば、Lo et al. (2006)に基づく、TTB は以下のように定義される。

$$b_{w,k} = E[T_{w,k}] + \lambda \cdot \sqrt{\text{var}[T_{w,k}]} \quad \forall k \in K_w, \forall w \in W \quad (2-15)$$

ここで、信頼水準を ρ とし、経路移動時間が TTB, $b_{w,k}$ 以下である確率を

$$P\left(T_{w,k} \leq b_{w,k} = E[T_{w,k}] + \lambda \cdot \sqrt{\text{var}[T_{w,k}]}\right) = \rho \quad \forall k \in K_w, \forall w \in W \quad (2-16)$$

とすると、次のように変形できる。

$$P\left(\frac{T_{w,k} - E[T_{w,k}]}{\sqrt{\text{var}[T_{w,k}]}} \leq \lambda\right) = \rho \quad \forall k \in K_w, \forall w \in W \quad (2-17)$$

経路移動時間が正規分布に従うと仮定するとき、標準正規分布の累積密度関数 $\Phi(\cdot)$ を導入すると、 λ と ρ の関係は以下ようになる。

$$\Phi(\rho) = \lambda \quad (2-18)$$

なお、Lo and Tung (2003), Lo et al. (2006)ではリンク移動時間の分布形状によらず、中心極限定理に基づき、経路移動時間は正規分布に従うと仮定していることに注意が必要である。リンク間の相関を考える場合、前述のように経路移動時間に対して中心極限定理を適用することはできない (Lam et al., 2008)。一般的に、リンク交通量の分布形状が特定されていたとしても、リンクコスト関数を介することによって、リンク移動時間の分布形状を特定できなくなる。それでも、一部の研究では (Lam et al., 2008 など) 経路移動時間が正規分布に従うと仮定すると、(2-15)-(2-18)に示す議論が展開できるため、経路選択基準に関する議論が容易となる。

今村ら (2011)では移動時間のパーセンタイル値を経路選択基準としている。経路選択基準を経路移動時間の平均と重み付きの標準偏差の和として定式化していることから、TTB の一種として分類される。Chen and Zhou (2010) は Mean-Excess Travel Time (METT)を経路選択基準とする均衡配分モデルを提案している。

TTB に代表される、経路移動時間の平均と標準偏差に基づく経路選択基準を採用する場合、dijkstra 法のような最短経路探索アルゴリズムを適用することはできない。第一に、標準偏差には加法性がない。始点と終点の間を逐次的に最短経路を探索する dijkstra 法のようなアルゴリズムでは、始点と終点の間の経路コストが、その間を構成するリンクコストの和として表される必要がある。例えば、リンク 1 とリンク 2 の標準偏差を $\sqrt{\text{var}[T_1]}$, $\sqrt{\text{var}[T_2]}$ と表すとき、リンク 1 とリンク 2 によって構成される経路移動時間の標準偏差は $\sqrt{\text{var}[T_1 + T_2]} \neq \sqrt{\text{var}[T_1]} + \sqrt{\text{var}[T_2]}$ となる。したがって、汎用的な最短経路探索アルゴリ

ズムが適用できない以上、経路コストを計算するためには、事前に経路-リンク関係を列挙する必要がある。一方で、経路移動時間の平均と標準偏差に基づく、最短経路アルゴリズムの開発も行われている (Khani and Boyles, 2015)。dijkstra 法のような経路探索アルゴリズムは移動時間のリンク間共分散を考慮する場合においても適用できない。これは、dijkstra 法のような経路探索アルゴリズムでは、リンクコストがリンクごとで分離可能である必要があるためである。移動時間のリンク間の確率的相関を考慮する場合は、経路選択基準のいかんに関わらず、経路情報を列挙することが一般的である (例えば、Lam et al., 2008)。

確率的な経路選択 (Watling, 2002)と確定的な経路選択の違いに関する議論も存在する。これは運転者の経路選択における不確実性をどのように扱うかという問題に関する議論である。一般的に、確定的な経路選択では、プロビットモデルあるいはロジットモデルによって計算される、離散的な経路選択確率に従って、OD 交通需要は確定的に各経路に配分される。表 2-1 に挙げた研究のほとんどは確定的な経路選択を行っており、本論文で構築したすべてのモデルも確定的な経路選択を行っている。一方で、確率的な経路選択 (Watling, 2002)とは、離散的な経路選択確率に従い、確率的に経路選択を行うものである。

ランダム効用理論に基づき、経路選択確率を求めるとき、上で示した経路選択基準が離散選択モデルの引数となる。この引数に対して、ロジットモデルではガンベル分布、プロビットモデルでは正規分布に従う誤差項を仮定する。引数自体は、移動時間の不確実性を考慮した、運転者の確定的な不効用であることに注意が必要である。この誤差項は、運転者が認知する確定的な不効用に対する誤差である。すなわち、移動時間の不確実性を考慮して、確率的利用者均衡に基づいて配分をする場合、確率的な経路移動時間から定義される確定的な不効用に対する運転者の認知誤差を考慮していることになる (内田, 2009)。なお、本論文の第 3 章から第 7 章までの各章では、ロジット型の確率的利用者均衡配分に基づき、交通量配分を行っている。したがって、経路選択行動はいずれも確定的である。

2.1.5 移動時間の確率分布

2.1.1 で紹介した確率均衡 I 型の各種モデルでは、リンク移動時間の分布形状が特定されている (Yin and Ieda, 2001; Watling, 2006 など)。Lo and Tung (2003)はリンク移動時間の分布形状によらなくとも、中心極限定理によって、経路移動時間が正規分布に従うことを主張している。しかし、リンク間の確率的な相関を考慮する場合はその限りではない (Lam et al., 2008)。

一方で、確率均衡 II 型のモデルではリンク移動時間の分布形状は特定されない場合がある。仮に、リンク交通量あるいはリンク交通容量の分布形状が特定されていたとしても、リンク移動時間についてはパラメータのみ計算されても、分布形状は特定されないという場合である。この課題に対して、例えば今村ら (2011)では、正規分布に従う交通需要を仮定しながらも、経路移動時間のパーセンタイル値を計算するために、リンク移動時間が従う確

率分布を再度定義している。

リンク移動時間の分布形状は、非対称であることが多くの実証研究から指摘されている。Richardson and Taylor (1978)と Uno et al. (2009)は観測された移動時間が対数正規分布に従うことを仮定している。また、移動時間は非負である。しかし、正規分布に従う移動時間を仮定した場合、移動時間がすべての実数を取りうるため、現実問題とそぐわないという批判がある。一方で、対数正規分布が取りうる値は常に非負であり、この問題に対応できる。

移動時間信頼性に関する研究では、必ずしもネットワーク規模の交通量配分を考えないものも存在し、これらの研究では移動時間の分布形状はより自由に仮定できる。Srinivasan et al. (2014)はインド、チェンナイ市の幹線道路で観測された移動時間のデータから、移動時間分布として shifted-lognormal distribution を仮定することが合理的であると指摘している。Taylor (2017)は Fosgerou の一連の研究によって提案される移動時間信頼性比を計算するために、Burr 分布に従う移動時間を仮定している。Fosgerau and Fukuda (2012)は安定分布を仮定している。Kim and Mahmassani (2015)はガンマ分布の積の分布を仮定している。なお、本論文の第 3 章、第 6 章では移動時間は shifted-lognormal distribution に従うと仮定している。第 4 章ではリンク移動時間が従う確率分布を特定していない。第 5 章では、プローブカーデータによって、経路移動時間を更新するため、今村ら (2014) と同様に、正規分布に従う経路移動時間を再度仮定している。

表 2-2 移動時間の分布形状

確率分布	既存研究
正規分布	Yin and Ieda (2001); Watling (2006); Lo and Tung (2003), Lo et al. (2006), 今村ら (2011)
対数正規分布	Uno et al. (2009), Srinivasan et al. (2014), 今村ら (2011)
安定分布	Fosgerau and Fukuda (2012)
ガンマ分布	Kim and Mahmassani (2015)
ブル分布	Taylor (2017), Susilawati et al. (2013)

2.1.6 リンク間の確率的相関

これまでに紹介してきた確率均衡配分モデルの中には、定式化上の限界によって、リンク交通量あるいはリンク移動時間のリンク間の確率的相関が考慮されていないものがある(例えば、Lo et al., 2006; Shao et al., 2006; Chen and Zhou., 2010; Wang et al., 2014)。しかし、リンク間の交通量あるいは移動時間の確率的相関を無視するという仮定は、現実問題と照らし合わせると強い仮定であると言わざるを得ない。特に、経路選択基準が経路移動時間の平均およびその変動（標準偏差、分散、パーセンタイル値など）を考慮している場合、リンク移動時間の共分散を無視した場合、経路移動時間の変動を過小に評価することになる。実証

研究においても、移動時間のリンク間の確率的相関を無視すると、経路移動時間の不確実性が過小に評価されて交通プロジェクトの評価が不正確になる可能性があることが示されている（例えば Nicholson, 2015; Nicholson and Watling, 2015）。

リンク間の確率的相関のあるリンク移動時間を考慮した、確率均衡配分モデルは 2.1 において確率均衡 II 型と分類されている。（例えば Prakash et al., 2018）これらのモデルは、一意でない解を持つ、経路交通量を変数とする、確率均衡配分モデルとして定式化されることが多い。経路交通量を変数とする確率均衡配分モデルの場合、リンク交通量を変数とするモデルと比べて、多くの変数を持つことになる。基本的な dijkstra 法などの経路探索アルゴリズムが適用できないことから、経路を事前に列挙することが一般的である（例えば, Lam et al., 2008）。道路ネットワークが大きくなると、考慮すべき経路数が多くなることから、数値計算上の課題がある。リンク移動時間の確率的相関を持つ確率均衡配分モデルを解くためのアルゴリズムが提案されているが（Srinivasan et al., 2014 など）、筆者が知る限りでは、実用に供するのに十分な、効率的に解けるアルゴリズムはまだ存在しない。

2.2 確率均衡配分モデルの政策評価への応用

2.1 では、交通需要の不確実性を考慮した確率均衡配分モデルの基本モデルを説明し、モデルの構築にあたって、既存研究において議論の対象となってきた課題を整理した。ネットワークレベルで政策分析を行うためには、観測データから交通状態を推定し、政策後の交通状態を予測する必要がある。交通状態を推定、予測する各手法は、確率均衡配分モデルを内包する。2.2 では、2.1 で扱った確率均衡配分モデルを政策分析のために扱った既存研究を整理し、各テーマにおける課題について述べる。取り扱うテーマは以下の通りである。

- | |
|------------------------------|
| 2.2.1 ネットワークの損壊を考慮した信頼性評価 |
| 2.2.2 不確実性を考慮した交通状態推定 |
| 2.2.3 自動運転車両と人間が運転する車両による混合流 |
| 2.2.4 移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン |

2.2.1-2.2.3 では、現在そして将来的に、道路ネットワークにおける不確実性を分析するにあたって、考慮されるべき 3 つの点について、論点と既存研究を整理する。2.2.1 は自然災害を含む、道路施設の性能に関する不確実性を評価するアプローチおよび既存研究を示す。2.2.2 は、交通感知器データ、プローブカーデータなどの交通観測データを用いて、ネットワークの交通状態を推定するアプローチおよび既存研究を示す。2.2.3 は近年、開発が進んでいる自動運転車両の将来的な普及を見越し、自動運転車両の普及過程において、ネットワークの不確実性の観点から考慮すべき事項およびこの問題を扱う既存研究を示す。最後に、2.2.4 では、ネットワークの不確実性を考慮した政策分析を行う上で用いられる、確率均衡

配分モデルを制約とするネットワークデザイン問題について整理する。

2.2.1 ネットワークの損壊を考慮した信頼性評価

道路ネットワークは自然災害あるいは人為由来の災害など、様々なリスクに晒されている。これらのリスクに晒されながら、社会経済活動を継続するためには、事前にこれらの災害リスクから交通ネットワークを守るための対策が講じられる必要がある。特に、わが国においては、近年頻発する夏季の集中豪雨、これに伴う土砂災害、あるいは地震、津波、豪雪など、道路ネットワークは過酷な自然環境の中にある。このような環境にあつては、通常時におけるネットワークの機能評価だけに基づいて、道路ネットワークを整備するのは不十分である。リンクの損壊を考慮した道路ネットワークの評価が必要である。

リンクの損壊には完全に通行ができなくなる途絶や、部分的に車線が通行止めとなったり、路面の状態が悪化したりすることにより、走行性能が低下することも含まれる。ネットワークの途絶に関する研究は古くから行われてきた。ネットワークの途絶を評価する第一のアプローチは道路ネットワークの形状あるいは接続性に着目するものである。Bell and Iida (1997)は接続信頼性の概念を示し、その評価方法を示している。国内では飯田ら(1989)などがノード間信頼性として、接続信頼性を計算している。一般的に、接続信頼性とは OD 間を接続する経路が存在する確率を表すものである(中山・朝倉, 2014)。例えば、OD 間の接続信頼性は OD 間を結ぶ経路を構成するリンクの途絶確率の積として表される。この場合、ネットワーク規模が大きくなるに従い、あるいはリンクを途絶させる確率やリンクを損壊させる確率が小さくなるに従い、OD 間の接続信頼性が小さくなり、計算が困難になるという問題がある。

OD 間の接続性を確率に基づく接続信頼性を指標とするのではなく、OD 間を結ぶ経路数に着目する方法がある。脆弱性(vulnerability)と呼ばれるこの手法は、リンクが途絶あるいは機能が低下することによって、道路ネットワーク全体のパフォーマンスを catastrophic に低下せしめるノードやリンクを検出することを目指す(原田ら, 2014 など)。道路管理に伴う通行規制、あるいは局所的な天候の変化に伴う通行規制など、日常的に発生しうるリンクの途絶現象、リンクの機能低下現象を扱う場合にはリンク途絶確率が計算可能であるため、接続信頼性を道路評価に適用することは比較的現実的である。しかし、100 年に一度の割合で発生するような、発生頻度の低い降雨災害あるいは地震・津波のようにまれにしか発生しない災害の場合、リンクの途絶確率は極めて小さくなり、定量的に計算することはより難しくなる。発生頻度の小さな災害に対しては、災害が発生する確率を定義すること自体が難しい。災害の発生回数が少ないことから、一度災害が発生すると、確率のパラメータを過大に推計するおそれがある。このような稀に発生する事象を確率的に扱うことの問題点を克服する上で、脆弱性の概念が導入された。Taylor et al. (2006)はアクセシビリティ(accessibility)指標に基づき、道路ネットワークの損壊がもたらす社会経済的な影響を考慮

して、脆弱性を評価した。Chen et al. (2006)はロジット型の確率的利用者均衡配分モデルによって計算される移動時間や一般化費用に基づく、ネットワークベースのアクセシビリティ指標を提案した。

接続信頼性あるいは脆弱性分析の場合、リンクは通常状態あるいは途絶状態として離散的に評価される (Asakura, 1999)。しかし、現実にはリンクの状態は通常あるいは途絶の間に、機能が低下しつつも通行可能な状態が存在する。つまり、リンクの機能は連続的に定義される。Chen et al. (1999), Chen et al. (2002)は均衡配分モデルにおいて、確率的なリンク交通容量を導入することによってリンクの連続的な損壊を考慮した。確率的なリンク交通容量の導入により、連続的な確率変数であれば、リンクの損壊状態を連続的に定義できる。Lam et al. (2008)は確率的なリンク交通容量を明示的に定式化していないものの、リンク交通容量は降雨強度によって影響が及ぶことを仮定し、降雨強度にしたがって、確率的かつ連続的にリンクが損壊するようなリンクコスト関数を導入した。Lam et al. (2008)は短期的な降雨リスクを考慮した一方で、Tani et al. (2017)は長期的な降雨リスクを考慮した確率均衡配分モデルを構築した。降雨強度が大きくなるに従って、降雨の発生確率とリンク移動時間が小さくなるシナリオを考慮した。運転者が経験するリンク移動時間は、複数の降雨シナリオにおける確率的なリンク移動時間をそれぞれの降雨発生確率によって重みづけられた混合正規分布に従うと仮定することによって、長期的な降雨リスクが道路ネットワークにおける静的な交通流の均衡に与える影響について分析した。

2.2.2 不確実性を考慮した交通状態推定

近年の情報通信技術の向上に伴い、交通データを観測するための技術が向上している。今日では、従来よりも質量ともに多様な道路交通情報がリアルタイムに手に入る。ネットワーク規模で道路事業の効果を測定するためには、入手できるデータの利用を前提として、道路ネットワーク全体の交通状態を推定する必要がある。

道路ネットワークの一部のリンクには、リンク交通量を観測するために、交通感知器が設置されている。交通感知器はリンクに据え付けてあるため、リンク交通量を経時的に観測することが可能である。しかし、設置および維持に費用がかかることから、道路ネットワーク全体に網羅的に設置することは難しい。日本の主要な高速道路や幹線道路の一部区間でしか感知器が設置されていないのが実情である。

交通感知器のデータ取得の限界を補うため、プローブカーデータを用いて、交通状態を推定する研究が多く行われている。プローブカーデータは交通感知器データと異なり、各車両に GPS 測位システムを導入することで取得できるため、安価で大量のデータを取得することから、先進国・新興国問わず、広く利用されている。プローブカーは各車両の挙動を軌跡として観測できる。しかし、同時時間帯におけるネットワーク規模の観測はプローブカーの普及率に依存しているため、道路ネットワーク全体の交通状態の観測をプローブカーの

みで行うことは困難である。感知器データとプローブカーデータのそれぞれを用いる場合において、未観測リンクにおける交通状態を推定するという問題が残されている。

感知器データを用いて、交通状態を推定する研究は数多い。例えば、Shao et al. (2014) は観測リンク交通量と均衡配分モデルによって推定されたリンク交通量の平均と分散共分散行列の最小二乗誤差を最小化するように、OD 交通需要の平均と分散共分散行列を推定する手法を提案している。このモデルは Shao et al. (2015)において、マルチユーザークラスを考慮した手法に拡張されている。

プローブカーデータを用いた交通状態の推定は、幹線道路を対象としたものが多くみられる。瀬尾ら (2013)は車間距離を計測するプローブカーが観測するデータを用いることで、First-in-First-out の関係が成り立つ単路部において、 $q-k$ 関係、 $k-v$ 関係といった交通流モデルにおける仮定がなくても、交通状態を推定できる手法を構築した。構築した手法はシミュレーションによって検証されている。Seo et al. (2015)は首都高速道路の環状線における実験データから瀬尾ら (2013)の手法の検証を行い、プローブカーの混入率によって、推定される交通状態の精度が変化することを報告した。瀬尾・日下部 (2019)は衛星画像とプローブカーデータを用いて、交通状態を推定する手法を提案している。川崎ら (2017)はデータ同化技術を用いて、運転者の経路選択行動を構造化する交通状態推定手法を状態空間モデルとして提案している。瀬尾・日下部 (2019)ではノードにおける分岐はプローブカーによって実際に観測された値を用いて外生的に与えているのに対して、川崎ら (2017)ではロジットモデルにより経路選択行動を内生化している点が特徴的である。

Feng et al. (2014)は、プローブカーデータを用いて、幹線道路における移動時間を確率分布として推定する2つの手法を提案している。1つはEM アルゴリズムを用いたものであり、もう1つはベイズ更新を用いたものである。ある道路区間を通過する交通に着目すると、リンク移動時間の分布には複数のピークが存在することを報告している。したがって、リンク移動時間は混合正規分布に従うと仮定している。路線の形状と信号制御に関する情報と、過去に観測された移動時間の情報を組み合わせて、移動時間分布を更新しながら推定する手法を構築している。

プローブカーデータを用いて、ネットワーク規模で交通状態を推定する研究も多く行われている。原ら(2016)、Hara et al. (2018)はそれぞれプローブカーデータを用いて、道路ネットワーク全体における、リンク速度の補完推定を行っている。原ら(2016)はグラフィカルラッソを用いて、リンク間の共分散構造を推定した。Hara et al. (2018)は混合ガウシアングラフィカルモデルを利用している。対象とする道路ネットワークの規模が大きくなると推定すべき共分散構造に対して、推定すべきパラメータ数は増大する。そのため、共分散構造のスパース性に着目して、交通状態推定を行っている。Rahmani et al. (2017)はスパースなプローブカーデータの使用を前提として、観測されたデータから、各観測点がたどった経路の推定と道路ネットワーク全体のリンク移動時間を同時に推定する手法を構築した。この手法は不動点問題として定式化されている。ストックホルムにおけるタクシーのプローブ

データを用いて、提案する手法を検証している。Ramezani and Geroliminis (2012)はプローブカーデータに対して、マルコフ連鎖に基づき、リンク移動時間を確率分布として推定する手法を構築した。なお、ネットワーク規模でプローブカーデータを用いて交通状態を推定するためには、観測された位置情報と実際のネットワーク形状を紐づけるマップマッチングの作業が必要であり、多くの研究がなされている（例えば、Miwa et al., 2012）。

交通状態そのものを推定するだけではなく、観測されたリンク交通量から運転者が認知する時間価値および移動時間信頼性価値を推定しようとする研究も存在する。Uchida (2014)は道路ネットワークにおける均衡制約を内生化した運転者の効用最大化問題を定式化して、観測リンク交通量から時間価値および移動時間信頼性価値を推定するモデルを構築した。加藤(2018)はUchida (2014)で置かれた仮定を緩和し、時間価値の差異についてのマルチユーザークラスを考慮し、道路ネットワーク全体のうち、一部のリンクのみでリンク交通量が観測される状況において、時間価値および移動時間信頼性価値を推定する枠組みを提示した。

2.2.3 自動運転車両と人間が運転する車両による混合流

前節までの、移動時間信頼性に関する議論では、人間が運転する車両（Regular piloted human driven vehicle; RHV）のみが道路ネットワーク内に存在するという、従来の仮定に基づいていた。しかし、自動運転車両の研究・開発が活発に進んでいる現在、近い将来には（Connected automated vehicle; CAV）が一般消費者に普及することが期待されており、CAVの普及を見越した道路管理が必要となる。CAVが普及すると、運転者にとっても利益があるほか、CAVの運転挙動が標準化されることに伴い、道路ネットワーク全体の効率性が向上するという効果も期待される。CAVの普及が道路ネットワークの効率性の向上に貢献するならば、道路管理者には、CAVの普及を前提とした、道路ネットワークの整備と管理が求められる。近年、自動運転車両の将来的な普及を見越して、自動運転車両の普及が道路ネットワークに与える影響について分析する研究が多くなされている。既存研究においては、自動運転車両の普及が以下に示す変化をもたらす可能性を扱ったものが多い。

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1. RHV と CAV の経路選択行動の違い2. CAV の混入にともなうリンク交通容量の変化 |
|---|

まず、RHV と CAV の経路選択行動の違いを対象とする研究について述べる。先進技術の導入によって、異なる種類の車両が混合する交通流を踏まえた研究の原点は、先進旅行者情報システム（Advanced Traveler Information Systems; ATIS）の問題と関係している。Yang (1998) は、ATIS を搭載した車両と搭載していない車両がそれぞれ UE と SUE に従うと仮定することによって、ATIS 搭載車両と非搭載車両の間における交通情報の取得可能性の違い

を考慮している。Yang et al. (2007)は Yang (1998)のモデルを Stackelberg game として拡張し、ATIS 搭載車両とそれ以外の車両がそれぞれ SO と UE または Cournot Nash (CN) 均衡に従うと仮定したモデルを提案している。以上の研究は異なる経路選択基準をそれぞれ有する交通需要が混合するネットワークを考慮するという点で、利用者の異質性を考慮したマルチユーザークラスの問題（例えば、Lo et al., 2006; Shao et al., 2006）として一般化される。

異なる経路選択基準を持つ車両が交通流の中に混合するという観点では、ATIS と CAV は本質的に類似している。ATIS に関する研究を発展させて、CAV と RHV の混合流を考慮した交通量配分モデルを提案する研究が近年行われている（Chen et al., 2016; Bagloee et al., 2017; Zhang and Nie, 2018）。これらの研究においても、CAV と RHV の間の経路選択基準の違いに着目している。Bagloee et al. (2017), Zhang and Nie (2018) および峪・内田 (2018)は、CAVs と RHV がそれぞれ UE と SO に従うと仮定した。Wang et al. (2019)は CAV が UE, RHV が Cross Nested Logit (CNL) モデルに従うことを考慮し、両車両の運転者が認知する情報の不確実性を考慮している。一方で、Chen et al. (2016)は、CAV と RHV がともに UE に従うことを仮定した。既存研究における、経路選択基準および交通需要、リンク交通容量における仮定の違いを表 2-3 に示す。

表 2-3 既存研究における経路選択基準と交通需要の比較

	CAV/ATIS	RHV	交通需要	リンク交通容量
Yang (1998)	UE	SUE	確定的	確定的, 一定
Yang et al. (2007)	SO	UE/CN	確定的	確定的, 一定
Chen et al. (2016)	UE	UE	確定的	確定的, 一定
Bagloee et al. (2017)	SO	UE	確定的	確定的, 一定
Zhang and Nie (2018)	SO	UE	確定的	確定的, 一定
Wang et al. (2019)	UE	CNL	確定的	確定的, 可変
峪・内田 (2018)	SO	UE	確率的	確定的, 一定
本論文 (第 6 章)	UE	UE	確率的	確率的, 可変

Chen et al.(2016) 以外の上記に示す既存研究は、異なる 2 種類の車両が異なる経路選択基準に従うことを前提としている点で類似している。CAV と RHV の間で、道路ネットワーク全体の交通状況の認識レベルや時間価値の違いを考慮して、経路選択基準の違いに反映させることは合理的である。しかし、RHV が利己的な運転をする一方で、CAV が道路ネットワーク全体の最適化を実現するために、RHV よりも多くの追加的な費用を負担することには議論がある。これは、道路管理者がネットワークの効率を向上させることを目的として、CAV の普及を促進するためには、CAV 利用者に対して何らかの報酬が付与されるべきとの考えに基づくものである。

以上に示す既存研究における共通点は、確定的な交通需要と移動時間をそれぞれ仮定

していることである。RHV の経路選択行動に対して、確率的利用者均衡配分モデルや Cross nested logit モデルを適用することにより、運転者の認知誤差を仮定している研究もある（それぞれ、Yang.1998; Wang et al.2019）。これは、経路選択時における完全情報の仮定（2.1.1）を緩和するものである。これらにおける移動時間は確定的な交通需要に基づくものであり、移動時間そのものの不確実性を考慮した経路選択行動は含まれていない。

CAV が普及しても、交通需要の発生には大きな影響がみられないと考えられる一方で、リンク交通容量には変化があると考えられる。CAV は RHV と比べて、platooning 技術等により、車間距離が縮まったり、追従車両が先行車両の動きに対する反応時間が短くなることによって、より効率的な運転ができるものと考えられている。特に、注目されているのは CAV と RHV の車頭時間の違いである。CAV の車頭時間は RHV よりも小さく（Levin and Boyles, 2016; Wang et al. 2019）、CAV の車頭時間のばらつきは RHV よりも小さくなることが期待されている。RHV の運転行動は、各車両の運転技術が異なるため、不確定要素がある。もし交通流を構成するすべての運転者の技術が高ければ、リンク交通容量が大きくなり、リンク交通容量のばらつきは小さくなる。一方、運転者の技術が低ければ、リンク交通容量が小さくなり、リンク交通容量のばらつきは大きくなる。

CAV と RHV の混合流におけるリンク交通容量を推定する研究が行われている（Levin and Boyles, 2015; Levin and Boyles, 2016; Chen et al., 2017; Ghiasi et al., 2017）。Levin and Boyles (2015)は CAV の混合率と確定的な車頭時間に基づく、リンク交通容量モデルを構築した。このモデルは Levin and Boyles (2016)によって、マルチクラスなモデルとして拡張されている。上の研究と同様な、確定的な車頭時間を扱うという仮定は、CAV 混合流におけるリンク交通容量を扱う研究において適用されている（例えば、Chen et al., 2017; Pan et al., 2019）。一方で、Ghiasi et al. (2017)は確率的な車頭時間を考慮し、マルコフ連鎖に基づいてリンク交通容量を導出した。CAV と RHV の混合流を考慮したリンク交通容量を扱う上記の研究はいずれも、動的な交通流を想定したものである。

静的な均衡配分モデルを用いた研究では、動的な交通流を考慮したリンク交通容量の定式化を援用するものが多い（例えば、Seo and Asakura, 2017; Wang et al., 2019）。Seo and Asakura (2017)では、Newell (2002)の追従モデルを基として、CAV が CAV を追従する場合、CAV が RHV を追従する場合、RHV が CAV または RHV を追従する場合の3つのパターンにおける追従車両の反応速度の違いを考慮してリンク交通容量を定式化している。このとき、リンク内における CAV 混合率が中程度の場合、リンク交通容量が低下することがあり、CAV の普及段階ではむしろネットワークの効率を低下する可能性について議論している。Wang et al. (2019) ではリンク移動時間は BPR 関数によって定式化されている。リンク交通容量は Levin and Boyles (2016) の定式化に従っている。なお、上記の研究では、確率的な交通需要および確率的なリンク交通容量（Chen et al, 1999; Chen et al., 2002 など）は考慮されていない。また、交通需要と移動時間を確率変数として仮定した混合交通流を扱った既存研究は見当たらない。

上記まででは、CAV と RHV が交通流の中で混合した場合に起こる、特有の問題について議論した。続いて、CAV の導入過程において、ネットワークを効率化するための政策について議論する。CAV は交通安全の向上や労働生産性の向上に貢献するため、社会に利益をもたらさう。政策的には、市民の CAV 購入意欲を刺激し、CAV がより普及した社会に移行することが重要である。政府は市民に CAV の購入を促すためのインセンティブを与える政策を行うことができる。そのインセンティブの一つとして、CAV 専用レーンの導入を扱う研究が行われている。CAV 専用レーンとは、CAV のみが通行できるレーンのことである。通常のレーンとは CAV と人間が運転する車両が同じレーンを共用するものである。CAV 専用レーンと共用レーンを区別して、CAV 混合流を分析するための研究については、すでに上に示した通りである（例えば、Chen et al., 2017; Ghiasi et al., 2017）。

複数の研究が CAV 専用レーンの最適配置パターンを決定する問題を扱っている（Chen et al, 2016; Zhong and Nie, 2018）。CAV 専用レーンとは、CAV のみが通行できるレーンを意味する。CAV 専用レーンの設置は、運転者が CAV を購入する動機となり、道路ネットワーク全体における CAV の普及を促進させることが期待される。CAV 専用レーンの最適配置問題は、静的な交通量配分モデルを制約とする一般的なネットワークデザイン問題として定式化されている。CAV と RHV が混合流を動的なアプローチで研究する例は多い。動的なアプローチは交通流を評価できるという利点がある一方で、ネットワークデザイン問題に実装するには限界がある。Wang et al. (2019)が指摘するように、動的な交通量配分モデルは、混合交通流のダイナミクスが経路選択行動に与える影響を考慮することができる（例えば、Levin and Boyles, 2015; Levin and Boyles, 2016）。しかし、このモデルはシミュレーション計算を必要とし、計算負担が大きいため、CAV 専用レーンの設置パターンを最適化する問題のようなネットワークデザイン問題への適用には適していないと指摘されている。

2.2.4 移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン問題

道路事業の有無がネットワーク全体に与える影響を分析する手法として、ネットワークデザイン問題が研究されている。2.2.3 の最後で扱った、CAV 専用レーンの最適配置問題もこれの適用例の一つである。確率均衡配分モデルによって得られる交通量、移動時間あるいは総移動時間は、政策評価におけるベンチマークとしての利用が期待される。確定的なネットワークにおけるネットワークデザイン問題はこれまで数多くなされているものの、確率的ネットワークを対象とし、移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン問題についての研究は限られている。

ネットワークが確定的か確率的かを問わず、均衡制約付きのネットワークデザイン問題は、連続型ネットワークデザイン問題と離散型ネットワークデザイン問題に分類される。これまでの文献において、離散型ネットワークデザイン問題を解くためのアルゴリズムとして、分枝限定法 (LeBlanc, 1975)、支持関数ベースアルゴリズム (Gao et al., 2005)、active-set

アルゴリズム(Zhang et al., 2014), シミュレーテッドアニーリング(Fan and Machemehl, 2006)などが用いられている。

以上に示す研究はいずれも、確定的な移動時間を仮定している。一方で、移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン問題は限られている。Uchida et al. (2011)はマルチモーダルな連続型ネットワークデザイン問題を提案し、感度分析によって最適解を求めている。An and Lo (2015)はロバスト最適化を用いて、交通需要の不確実性を考慮したトランジットネットワークを最適化する問題を構築し、混合整数線形計画問題として定式化している。Tani et al. (2017)では、道路ネットワークの防災機能を向上させるための最適資源配分問題を扱っている。ここで提案されたモデルは、連続型ネットワークデザイン問題に分類され、感度分析を用いて解を求めている。なお、本論文では、第 6 章において、CAV 専用レーンの設置位置を最適化する問題を扱っている。第 6 章で提案するモデルは、離散型ネットワークデザイン問題に分類される。解を求めるにあたっては、ヒューリスティックアルゴリズムの一種であるシミュレーテッドアニーリングを採用している。

2.3 本論文の位置づけ

第 2 章で示した確率均衡配分モデルの基本モデルとその定式化上の課題、および確率均衡配分モデルを用いて交通状態を推定・予測する各種話題を踏まえて、本論文における各章の位置づけを説明する。

第 3 章と第 4 章では、確率均衡配分モデルにおける、定式化上の問題を解決する手法と、確率的な交通状態に関する新しい解釈を提示する。第 3 章では、第 2 章で示した、確率均衡配分モデルにおける定式化上の 2 点の課題を解決する手法を提示する。第一に、交通流の定式化における、確率変数間の加法性に関する仮定を緩和する手法を示す。第二に、確率的なリンク交通量とリンク交通容量を考慮する場合において、確率的なリンク移動時間を解析的に導出する手法を示す。

第 4 章では、リンクにおける交通量と移動時間の確率的な関係を取り扱う。2.2 で述べてきた通り、リンク交通量とリンク移動時間それぞれが確率変数として表現されるとき、それらの確率的な関係をどのように定式化すべきかという問題は、確率均衡配分モデルにおける主要な課題の一つである。第 4 章では、交通量と移動時間の確率的な関係を説明するために、金融経済学において提案されたリスクプレミアムおよび確実性等価の概念を導入する。この導入によって、確率的な道路ネットワークにおけるリンク交通量の不確実性に起因するリンク移動時間の不確実性を確定的なリンク交通量ベースの指標を用いて表現できることを示す。

第 5 章では、道路ネットワーク中から部分的に観測された交通状態を用いて、道路ネットワーク全体の交通状態を推計する手法を構築する。既存研究において、交通感知器データおよびプローブカーデータを用いて、ネットワーク全体の交通状態を推定するモデルは提

案されている。第5章では、これら2つのデータを相補的に用いて、交通状態を推定する手法を構築する。

第6章では、異なる運転挙動を示す車両が道路ネットワーク中に混在することが、移動時間あるいはネットワークの効率性に及ぼす影響を分析する。本論文では、自動運転車両と人間が運転する車両が混在する状況を取り扱うものとする。自動運転車両と人間が運転する車両が混合する問題を扱った既存研究については2.2.3に示す通りである。第6章の貢献は、確率的な道路ネットワークを対象としたところであり、確定的ネットワークの分析にとどまった既存研究とは異なる。確率的ネットワークを考えることによって、自動運転車両と人間が運転する車両の運転挙動の不確実性の違いを反映した交通容量モデルを設計することが可能となった。運転挙動のばらつきに関する自動運転車両の性能向上が、道路ネットワーク全体の効率性に与える影響を分析できる手法を構築している。

第 3 章 リンクの損壊を確率的状態として表現できる交通 量配分モデル

道路ネットワークは自然災害あるいは人間由来の災害によるリスクに晒されており、このようなリスクはリンク交通容量の変動および不確実性として反映されているものと考えられる。この章では、OD 交通需要の確率的な変動とリンク交通容量の確率の変動を同時に扱う新たな確率均衡配分モデルを提案する。交通需要とリンク交通容量はそれぞれ対数正規分布に従うものと仮定する。対数正規分布の非負特性によって、リンクの途絶あるいはレーン数の減少など、リンク特性の変化を近似的に扱うことが可能となる。この章で提案するモデルは確率的な OD 交通需要を確率的利用者均衡配分原則に従って経路に配分する。リンクが損壊する状態は、確率的リンク交通容量のパラメータを変化させることによって、連続的に定義できる。したがって、リンクが損壊していないネットワークの状態と、リンクが損壊したネットワークの状態を共通の枠組みにおいて比較することが可能となる。モデルはロジット型の不動点問題として定式化される。テストネットワークを用いて、リンクが損壊した状態と損壊していない状態との比較を行い、その結果を示す。

第 3 章の内容は以下に示す研究をまとめたものである。

- Tani, R. and Uchida, K. (2018). A Stochastic User Equilibrium Assignment Model under Stochastic Demand and Supply Following Lognormal Distributions. *Asian Transportation Studies*, 5(2), 326-348.
- Tani, R. and Uchida, K. (2017). A Stochastic User Equilibrium Assignment Model under Stochastic Demand and Supply Following Lognormal Distributions. The 12th EASTS conference, Ho chi min city, September 2017.

3.1 はじめに

第 2 章では、移動時間信頼性を考慮した政策評価手法をめぐる既存研究を整理し、各手法の基礎となる確率均衡配分モデルの基本モデルとその課題を示した。第 3 章では、リンクの機能的損壊を確率的状態として表現できる交通量配分モデルを提示する。また、既存研究では交通流および移動時間の定式化にあたって、近似計算をそれぞれ適用してきたものの、これらを解析的に定義する手法を提示する。

この章では、確率的交通需要とリンク交通容量がそれぞれ対数正規分布に従うことを仮定したロジット型の SUE 配分モデルについて詳述する。上述の通り、交通需要が対数正規分布に従うことを仮定した既存研究においては、交通量あるいは移動時間のリンク間の

確率的相関は考慮されていない。そこで、この章では Fenton (1960) の手法を自然に拡張した Abu-dayya and Beaulieu (1994) による手法を用いて、交通量と移動時間のリンク間の確率的相関を近似的に考慮した交通量配分モデルを定式化する。交通量配分モデルでは、リンク交通量とリンク移動時間はそれぞれ多変量の対数正規分布として表現される。また、リンク交通容量も確率変数によって表され、対数正規分布に従うものと仮定する。道路ネットワークの供給側の状態、すなわちリンクの状態は、対数正規分布に従う確率的リンク交通容量として表される。これにより、さまざまなリンクの損壊を確率的リンク交通容量のパラメータを変化させることによって表現可能となる。例えば、リンクが部分的に損壊し交通流を阻害するときは、リンク交通容量の平均と分散がそれぞれ増加する状態として表現することが可能となる。なお、リンクの途絶はリンク交通容量の平均が 0 にきわめて近い微小量であるとして近似的に定義することができる。上記のような仮定に基づき、提案する交通量配分モデルにおいてはリンクの途絶を含む、任意のリンクの損壊状態を考慮することができる。道路ネットワークが自然災害あるいは人為的な災害によって損壊したとき、災害から復旧・復興する過程における、ネットワーク規模の交通流・移動時間をそれぞれ推計したい場合に、任意のリンクの損壊状況を考慮できる本モデルは有用である。損壊した道路ネットワークにおける混雑、すなわち移動時間および移動時間信頼性の変化を把握できるようになることは、各種被災パターンを考慮した道路事業の効率性評価あるいは道路ネットワークの脆弱性評価など、各種の交通計画学的課題を解決する上で有効である。

第 3 章の構成は以下の通りである。3.1 で研究の背景および既存研究の整理、紹介する手法の概要について説明する。3.2 では提案するモデルについて詳述する。特に、対数正規分布に従う交通需要から、それぞれ同様に対数正規分布に従う経路移動時間、リンク移動時間を定式化する過程を示す。確率的リンク交通容量を定義し、リンク交通量とともにリンク移動時間が解析的に導出できることを示す。3.3 では、3.2 で定式化した交通流と移動時間に基づき、交通量配分モデルを定式化する。3.4 では提案するモデルの妥当性を、テストネットワークを用いて検証する。最後に、3.5 において、第 3 章の内容をまとめ、今後、研究を展開する方向性について述べる。

3.2 定式化

3.2.1 記号

この章で用いる記号を以下に示す。確率変数は大文字、確定変数は小文字でそれぞれ表記するものとする。

W	OD ペアの集合
K_w	OD ペア w における経路集合

N	ノード集合
A	リンク集合
Q_w	OD ペア w における確率的交通需要
q_w	OD ペア w における確率的交通需要の平均
cv_w	OD ペア w における確率的交通需要の変動係数
$F_{w,k}$	OD ペア w における経路 k の交通量
$f_{w,k}$	OD ペア w における経路 k の交通量の平均
V_a	リンク a における交通量
v_a	リンク a における交通量の平均
C_a	リンク a における交通容量
T_a	リンク a における移動時間
$T_{w,k}$	OD ペア w における経路 k の移動時間
$p_{w,k}$	OD ペア w における運転者が経路 k を選択する確率
$\eta_{w,k}$	OD ペア w における経路 k の移動費用
$\delta_{w,k,a}$	リンク a が経路 k を構成するときに 1, それ以外の際に 0 をとる変数

3.2.2 モデルの仮定

この章で採用する仮定を以下に示す.

1. 交通需要は独立した対数正規分布に従う (Zhou and Chen, 2008; Sumalee and Xu, 2011). 各交通需要の平均と変動係数は外生的に与えられており, その標準偏差は平均と変動係数の積により表される (例えば, Shao et al., 2006; Uchida, 2014).
2. 経路交通量は経路選択確率と OD 交通需要の積によって表される (Lam et al., 2008). したがって, 経路交通量もまた対数正規分布に従う. 仮定 1 と仮定 2 より, 経路交通量の変動係数は, その経路が属する交通需要の変動係数と一致する (Shao et al, 2006; Uchida, 2014).
3. リンク交通量はそのリンクを通過する経路交通量の和で表される. したがって, リンク交通量もまた対数正規分布に従うと仮定する. この対数正規分布の加法性は, Abu-Dayya and Beaulieu (1994)によって近似的に保証されるものとする.
4. リンク交通容量はリンク間で互いに独立な対数正規分布に従い, 非負特性を満たす. なお, 第 3 章ではリンク間の統計的独立を仮定しているが, リンク間の相関を考慮したモデルへの拡張は可能である.
5. リンク交通量とリンク交通容量は互いに確率的な相関は持たないものとする (Uchida, 2014).

3.2.3 確率的交通需要

OD 交通需要は対数正規分布に従うものとする (Zhao and Kockleman, 2002; Zhou and Chen, 2008; Sumalee and Xu, 2011). OD ペア w の交通需要は以下のように定義される.

$$Q_w \sim LN(\mu_{Q_w}, \sigma_{Q_w}^2) \quad \forall w \in W \quad (3-1)$$

なお, 交通需要のパラメータ, μ_{Q_w} と $\sigma_{Q_w}^2$ はそれぞれ対数正規分布に対応する正規分布の平均と分散である. OD 交通需要の平均と分散は以下のように定義される.

$$E[Q_w] = q_w \quad \forall w \in W \quad (3-2)$$

$$\text{var}[Q_w] = (q_w \cdot cv_w)^2 \quad \forall w \in W \quad (3-3)$$

Shao et al. (2006) と Uchida (2014) より, 交通需要の分散はその平均と変動係数の積の 2 乗で定義されるものとする. 一方で, Zhou and Chen (2008) あるいは Sumalee and Xu (2011) は分散平均比, VMR を用いて, 交通需要の分散をその平均と VMR の積として定義している. 経路交通量は経路選択確率と交通需要の積によって表される. つまり, 交通需要のスカラー倍として定義されることから, 経路交通量は交通需要と同様に対数正規分布に従う.

$$F_{w,k} = p_{w,k} \cdot Q_w \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-4)$$

経路交通量の平均と変動係数はそれぞれ以下の通りである.

$$f_{w,k} = E[F_{w,k}] = p_{w,k} \cdot E[Q_w] = p_{w,k} \cdot q_w \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-5)$$

$$\sqrt{\text{var}[F_{w,k}]} = p_{w,k} \cdot \sqrt{\text{var}[Q_w]} = p_{w,k} \cdot q_w \cdot cv_w \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-6)$$

OD ペア w の交通需要の分散は OD ペア w に属する経路交通量どうしの共分散の総和によって表される. また, 経路交通量の共分散は経路選択確率と交通需要の平均・変動係数によって, 以下のように定義される.

$$\begin{aligned} \text{var}[Q_w] &= \sum_{k \in K_w} \sum_{j \in K_w} \text{cov}[F_{w,k}, F_{w,j}] \\ &= \sum_{k \in K_w} \sum_{j \in K_w} p_{w,k} \cdot p_{w,j} \cdot (q_w \cdot cv_w)^2 \\ &= (q_w \cdot cv_w)^2 \cdot \left(\sum_{k \in K_w} p_{w,k} \right)^2 = (q_w \cdot cv_w)^2 \quad \forall w \in W \end{aligned} \quad (3-7)$$

上記のように, 交通需要の分散は保存される. リンク交通量はそのリンクを通る経路交通量の和として以下のように表される.

$$V_a = \sum_{k \in K_w} \sum_{w \in W} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \quad \forall a \in A \quad (3-8)$$

リンク交通量の平均と分散共分散はそれぞれ以下のように定義される.

$$E[V_a] = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot E[F_{w,k}] \quad \forall a \in A \quad (3-9)$$

$$\begin{aligned}
\text{cov}[V_a, V_b] &= \text{var} \left[\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \right] \\
&= \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \sum_{j \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,j,a} \cdot \text{cov}[F_{w,k}, F_{w,j}] \quad \forall a \in A, b \in A
\end{aligned} \tag{3-10}$$

ここで、 $a = b$ であるとき、 $\text{var}[V_a] = \text{var}[V_b] = \text{cov}[V_a, V_b]$ である。

3.2.4 対数正規分布

対数正規分布の基本的な特性について確認する。確率変数 Z_a が対数正規分布に従うとき、 Z_a はパラメータ μ_{Z_a} と σ_{Z_a} によって規定される。

$$Z_a \sim LN(\mu_{Z_a}, \sigma_{Z_a}^2) \quad \forall a \in A \tag{3-11}$$

Z_a のパラメータ μ_{Z_a} と σ_{Z_a} はそれぞれ、対数正規分布に対応する正規分布の平均と分散に対応している。対数正規分布の平均と分散を用いて、パラメータ μ_{Z_a} と σ_{Z_a} は、それぞれ以下のよう表される。

$$\sigma_{Z_a} = \ln \left(1 + \frac{\text{var}[Z_a]}{(E[Z_a])^2} \right) \quad \forall a \in A \tag{3-12}$$

$$\mu_a = \ln(E[Z_a]) - \frac{1}{2} \sigma_{Z_a} \quad \forall a \in A \tag{3-13}$$

ここで、多変量対数正規分布の共分散を検討する。これに対応する多変量正規分布の共分散は以下のように(3-12)を拡張するように定義される。

$$\sigma_{Z_a, Z_b} = \ln \left(1 + \frac{\text{cov}[Z_a, Z_b]}{E[Z_a] \cdot E[Z_b]} \right) \quad \forall a \in A, b \in A \tag{3-14}$$

上に示すパラメータを用いて、多変量対数正規分布の平均と分散共分散はそれぞれ以下のよう定義される。

$$E[Z_a] = \exp \left(\mu_{Z_a} + \frac{1}{2} \sigma_{Z_a}^2 \right) \quad \forall a \in A \tag{3-15}$$

$$\text{cov}[Z_a, Z_b] = E[Z_a] \cdot E[Z_b] \cdot (\exp(\sigma_{Z_a, Z_b}) - 1) \quad \forall a, b \in A \tag{3-16}$$

原則として、対数正規分布の和は対数正規分布に従わない。しかし、対数正規分布に従う交通需要を仮定する既存研究（例えば、Sumalee and Xu, 2011）では、Fenton(1960)が提案した手法を適用することにより、対数正規分布の和を対数正規分布によって近似的に表現した。しかし、このFenton(1960)の手法では、対数正規分布の間の独立が仮定されている。しかしながら、交通量配分モデルにおいては、経路間あるいはリンク間の交通量、および移動時間の確率的相関を無視せざるをえない。そのため、リンク移動時間のリンク間共分散を定義できないことから、運転者が経験する経路移動時間の分散を過小評価することにつながる。移動コストに対してリスク回避的な運転者を仮定するとき、移動時間信頼性を現実と比

較して、過小に評価して経路選択することになる。そこで、交通需要が対数正規分布に従う交通量配分モデルにおいて、リンク間の確率的相関を考慮するため、Abu-Dayya and Beaulieu (1994)が示す手法を適用することにする。Abu-Dayya and Beaulieu (1994)は、相関のある対数正規分布の和を対数正規分布で近似する方法を示した。Abu-Dayya and Beaulieu (1994)によると、対数正規分布に従う確率変数 Z_i の総和について、その1次と2次のモーメントはそれぞれ以下のように表される。

$$E[Z] = E[Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n] \quad (3-17)$$

$$\begin{aligned} &= \exp\left(\mu_Z + \frac{\sigma_Z^2}{2}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \exp\left(\mu_{Z_i} + \frac{\sigma_{Z_i}^2}{2}\right) \end{aligned}$$

$$E[Z^2] = E[(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n)^2] \quad (3-18)$$

$$\begin{aligned} &= \exp(2\mu_Z + 2\sigma_Z^2) \\ &= \sum_{i=1}^n E[Z_i^2] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E[Z_i \cdot Z_j] \\ &= \sum_{i=1}^n \exp(2\mu_{Z_i} + 2\sigma_{Z_i}^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \exp\left(\mu_{Z_i} + \mu_{Z_j} + \frac{1}{2}(\sigma_{Z_i}^2 + \sigma_{Z_j}^2 + 2\sigma_{Z_i Z_j})\right) \end{aligned}$$

この近似法を適用することで、相関のある対数正規分布の和を、相関の有無にかかわらず対数正規分布で表すことができるものと仮定する。第3章ではこの手法を交通流の計算に適用し、(3-8)で示したリンク交通量が対数正規分布に従うものと仮定する。一方で、一連の定式化の特殊な例として、総交通需要が対数正規分布に従い、各ODペア間の交通需要が完全相関する場合、それに対応するリンク交通量は、一般性を損なうことなく、つまり近似的手法を用いることなく、対数正規分布に従うことが確認される。以下にその詳細を示す。

3.2.5 近似計算を必要としない交通流の定式化

以下では、対数正規分布の加法性を近似的に仮定することなく、交通流を定式化する方法を示す。なお、ここで述べる手法は確率分布に依らない一般的な手法である。任意の確率分布（ここでは例えば、対数正規分布）に従う総交通需要 Q を仮定する。

$$Q \sim LN(\mu_Q, \sigma_Q^2) \quad (3-19)$$

ODペア w の交通需要の平均を $q_w = E[Q_w]$ 、総交通需要の平均を $q = E[Q]$ とすると、総交通需要に対するODペア i の交通需要の割合、 p_w を $p_w = q_w/q \quad \forall w \in W$ と定義する。ここで、ODペア w の交通需要は以下に示す対数正規分布に従う確率変数として表される。

$$Q_w = p_w \cdot Q \quad \forall w \in W \quad (3-20)$$

$$Q_w \sim LN(\mu_Q + \ln(p_w), \sigma_Q^2) \quad \forall w \in W \quad (3-21)$$

ODペア w の交通需要の平均と分散共分散はそれぞれ以下のように定義される。

$$E[Q_w] = \exp\left(\mu_Q + \ln(p_w) + \frac{\sigma_Q^2}{2}\right) \quad \forall w \in W \quad (3-22)$$

$$\text{cov}[Q_{w_i}, Q_{w_j}] = E[Q_{w_i} \cdot Q_{w_j}] - E[Q_{w_i}] \cdot E[Q_{w_j}] \quad \forall w_i, w_j \in W \quad (3-23)$$

ここで、2つの OD 交通需要の積とその平均は以下のように表される。

$$\begin{aligned} Q_{w_i} \cdot Q_{w_j} &= p_{w_i} \cdot p_{w_j} \cdot Q^2 \\ &\sim LN\left(2\mu_Q + \ln(p_{w_i} \cdot p_{w_j}), 2\sigma_Q^2\right) \quad \forall w_i, w_j \in W \end{aligned} \quad (3-24)$$

$$E[Q_{w_i} \cdot Q_{w_j}] = \exp\left(2\mu_Q + \ln(p_{w_i} \cdot p_{w_j}) + 2\sigma_Q^2\right) \quad \forall w_i, w_j \in W \quad (3-25)$$

OD ペア w における経路 k の交通量は経路選択割合, $p_{w,k}$ を用いて以下のように定義される。

$$\begin{aligned} F_{w,k} &= p_{w,k} \cdot Q_w \\ &= p_{w,k} \cdot p_w \cdot Q \\ &\sim LN(\mu_Q + \ln(p_{w,k} \cdot p_w), \sigma_Q^2) \end{aligned} \quad (3-26)$$

経路交通量の平均と共分散はそれぞれ以下のように表される。

$$E[F_{w,k}] = \exp\left(\mu_Q + \ln(p_{w,k} \cdot p_w) + \frac{\sigma_Q^2}{2}\right) \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-27)$$

$$\text{cov}[F_{w,k_i}, F_{w,k_j}] = E[F_{w,k_i} \cdot F_{w,k_j}] - E[F_{w,k_i}] \cdot E[F_{w,k_j}] \quad \forall w \in W, k_i, k_j \in K_w \quad (3-28)$$

2つの経路交通量の積の平均は以下のように表される。

$$E[F_{w,k_i} \cdot F_{w,k_j}] = \exp\left(2\mu_Q + \ln(p_w^2 \cdot p_{w,k_i} \cdot p_{w,k_j}) + 2\sigma_Q^2\right) \quad \forall w \in W, k_i, k_j \in K_w \quad (3-29)$$

リンク a の交通量はこのリンクを通過する経路交通量の和として以下のように表される。

$$\begin{aligned} V_a &= \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \\ &= \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_w \cdot p_{w,k} \cdot Q \\ &= \left(\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_w \cdot p_{w,k} \right) \cdot Q \\ &\sim LN\left(\mu_Q + \ln\left(\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_w \cdot p_{w,k}\right), \sigma_Q^2\right) \quad \forall a \in A \end{aligned} \quad (3-30)$$

リンク交通量の平均と分散共分散はそれぞれ以下のように表される。

$$E[V_a] = \exp\left(\mu_Q + \ln\left(\sum_{w \in W} \sum_{k \in W_k} \delta_{w,k,a} \cdot p_w \cdot p_{w,k}\right) + \frac{\sigma_Q^2}{2}\right) \quad (3-31)$$

$$\text{cov}[V_a, V_b] = E[V_a \cdot V_b] - E[V_a] \cdot E[V_b] \quad (3-32)$$

ここで、2つのリンク交通量の積の平均は以下のように表される。

$$E[V_a \cdot V_b] = \exp\left(2\mu_Q + 2\sigma_Q^2 + \ln\left(\left(\sum_{w \in W} \sum_{k \in W_k} \delta_{w,k,a} \cdot p_w \cdot p_{w,k}\right) \cdot \left(\sum_{w \in W} \sum_{k \in W_k} \delta_{w,k,b} \cdot p_w \cdot p_{w,k}\right)\right)\right) \quad (3-33)$$

総交通需要の分散はそれぞれの OD 交通需要の総和として表される。

$$\begin{aligned} \text{var}\left[\sum_{w \in W} Q_w\right] &= \text{var}\left[\sum_{w \in W} p_w \cdot Q\right] \\ &= \sum_{w \in W} \text{var}[Q] + 2 \cdot \sum_{w_1 \in W} \sum_{w_2 (\neq w_1) \in W} p_{w_1} \cdot p_{w_2} \cdot \text{cov}[Q_{w_1}, Q_{w_2}] \\ &= \sum_{w \in W} p_w^2 \cdot \text{var}[Q] + 2 \cdot \sum_{w_1 \in W} \sum_{w_2 (\neq w_1) \in W} p_{w_1} \cdot p_{w_2} \cdot \text{var}[Q] \\ &= \left(\sum_{w \in W} p_w\right)^2 \cdot \text{var}[Q] = \text{var}[Q] \end{aligned} \quad (3-34)$$

上に示す、一連の定式化のように、総交通需要を各 OD ペアに交通需要として分配することを仮定すると、加法性のない確率分布に対して、Abu-Dayya and Beaulieu (1994)のように、特別な近似計算をせずとも、相関のある確率変数の和を計算することが可能となる。各 OD 交通需要、各経路交通量、各リンク交通量はそれぞれ総交通需要のスカラー倍として定義されるためである。

OD 間の交通需要が互いに独立である場合、経路交通量の共分散は同じ OD ペアから生成される経路間でのみ成立する。一方で、OD 間の交通需要の確率的相関を (3-23) のように考慮する場合、経路交通量の共分散は、異なる OD ペアから生成される経路間においても定義される。この二つの仮定の違いは、配分リンク交通量の変動係数の大小に影響する。例えば、道路ネットワーク全体の OD 交通需要の変動係数が等しいときを考える。以下では OD 間で交通需要の確率的相関があるときとないときそれぞれにおいて、リンク交通量の変動係数を比較する。なお、リンク交通量の平均は OD 間の交通需要の確率的相関の有無にかかわらず、それぞれ同じである。

$$\begin{aligned}
E[V_a] &= E \left[\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \right] \\
&= \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot E[F_{w,k}] \\
&= \sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k} \right) \cdot q_w \quad \forall a \in A
\end{aligned}$$

(3-35)

リンク交通量の分散は以下のとおりである．

$$\begin{aligned}
\text{var}[V_a] &= \text{var} \left[\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k} \right] \\
&= \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \sum_{l \in K_l} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,l,a} \cdot \text{cov}[F_{w,k}, F_{w,l}] \\
&= \sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k} \right)^2 \cdot (cv_w \cdot q_w)^2 \\
&= \left(\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k} \right)^2 \cdot q_w^2 \right) \cdot cv_Q^2 \\
&< \left(\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k} \right)^2 \cdot q_w^2 \right) \cdot cv_Q^2 \\
&\quad + \left(\sum_{w_1 \in W} \left(\sum_{k \in K_{w_1}} \delta_{w_1,k,a} \cdot p_{w_1,k} \right) \cdot q_{w_1} \right) \cdot \left(\sum_{w_2 (\neq w_1) \in W} \left(\sum_{k \in K_{w_2}} \delta_{w_2,k,a} \cdot p_{w_2,k} \right) \cdot q_{w_2} \right) \cdot cv_Q^2 \\
&= \left(\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k} \right)^2 \cdot q_w^2 \right) \cdot cv_Q^2 \\
&= E^2[V_a] \cdot cv_Q^2 \quad \forall a \in A
\end{aligned}$$

(3-36)

ここで、比較のため、OD 間の交通需要の確率的相関の有無にかかわらず、総交通需要および各 OD 交通需要の変動係数はそれぞれ、 $cv_w = cv_Q \quad \forall w \in W$ であるものとする．(3-36)において、不等号の左側は OD 間の交通需要が独立である場合であり、右側は OD 間の交通需要

が確率的相関を持つ場合である．OD 交通需要どうしの共分散は以下のように定義されるものとする．

$$\begin{aligned}\text{cov}[Q_{w_1}, Q_{w_2}] &= q_{w_1} \cdot q_{w_2} \cdot cv_Q^2 \\ &= p_{w_1} \cdot p_{w_2} \cdot (cv_Q \cdot q)^2 \quad \forall w_1, w_2 \in W\end{aligned}\tag{3-37}$$

そして，2つの OD 交通需要の間の相関を仮定すれば，異なる OD 交通需要に由来する2つの経路交通量間の共分散を計算することができる．この場合，リンク交通量の分散は，リンクを通る経路交通量の共分散の和である．リンク交通量の分散は次式で示される．

$$\begin{aligned}\text{var}[V_a'] &= \text{var}\left[\sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_{w,k}\right] \\ &= \sum_{w_1 \in W} \sum_{w_2 \in W} \sum_{k \in K_{w_1}} \sum_{l \in K_{w_2}} \delta_{w_1,k,a} \cdot \delta_{w_2,l,a} \cdot \text{cov}[F_{w_1,k}, F_{w_2,l}] \\ &= \sum_{w_1 \in W} \sum_{w_2 \in W} \sum_{k \in K_{w_1}} \sum_{l \in K_{w_2}} \delta_{w_1,k,a} \cdot \delta_{w_2,l,a} \cdot p_{w_1,k} \cdot p_{w_2,l} \cdot \text{cov}[Q_{w_1}, Q_{w_2}] \\ &= \sum_{w_1 \in W} \sum_{w_2 \in W} \sum_{k \in K_{w_1}} \sum_{l \in K_{w_2}} \delta_{w_1,k,a} \cdot \delta_{w_2,l,a} \cdot p_{w_1,k} \cdot p_{w_2,l} \cdot q_{w_1} \cdot q_{w_2} \cdot cv_Q^2 \\ &= \left(\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k}\right) \cdot q_w\right)^2 \cdot cv_Q^2 \\ &= E^2[V_a] \cdot cv_Q^2 \quad \forall a \in A\end{aligned}\tag{3-38}$$

このネットワークでは，リンク交通量の平均は(3-35)と等しいことに注意する必要がある．(3-35)と(3-36)から導かれるリンク交通量の変動係数は次のように与えられる．

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{\text{var}[V_a]}}{E[V_a]} &= \frac{\sqrt{\left(\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k}\right)^2 \cdot q_w^2\right) \cdot cv_Q^2}}{\sum_{w \in W} \left(\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k}\right) \cdot q_w} \\ &< \frac{\sqrt{\text{var}[V_a']}}{E[V_a]} \\ &= cv_Q \quad \forall a \in A\end{aligned}\tag{3-39}$$

(3-39)は，独立した OD 交通需要を仮定した場合，(3-35)と(3-36)から導かれるリンク交通量の変動係数は，常に OD 交通需要の変動係数よりも小さいことを示している．また，リンク交通量の変動係数は，相関のある OD 交通需要を仮定した場合には，OD 交通需要の変動係数と等しいことに注意する必要がある．

次に、(3-36)の不等号の前後の変動係数の大小関係を調べる． $a_w = (\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot p_{w,k}) \cdot q_w (\forall w \in W)$ とすると、(3-36)で示される2つのリンク交通量の分散の関係は、

$$\text{var}[V_a] = \left(\sum_{w \in W} a_w^2 \right) \cdot cv_Q^2 < \left(\sum_{w \in W} a_w \right)^2 \cdot cv_Q = \text{var} \left[V_a' \right] \quad \forall a \in A$$

と表される．ここで、上に示す2つのリンク交通量の分散の割合、 $(\sum_{w \in W} a_w^2) / (\sum_{w \in W} a_w)^2$ について考える．一般に n 個の実数 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ について、

$$1 > \frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2} \geq \frac{1}{n}$$

である．上に示す関係を $(\sum_{w \in W} a_w^2) / (\sum_{w \in W} a_w)^2$ における関係にあてはめると、リンク a を通過する OD 交通需要の個数が n に相当する．したがって、OD 間で交通需要の確率的相関を考慮しない場合、リンク a における分散は、OD 間で交通需要の確率的相関を考慮する場合と比較して、最小で $1/n$ だけ小さくなる．なお、リンク交通量の平均は上の2つの場合においてそれぞれ等しい．したがって、標準偏差および変動係数は最小で $1/\sqrt{n}$ だけ小さくなる．

3.2.6 移動時間

この章では多くの既存研究に従い、リンク移動時間を BPR 関数 (Bureau of Public Roads, 1964) によって表すものとする．

$$t_a(v_a, c_a) = t_{0a} \cdot \left(1 + \beta_a \cdot \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^{n_a} \right) \quad \forall a \in A \quad (3-40)$$

上式において、 t_{0a} はリンク a における自由走行時間を表している． β_a と n_a はそれぞれリンク a における BPR 関数のパラメータである．一般的に、BPR 関数は確定的なリンク交通量およびリンク交通容量を引数とし、確定的なリンク移動時間を返すことに注意が必要である．第3章では確率変数としてのリンク交通量とリンク移動時間を引数とし、確率変数としてのリンク移動時間を返すように BPR 関数を拡張する．この仮定は Sumalee and Xu (2011) あるいは Uchida (2014) など、多くの研究において採用されている．確率的リンク移動時間は以下のように定義される．

$$T_a(V_a, C_a) = t_{0a} \cdot \left(1 + \beta_a \cdot \left(\frac{V_a}{C_a} \right)^{n_a} \right) \quad \forall a \in A \quad (3-41)$$

第3章ではリンク交通量とリンク交通容量はそれぞれ対数正規分布に従うことを仮定している．リンク交通量とリンク交通容量は以下に示す確率変数 D_a として統合でき (Uchida, 2014)、これも同様に対数正規分布に従う． D_a を用いて、BPR 関数は以下のように書き直すことができる．

$$T_a(D_a(V_a, C_a)) = t_{0a} \cdot (1 + \beta_a \cdot D_a^{n_a}) \quad \forall a \in A \quad (3-42)$$

$$D_a = \frac{V_a}{C_a} \quad \forall a \in A \quad (3-43)$$

このとき、リンク移動時間の平均と分散共分散はそれぞれ以下のように書ける。

$$E[T_a] = t_{0a} \cdot (1 + \beta_a \cdot E[D_a^{n_a}]) \quad \forall a \in A \quad (3-44)$$

$$\text{cov}[T_a, T_b] = E[T_a \cdot T_b] - E[T_a] \cdot E[T_b] \quad \forall a \in A, b \in A \quad (3-45)$$

ここで、 $E[T_a \cdot T_b]$ は以下のように計算できる。

$$E[T_a \cdot T_b] = E\left[\left(t_{0a} \cdot (1 + \beta_a \cdot D_a^{n_a}) \cdot t_{0b} \cdot (1 + \beta_b \cdot D_b^{n_b})\right)\right] \quad (3-46)$$

$$\begin{aligned} &= E\left[t_{0a} \cdot t_{0b} \cdot (1 + \beta_a \cdot D_a^{n_a} + \beta_b \cdot D_b^{n_b} + \beta_a \cdot \beta_b \cdot D_a^{n_a} \cdot D_b^{n_b})\right] \\ &= t_{0a} \cdot t_{0b} \cdot (1 + \beta_a \cdot E[D_a^{n_a}] + \beta_b \cdot E[D_b^{n_b}] + \beta_a \cdot \beta_b \cdot E[D_a^{n_a} \cdot D_b^{n_b}]) \quad \forall a \in A, b \in A \end{aligned}$$

確率変数 $D_a^{n_a} \sim LN(\mu_{D_a^{n_a}}, \sigma_{D_a^{n_a}}^2)$ に対応する正規分布の平均と分散はそれぞれ以下のように定義される。

$$\mu_{D_a^{n_a}} = E[n_a \cdot X_a] = n_a \cdot E[X_a] = n_a \cdot \mu_{D_a} \quad \forall a \in A \quad (3-47)$$

$$\sigma_{D_a^{n_a}}^2 = \text{var}[n_a \cdot X_a] = n_a^2 \cdot \text{var}[X_a] = n_a^2 \cdot \sigma_{D_a}^2 \quad \forall a \in A \quad (3-48)$$

ここで、 $X_a = \ln D_a \quad \forall a \in A$ である。 X_a は $X_a \sim N(\mu_{D_a}, \sigma_{D_a}^2)$ のように、正規分布に従う。対数正規分布の基本的な性質により、 X_a のパラメータはそれぞれ以下のように決まる。

$$\mu_{D_a} = \mu_{V_a} - \mu_{C_a} \quad \forall a \in A \quad (3-49)$$

$$\sigma_{D_a}^2 = \sigma_{V_a}^2 + \sigma_{C_a}^2 \quad \forall a \in A \quad (3-50)$$

確率変数 D_a のべき乗もまた対数正規分布に従うことに注意が必要である。リンク移動時間の積の平均、 $E[T_a \cdot T_b]$ を定義するときに表れる $D_{ab}^{n_a} = D_a^{n_a} \cdot D_b^{n_b}$ もまた、対数正規分布に従う。上に示す計算と同様にして、 $D_{ab}^{n_a}$ のパラメータはそれぞれ以下のように表される。

$$\mu_{D_{ab}^{n_a}} = E[n_a \cdot X_a + n_b \cdot X_b] \quad (3-51)$$

$$= n_a \cdot \mu_{D_a} + n_b \cdot \mu_{D_b} \quad \forall a \in A, b \in A$$

$$\sigma_{D_{ab}^{n_a}}^2 = \text{var}[n_a \cdot X_a + n_b \cdot X_b] \quad (3-52)$$

$$= n_a^2 \cdot \text{var}[X_a] + n_b^2 \cdot \text{var}[X_b] + 2n_a \cdot n_b \cdot \text{cov}[X_a, X_b]$$

$$= n_a^2 \cdot \sigma_{D_a}^2 + n_b^2 \cdot \sigma_{D_b}^2 + 2n_a \cdot n_b \cdot \sigma_{D_a, D_b} \quad \forall a \in A, b \in A$$

本章ではリンク間の交通量の確率的相関を考慮していることから、確率変数 D_a に対応する多変量正規分布 X_a もまた、リンク間の確率的相関が存在する。

$$\text{cov}[X_a, X_b] = \sigma_{D_a, D_b} \quad (3-53)$$

$$= \text{cov}[\ln D_a, \ln D_b]$$

$$= \text{cov}[\ln V_a - \ln C_a, \ln V_b - \ln C_b]$$

$$= \sigma_{V_a, V_b} \quad \forall a \in A, b \in A$$

上式において、リンク交通量とリンク交通容量は互いに独立であることから、リンク移動時間のリンク間の確率的相関はリンク交通量のみに影響することに注意が必要である。

確率的リンク交通量が正規分布に従うと仮定した多くの既存研究においては、リンク移動時間は多項式によって表されている。正規分布に従うリンク移動時間のべき乗を求めるにあたり、Clark and Watling (2005)あるいはUchida (2015)はリンク交通量の平均まわりの m 次テイラー級数近似を施している。しかし、本章ではリンク a における確率変数 D_a の n_a 次モーメントは対数正規分布の基本的性質により、解析的に直接求めることが可能である。Uchida (2014)のように、 D_a が正規分布に従っている場合、このモーメントを求めるにあたり、Isserlis (1918)が示す手法を用いる必要がある。したがって、リンク交通量およびリンク交通容量がそれぞれ対数正規分布に従う場合、リンク移動時間の定式化は容易になる。

BPR 関数の基本的な定義より、リンク移動時間は確定項と確率項を持つことがわかる。以下に示す通り、確率項は対数正規分布に従う。

$$\hat{T}_a = T_a - t_a^0 \sim LN(\ln \beta_a + \mu_{D_a}^{n_a}, \sigma_{D_a}^2 n_a) \quad \forall a \in A \quad (3-54)$$

つまり、リンク移動時間は確定項の分だけ、右に移動するため shifted lognormal distribution に従うことになる（例えば、Srinivasan et al., 2014）。経路移動時間はリンク移動時間の総和によって表される。

$$T_{w,k} = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-55)$$

経路移動時間もまたリンク移動時間と同様に確定項と確率項で構成される。リンク交通量の確率項の総和は Abu-Dayya and Beaulieu (1994)によって、対数正規分布に従うと仮定するものとする。経路移動時間の確率項は以下のように記述される。

$$\hat{T}_{w,k} = T_{w,k} - \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot t_a^0 \sim LN(\mu_{\hat{T}_{w,k}}, \sigma_{\hat{T}_{w,k}}^2) \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-56)$$

経路移動時間の確率項のパラメータ、 $\mu_{\hat{T}_{w,k}}$ と $\sigma_{\hat{T}_{w,k}}^2$ はリンク交通量の定式化と同様に、Abu-Dayya and Beaulieu (1994)の近似を用いて計算できる。経路移動時間の平均と分散はそれぞれ以下のように定義される。

$$E[T_{w,k}] = \sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot E[T_a] \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-57)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[T_{w,k}] &= \text{cov} \left[\sum_{a \in A} \delta_{w,k,a} \cdot T_a, \sum_{b \in A} \delta_{w,k,b} \cdot T_b \right] \\ &= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,k,b} \cdot \text{cov}[T_a, T_b] \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w \quad \forall w \in W, k \in K_w \end{aligned} \quad (3-58)$$

リンク a におけるリンク移動時間の総移動時間は $T_a \cdot V_a = \hat{T}_a \cdot V_a + t_a^0 \cdot V_a T_a \cdot V_a = \hat{T}_a \cdot V_a + t_a^0 \cdot V_a$ となり、右辺の2つの項はそれぞれ対数正規分布に従う。Abu-Dayya and Beaulieu (1994)の近似に基づくと、リンク a における総移動時間 $T_a \cdot V_a$ は対数正規分布として近似される。道路ネットワーク全体の総移動時間 $\sum_{a \in A} T_a \cdot V_a$ もまた、同様の考え方によって、対数正規分布に従うものとみなすことができる。

3.2.7 経路選択行動

3.2.6 までの一連の定式化に基づき、本章では経路移動費用を経路移動時間の平均と分散の重み付き線形結合として定義する。道路ネットワーク中の運転者はリスク回避的な経路選択行動をとるものとする。Uchida (2014)に基づく、運転者が OD ペア w の間の経路 k を選択するときに負担する費用は以下のとおりである。

$$\eta_{w,k} = E[T_{w,k}] + \gamma \cdot \text{var}[T_{w,k}] \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-59)$$

上式中の γ は非負であり、運転者のリスク回避の程度を表す係数である。本章では経路移動費用にランダム効用理論を適用し、運転者の経路移動費用に対する認知誤差を考慮するものとする。各誤差項はガンベル分布に従うものとし、各経路移動費用に対して、認知誤差は互いに独立であるとする。以下に示す、ロジット型の確率的利用者均衡配分モデルを構築する。なお、 θ はロジットモデルにおける誤差項の分散を表している。交通量配分問題は不動点問題として定式化される。

$$\mathbf{f}_w = q_w \cdot \mathbf{p}_w(\boldsymbol{\eta}_w(\mathbf{f})) \quad \forall w \in W \quad (3-60)$$

$$p_{w,k} = \frac{\exp(-\theta \cdot \eta_{w,k})}{\sum_{k \in K_w} \exp(-\theta \cdot \eta_{w,k})} \quad \forall w \in W, k \in K_w \quad (3-61)$$

$$\mathbf{f}_w = (f_{w,1}, \dots, f_{w,|K_w|})^T \quad \forall w \in W \quad (3-62)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_{|W|})^T \quad (3-63)$$

$$\mathbf{p}_w = (p_{w,1}, \dots, p_{w,|K_w|})^T \quad \forall w \in W \quad (3-64)$$

$$\boldsymbol{\eta}_w = (\eta_{w,1}, \dots, \eta_{w,|K_w|})^T \quad \forall w \in W \quad (3-65)$$

上の定式化において T は行列の転置を表す記号である。なお、上記の不動点問題はブローラーの不動点定理により、解の存在性が保証される (福島, 2001)。したがって、本章で仮定する運転者は交通需要とリンク交通容量の不確実性に由来する、移動時間の不確実性に加えて、経路選択にあたり、経路移動時間の認知誤差も考慮して経路選択を行うこととなる。

3.3 数値計算

本節では上記で示した交通量配分モデルの挙動を確認するため実施した数値計算の結果を報告する。数値計算は大小 2 つのテストネットワークにおいて行われた。BPR 関数のパラメータ β_a と n_a はすべてのリンクにおいてそれぞれ 2 と 6 である。(3-59)におけるリスク回避パラメータ γ 、ロジットモデルにおける運転者の認知誤差を表す分散パラメータ θ はそれぞれ 1 である。テストネットワーク内の各リンクの長さは 3[km]、自由移動速度は 60[km/hour]である。したがって、各リンクの自由移動時間は 0.05[hour]である。テストネットワーク内の各リンクの交通容量の平均は 1,000[pcu/hour]、分散は 100²[(pcu/hour)²]である。ここで、pcu は passenger car unit を意味する。図 3-1 は、通常の状態と損壊していない状態

のそれぞれにおける，リンク交通容量の密度分布の一例である．図 3-1 に示す損壊したリンク交通容量の平均は 10 [pcu/hour]，分散は $100^2[(\text{pcu/hour})^2]$ である．

すべての計算において，解法として逐次平均法(Method of Successive average, MSA)を採用している(Sheffi, 1985)．均衡状態を得るために設定した反復回数として，テストネットワーク 1 では 100 回，テストネットワーク 2 では 300 回としている．

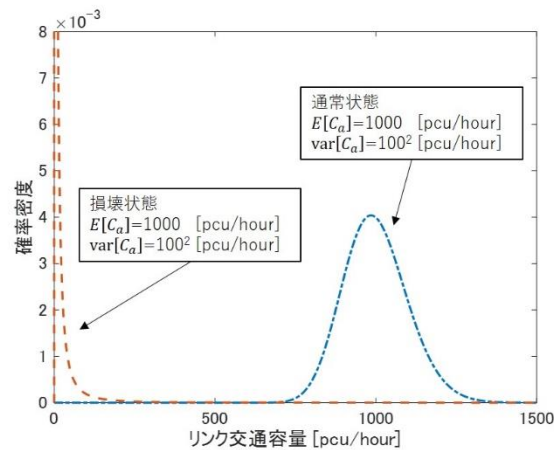


図 3-1 リンク交通容量の概念図：左の分布がリンクの途絶をリンク交通容量で近似的に表したもの，右の分布が通常時のリンク交通容量を表したもの．

3.3.1 単一 OD ペアのテストネットワーク

3.3.1 では，図 3-2 に示すテストネットワーク 1 において数値計算を行った結果を示す．このネットワークは，3つの経路，5つのリンク，4つのノード，1つの OD ペアから構成されている．表 3-1 に OD 交通需要の詳細を示す．表 3-2 はテストネットワーク 1 における，リンクと経路の組み合わせを示している．本章が提案するモデルでは，リンク移動時間についてリンク間の確率的相関を考慮しているため，経路移動費用は経路を構成する各リンクの移動時間の平均と分散共分散を含んでいる．経路ベースの問題となっているため，表 3-2 に示すように，経路情報を事前に列挙する．本数値実験では，リンク 5 を損壊したリンクとして仮定している．

表 3-1 OD 交通需要 (テストネットワーク 1)

OD ペア	平均 [pcu/hour]	変動係数
(1, 4)	1000	0.2

表 3-2 経路集合（テストネットワーク 2）

OD ペア	経路番号	リンクの組み合わせ
(1, 4)	1	1-4
	2	1-2-5
	3	3-5

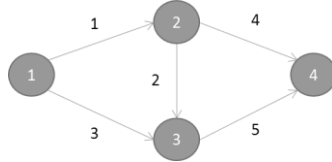


図 3-2 テストネットワーク 1

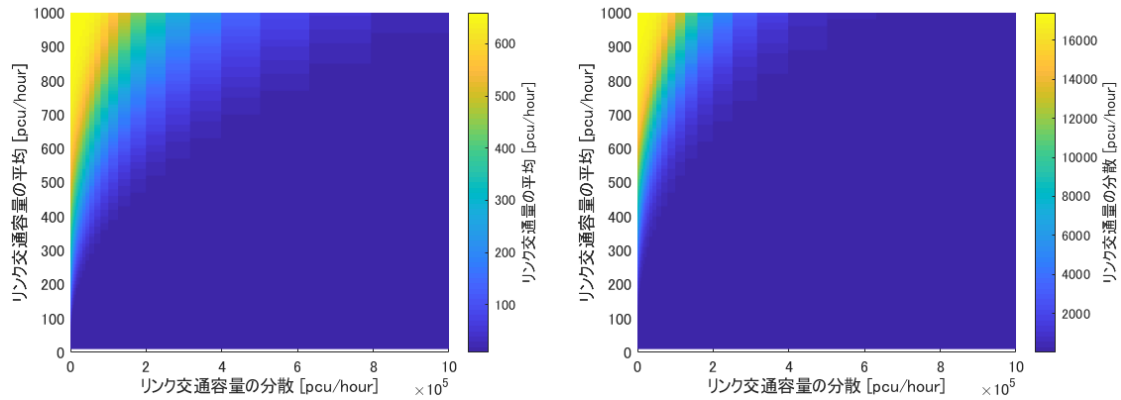


図 3-3 リンク 5 において交通容量の平均と分散を変化させたときの配分交通量の平均（左）と分散（右）

3.2.2 で述べたように、リンク交通容量は常に非負であるものとする。提案する手法では、リンク交通容量の平均と分散の様々に変化させても非負特性を満たすことができる。図 3-3 は、リンク 5 において交通容量の平均と分散を変化させたときの配分交通量の平均と分散の関係を示している。リンク交通容量の平均と分散は、それぞれ 1 から 10,000[pcu/hour]、10 から 10^6 [pcu/hour]²と離散的に変化させている。図 3-3 から、リンク 5 に配分された交通量の平均は、リンク 5 の交通容量の平均が増加するにつれて増加し、リンク 5 の交通容量の分散が減少するにつれて増加することがわかる。リンク 5 に配分された交通量の分散についても同様な傾向を見て取れる。また、リンク 5 と経路 2、3 を共有するリンク 2、3 上の交通量は、リンク 5 の交通容量の平均が減少すると減少し、リンク 5 の交通容量の分散が増加すると減少する。図 3-3 は、本章で提案するモデルでは、リンク交通容量の平均と分散を連続的に変化させても、交通需要が配分可能であることを示している。

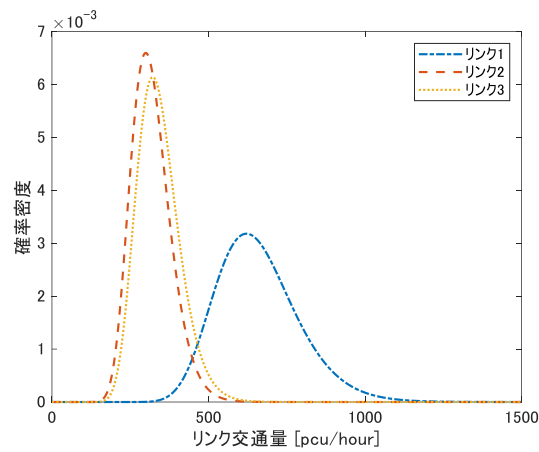


図 3-4 通常時におけるリンク交通量

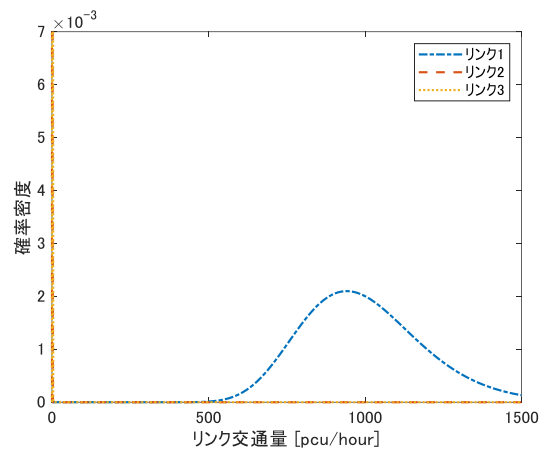


図 3-5 リンク損壊時におけるリンク交通量

図 3-4 に通常状態におけるリンク交通量の分布を、図 3-5 に損壊状態におけるリンク交通量の分布をそれぞれ示す。損壊状態では、リンク 5 のリンク交通容量の平均を 10 [pcu/hour] としている。リンク 5 のリンク交通容量の変動係数は変化させていない。図 3-4 では、ネットワークの形状が対称であるため、リンク 3、4 のリンク交通量の分布とリンク 1、5 のリンク交通量の分布が重なっている。図 3-5 から、リンク 5 の損壊により、交通量がリンク 1 と 4 に集中していることがわかる。これは、リンク 2、3 がリンク 5 と経路を共有しているためである。通常状態でリンク 5 を通過する経路交通量は、損壊状態ではリンク 1、4 に流れることになる。

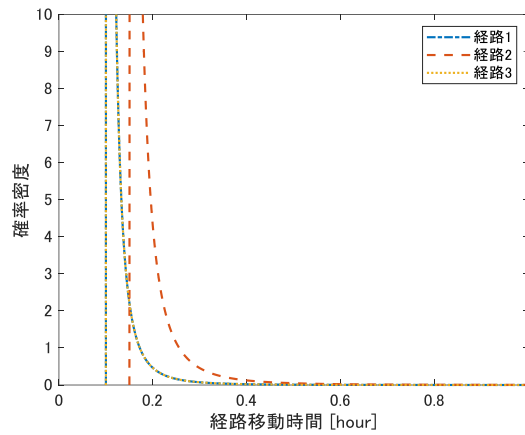


図 3-6 通常時における経路移動時間

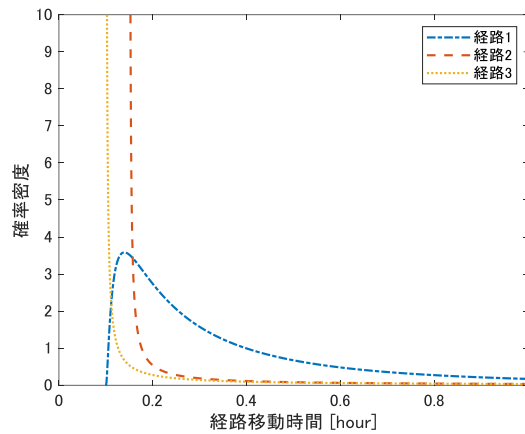


図 3-7 リンク損壊時における経路移動時間

図 3-6 は通常状態での経路移動時間分布，図 3-7 は損壊状態での経路移動時間分布を示している．移動時間分布は，3.2.6 で述べたように対数正規分布を移動時間の定数項の分だけ右に平行移動させたもの（shifted-lognormal distribution）である．

図 3-7 は，損壊させたリンク 5 を含む経路 2，3 の移動時間の平均と分散が正の無限大に発散している様子を示している．図 3-7 に示す経路 2 と 3 の移動時間の分布は，途絶状態を近似的に表現しているといえる．経路 2 と 3 は利用者から事実上選択されなくなっている．その結果，経路 1 に交通需要が集中し，経路 1 の移動時間の平均と分散は，通常状態よりも大きくなっている．図 3-4 から図 3-7 までのグラフは，表 3-3 および表 3-4 に示す結果に基づいている．

表 3-3 と表 3-4 より，リンク交通量の変動係数と経路交通量の変動係数は，表 3-1 に示した OD 交通需要の変動係数と等しくなっている．これは，すべてのリンク交通量と経路交通量が同じ OD 交通需要によって生成されているためである．この場合，(3-8)により，OD

交通需要の変動係数は、ネットワーク内のリンク交通量と経路交通量の変動係数と等しくなる。次の 3.4.1 の数値計算の結果が示すように、この関係は、複数の OD ペアが存在する場合には成立しない。

表 3-3 通常時とリンク損壊時におけるリンク交通量とリンク交通容量
(テストネットワーク 1)

リンク	リンク交通量 [pcu/hour]				リンク移動時間 [hour]			
	通常時		リンク損壊時		通常時		リンク損壊時	
	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数
1	658.8	131.8	1000.0	200.0	0.07	0.04	0.26	0.47
2	317.6	63.5	0.0	0.0	0.05	5.03×10^{-4}	0.05	0
3	341.2	68.2	0.0	0.0	0.05	7.73×10^{-4}	0.05	0
4	341.2	68.2	1000.0	200.0	0.05	7.73×10^{-4}	0.26	0.47
5	658.8	131.8	0.0	0.0	0.07	0.04	8.61×10^{40}	2.09×10^{77}

表 3-4 通常時とリンク損壊時における経路交通量と経路移動時間
(テストネットワーク 1)

経路	経路交通量 [pcu/hour]				経路移動時間 [hour]			
	通常時		リンク損壊時		通常時		リンク損壊時	
	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数
1	341.2	68.2	1000.0	200.0	0.12	0.04	0.53	0.85
2	317.6	63.5	0.0	0.0	0.19	0.07	8.61×10^{40}	2.09×10^{77}
3	341.2	68.2	0.0	0.0	0.12	0.04	8.61×10^{40}	2.09×10^{77}

3.3.2 複数 OD ペアのテストネットワーク

ここでは、図 3-8 に示すテストネットワークにおいて、数値計算を行った結果を示す。このテストネットワークは、Nguyen and Dupuis (1984)に基づく有向グラフである。25 経路、19 リンク、13 ノードから構成され、4 つの OD ペアを有する。テストネットワーク内の経路とリンクの組み合わせを表 3-5 に示す。表 3-6 に 4 組の OD 交通需要を示す。各 OD 交通需要において、2 種類の変動係数が設定されている。表 3-6 のケース 1 では、OD ペア(1,2)と(4,2)の交通需要の変動係数は 0.2 であり、OD ペア(1,3)と(4,3)の交通需要の変動係数は 0.25 である。ケース 2 では、変動係数はすべて 0.2 としている。なお、ケース 1 とケース 2 とともに、OD 交通需要の平均はすべて同じである。リンク損壊時のテストネットワークでは、リンク 2 の交通容量の平均は 1000[pcu/hour]から 10[pcu/hour]に減少するものとする。リンク損壊時の交通容量の変動係数は変化しないものとする。

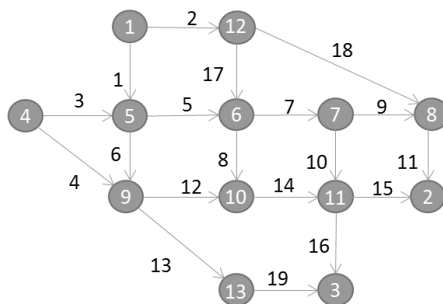


図 3-8 テストネットワーク 2 (Nguyen and Dupuis, 1984)

表 3-5 経路とリンクの組み合わせ (テストネットワーク 2)

OD ペア	経路番号	リンク集合	OD ペア	経路番号	リンク集合
(1,2)	1	2-18-11	(1,3)	14	1-6-13-19
	2	1-5-7-9-11		15	1-5-7-10-16
	3	1-5-7-10-15		16	1-5-8-14-16
	4	1-5-8-14-15		17	1-6-12-14-16
	5	1-6-12-14-15		18	2-17-7-10-16
	6	2-17-7-9-11		19	2-17-8-14-16
	7	2-17-7-10-15		20	4-13-19
	8	2-17-8-14-15		21	4-12-14-16
(4,2)	9	4-12-14-15	(4,3)	22	3-6-13-19
	10	3-5-7-9-11		23	3-5-7-10-16
	11	3-5-7-10-15		24	3-5-8-14-16
	12	3-5-8-14-15		25	3-6-12-14-16
	13	3-6-12-14-15			

表 3-6 OD 交通需要

OD ペア	ケース 1		ケース 2	
	平均 [pcu/hour]	変動係数	平均 [pcu/hour]	変動係数
(1, 2)	1000	0.2	1000	0.2
(4, 2)	1500	0.2	1500	0.2
(1, 3)	800	0.25	800	0.2
(4, 3)	1000	0.25	1000	0.2

表 3-7 通常時とリンク損壊時のリンク交通量とリンク移動時間
(テストネットワーク 2, ケース 1)

リンク	リンク交通量 [pcu/hour]				リンク移動時間 [hour]			
	通常時		損壊時		通常時		損壊時	
	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数
1	695.7	140.1	1800.0	282.8	0.08	0.06	5.97	9.26
2	1104.3	181.7	0.0	0.0	0.38	0.55	8.46×10 ³⁹	1.57×10 ⁷⁶
3	1269.4	200.4	1152.3	187.0	0.80	1.17	0.48	0.70
4	1230.6	195.8	1347.7	218.5	0.67	0.99	1.12	1.73
5	1132.9	160.6	1567.2	199.3	0.40	0.49	2.35	2.82
6	832.2	124.4	1385.0	188.8	0.11	0.08	1.18	1.48
7	1283.3	164.4	1466.1	190.9	0.75	0.88	1.64	1.99
8	292.6	43.0	101.1	15.6	0.05	0.00	0.05	0.00
9	619.4	102.6	1163.7	165.2	0.06	0.02	0.46	0.58
10	663.9	85.0	302.5	35.9	0.06	0.02	0.05	0.00
11	1280.7	185.5	1163.7	165.2	0.79	1.05	0.46	0.58
12	1020.8	155.7	1422.6	180.7	0.25	0.30	1.33	1.60
13	1042.0	203.6	1310.2	236.5	0.33	0.59	1.05	1.88
14	1313.4	178.0	1523.7	187.5	0.88	1.10	1.96	2.31
15	1219.3	205.0	1336.3	197.3	0.67	1.05	1.01	1.39
16	758.0	143.5	489.8	87.5	0.09	0.08	0.05	0.01
17	443.0	73.7	0.0	0.0	0.05	0.00	0.05	0.00
18	661.3	132.3	0.0	0.0	0.07	0.04	0.05	0.00
19	1042.0	203.6	1310.2	236.5	0.33	0.59	1.05	1.88

表 3-8 通常時とリンク損壊時のリンク交通量とリンク移動時間
(テストネットワーク 2, ケース 2)

リンク	リンク交通量 [pcu/hour]				リンク移動時間[hour]			
	通常時		損壊時		通常時		損壊時	
	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数	平均	変動係数
1	714.4	115.6	1800.0	256.1	0.07	0.04	5.60	7.74
2	1085.6	175.3	0.0	0.0	0.35	0.48	7.92×10^{39}	1.36×10^{76}
3	1262.2	191.1	1134.7	181.8	0.75	1.05	0.44	0.62
4	1237.8	175.1	1365.3	193.7	0.65	0.83	1.11	1.47
5	1122.1	157.4	1525.7	197.0	0.38	0.45	2.03	2.47
6	854.5	102.8	1409.0	162.9	0.11	0.07	1.21	1.31
7	1273.3	158.1	1426.1	189.0	0.71	0.80	1.42	1.74
8	299.7	36.2	99.5	12.6	0.05	0.00	0.05	0.00
9	641.1	104.2	1163.1	165.3	0.06	0.02	0.46	0.57
10	632.3	70.5	263.0	28.2	0.06	0.01	0.05	0.00
11	1275.7	184.4	1163.1	165.3	0.77	1.02	0.46	0.57
12	1003.9	152.9	1392.3	175.3	0.23	0.27	1.17	1.39
13	1088.4	169.5	1382.1	198.3	0.34	0.45	1.21	1.63
14	1303.6	172.4	1491.8	181.7	0.84	1.01	1.72	2.01
15	1224.3	204.6	1336.9	196.8	0.68	1.06	1.02	1.40
16	711.6	109.3	417.9	59.3	0.07	0.03	0.05	0.00
17	450.9	64.0	0.0	0.0	0.05	0.00	0.05	0.00
18	634.6	126.9	0.0	0.0	0.06	0.03	0.05	0.00
19	1088.4	169.5	1382.1	198.3	0.34	0.45	1.21	1.63

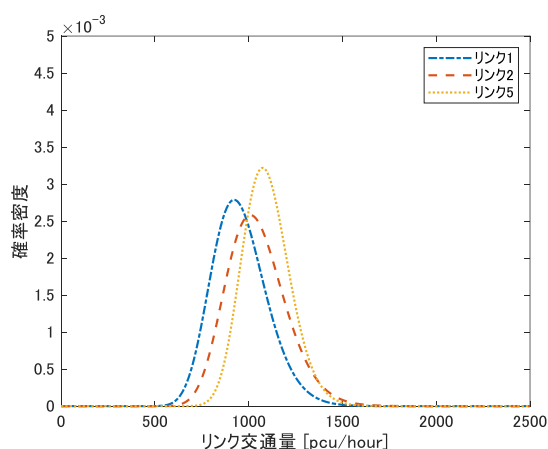


図 3-9 通常時におけるリンク交通量 (テストネットワーク 2, ケース 1)

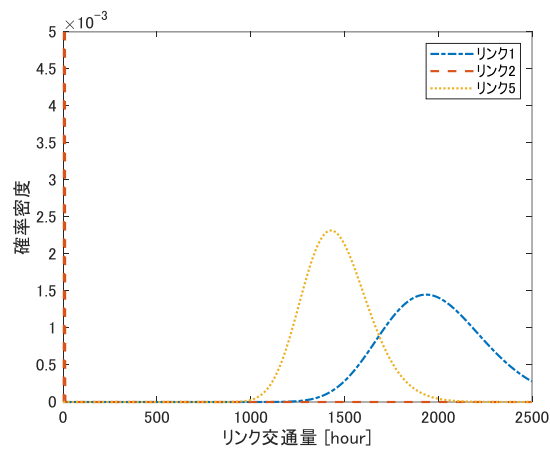


図 3-10 損壊時におけるリンク交通量 (テストネットワーク 2, ケース 1)

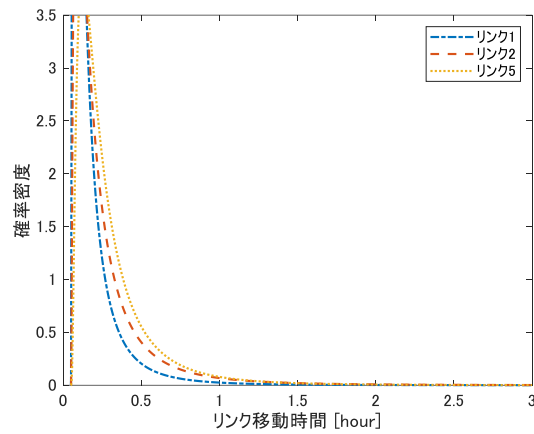


図 3-11 通常時におけるリンク移動時間 (テストネットワーク 2, ケース 2)

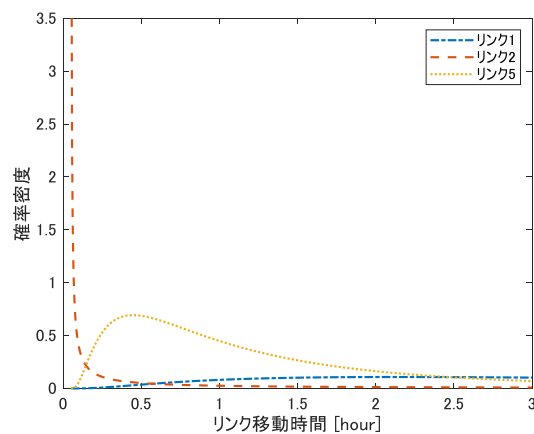


図 3-12 損壊時におけるリンク移動時間 (テストネットワーク 2, ケース 2)

表 3-7 に表 3-6 の左半分に示したケース 1 の OD 交通需要を用いて計算したリンク交通量とリンク移動時間の平均と変動係数をそれぞれ示す。表 3-8 には、表 3-6 の右半分のケース 2 の OD 交通需要を用いて計算したリンク交通量とリンク移動時間の平均と変動係数をそれぞれ示す。図 3-9、図 3-10 に、通常時のリンク 1, 2, 5 の交通量を、損壊時のリンク 1, 2, 5 の交通量をそれぞれ示す。これらのリンク交通量は、表 3-6 の左半分に示すケース 1 の OD 交通需要を用いて計算したものである。図 3-9 の結果と図 3-10 の結果を比較すると、リンク 2 の障害により、リンク 1, 5 上の交通量が増加していることがわかる。損壊状態ではリンク 2 の交通量の平均はほぼゼロであるため、図 3-10 ではリンク交通量の分布が消失しているように見える。

図 3-11 および図 3-12 には、通常状態でのリンク 1, 2, 5 の移動時間と損壊状態でのリンク 1, 2, 5 の移動時間をそれぞれ示す。これらのリンク移動時間は、表 3-6 の右半分に示すケース 2 の OD 交通需要を用いて計算したものである。図 3-11 に示すリンク移動時間の平均と分散はともに比較的小さいため、図中の移動時間の分布は、高いピークを持つ、leptokurtic な分布となっている。図 3-12 は、リンク 1 と 5 の移動時間の分散が、リンクの近似的な途絶によって増加していることを示している。図 3-12 に示されたリンク 2 の移動時間分布は、リンクの移動時間がゼロに近いことを示唆するわけではない。実際には、リンク移動時間の平均と分散の大きく増加していることを意味している。

また、表 3-8 から計算された経路交通量の変動係数は、表 3-6 のケース 2 に示したものと全て等しい。しかし、表 3-8 に示すリンク交通量の変動係数はいずれも 0.2 未満である。提案モデルでは、各 OD ペアの交通需要はそれぞれ独立していると仮定しているため、経路交通量の共分散は、同一の OD 交通需要から生成される経路交通量の間でのみ定義される。したがって、すべての OD 交通需要の変動係数が同じであっても、ネットワーク内のリンク交通量の変動係数はその値と一致しない。この詳細は 3.2.5 に示すとおりである。

3.4 本章のまとめと課題

第 3 章では、交通需要とリンク交通容量の不確実性それぞれを考慮した確率的利用者均衡配分モデルを提案した。提案したモデルは、自然災害や人災により損壊した道路ネットワークを分析対象とすることが可能である。交通需要とリンク交通容量それぞれが対数正規分布に従うと仮定している。そのため、交通流あるいはリンク移動時間を定式化するにあたり、従来の研究で必要とされてきた近似計算を施すことなく、リンク移動時間を計算することができる。

本モデルでは、経路交通量の共分散から、リンク交通量の共分散を定義している。リンク交通容量のパラメータを変化させることにより、リンク交通容量の非負特性を満たしながら、途絶や部分的な容量の低下など、様々なリンクの損壊の状態を近似的に定義できる。

そして、損壊した道路ネットワークに対して、通常の配分手続きに基づき、交通量を配分することができる。

本章で提案したモデルの性能を実証するために、2つのテストネットワークを用いて、それぞれ通常状態と損壊状態における数値実験を行った。対数正規分布の非負特性を利用して、リンクが途絶した状態を近似表現することを可能とするリンク交通容量をモデルに適用した。対数正規分布の定義の範囲内で、確率的なリンク交通容量の任意のパラメータを設定することが可能である。

今後の課題として、災害時などを想定して、OD交通需要の変動を考慮する必要がある。損壊した道路ネットワークでは通常と比較して、OD間の経路コストが増加するため、トリップのキャンセルが発生する。また、災害後には、被災地への緊急支援、復旧・復興、道路ネットワークの損壊やリンク交通容量の減少に伴う交通渋滞など、道路ネットワークの需要と供給は災害時に特有の変化を見せる。例えば、優先車両の通行を確保するためには、ネットワーク容量の変化に対応した、交通需要管理が必要となる。本章で提案したモデルを用いることにより、供給側の復旧過程に対応した需要管理システムの検討に適用されることが期待される。

また、トリップのキャンセルについては、運転者間の効用関数の違いに着目する必要がある。本章では、シングルユーザークラスのOD交通需要を想定している。しかし、通常の道路ネットワークや損壊した道路ネットワークでは、時間価値・移動時間信頼性価値が異なる運転者が存在する。道路が損壊したときに、運転者間の効用関数の違いが、トリップのキャンセルに与える影響を分析することも研究を発展させる方向のひとつである。

第3章で提案するモデルの特徴は、道路ネットワークがそれぞれ通常状態と損壊状態であるときに、定式化上の違いがないことである。違いはそれぞれのリンク交通容量のパラメータのみである。したがって、定式化上の違いに基づく、アウトプットの差異がないことから、通常状態と損壊状態の配分結果を、リンク交通容量の違いのみに注目して比較することができる。

道路ネットワークにおける不確実性を考慮して交通流を定式化するにあたり、交通需要、経路交通量、リンク交通量のそれぞれが従う確率分布の形状に注目する必要がある。第3章では、OD交通需要の間の確率的相関について、一定の仮定を設けることによって、3種類の確率変数の分布形状が等しくなることを明らかにした。確率均衡配分モデルにおいて、交通流と移動時間の定式化を改良することによって、計算量が削減される。本章で提案する確率均衡配分モデルを用いることによって、移動時間信頼性を考慮したネットワークデザイン問題を構築することが容易となる。第5章で構築したネットワークデザイン問題の均衡制約条件において、第3章で得られた結果が利用されている。

将来、自動運転車両が普及したとき、既存の車両と比べてそれぞれの運転挙動は異なることが予想される。このことが交通流あるいは移動時間に違いをもたらす。第5章では第3章において提案した手法を適用して、異なる運転挙動を示す車両が混合したときの移動時

間と移動時間信頼性を分析する。さらに、自動運転車両の運転者と既存の車両の運転者の時間価値と移動時間信頼性価値には違いがあるものと考えられ、この点を考慮して道路ネットワークを分析することも今後の課題である。

第 4 章 確定的なリンク交通量に基づく確率的リンク移動時間の評価手法

本章では、確率的な交通需要を持つ道路ネットワークにおける確率的リンク移動時間を構造化する手法を構築する。提案する手法では、移動時間の不確実性をリンク交通量に基づく指標で評価する。リンク移動時間の平均は、リンク交通量の平均とそれに対応する確率的リンク交通量のリスクプレミアムの両方を用いて表現される。このリスクプレミアムは、確率的リンク交通量とリンクコスト関数の関係から導かれる確実性等価の概念によって定義される。金融経済学におけるリスクプレミアムの概念を道路ネットワークの問題に拡張することによって、リンク移動時間の共分散を計算する手法を提案する。提案する手法では、2つの確率的リンク移動時間の積の平均を計算することで、2変数のリスクプレミアムを定義している。数値計算として、テストネットワークを用いて提案する手法を実証する。

第 4 章は以下に示す研究をまとめたものである。

- Tani, R., Kato, T., and Uchida, K. (2020). A method for structuring stochastic travel time by using risk premiums of stochastic link flow. *Transportmetrica A: Transport Science*.
- Tani, R., Kato, T., and Uchida, K. (2018). A method for representing variability of travel time based on stochastic link flow. *The 23rd International Conference on Transportation Studies, Hong Kong, December 2018*.
- 峪龍一, 内田賢悦, リンク交通量に基づく移動時間信頼性の評価手法, 第 57 回土木計画学研究発表会, 東京都, 2018 年 6 月.

4.1 はじめに

本章では、リンク交通量とリンク移動時間の確率的相関が存在する、一般的な場合において、リンク移動時間の不確実性を確定的なリンク交通量の増分として定量化する方法を説明する。本章で提案する手法では、金融経済学における確実性等価とリスクプレミアムの概念を、道路ネットワークの分析に適用する。確実性等価とリスクプレミアムの概念に基づいて、確率的リンク交通量のリンク移動時間に対するリスクプレミアムを用いて、移動時間と移動時間の不確実性に対する運転者の不便度を定義する。本章では、リンク移動時間の共分散に相当するリスクプレミアムを定義するために、従来、金融経済学で提案されてきた確実性等価とリスクプレミアムの定義を、交通ネットワーク解析の文脈で解釈できるように発展させた。また、本章で提示するネットワークの不確実性を評価する手法を用いて、各リンクがネットワーク全体の不確実性に対する寄与を定義する。これにより、確率的リンク交

通量の平均とリンク移動時間に対するリスクプレミアムを用いて、リンク移動時間の相関が存在する場合の運転者の不便度を定量化することが可能となる。

本章の概要は以下の通りである。4.2 では、確率的な交通流と確率的な移動時間を定式化し、確率的なリンク移動時間の平均と分散共分散に相当するリンク交通量のリスクプレミアムを示す。4.3 では、4.2 で提案したモデルを、簡単な例とテストネットワークの両方を用いて実証する。4.4 では、第 4 章を小括し、今後の研究における展望を示す。

4.2 定式化

4.2 では、確率的リンク移動時間と確率的リンク交通量の平均と分散共分散を、確実性等価・リスクプレミアムの概念に基づいて定式化する。以下に本章で使用する記号を紹介する。なお、大文字は確率変数あるいは集合、小文字は確定変数あるいは集合の要素である。

W	OD ペアの集合
w	OD ペア w , $w \in W$
Q_w	OD ペア w の交通需要
q_w	OD ペア w の交通需要の平均
cv_w	OD ペア w の交通需要の変動係数
K_w	OD ペア w の間の経路集合
k	経路 k , $k \in K_w$
F_k^w	OD ペア w の間の経路 k の交通量
f_k^w	OD ペア w の間の経路 k の交通量の平均
A	リンクの集合
a	リンク a , $a \in A$
V_a	リンク a の交通量
v_a	リンク a の交通量の平均
$t_a(\cdot)$	リンク a の移動時間関数
t_a^0	リンク a の自由走行時間
α_a, n_a	リンク a の移動時間関数のパラメータ
c_a	リンク a の交通容量
ε_a	リンク a の交通量の誤差項
π_a	リンク a の移動時間の平均に対応するリスクプレミアム
v_a^0	リンク a のリンク交通量の確実性等価
$\hat{\pi}_{a b}$	リンク a と b の間のリンク移動時間の共分散に対応する、リンク a に関するリスクプレミアム
T_a	リンク a の移動時間
$\hat{\pi}_{a,b}$	リンク a と b の間のリンク移動時間の共分散に対応するリスクプレミアムの組

Σ_T	リンク移動時間の分散共分散行列
Σ_V	リンク交通量の分散共分散行列
p_w^k	運転者が OD ペア w の間で、経路 k を選択する確率
η_w^k	OD ペア w の間の経路 k の移動費用

4.2.1 交通流の定式化

確率的交通需要を仮定する．なお，4.2.1 における交通流の定式化は，2.1.1 の基本モデルと同様に，確率的交通需要の分布形状には依らない．しかし，経路交通量あるいはリンク交通量の分布形状を一致させると，今後の議論が簡単になるため，OD 交通需要は正規分布などの加法性のある確率分布に従うものと仮定する．OD ペア w の交通需要の平均は $q_w = E[Q_w]$ である．なお， Q_w は OD ペア w の確率的交通需要を表すものとする．変動係数を cv_w とすると分散は $\text{var}[Q_w] = (cv_w \cdot q_w)^2$ と表される．OD 交通需要はその OD ペア間に属するすべての経路交通量の総和である．

$$Q_w = \sum_{k \in K_w} F_k^w \quad \forall w \in W \quad (4-1)$$

確率的リンク交通量 V_a はリンク a を通過するすべての経路交通量の総和である．

$$V_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot F_k^w \quad \forall a \in A \quad (4-2)$$

ここで， $\delta_{w,k,a}$ は OD ペア w に属する経路 k がリンク a を通過するとき 1 を，それ以外の場合は 0 をとる変数である．OD ペア w の交通需要の平均 q_w は OD ペア間に属するすべての経路交通量の平均 $f_k^w = E[F_k^w]$ の和である．なお，経路交通量の平均は常に非負である．

$$q_w = \sum_{k \in K_w} f_k^w \quad \forall w \in W \quad (4-3)$$

$$f_k^w \geq 0 \quad \forall k \in K_w, w \in W \quad (4-4)$$

リンク交通量の平均 $v_a = E[V_a]$ はリンク a を通過するすべての経路交通量の平均の総和である．

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot f_k^w \quad \forall a \in A \quad (4-5)$$

4.2.2 交通量の確実性等価

4.2.2 では，金融経済学において確立した，確実性等価とリスクプレミアムの概念を，確率的リンク交通量と確率的リンク移動時間との関係に適用する．簡単な例として，確率変数 X （金融経済学ではポートフォリオの収益などに相当する；池田，2000）と効用関数 $u(X)$ を考える．期待効用を以下のように表す．

$$E[u(X)] = u(x_o) \quad (4-6)$$

ここで、 x_0 は効用関数 $u(X)$ に対する確率変数 X の確実性等価である。換言すれば、確実性等価とは、効用関数に関して、期待効用を返す確定的な引数のことである。この関係を、リンク移動時間とリンク交通量の関係に適用すると、リンクコスト関数に対して、その平均を返す、確定的なリンク交通量を得る。なお、本章ではリンクコスト関数として BPR 関数を採用するものとする。(Bureau of Public Roads, 1964)

$$t_a(v_a) = t_a^0 \cdot \left(1 + \alpha_a \cdot \left(\frac{v_a}{c_a}\right)^{n_a}\right) \forall a \in A \quad (4-7)$$

ここで、 c_a と t_a^0 はそれぞれリンク交通容量と自由走行時間である。 α_a と n_a は BPR 関数のパラメータである。BPR 関数においては通常、移動時間および交通量は確定的に扱われる。しかし、第2章で言及したように本論文では、リンク交通量およびリンク移動時間はそれぞれ確率変数として扱われる (Lam et al., 2008; Uchida, 2014).

$$t_a(V_a) = t_a^0 \cdot \left(1 + \alpha_a \cdot \left(\frac{V_a}{c_a}\right)^{n_a}\right) \forall a \in A \quad (4-8)$$

なお、本論文では簡単のため、確定的なリンク交通容量を考える。第2章では、交通需要が従う様々な確率分布が既存研究において検討されてきたことを示した。本章では、対数正規分布に従う交通需要を仮定した。本章ではリスクプレミアムに関する定式化の説明を容易とするため、正規分布に従う交通需要を仮定して議論を進める。背景の詳細については4.2.5の最後で説明する。

確率的リンク交通量 V_a は確定項 v_a と確率項 ε_a で構成される。このとき、リンク交通量のリスクプレミアム π_a はリンク交通量の確実性等価と平均を用いて、以下のように定義される。

$$\pi_a = v_a^0 - v_a \forall a \in A \quad (4-9)$$

ここで、 v_a^0 はリンク交通量の確実性等価である。この確実性等価を用いて、リンク移動時間の平均は以下のように再定義される。

$$E[t_a(v_a + \varepsilon_a)] = t_a(v_a + \pi_a) \forall a \in A \quad (4-10)$$

上式の両辺に対して、1次のテイラー級数近似をそれぞれ施すと、以下ようになる。

$$\begin{aligned} E[t_a(v_a + \varepsilon_a)] &\approx E\left[t_a(v_a) + \frac{1}{2}t_a^{(2)}(v_a) \cdot \varepsilon_a^2\right] \\ &= t_a(v_a) + \frac{1}{2}t_a^{(2)}(v_a) \cdot \text{var}[V_a] \forall a \in A \end{aligned} \quad (4-11)$$

$$t_a(v_a + \pi_a) \approx t_a(v_a) + t_a^{(1)}(v_a) \cdot \pi_a \forall a \in A \quad (4-12)$$

ここで、 $t_a^{(n)}$ はリンク移動時間をリンク交通量の平均に関して n 階微分したことを意味する。(4-11)ではリンク交通量が正規分布に従うと仮定している。正規分布では、2次よりも高次元のモーメントは無視できるほど小さいため、2次よりも高次元の項を考慮する必要はない。また、(4-10)の右辺は(4-12)のように線形近似されているものと仮定する。上記の2つの近似式から、平均リンク交通量のリスクプレミアムに関する線形の方程式が導出される。(4-10)-

(4-12)を解くことで、リンク交通量のリスクプレミアムは閉形式として近似的に定義される。

$$\pi_a = \frac{1}{2} \frac{t_a^{(2)}(v_a)}{t_a^{(1)}(v_a)} \text{var}[V_a] \forall a \in A \quad (4-13)$$

(4-9)と(4-13)によると、リンク交通量の確実性等価はリンク交通量の平均とリスクプレミアムを用いて以下のように表現される。

$$\begin{aligned} v_a^0 &= v_a + \pi_a \\ &= v_a + \frac{1}{2} \frac{t_a^{(2)}(v_a)}{t_a^{(1)}(v_a)} \text{var}[V_a] \forall a \in A \end{aligned} \quad (4-14)$$

リンク交通量の確実性等価は、リンクコスト関数のパラメータとリンク交通量の平均と分散によって決まる。上記の議論は Pratt(1964)の内容に基づいている。リンク交通量のリスクプレミアムはリンク交通量の分散が 0 に近づくときに 0 に収束する。つまり、このときリンク交通量は確定変数として収束する。

$$\lim_{\text{var}[V_a] \rightarrow 0} \pi_a = 0 \forall a \in A \quad (4-15)$$

(4-13)によって定義されるリンク交通量のリスクプレミアムは、リンク交通量に確率項が存在することにより、リンクコスト関数において、リンク交通量の確実性等価をリンク交通量の平均よりも大きくしていると解釈できる。図 4-1 はリンク移動時間の平均とリンク交通量の確実性等価との関係を示したものである。図 4-1 において、リンク移動時間、 $t_a(v_a)$ はリンク交通量の平均が $v_a=1,000$ [PCU/hour] であるときと解釈できる。リンク移動時間の平均は $E[t_a(V_a)]$ はリンク移動時間、 $t_a(v_a)$ よりも大きくなる。ここで、リンク交通量の確実性等価 v_a^0 は $E[t_a(V_a) = t_a(v_a^0)]$ に従って計算される。したがって、リンク移動時間の平均を求めるときを考えると、リンク交通量のリスクプレミアム、 π_a はリンク交通量の平均に対する追加的なリンク交通量であると解釈できる。

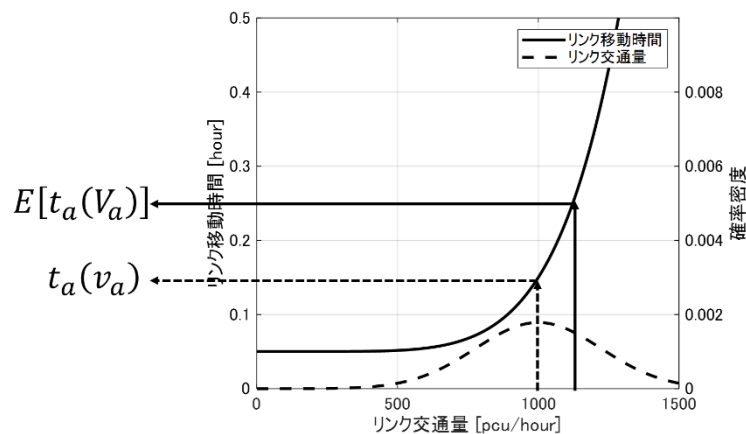


図 4-1 リンク移動時間の平均とリンク交通量のリスクプレミアムの関係

一般に金融経済学において、効用関数と確率分布するポートフォリオの収益との関係

から, Pratt (1964)に基づくリスクプレミアムを導出するためには, 次の2つの条件のいずれかを満たす必要がある (池田, 2000).

- ・ 効用関数が2次関数である.
- ・ ポートフォリオの収益が楕円分布に従う.

上の2つの条件をリンク交通量とリンク移動時間の関係にあてはめると, 既存研究においてリンクコスト関数は2次以上の次数であることが多く, 第一の仮定を採用することは非現実的である. そこで本論文では, 確率的リンク交通量が楕円分布に従うものと仮定することによって, 上の条件を満たすものとする. 多くの既存研究 (例えば Shao et al., 2006; Lam et al., 2008; Uchida, 2014) では, リンク交通量は楕円分布の典型例である正規分布に従うと仮定している. 正規分布を仮定することで, その加法性によって, 交通流モデルの定式化が容易となる. 以下の議論では, 正規分布に従うリンク交通量, 交通需要を仮定するものとする.

なお, 単にリスクプレミアムを定義するためであれば, 必ずしもリンク交通量が楕円分布族に属する必要はない. しかし, Pratt (1964)あるいは池田(2000)においては, リスクプレミアムを近似的に定義し, その後の議論を容易に進めるために, ポートフォリオの収益が正規分布あるいは楕円分布に従うことを仮定しているにすぎない.

4.2.3 リンク移動時間の分散共分散行列

4.2.3 では, リンク移動時間の共分散に対応する, 2変量リスクプレミアムを導出する. 2変量リスクプレミアムはリンク移動時間の共分散 ($\text{cov}[T_a, T_b] = E[T_a \cdot T_b] - E[T_a] \cdot E[T_b]$) のうち, $E[T_a \cdot T_b]$ から直接的に導出される. 2変量リスクプレミアムの組 ($\hat{\pi}_{a|b}$ と $\hat{\pi}_{b|a}$) は以下の条件を満たすように定義される.

$$E[t_a(v_a + \varepsilon_a) \cdot t_b(v_b + \varepsilon_b)] = t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) \forall a \in A, b \in A \quad (4-16)$$

2変量リスクプレミアムを用いて, リンク移動時間の共分散を定義する.

$$\text{cov}[T_a, T_b] = t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) - t_a(v_a + \pi_a) \cdot t_b(v_b + \pi_b) \quad (4-17)$$

リンク移動時間の共分散 $\text{cov}[T_a, T_b]$ が所与であるとき, 2変量リスクプレミアムの組, ($\hat{\pi}_{a|b}, \hat{\pi}_{b|a}$) は一意に決まらない. これは(4-17)に対応する非線形な曲線上で定義される各点が2変量リスクプレミアムの候補となりうるためである. 金融経済学において, 同様な議論が行われている. Duncan (1977) は2変量の効用関数を考えるときに, その2変量に対応するリスクプレミアムの組を特定するために, 効用関数を一次近似する手法を提案している. Duncan (1977) の手法をリンク交通量とリンク移動時間の関係に適応した例は付録 4A に示す. Duncan (1977) の手法は簡便に2変量リスクプレミアムの組を特定できるものの, いずれの各変量の不確実性がどれほど期待効用に対して影響を及ぼしているかを分析できない. 本章の問題意識に戻して考えると, リンク移動時間の共分散は2つのリンク交通量の不確

実性を反映している。このとき Duncan (1977)の手法では、2つのリンク交通量それぞれの不確実性がどれほどリンク移動時間の共分散に反映されているのかを知ることができない。そこで、本章では2変量リスクプレミアムの定義を拡張することによって、リンク移動時間の共分散を、2つのリンク交通量に基づくリスク要因に分解する。2変量リスクプレミアムに基づくリンク移動時間の共分散は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \text{cov}[T_a, T_b] = & \left(t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) + t_a(v_a + \pi_a) \right) \cdot \left(t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) - t_b(v_b + \pi_b) \right) \\ & - t_a(v_a + \pi_a) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) + t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) \cdot t_b(v_b + \pi_b) \end{aligned} \quad (4-18)$$

上に示すように、リンク移動時間の共分散は(4-18)の右側の第1項で示す積の項と、(4-18)の右側の第2項および第3項で示す交差項に分解することができる。2変量リスクプレミアム $(\hat{\pi}_{a|b}, \hat{\pi}_{b|a})^T$ が定義されるとき、以下の式が成り立つとする。

$$t_a(v_a + \pi_a) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) - t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) \cdot t_b(v_b + \pi_b) = 0 \quad \forall a, b \in A \quad (4-19)$$

このとき、リンク移動時間の共分散は以下のように表される。

$$\text{cov}[T_a, T_b] = \left(t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) + t_a(v_a + \pi_a) \right) \cdot \left(t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) - t_b(v_b + \pi_b) \right) \quad (4-20)$$

(4-19)は、(4-17)で定義された、2変量リスクプレミアムの実行可能領域を制約する恒等式とみなすことができる。(4-17)、(4-19)、(4-20)の関係の幾何学的な意味を、図4-2を用いて説明する。幾何学的には、2つの異なるリンク移動時間の共分散 $\text{cov}[T_a, T_b]$ は、図4-2の点A、B、C、D、E、Fで囲まれた帯状の領域の面積に対応する。(4-19)が示す条件は m が1以上の実数であるとき、 $\overrightarrow{OC} = m \cdot \overrightarrow{OF}$ であることを意味する。点Cが取りうる領域は(4-17)で定義されており、図4-2では曲線として表示されている。本研究では、実行可能領域(4-17)と(4-19)で定義された直線の交点を2変量リスクプレミアムとして特定する。

図4-2はリンク-移動時間ベースの幾何学的表現を表している。一方で図4-3はリスクプレミアムベースの幾何学的表現を表している。図4-3における(4-17)と(4-19)の交点は、図4-2で示す交点に対応する。図4-2は、リンクコスト関数に関する図4-3の写像として解釈できる。Duncan(1977)の方法によるリスクプレミアムの組の解は、 $\arg \min \hat{\pi}_{a|b}^2 + \hat{\pi}_{b|a}^2$ を解くことによって得られる。つまり、Duncan(1977)が提示した問題は実行可能領域(4-17)を制約とする2次ノルム最小化問題となっている。

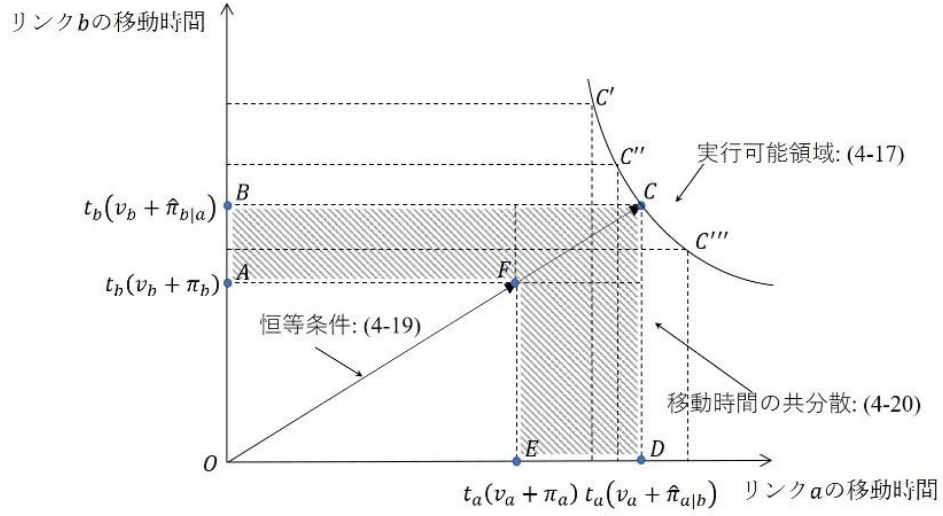


図 4-2 リンク移動時間の共分散の幾何学的な説明（移動時間に基づく説明）

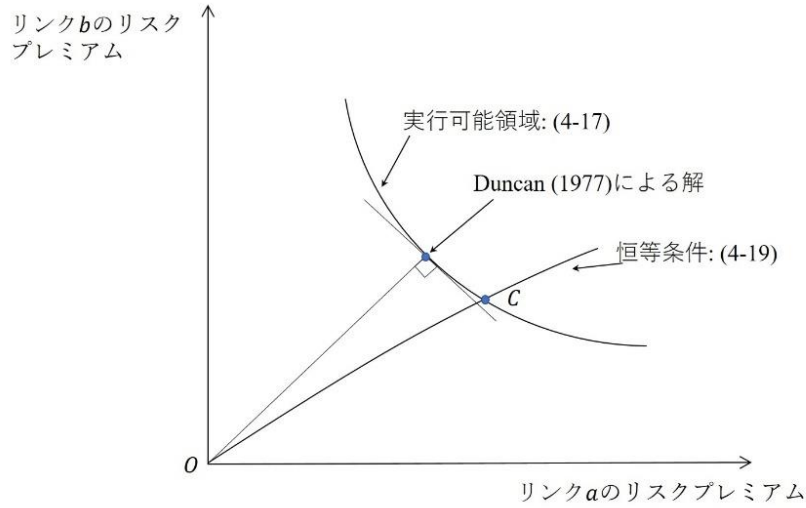


図 4-3 リンク移動時間の共分散の幾何学的な説明（リスクプレミアムに基づく説明）

(4-17) のように，リンク移動時間の共分散の理論的な定義に基づいて，2 変量リスクプレミアムを計算すると，大きな計算資源を必要とする．計算を簡単とするため，(4-20)で示されるリンク移動時間の近似式を用いて，2 変量リスクプレミアムを簡易的に定義する手法を提案する．(4-20)で与えられたリンク移動時間の近似式を用いる．(4-16)の両辺の 1 次テイラー級数近似はそれぞれ以下の通りである．

$$E[t_a(v_a + \varepsilon_a) \cdot t_b(v_b + \varepsilon_b)] \approx t_a(v_a) \cdot t_b(v_b) + \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{U}_{a,b} \boldsymbol{\Sigma}_{a,b}) \forall a \in A, b \in A \quad (4-21)$$

$$t_a(v_a + \hat{\pi}_a) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_b) \approx t_a(v_a) \cdot t_b(v_b) + \mathbf{u}_{a,b}^T \hat{\boldsymbol{\pi}}_{a,b} \forall a \in A, b \in A \quad (4-22)$$

ここで，各種ベクトル・行列は以下のように表される．

$$\mathbf{u}_{a,b} = \nabla(t_a(v_a) \cdot t_b(v_b)) = \begin{bmatrix} t_a^{(1)}(v_a) \cdot t_b(v_b) \\ t_a(v_a) \cdot t_b^{(1)}(v_b) \end{bmatrix} \forall a \in A, b \in A \quad (4-23)$$

$$\hat{\pi}_{a,b} = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_{a|b} \\ \hat{\pi}_{b|a} \end{bmatrix} \quad \forall a \in A, b \in A \quad (4-24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{a,b} &= \nabla^2(t_a(v_a) \cdot t_b(v_b)) \\ &= \begin{bmatrix} t_a^{(2)}(v_a) \cdot t_b(v_b) & t_a^{(1)}(v_a) \cdot t_b^{(1)}(v_b) \\ t_b^{(1)}(v_b) \cdot t_a^{(1)}(v_a) & t_a(v_a) \cdot t_b^{(2)}(v_b) \end{bmatrix} \forall a \in A, b \in A \end{aligned} \quad (4-25)$$

$$\Sigma_{a,b} = \begin{bmatrix} \text{var}[V_a] & \text{cov}[V_a, V_b] \\ \text{cov}[V_a, V_b] & \text{var}[V_b] \end{bmatrix} \forall a \in A, b \in A \quad (4-26)$$

(4-23)と(4-25)における ∇ は偏微分の操作を表し、 $[\partial/\partial v_a, \partial/\partial v_b]^T$ のように定義される。(4-10)-(4-12)と同様に、2次元以上の項は無視できるほど小さいことから、(4-16)の両辺に対して2次のテイラー級数近似を施す。Duncan (1977)の手法を適用すると、2変量リスクプレミアムは以下に示す式の解として定義される。

$$\mathbf{u}_{a,b}^T \hat{\pi}_{a,b} - \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{U}_{a,b} \Sigma_{a,b}) = 0 \quad \forall a \in A, b \in A \quad (4-27)$$

(4-27)は2変量リスクプレミアムの組の集合を表しており、2変量リスクプレミアムの組は特定されない。Duncan (1977) は一般化逆行列を用いてこれを特定している。図4-3に示すように、Duncan (1977)の方法は、原点と式(4-27)で表される解の集合との間の2次ノルムを幾何学的に最小化することによって、2変量リスクプレミアムを特定する。この方法は簡便であるものの、得られた2変量リスクプレミアムの組を解釈するための理論的な背景を持たない。そこで、提案モデルでは、幾何学的解釈が可能になるように、2変量リスクプレミアムの組を特定する。(4-19)と(4-27)で示される非線形連立方程式系を解くことによって、リンク移動時間の分散共分散行列は次のように表される。

$$\Sigma_T = X_T^+ \circ X_T^+ \quad (4-28)$$

X_T^+ と X_T^+ 、そしてそれぞれの成分は以下の通りである。

$$X_T^+ = \begin{bmatrix} X_{1|1}^+ & \cdots & X_{1||A|}^+ \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{|A||1}^+ & \cdots & X_{|A|||A|}^+ \end{bmatrix} \quad (4-29)$$

$$X_T^- = \begin{bmatrix} X_{1|1}^- & \cdots & X_{|A||1}^- \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1||A|}^- & \cdots & X_{|A|||A|}^- \end{bmatrix} \quad (4-30)$$

$$X_{a|b}^+ = t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) + t_a(v_a + \pi_a) \forall a, b \in A \quad (4-31)$$

$$X_{a|b}^- = t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) - t_a(v_a + \pi_a) \forall a, b \in A \quad (4-32)$$

$A \circ B$ ($\forall A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$)は、2つの行列AとBのハダマード積を意味する。分散共分散行列の各要素は、2つのリスク成分、すなわち、 $X_{a|b}^+$ と $X_{b|a}^-$ (または $X_{a|b}^-$ と $X_{b|a}^+$) ($\forall a, b \in A$)の積と

して表される．この形式は，リンク移動時間の共分散を，2 辺が $X_{a|b}^+$ と $X_{b|a}^-$ ，または $X_{a|b}^-$ と $X_{b|a}^+$ で与えられる矩形の面積で表すことができることを意味する．

これまでの一連の定式化によって，リスクプレミアムと 2 変量リスクプレミアムは，上記のように確率的リンク移動時間の積の平均と平均に対応して構造化される．リスクプレミアムと 2 変量リスクプレミアムを構造化することで，道路ネットワーク全体のリスクをリンクベースの指標で測定することができる．金融リスク管理の分野では，ポートフォリオリスクはリスク要因の変動に依存する．本章では，ポートフォリオリスクとリスク要因がそれぞれ確率的な総移動時間と確率的交通量に対応することを前提としている．この議論の詳細は付録 4B で述べる．なお，(4-31)と(4-32)より，risk component 行列とリンク移動時間の平均 v_a ，リンク移動時間の平均に対応するリスクプレミアム π_a としてリンクコスト関数が所与であるとき， $\hat{\pi}_{a|b}$ ($\forall a \in A, b \in A$) は一意に求まる．

上記で定義したリスクプレミアムと 2 変量リスクプレミアムを用いて，リンク移動時間の平均と分散共分散，経路移動時間の平均と分散はそれぞれ以下のように定義される．

$$E[T_a] = t_a(v_a + \pi_a) \forall a \in A \quad (4-33)$$

$$\text{cov}[T_a, T_b] = t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|b}) \cdot t_b(v_b + \hat{\pi}_{b|a}) - t_a(v_a + \pi_a) \cdot t_b(v_b + \pi_b) \forall a, b \in A \quad (4-34)$$

$$E[T_{w,k}] = \sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot E[T_a] \forall k \in K_w, \forall w \in W \quad (4-35)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[T_{w,k}] &= \text{var} \left[\sum_{k \in K_w} \delta_{w,k,a} \cdot T_a \right] \\ &= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \delta_{w,k,a} \cdot \delta_{w,k,b} \cdot \text{cov}[T_a, T_b] \quad \forall k \in K_w, \forall w \in W \end{aligned} \quad (4-36)$$

4.3 数値計算

提案する手法を実証するために，道路ネットワークが 2 つのリンクで構成される例とテストネットワークを用いて数値計算を行った結果を示す．

4.3.1 2 リンクの例

簡単な例として，リンク交通量の平均と分散共分散行列を $\mathbf{v} = [1000, 800]^T$ ， $\Sigma_v =$

$cv^2 \cdot \begin{bmatrix} 1000^2 & \rho \cdot 1000 \cdot 800 \\ \rho \cdot 1000 \cdot 800 & 800^2 \end{bmatrix}$ とする．なお，リンク交通量の変動係数 cv と相関係数

ρ はそれぞれ 0.5 と 0.2 とする．BPR 関数 t_{0i} ， α ， n ， c_i ($i \in \{1, 2\}$) のカリブレーションパラメータをそれぞれ 0.05, 2, 6, 1000 とした．リンク移動時間の平均に対応するリスクプレ

ミアムを $\pi^T = (80, 100)^T$ とする。

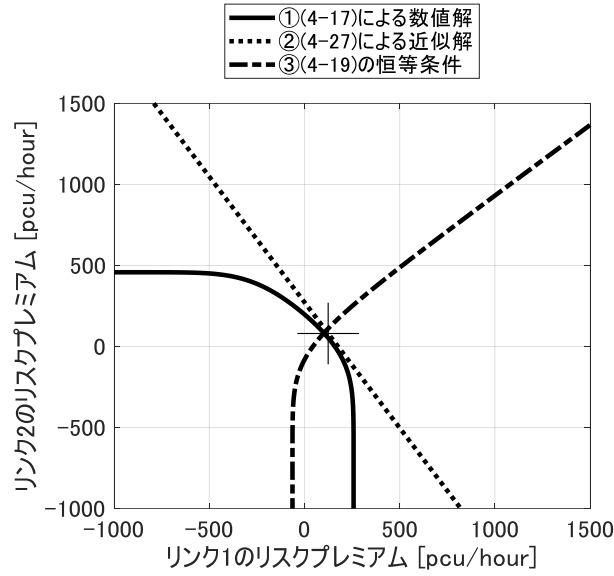


図 4-4 2 変量リスクプレミアム

図 4-4 は、(4-17)、(4-19)、(4-27)で示される、2 変量リスクプレミアムについての 3 つの領域を示している。図 4-4 の実線①は(4-17)で示した曲線である。点線②、③はそれぞれ(4-27)、(4-19)で示した曲線である。2 変量リスクプレミアムの集合は、(4-19)と(4-27)からなる非線形連立方程式系を解くことで特定される。例えば、 $\text{cov}[T_1, T_2]$ または $\text{cov}[T_2, T_1]$ に対応する二変量リスクプレミアムの集合は、(4-19)と(4-27)で示される非線形連立方程式系を解くことにより、 $\hat{\pi} = [97.3, 113.6]^T$ として計算される。リンク移動時間の分散共分散行列とそれに対応する 2 つの行列 X_T^+ 、 X_T^- をそれぞれ以下のように求める。

$$\Sigma_T = \begin{bmatrix} 0.0023 & 0.0027 \\ 0.0027 & 0.0508 \end{bmatrix} \quad (4-37)$$

$$X_T^+ = \begin{bmatrix} X_{1|1}^+ & X_{1|2}^+ \\ X_{2|1}^+ & X_{2|2}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2044 & 0.1986 \\ 0.4679 & 0.5471 \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

$$X_T^- = \begin{bmatrix} X_{1|1}^- & X_{2|1}^- \\ X_{1|2}^- & X_{2|2}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0115 & 0.0136 \\ 0.0058 & 0.0928 \end{bmatrix} \quad (4-39)$$

(4-37)のリンク移動時間の分散共分散は、(4-11)の右辺と(4-21)の右辺をそれぞれ用いて、テイラー級数近似により算出する。(4-38)、(4-39)の結果は、上記で指定した(4-29)、(4-30)と $\hat{\pi}$ を用いて直接計算できる。上記の方法で求められた 2 変量リスクプレミアムの組を図 4-4 における十字印によって示す。

4.3.2 テストネットワークにおける数値計算

テストネットワークにおいて交通量配分したリンク交通量とリンク移動時間の結果を用いて、risk component 行列を導出する過程を示す。提案したモデルを Nguen and Dupuis (1984)が使用したテストネットワークを用いて実証する。このテストネットワークにおいて交通量配分計算を実施し、得られたリンク交通量とリンク移動時間を用いて、リンク移動時間の平均に対応するリスクプレミアムのベクトルと、その分散共分散行列に対応する 2 変量リスクプレミアムの行列をそれぞれ計算する。テストネットワークは、4 つの OD ペア、25 の経路、19 のリンクから構成されている。OD ペアは、(1, 2), (1, 3), (4, 2), (4, 3)である。経路とリンクの組み合わせは第 3 章の表 3.5 と同じである。

各 OD ペアの交通需要の平均とその変動係数をそれぞれ 1,000[PCU/hour]と 0.2 と設定する。BPR 関数のパラメータはすべて 3.1 と同じである。ここでは、ロジット型確率的交通量配分モデルを定式化する。このモデルでは、経路選択確率はロジットモデルによって離散的な確率変数として決定される。提案する手法に従って計算されるリスクプレミアムは、リンク交通量の平均と分散共分散とリンクコスト関数の形状によってのみ決定される。

リンクと経路の組み合わせは固定されており、4 つの OD 交通需要が 25 の経路に配分されている。確率的交通配分モデルは次のような不動点問題として定式化される。

$$\mathbf{f}_w = \mathbf{q}_w \cdot \mathbf{p}_w(\boldsymbol{\eta}_w(\mathbf{f})) \forall w \in W \quad (4-40)$$

ここで、

$$p_k^w = \frac{\exp(-\theta \cdot \eta_k^w)}{\sum_{k \in K_w} \exp(-\theta \cdot \eta_k^w)} \forall k \in K, \forall w \in W \quad (4-41)$$

$$\mathbf{f}_w = (f_{w,1}, \dots, f_{w,|K_w|}) \quad \forall w \in W \quad (4-42)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_{|W|}) \quad \forall w \in W \quad (4-43)$$

$$\mathbf{p}_w = (p_{w,1}, \dots, p_{w,|K_w|}) \quad \forall w \in W \quad (4-44)$$

$$\boldsymbol{\eta}_w = (\eta_{w,1}, \dots, \eta_{w,|K_w|}) \quad \forall w \in W \quad (4-45)$$

運転者の認知誤差を表すパラメータ θ は 1 である。上記の交通量配分モデルは経路ベースのアルゴリズムによって解かれる。なお、本研究では、解の更新は逐次平均法 (Sheffi, 1985) に基づいた。運転者は経路移動時間の平均と分散を考慮して、リスク回避的な経路選択行動をとるものとする。運転者が経路選択をする際の不効用関数は以下の通りである。

$$\eta_{w,k} = E[T_{w,k}] + \gamma \cdot \text{var}[T_{w,k}] \forall k \in K_w, \forall w \in W \quad (4-46)$$

リスク回避の程度を表す係数 γ は 2 である。なお、パラメータ γ が 0 であるとき、運転者はリスク中立的な経路選択行動をとるものとする。パラメータ γ は経路移動時間の分散を不効用に変換するための校正係数として解釈される。この不効用に関する仮定は Fosgerau and Engelson (2011)の議論に基づいている。

4.3.3 数値計算の結果

数値計算の結果として得られたリンク移動時間の分散共分散行列を以下に示す．図 4-6 と図 4-7 はそれぞれリンク交通量とリンク移動時間の分散共分散行列を表している．図 4-8 と図 4-9 は(4-25)から(4-29)にかけて定義した，risk component 行列 (X_T^+ と X_T^-) をそれぞれ表している．

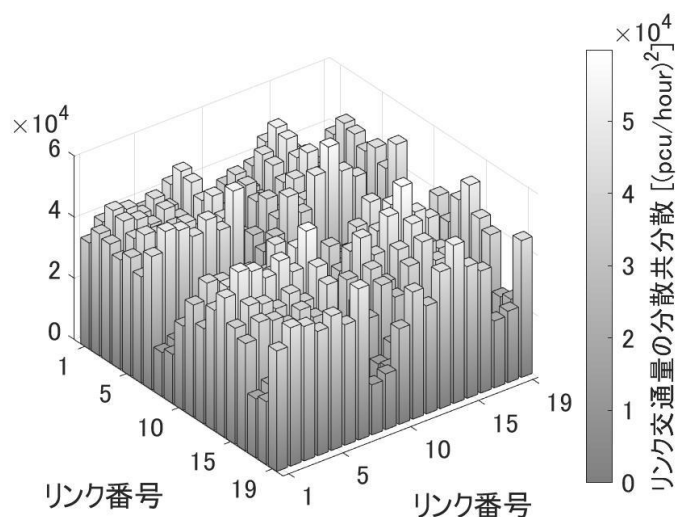


図 4-6 リンク交通量の分散共分散行列

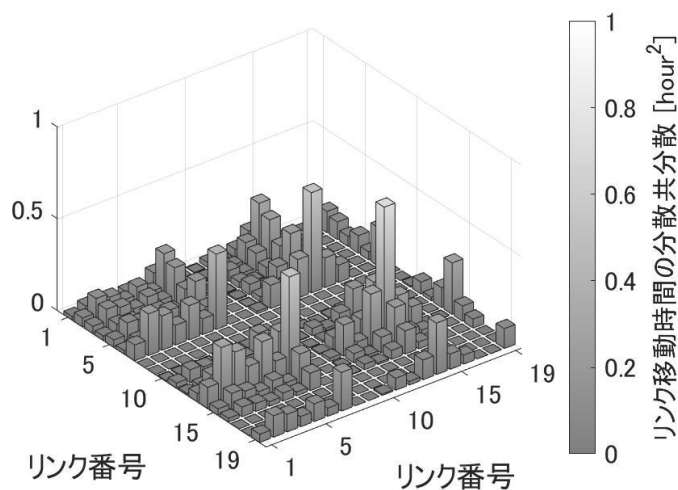


図 4-7 リンク移動時間の分散共分散行列

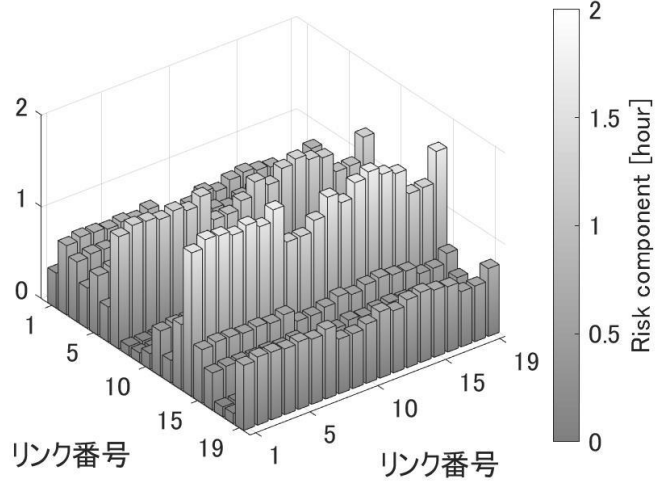


図 4-8 Risk component 行列, X_T^+

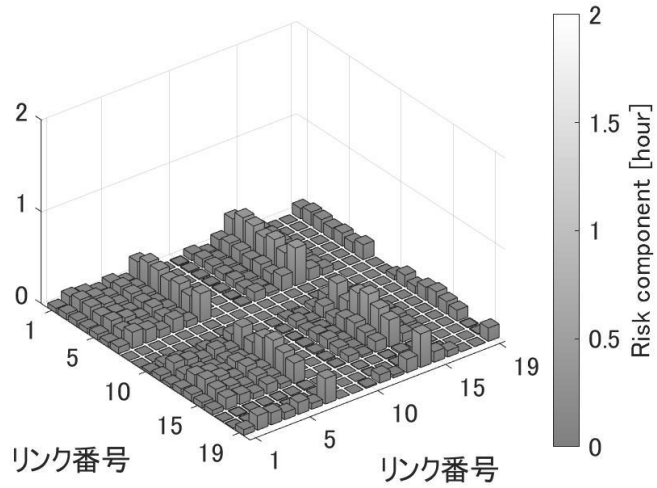


図 4-9 Risk component 行列, X_T^-

図 4-8 と図 4-9 が示すように, risk component 行列, X_T^+ と X_T^- の相対的な傾向は互いに等しい. これは, (4-28) と (4-29) より, $X_T^+ - \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ と $X_T^-^T + \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ がそれぞれ等しいためである. ここで, $\mathbf{t}$ はリンク移動時間の平均を表すベクトルであり, $\mathbf{1}$ はすべての要素が一であるベクトルである. $X_T^+ - \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ あるいは $X_T^-^T + \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ を列に沿って総和をとると, リンク移動時間の分散共分散行列の成分に対応する各リンクの移動時間の総和を表すベクトルを得る. (図 4-10).

ベクトルの各要素はそれぞれ $\sum_{a \in A} t_a (v_a + \hat{\pi}_{a|a'})$ ($a \in A$) である.

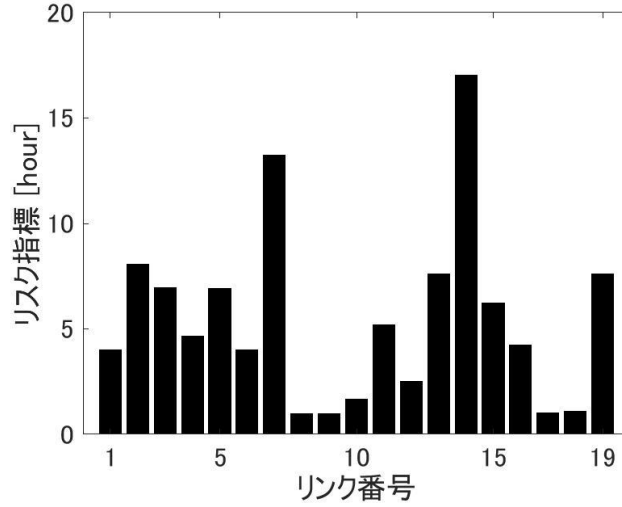


図 4-10 リンク移動時間の分散共分散行列の成分に対応する各リンクの移動時間の総和

(4-28)と(4-29)の定義により, $X_T^+ - \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ と $X_T^- + \mathbf{t}\mathbf{1}^T$ の2つの行列はそれぞれ等しい. 換言すれば, 2つの行列は互いにそれぞれ $2\mathbf{t}\mathbf{1}^T$ と $-2\mathbf{t}\mathbf{1}^T$ だけ平行移動したものである. また, 図 4-10 に示す, ベクトルの各成分の相対的な順序と平均リンク移動時間 $\mathbf{t}$ の相対的な順序は互いに類似している. これは, $t_a(v_a + \hat{\pi}_{a|a'})$ と $t_{a'}(v_{a'} + \hat{\pi}_{a'|a})$ の比は, (4-19)に示すリンク移動時間の平均によって決まるためである.

4.4 小括

第4章では, 確率的リンク移動時間の平均と共分散を構造化する方法を提案した. 本章では, 金融経済学において開発された確実性等価とリスクプレミアムの概念を拡張した指標を用いて, 確率的リンク移動時間の平均と共分散を再定義した. 確率的な交通需要を考慮すると, リンク交通量とリンク移動時間は多変量の確率変数として表現される. 提案する手法では, リンク移動時間の平均と共分散は, それぞれリンク交通量の平均とリスクプレミアム, 2変量リスクプレミアムで定義される. 確率的リンク交通量のリスクプレミアムと2変量リスクプレミアムは, リンクコスト関数の形状とリンク交通量の平均と分散によって定義される. 特に, 2つのリンク間の移動時間の共分散は, 2つの risk component によって分解することができる. 各 risk component は, 各リンクの交通量に対応している.

本章で提案した手法を, テストネットワークにおける配分計算から得られたリンク交通量とリンク移動時間それぞれの平均と分散共分散に適用した. 提案する手法によって, リンク移動時間の分散共分散を各リンクの risk component に分解した.

本章で提案した手法は, 交通需要の不確実性を考慮した確率均衡配分モデルの均衡制

約を伴うネットワークデザイン問題に適用することができる。また、提案する手法を現実の道路ネットワークで観測されたデータに適用することも主要な課題である。付録 4B において、提案したリスクプレミアムの指標を用いて、各リンクの交通量と移動時間の情報から、道路ネットワーク全体のリスク寄与度を計算する手法を示した。テストネットワークにおいて、実際に数値計算を行い、結果を示すことも今後の課題である。

付録 4A Duncan (1977)の手法

ここでは、Duncan (1977)の手法をネットワーク問題に適用した場合の定式化を示す。Duncan (1977)では、リンク移動時間の共分散に対応する 2 変量リスクプレミアムの組は、(4-24)を直接解くことによって得られる。(4-20)の Moore-Penrose の一般化逆行列を導入することにより、以下に示す 2 変量リスクプレミアムの組を特定することができる。

$$\hat{\pi}_{a,b} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_{a,b}^T)^- \text{tr}[\mathbf{U}_{a,b} \Sigma_{a,b}] \quad \forall a \in A, b \in A \quad (4-A1)$$

以下に示すように、 $(\mathbf{u}_{a,b}^T)^-$ は $\mathbf{u}_{a,b}^T$ の一般化逆行列である。

$$(\mathbf{u}_{a,b}^T)^- = \frac{\mathbf{u}_{a,b}}{\|\mathbf{u}_{a,b}\|^2} \quad \forall a \in A, b \in A \quad (4-A2)$$

ここで、(4-A1)の“tr”は転置操作を意味する記号である。 $\mathbf{u}_{a,b}$ は非零ベクトルである。(4-A1)のように特定される 2 変量リスクプレミアムは 2 次ノルムを最小化することによって求まる。各リンクペア($a, b \in A$)に対して、上記の手法によって 2 変量リスクプレミアムを定義することができる。 $|A| \times |A|$ 通りの 2 変量リスクプレミアムの組を求めたとき、それぞれの第一成分を集めて、 $|A| \times |A|$ の行列 Π_1 を定義する。同様に、それぞれの第二成分を集めて、 $|A| \times |A|$ の行列 Π_2 を定義する。それぞれの行列の成分は以下の通りである。

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} \hat{\pi}_{1|1} & \cdots & \hat{\pi}_{1||A|} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\pi}_{|A||1} & \cdots & \hat{\pi}_{|A|||A|} \end{pmatrix}, \Pi_2 = \begin{pmatrix} \hat{\pi}_{1|1} & \cdots & \hat{\pi}_{|A||1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\pi}_{1|A|} & \cdots & \hat{\pi}_{|A||A|} \end{pmatrix} (= \Pi_1^T) \quad (4-A3)$$

付録 4B リスクプレミアムを用いた道路ネットワークの評価手法

道路ネットワーク全体の総移動時間の平均は、リスクプレミアムを用いて以下のように表される。

$$E[TT] = \sum_{a \in A} E[T_a] = \sum_{a \in A} t_a (v_a + \pi_a) \quad (4-B1)$$

リンク移動時間の平均、 v_a が微小量 Δv_a だけ変化するとき、総移動時間の微小変化は以下のとおりである。

$$\Delta E[TT] = \sum_{a \in A} e_a \cdot \Delta v_a \quad (4-B2)$$

ここで、 e_a はリンク交通量の平均 v_a についての総移動時間の平均 $E[TT]$ の感度である。

$$e_a = \frac{\partial t_a(v_a + \pi_a)}{\partial v_a} \quad (4-B3)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\partial t_a(v_a + \pi_a)}{\partial(v_a + \pi_a)} \cdot \frac{\partial(v_a + \pi_a)}{\partial v_a} \\ &= t_a^{(1)}(v_a + \pi_a) \cdot \left(1 + \frac{d\pi_a}{dv_a}\right) \quad \forall a \in A \end{aligned}$$

(4-13)より、 $d\pi_a/d\pi_a$ は以下のように導出される。

$$\frac{d\pi_a}{dv_a} = \frac{d}{dv_a} \left(\frac{1}{2} \frac{t_a^{(2)}(v_a)}{t_a^{(1)}(v_a)} \text{var}[V_a] \right) \quad \forall a \in A \quad (4-B4)$$

特にリンク移動時間の分散を総交通需要の変動係数とリンク交通量の平均の積、 $\text{var}[V_a] = (cv \cdot v_a)^2$ で表す場合 (Tani and Uchida, 2018), $d\pi_a/d\pi_a$ は次のように表される。

$$\frac{d\pi_a}{dv_a} = \frac{1}{2}(n-1) \cdot cv^2 \quad \forall a \in A \quad (4-B5)$$

総移動時間の分散を以下に示すようなベクトル表記で表す。

$$\text{var}[TT] = \mathbf{e} \Sigma_v \mathbf{e}^T \quad (4-B6)$$

Σ_v はリンク交通量の分散共分散行列であり、 $\mathbf{e}$ は以下に示す感度ベクトルである。

$$\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_{|A|}) \quad (4-B7)$$

移動時間の不確実性が総移動時間の標準偏差で測られる場合、リスクは感応度に対して線形同次関数であるため、the Euler's homogeneous function theorem を適用することによって、リンク交通量の平均 v_a に関するリスク寄与度は次のように計算される。

$$r_a = \frac{\partial \sqrt{\text{var}[TT]}}{\partial e_a} \cdot e_a = \frac{e_a}{\sqrt{\text{var}[TT]}} \cdot \sum_{b \in A} e_a \cdot \sigma_{ab} \quad \forall a \in A \quad (4-B8)$$

$$\sum_{a \in A} r_a = \sqrt{\text{var}[TT]} \quad (4-B9)$$

ここで、 σ_{ab} はリンク a と b の間の交通量の共分散を意味する。同様に、移動時間の不確実性が総移動時間の分散によって測られる場合、リスクは感度に対して2次同次関数であるため、リンク交通量の平均、 v_a に関するリスク寄与度は次のように計算される。

$$s_a = \frac{1}{2} \frac{\partial \text{var}[TT]}{\partial e_a} \cdot e_a = \sum_{b \in A} e_a \cdot \sigma_{ab} \quad \forall a \in A \quad (4-B10)$$

$$\sum_{a \in A} s_a = \text{var}[TT] \quad (4-B11)$$

(4-B10)を計算するためには $\frac{\partial \hat{\pi}_{a|b}}{\partial v_a}$ と $\frac{\partial \hat{\pi}_{b|a}}{\partial v_a}$ を陽に定義する必要がある。定義の詳細を以下に示す。

リンク交通量の平均、 v_i ($\forall i \in A$)に関して、恒等式(4-19)の一次の偏微分は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial t_i(v_i + \pi_i)}{\partial v_i} \cdot t_j(w_j) + t_i(v_i + \pi_i) \cdot \frac{\partial t_j(w_j)}{\partial w_j} \frac{\partial w_j}{\partial v_i} \\ & - \frac{\partial t_i(v_i + \hat{\pi}_{i|j})}{\partial w_i} \frac{\partial w_i}{\partial v_i} \cdot t_j(v_j + \pi_j) = 0 \quad \forall i \in A \end{aligned} \quad (4-B12)$$

ここで,

$$w_i = v_i + \hat{\pi}_{i|j}, w_j = v_j + \hat{\pi}_{j|i} \quad \forall i, j \in A \quad (4-B13)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial v_i} = 1 + \frac{\partial \hat{\pi}_{i|j}}{\partial v_i}, \frac{\partial w_j}{\partial v_i} = \frac{\partial \hat{\pi}_{j|i}}{\partial v_i} \quad \forall i, j \in A \quad (4-B14)$$

$$\frac{\partial t_i(v_i + \pi_i)}{\partial v_i} = t_i^{(1)}(v_i + \pi_i) \cdot \left(1 + \frac{\partial \pi_i}{\partial v_i}\right) \quad \forall i \in A \quad (4-B15)$$

リンク交通量の平均に関するリンクコスト関数の逆関数を用いて, 2 変量リスクプレミアム $\hat{\pi}_{j|i}$ は以下のように導出される.

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_{j|i} &= t_j^{-1} \left(t_i(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) \cdot \frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)} \right) - v_j \\ &= \left(\frac{c_j^n}{\alpha} \left(\frac{t_i(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) \cdot \frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)}}{t_{0,j}} - 1 \right) \right)^{\frac{1}{n}} - v_j \quad \forall i, j \in A \end{aligned} \quad (4-B16)$$

連鎖律によって, リンク交通量の平均に関して $\hat{\pi}_{j|i}$ を以下のように偏微分できる.

$$\frac{\partial \hat{\pi}_{j|i}}{\partial v_i} = \frac{\partial t_j^{-1}(u)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial v_i} \quad \forall i, j \in A \quad (4-B17)$$

ここで,

$$u = t_i(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) \cdot \frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)} \quad \forall i \in A, j \in A \quad (4-B18)$$

$$\frac{\partial t_j^{-1}(u)}{\partial u} = \frac{c_j^n \cdot t_{0i}}{t_{0j}} \cdot \left(\frac{u}{c}\right)^n + \left(\frac{c_j^n \cdot t_{0i}}{\alpha} \cdot \left(\alpha \left(\frac{u}{c_j}\right)^n + 1\right) - 1\right)^{\frac{1}{n-1}} \quad \forall i, j \in A \quad (4-B19)$$

$$\frac{\partial u}{\partial v_i} = t_i^{(1)}(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) \cdot \left(1 + \frac{\partial \hat{\pi}_{i|j}}{\partial v_i}\right) \cdot \frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)} \quad (4-B20)$$

$$+ t_i(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) \cdot \left(\frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)}\right)^{(1)} \quad \forall i, j \in A$$

$$t_i^{(1)}(v_i + \hat{\pi}_{i|j}) = t_{0i} \cdot \alpha \cdot n \cdot c_i^{-n} \cdot (v_i + \hat{\pi}_{i|j})^{n-1} \quad \forall i, j \in A \quad (4-B21)$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)}\right)^{(1)} &= \frac{\partial}{\partial v_i} \left(\frac{t_j(v_j + \pi_j)}{t_i(v_i + \pi_i)}\right) \\
&= -\frac{t_j(v_j + \pi_j) \cdot \alpha \cdot n \cdot \left(\frac{v_i + \pi_i}{c_i}\right)^n}{t_{0j} \cdot (v_i + \pi_i) \cdot \left(\alpha \cdot \left(\frac{v_i + \pi_i}{c_i}\right)^n + 1\right)^2} \cdot \left(1 + \frac{\partial \pi_i}{\partial v_i}\right) \quad \forall i, j \in A
\end{aligned} \tag{4-B22}$$

(4-B12)-(4-B16)と(4-B17)-(4-B22)の線形連立方程式を解くことによって、2 変量リスクプレミアム、 $\partial \hat{\pi}_{i|j} / \partial v_i$ と $\partial \hat{\pi}_{j|i} / \partial v_i$ のリンク移動時間の平均に関する偏微分を導出できる。同様の手順によって、 $\frac{\partial \hat{\pi}_{i|j}}{\partial v_j}$ と $\frac{\partial \hat{\pi}_{j|i}}{\partial v_j}$ の偏微分もまた導出できる。

第 5 章 観測データに基づく不確実性を考慮した交通状態の推定

第 5 章では、交通感知器データとプローブカーデータの双方を用いて、確率的な経路移動時間を推定する手法を提案する。道路ネットワーク内の各 OD ペアに対する確率的な交通需要は、交通感知器データを用いた最尤推定によって推定される。最尤推定によって得られた経路移動時間をベイズ推論における事前分布とする。この事前分布を、プローブカーから観測された経路移動時間を用いて更新する。更新された経路移動時間は、経路移動時間に関する事後分布とみなす。数値実験により、経路移動時間の推定過程を検証した。

第 5 章の内容は以下に示す研究をまとめたものである。

- Tani, R., Owada, T. and Uchida, K. (2020), Path travel time estimation method by incomplete traffic data, *International Journal of Intelligent Transportation Systems Research*, 18, 43-52.
- Tani, R., Owada, T. and Uchida, K., Path travel time estimation method by incomplete traffic data, 第 16 回 ITS シンポジウム 2018, 京都市, 2018 年 12 月.

5.1. はじめに

第 5 章では、道路ネットワーク全体のうち、部分的に観測された交通データ（交通感知器データとプローブカーデータ）を組み合わせ、道路ネットワーク全体の確率的な経路移動時間を推定する手法を提案する。まず、Uchida(2015)や Uchida and Kato (2017)にならって最尤推定法を用いて多変量分布型の経路移動時間を推定する。次に、プローブカーによって観測された移動時間データを用いて、最尤推定によって求めた経路移動時間を更新する。道路ネットワークにおいて事前に想定した経路集合のうち、ある同時時間帯においてすべての経路でプローブカーデータが収集されるわけではない。部分的に観測された経路移動時間のデータを用いて、ベイズ推論に基づいて、経路移動時間の同時分布を更新する。本章で提案する手法の特徴としては、感知器データとプローブカーデータの特性を考慮して、それぞれを組み合わせ、交通需要と移動時間の不確実性を考慮した交通量配分モデルに基づいて、道路ネットワーク全体の交通状態を推定する点が挙げられる。

本研究の特徴としては、ネットワーク規模での交通状態推定において、運転者の経路選択行動を内生化している点があげられる。また、プローブカーデータを利用する上でマップマッチングの問題がある(例えば, Miwa et al., 2012; Liu et al., 2017)。しかし、本研究ではプローブカーデータのマップマッチングはすでに行われたものと仮定する。

本章の構成は以下の通りである。5.2 では、提案する手法で使用する表記法と仮定を示

し、確率的な交通需要を持つ道路ネットワークにおける交通流および移動時間を定式化する。感知器データに基づいて推定された経路移動時間の同時分布を、プローブカーによって観測された経路移動時間を用いて更新する手法を提案する。5.3 では、テストネットワークにおいて、提案する手法の検証を行う。最後に本章の結論と今後の研究の方向性を述べる。

5.2. 定式化

5.2.1 記号と仮定

本章で使用した主な記号は以下の通りである。本章では、確率変数を大文字で表し、そのパラメータなどの確定的な変数を小文字で表す。

A	リンクの集合
A_0	交通量が観測されたリンクの集合
W	OD ペアの集合
J_i	OD ペア i の間の経路の集合
δ_{aj}	リンク a が経路 j に含まれるとき 1 を、それ以外の場合に 0 をとる変数
Q_i	OD ペア w における確率的リンク交通量
F_{ij}	OD ペア i における経路 j の交通量
V_a	リンク a の交通量
p_{ij}	OD ペア w における経路 k を運転者が選択する確率
cv	交通需要 Q_i の変動係数
c_a	リンク a の交通容量
$\theta(a)$	リンク a に隣接するリンクの集合
$c_{ij}(f)$	OD ペア i の経路 j における一般化移動費用

本章では、以下の 5 つの仮定を設けている。

1. $|A|$ 本のリンクで構成される道路ネットワークにおいて、リンク交通量が観測可能なリンクが $|A_0|$ 本存在する。
2. モデルを単純化するため、確率的な OD 交通需要と確定的なリンク交通容量を仮定している。
3. 道路ネットワーク内の各 OD 交通需要は正規分布に従っており、その変動係数はすべての OD ペア間で同じである。
4. 道路ネットワーク内の経路交通量は経路選択確率と対応する OD 交通需要を乗算することで計算される。経路選択確率は、確率的利用者均衡配分モデルを用いて計算される。

5. 道路ネットワークにおけるリンク交通量は、リンクを通過する経路交通量の合計で表される。
6. リンク交通量と経路移動時間はともに多変量正規分布に従うものと仮定する。

5.2.2 経路移動時間の事前分布の導出

道路ネットワーク内の各リンク交通量と移動時間は、観測されたリンク交通量が確率変数に従うと仮定して計算する。道路ネットワーク内の複数のリンクで、交通感知器によって観測されたリンク交通量が、潜在的な確率変数の実現値であると仮定する。したがって、観測されたリンク交通量を用いて尤度関数が定義される。各 OD 交通需要に関して尤度関数を最大化することで、交通感知器によって推定されていないリンクも含めて、道路ネットワーク全体のリンク交通量の多変量分布を推定できる。リンク交通量が推計されると、リンク移動時間が解析的に求まるため、経路移動時間の多変量分布が導出される。これをベイズ推論における事前分布として扱う。

5.2.3 確率的リンク交通量

OD 交通需要は確率変数であり、その平均と分散はそれぞれ $E[Q_i] = q_i$ と $\text{var}[Q_i] = (cv \cdot q_i)^2$ である。経路 $j \in J_i$ の経路交通量 F_{ij} は経路選択割合 p_{ij} を用いて以下のように表される。

$$F_{ij} = p_{ij} \cdot Q_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-1)$$

確率的経路交通量 F_{ij} の平均と共分散はそれぞれ $f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i$ と $\text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] = p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot \text{var}[Q_i]$ である。経路選択割合 p_{ij} ($j \in J_i$) は後述する確率的利用者均衡配分モデルによって決定されるものとする。経路交通量の平均は以下の条件を満たすものとする。

$$\sum_{j \in J_i} f_{ij} = q_i \quad \forall i \in I \quad (5-2)$$

経路交通量の分散は以下のように表される。

$$\text{var}[F_{ij}] = \text{var}[p_{ij} \cdot Q_i] = (p_{ij})^2 \cdot \text{var}[Q_i] = (cv \cdot f_{ij})^2 \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-3)$$

以下に示すように、OD 交通需要の分散はその OD ペアに属する経路交通量の分散共分散の和として表される。

$$\begin{aligned}
\text{var}[Q_i] &= \sum_j \text{var}[F_{ij}] + \sum_{j_1} \sum_{j_2} \text{cov}[F_{ij_1}, F_{ij_2}] \\
&= (p_{ij})^2 \cdot \text{var}[Q_i] + \sum_{j_1} \sum_{j_2 \neq j_1} p_{ij_1} \cdot p_{ij_2} \cdot \text{var}[Q_i] \\
&= (cv \cdot q_i)^2 \cdot \left(\sum_j p_{ij} \right)^2 = (cv \cdot q_i)^2 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{5-4}$$

リンク a の交通量 V_a は以下のように定義される.

$$V_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot F_{ij} \quad \forall a \in A \tag{5-5}$$

リンク交通量の平均と分散共分散はそれぞれ以下のように表される.

$$\begin{aligned}
E[V_a] &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot f_{ij} \\
&= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot p_{ij} \cdot q_i = v_a \quad \forall a \in A
\end{aligned} \tag{5-6}$$

$$\text{cov}[V_a, V_b] = \text{var} \left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot F_{ij} \right] \quad \forall a, b \in A \tag{5-7}$$

$a = b$ のとき, (7) はリンク交通量の分散となる.

5.2.4 確率的移動時間

リンク移動時間は BPR 関数に従って以下のように表される.

$$t_a(v_a) = t_a^0 \left(1 + \gamma \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^\lambda \right) \quad \forall a \in A \tag{5-8}$$

ここで, t_a^0 は自由走行時間, γ と λ は BPR 関数のパラメータである. 確率的リンク交通量についての関数として, リンク移動時間を再定義すると以下ようになる.

$$t_a(V_a) = t_a^0 + \hat{\gamma}_a \cdot (V_a)^\lambda \quad \forall a \in A \tag{5-9}$$

ここで, $\hat{\gamma}_a = t_a^0 \cdot \gamma / (c_a)^\lambda$ のように係数をまとめている. Uchida and Kato (2017) に従い, リンク移動時間は以下に示すように, リンク交通量の平均周りの m 次 ($m \geq 1$) テイラー級数近似によって表されるものとする.

$$t_a(V_a) = \sum_{l=0}^m b_{la} \cdot E[(V_a - v_a)^l] \quad \forall a \in A \tag{5-10}$$

ここで, b_{la} はテイラー級数近似の l 次の係数である. リンク移動時間の平均は以下のように表される. したがって, リンク移動時間はリンク交通量についての多項関数として表される.

$$E[t_a(V_a)] = \sum_{l=0}^m b_{la} \cdot E[(V_a - v_a)^l] \quad \forall a \in A \quad (5-11)$$

リンク移動時間の分散共分散は以下のように表される。

$$\begin{aligned} & \text{cov}[t_a(V_a), t_b(V_b)] \\ &= \sum_{l_1=0}^m \sum_{l_2=0}^m b_{l_1 a} \cdot b_{l_2 b} \cdot E[(V_a - v_a)^{l_1} \cdot (V_b - v_b)^{l_2}] - E[t_a(V_a)] \cdot E[t_b(V_b)] \quad \forall a, b \in A \end{aligned} \quad (5-12)$$

(5-12)の定式化の詳細については、Uchida and Kato (2017)を参考にされたい。以下では、簡単のため、リンク移動時間の平均と分散・共分散をそれぞれ $\hat{t}_a(v_a)$ と $\sigma_a^2(v_a)$, $\sigma_{ab}(v_{ab}, v_a, v_b)$ と表現するものとする。OD ペア i の経路 j における経路移動時間 Ξ_{ij} は以下のように表される。

$$\Xi_{ij} = \sum_{a \in A} t_a(V_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-13)$$

経路移動時間 Ξ_{ij} の平均と分散、共分散はそれぞれ以下のように表される。

$$\xi_{ij} = \sum_{a \in A} \hat{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-14)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} \sigma_a^2(v_a) \cdot \delta_{aj} + 2 \cdot \sum_{a \in A} \sum_{b(\neq a) \in A} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \sigma_{ab}(v_{ab}, v_a, v_b) \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-15)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[\Xi_{ij}, \Xi_{ik}] &= \text{cov}\left[\sum_{a \in A} \delta_{aj} \cdot t_a(V_a), \sum_{b \in A} \delta_{bk} \cdot t_b(V_b)\right] \\ &= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \delta_{aj} \cdot \delta_{bk} \cdot \sigma_{ab}(v_{ab}, v_a, v_b) \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i, \forall k \in J_i \end{aligned} \quad (5-16)$$

ここで、OD ペア i の経路移動時間は、以下に示す多変量正規分布に従うものとする。

$$\Xi \sim \text{MVN}(\xi, \Sigma_p) \quad (5-17)$$

経路移動時間の平均と分散共分散はそれぞれ以下の通りである。

$$\begin{aligned} \xi &= (\xi_{11}, \dots, \xi_{ij}, \dots, \xi_{|I|, |J|})^T \\ \Sigma_p &= \begin{pmatrix} \text{var}[\Xi_{11}] & \dots & \text{cov}[\Xi_{11}, \Xi_{|I|, |J|}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}[\Xi_{|I|, |J|}, \Xi_{11}] & \dots & \text{var}[\Xi_{|I|, |J|}] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

T は行列の転置操作を意味する記号である。本章で開発するモデルでは、交通感知器で観測されたリンク交通量からネットワーク全体のリンク交通量を最尤推定によって求めてから、ベイズ推論の概念に基づき、観測されたプローブデータを用いて、最尤推定によって得られた経路移動時間を更新する。通常、確率均衡配分モデルにおいては、経路移動時間は運転者の経路選択行動においてのみ用いられるため、平均と分散（あるいは標準偏差、パーセンタイル値）のみがわかれば充分である。しかし、本研究では、道路ネットワーク全体における経路移動時間の多変量分布の共分散も、プローブデータによって更新することを目的としているため、経路移動時間の共分散を明示している点が特徴である。

上記までの定式化に従い、ロジット型の確率的利用者均衡配分モデルを構築する。交通量配分問題は第 3 章で構築したモデルと同様に、経路交通量の平均に関する不動点問題として定式化する。

$$f_{ij} = p_{ij}(\mathbf{c}(\mathbf{f})) \cdot q_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (5-18)$$

ここで、各経路の一般化費用と経路交通量の平均を表すベクトルは以下の通りである。

$$\mathbf{c} = \left(c_{11}(\mathbf{f}), \dots, c_{|I||J_{|I|}|}(\mathbf{f}) \right)^T$$

$$\mathbf{f} = \left(f_{11}, \dots, f_{|I||J_{|I|}|} \right)^T$$

経路選択確率はロジットモデルに基づいて決まるものとする。経路選択確率 p_{ij} は次のように定義される。

$$p_{ij} = \frac{\exp(-\phi c_{ij})}{\sum_{j=1}^{J_i} \exp(-\phi c_{ij})} \quad (5-19)$$

(5-19)の ϕ はガンベル分布の分散パラメータに対応している。ここで、経路移動コスト c_{ij} は、第 3 章のモデルと同様に、以下に示される経路移動時間の平均と重み付きの分散の和として定義される。

$$c_{ij} = \xi_{ij} + \eta \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad (5-20)$$

ここで、(5-20)の η は経路移動時間の分散に対する運転者のリスク回避度を表している。5.24 までにおいて確率的な交通流と移動時間を定式化した。定式化の基本的な考え方は Uchida (2015)および Uchida and Kato (2017)に従った。

5.2.5 交通感知器データ

交通感知器が設定されているリンクの集合 A_0 を考える。ここでは、 A_0 の各リンクにおいて、1 時間ごとのリンク交通量が H 日間観測されたと仮定する。観測されたリンク交通量は次のように表される。

$$\hat{\mathbf{v}}^h = (\hat{v}_1^h, \dots, \hat{v}_{|A_0|}^h)^T \quad h = 1, \dots, H \quad (5-21)$$

OD 交通需要の平均 $\mathbf{q}$ は以下の通りである。

$$\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_{|I|})^T \quad (5-22)$$

交通量が観測されたリンク A_0 におけるリンク交通量は以下の通りである。

$$\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{q}, cv) = (\hat{V}_1, \dots, \hat{V}_{|A_0|})^T \quad (5-23)$$

$$\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{q}, cv) \sim \text{MVN}(\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}, cv), \hat{\Sigma}(\mathbf{q}, cv)) \quad (5-24)$$

上述の通り、観測リンク交通量を生成する多変量正規分布に従う潜在的なリンク交通量が存在すると仮定している。その潜在的なリンク交通量は確率的利用者均衡配分問題を解くことによって得られるものと仮定している。リンクコスト関数あるいは道路ネットワーク

の形状などの情報は外生的に与えられており、分析の仮定において変化しないものと仮定すると、リンク交通量の平均と分散共分散は各 OD ペアにおける交通需要の平均と変動係数によって決まることになる。ここで、観測リンク交通量の平均ベクトルと分散共分散行列はそれぞれ以下の通りである。

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}, cv) = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_{|A_0|})^T$$

$$\hat{\Sigma}(\mathbf{q}, cv) = \begin{pmatrix} \text{var}[\hat{V}_1] & \cdots & \text{cov}[\hat{V}_1, \hat{V}_{|A_0|}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}[\hat{V}_{|A_0|}, \hat{V}_1] & \cdots & \text{var}[\hat{V}_{|A_0|}] \end{pmatrix}$$

上記までの表現に基づき、観測リンク交通量についての尤度関数を以下に定義する。この対数化された尤度関数を最大化することによって、 $\mathbf{q}$ と cv の両方が推定される。

$$\ln \hat{L}(\mathbf{q}, cv) = -\frac{H \cdot \rho}{2} \cdot \log(2\pi) - \frac{H}{2} \cdot \log \left(\prod_{i=1}^{\rho} \lambda_i \right) \quad (5-25)$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \sum_{h=1}^H (\hat{v}^h - \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}, cv)) \hat{\Sigma}^{-}(\mathbf{q}, cv) (\hat{v}^h - \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{q}, cv))^T$$

$\mathbf{q}$, cv の両方が推定されると、確率的な経路移動時間や確率的なリンク交通量が、確率的利用者均衡配分モデルによって同時に推定される。したがって、上に示す尤度関数は均衡制約を内包していることに注意が必要である。上記の関数において、 λ_i ($i = 1, \dots, \rho$)は行列 $\hat{\Sigma}(\mathbf{q}, cv)$ および $\hat{\Sigma}^{-}(\mathbf{q}, cv)$ の非負の固有値である。なお、 $\hat{\Sigma}^{-}(\mathbf{q}, cv)$ は $\hat{\Sigma}\hat{\Sigma}^{-}\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}$ を満たす一般化逆行列である。したがって、この尤度関数は、観測リンク交通量の分散共分散行列 $\hat{\Sigma}(\mathbf{q}, cv)$ の正則性の有無を問わず、定義できる。

上記のフレームワークにより、観測されたリンク交通量を用いて、経路移動時間の多変量正規分布が推定される。この経路移動時間の分布をベイズ推論における事前分布とみなす。以下では、プローブデータを用いて事前分布としての経路移動時間分布を更新する方法について説明する。

5.2.6 経路移動時間の事後分布の推定

5.2.5 で示したように、交通感知器から得られた観測リンク交通量を用いて、最尤推定を実施し、経路移動時間の同時分布を推定する。この経路移動時間分布をベイズ推論における事前分布とみなし、プローブカーから観測された経路移動時間を尤度と仮定して、事前分布を更新して、経路移動時間の事後分布を得る。

現実には、すべての車両にプローブ計測器が設置されているわけではない。したがって、ある時間帯における、道路ネットワーク全体の経路移動時間を観測することは難しい。プローブカーによる観測データの取得が限定的であるという前提に基づいて、道路ネットワーク全体の経路移動時間を可能な限り広範囲に推定する方法が必要とされる。そのため、道路

ネットワーク全体のうち、部分的に観測された経路移動時間のデータセットに基づき、事前分布を逐次的に更新する手法が求められる。そこで、本章では Dominici et al. (2000)で提案された手法を経路移動時間の事前分布を更新する過程に適用する。

5.2.7 観測データに基づく経路移動時間の更新

Dominici et al. (2000)は、不完全な観測データを尤度として用いた事後分布の推定方法を提案しており、本章ではこの方法に従うものとする。本章では、事前分布が多変量正規分布に従うため、多変量正規分布の共役性によって、得られる事後分布も多変量正規分布に従う。本章では、経路移動時間の事前分布の分散共分散行列が既知であると仮定する。そして、経路移動時間の平均をベイズ推論に基づいて更新する。経路移動時間の事後分布の平均パラメータは次のように定義される。

$$\tilde{\mathbf{E}} \sim \text{MVN}(\xi, \Sigma_p) \quad (5-26)$$

$$\xi \sim \text{MVN}(\tilde{\mathbf{m}}, \tilde{\mathbf{B}}) \quad (5-27)$$

where

$$\tilde{\mathbf{B}} = \left(\sum_{g=0}^G (q_g + n_g) M_g^T (M_g \Sigma_p M_g^T)^{-1} M_g \right)^{-1}$$

$$\tilde{\mathbf{m}} = \tilde{\mathbf{B}} \sum_{g=0}^G (q_g + n_g) M_g^T (M_g \Sigma_p M_g^T)^{-1} M_g M_g^T m_g$$

Σ_p は、経路移動時間の事前分布の分散共分散行列である。本章では、分散共分散行列は既知であると仮定する。したがって、提案する手法では経路移動時間の平均のみを推定することになる。添え字の g はデータグループ $1 \leq g \leq G$ の識別子である。 G は $G \leq n$ (n : 観測グループの総数) を満たすグループの最大数である。データグループ g における q_g は事前分布の精度に対応する指標であり、 n_g はデータグループ g に含まれるデータ数である。 M_g は、各グループの観測データに対応して、経路移動時間の平均と分散共分散行列の両方の次元を縮小するための行列である。例えば、対象とする経路数が3であり、グループ g に経路1と経路2の交通量のみが観測されている場合、次元縮小行列、 M_g は次のように表される。

$$M_g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ハイパーパラメータ $\tilde{\mathbf{m}}_g$ は以下のように表されるものとする。

$$\tilde{\mathbf{m}}_g = \frac{q_g \mathbf{a}_g + n_g m_g}{q_g + n_g} \quad (5-28)$$

ハイパーパラメータ $\tilde{\mathbf{m}}_g$ に関連する各種パラメータは以下のように表される。

$$\mathbf{a}_g = \mathbf{M}_g \boldsymbol{\xi}, \quad \mathbf{m}_g = \frac{1}{n_g} \sum_{k_g} \mathbf{M}_g \hat{\boldsymbol{\xi}}_{k_g}$$

$\hat{\boldsymbol{\xi}}_{k_g} = (\hat{\xi}_{k_g}^1, \dots, \hat{\xi}_{k_g}^{|P|})^T$ は観測された経路移動時間のベクトルである。ここで、 $|P|$ は道路ネットワーク中の経路数である。 k_g はグループ g のデータ番号を意味する添字である。データセットは G 個のグループに分割されている。各グループには、観測された経路移動時間が複数存在する。そのため、 k_g によって個別の経路移動時間を区別する。上記の定式化の詳細については Dominici et al. (2000) を参照されたい。

5.3 数値計算

5.3.1 設定

ここでは、提案する手法を、図 5-1 に示す Sioux-Falls ネットワーク (LeBlanc et al., 1975) に適用する。なお、本章における数値計算では、テストネットワークの各ノード間は 1 本の有向グラフによって結ばれているものとする。したがって、テストネットワークは、38 本の有向リンクと 24 個のノードから構成されている。本数値計算では、ノード 1 からノード 18 までと、ノード 12 からノード 20 までの 2 組の OD ペアを想定する。各 OD ペアは、表 5-1 に示すように、3 つの経路を有するものとする。各 OD ペアの経路数は、処理の簡略化と数値計算結果の簡略化のために制限している。

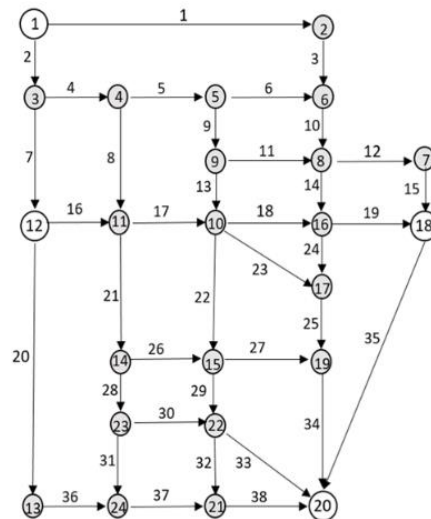


図 5-1 テストネットワーク

表 5-1 OD 交通需要と経路

OD ペア	経路番号	経路-リンク組み合わせ
1:1→18	1	1→3→10→12→15
	2	2→4→5→9→11→12→15
	3	2→7→16→17→18→19
2:12 →20	4	16→17→23→25→34
	5	16→21→26→29→33
	6	20→36→37→38

各 OD 交通需要の変動係数 cv を 0.1 とする．リンク移動時間は，BPR 関数(5-8)によって計算される．ここでは，簡単のために，(5-8)を次のように書き換える．

$$t_a(v_a) = \alpha_a + \beta_a \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^\lambda \quad \forall a \in A \quad (5-29)$$

ここで， $\alpha = t_a^0 \cdot \gamma_a$ ， $\beta_a = t_a^0 \cdot \gamma_a$ とする．道路ネットワークの各リンクのパラメータ β_a と c_a をそれぞれ 0.1 と 100 とする．表 5-2 に示すように，道路ネットワーク内の 4 本のリンクでリンク交通量が 10 回観測された状況を仮定する．

表 5-2 観測リンク交通量

リンク交通量 [pcu/hour]			
リンク 1	リンク 2	リンク 16	リンク 20
96	170	186	52
93	168	205	47
78	165	189	41
81	160	211	44
103	142	191	42
83	146	183	58
102	144	207	48
79	159	192	60
91	149	201	59
76	157	189	46

本章では，6.3 節で提案したフレームワークを適用し，観測されたリンク交通量と上記のパラメータの両方を用いて，経路の移動時間の事前分布を計算する．2 つの OD 交通需要の平均は $(q_1, q_2) = (242.5, 168.2)$ と推定された．推定された OD 交通需要に基づき，交通量配分を行うと経路移動時間の分布を得る．得られた経路移動時間の平均ベクトルと分散共分散行列

を以下に示す.

$$\boldsymbol{\mu} = (79.8 \quad 80.1 \quad 80.1 \quad 71.6 \quad 71.4 \quad 71.8)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_p = \begin{pmatrix} 2.978 & 2.074 & 0.111 & 0 & 0 & 0 \\ 2.074 & 2.488 & 0.637 & 0.113 & 0.068 & 0 \\ 0.111 & 0.637 & 2.323 & 1.409 & 1.075 & 0 \\ 0 & 0.113 & 1.419 & 1.208 & 0.915 & 0 \\ 0 & 0.068 & 1.075 & 0.914 & 1.093 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.122 \end{pmatrix}$$

5.3.2 観測経路移動時間を用いた推定

5.3.2 では, 観測された経路移動時間を用いて, 5.3.1 における最尤推定によって求めた経路移動時間の事前分布を更新し, 経路移動時間の事後分布を推定する. 表 5-3 に観測された経路移動時間の例を示す. 表 5-3 に示す観測された経路移動時間を用いて, 経路移動時間の事後分布を推定する. 観測された経路移動時間は 3 つのグループに分けられる. グループ 1 では, 経路 1 と経路 4 で移動時間が 2 回観測される. グループ 2 では, 経路 2 と経路 4 で移動時間が 2 回観測される. グループ 3 では, 経路 3, 経路 5, 経路 6 で移動時間が 3 回観測される. 各グループの経路移動時間は, 同一期間に同時に観測されたものとする. 表 5-3 の各グループでは, いずれかの経路において移動時間が観測されていない. しかし, 3 つのグループにおいて, 各経路の移動時間は少なくとも 1 回は観測されている.

表 5-3 観測経路移動時間のサンプル

グループ	経路番号					
	1	2	3	4	5	6
1	72	-	-	81	-	-
2	-	78	-	69	-	-
3	-	-	86	-	85	87

経路移動時間の平均の事後分布のハイパーパラメータはそれぞれ以下の通りである.

$$\tilde{\mathbf{m}} = (75.4 \quad 77.0 \quad 83.0 \quad 75.7 \quad 79.7 \quad 81.9)$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0.815 & 0.323 & -0.038 & 0.007 & -0.006 & 0 \\ 0.323 & 0.651 & 0.119 & -0.002 & 0.027 & 0 \\ -0.038 & 0.119 & 0.495 & 0.170 & 0.187 & 0 \\ 0.007 & -0.002 & 0.170 & 0.195 & 0.108 & 0 \\ -0.006 & 0.027 & 0.187 & 0.108 & 0.255 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.041 \end{pmatrix}$$

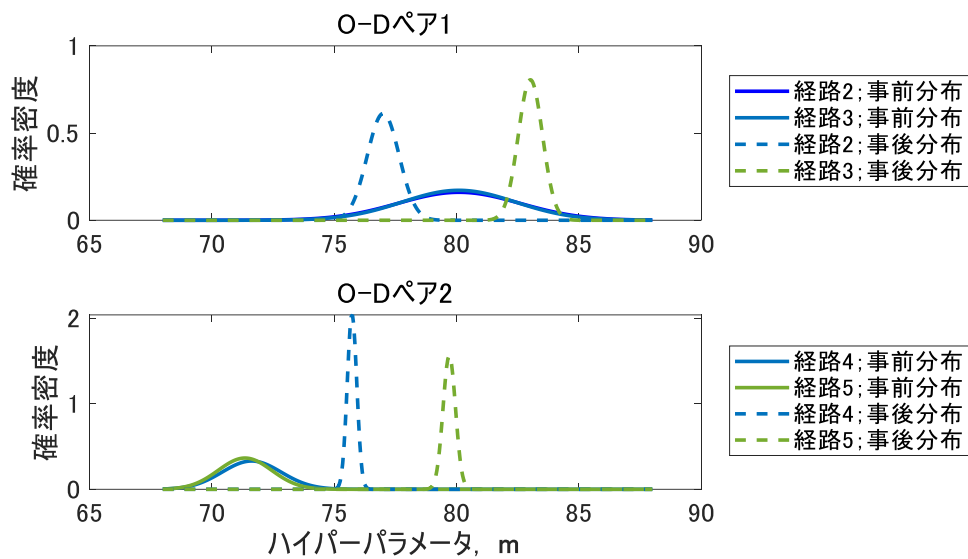


図 5-2 経路移動時間の平均 (上: OD ペア 1; 下: OD ペア 2)

図 5-2 は、経路移動時間の事前分布と事後分布の両方を示している。経路移動時間の事前分布は実線、事後分布は破線で示している。OD ペア 1 では青線が経路 2、緑線が経路 3 を表す。OD ペア 2 では青線が経路 4、緑線が経路 5 を表す。経路 3 と経路 5 の観測された移動時間は、対応する経路移動時間の平均の事前分布よりも大きいため、これらの経路移動時間の事後分布の平均は、対応する事前分布の平均よりも大きくなる。

次に、一部の経路移動時間が観測されていない例における数値計算の結果を示す。表 5-4 に観測経路移動時間のサンプルを示す。表 5-4 の観測サンプルを用いて、経路移動時間の事後分布を推定する。観測された経路移動時間は 2 つのグループに分かれている。グループ 1 では、経路 1 と経路 4 で移動時間が 2 回観測されている。グループ 2 では、経路 2 と経路 4 で移動時間が 2 回観測されている。各グループの経路移動時間は、同一期間に同時に観測されたものと仮定している。表 5-4 では、道路ネットワーク内の全ての経路移動時間が同時に観測されるグループは存在していない。また、経路 3、経路 5、経路 6 の移動時間はいずれのグループにおいても観測されていない。

表 5-4 観測経路移動時間のサンプル

グループ	経路番号					
	1	2	3	4	5	6
1	72	-	-	81	-	-
2	-	78	-	69	-	-

経路移動時間の平均の事後分布のハイパーパラメータをそれぞれ以下に示す。

$$\tilde{\mathbf{m}}' = (75.1 \quad 77.7 \quad 83.4 \quad 74.3 \quad 73.4 \quad 71.8)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}' = \begin{pmatrix} 0.819 & 0.311 & -0.077 & 0.000 & 0.004 & 0 \\ 0.311 & 0.684 & 0.230 & 0.023 & 0.009 & 0 \\ -0.077 & 0.230 & 0.912 & 0.284 & 0.218 & 0 \\ -0.000 & 0.023 & 0.284 & 0.242 & 0.183 & 0 \\ 0.004 & 0.009 & 0.218 & 0.183 & 0.539 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.122 \end{pmatrix}$$

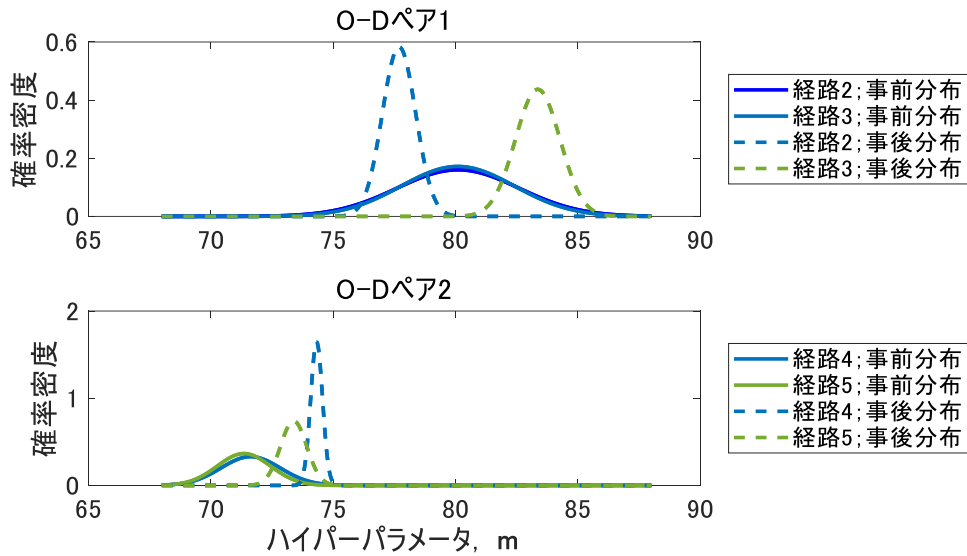


図 5-3 経路移動時間の平均の分布
(上: OD ペア 1; 下: OD ペア 2)

図 5-3 は経路移動時間の事前分布と事後分布の両方を表している。表 5-4 と表 5-3 を比べると、表 5-4 では、表 5-3 におけるグループ 3 のデータが除外されている。また、経路 5 と 6 でデータが観測されていない。 $\tilde{\mathbf{B}}'$ と $\tilde{\mathbf{B}}$ を比較すると、 $\tilde{\mathbf{B}}'$ における経路 5 と 6 の分散は $\tilde{\mathbf{B}}$ の分散よりも大きい。また、 $\tilde{\mathbf{m}}'$ における経路 6 の値は、観測データがないため、事前分布のものと変化しない。経路 3 と経路 5 の移動時間は観測されていないが、これら 2 つの移動時間は経路 2 と経路 4 の移動時間と相関があるため、経路移動時間の平均の事後分布は事前分布と比べて変化する。

5.3.3 経路移動時間の更新

5.3.3 では、経路移動時間の平均のハイパーパラメータを更新する過程を示す。経路移動時間の更新過程では、リンク交通量についての最尤推定を通じて交通感知器データから

推計される経路移動時間は、ベイズ統計学における経路移動時間の平均の事前分布に対応している。この経路移動時間の平均の事前分布は多変量正規分布に従うと仮定する。この多変量正規分布から生成されたサンプル観測データを用意する。この生成されたサンプル観測データが非欠測パラメータ p の割合に従って、欠損されるものとする。この非欠測パラメータ p は対象とする道路ネットワーク内の各交通需要における非プローブ車両の混合率として解釈される。5.3.2 に示す事前分布からランダムに 1,000 個のサンプルを生成した。非欠測パラメータ p の違いによる、経路移動時間の平均の更新過程を検証するために、非欠測パラメータをそれぞれ 0.1, 0.3, 0.5 の 3 つのパターンで設定した。図 5-4, 図 5-5, 図 5-6 はそれぞれ、経路移動時間の平均の事後分布におけるハイパーパラメータ $\hat{\mathbf{m}}$ の推移を示している。

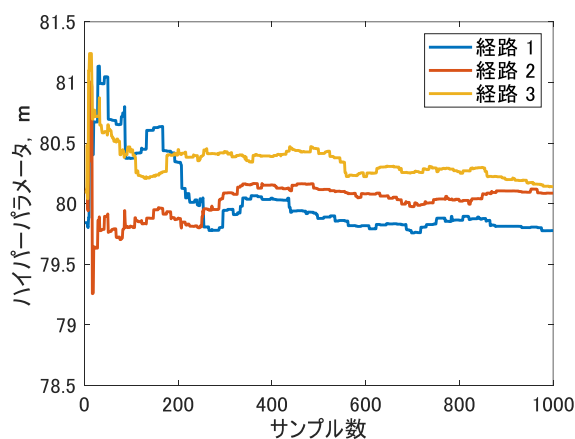


図 5-4 ハイパーパラメータ $\mathbf{m}$ の推移 ($p = 0.1$)

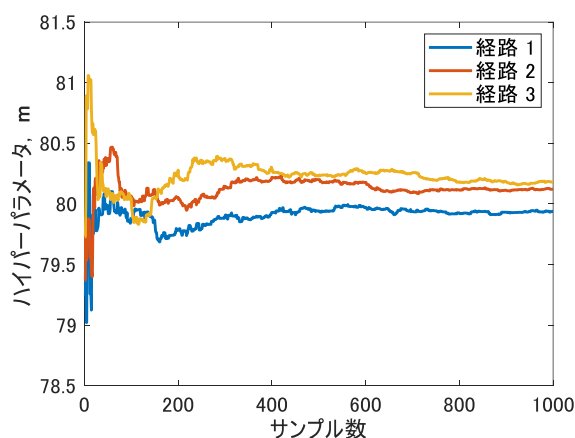


図 5-5 ハイパーパラメータ $\mathbf{m}$ の推移 ($p = 0.3$)

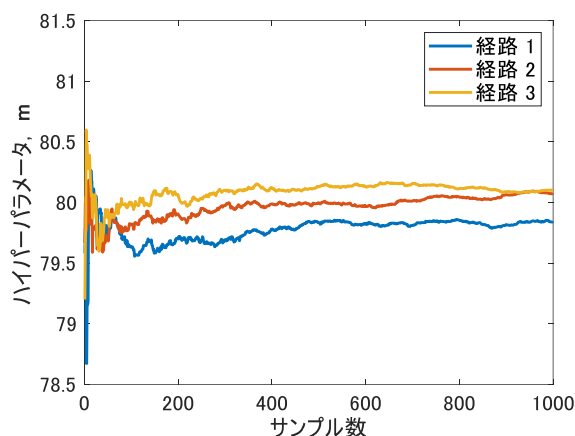


図 5-6 ハイパーパラメータ $\mathbf{m}$ の推移 ($p = 0.5$)

図 5-4, 図 5-5, 図 5-6 を参照すると, 非欠測パラメータ p が大きいとき, 多くのサンプル数を必要としなくても, ハイパーパラメータが安定して収束することがわかる. 図 5-7 は, 非欠測パラメータ p をそれぞれ変化させたときの, 経路 1 のハイパーパラメータ $\mathbf{m}$ の更新過程を示している.

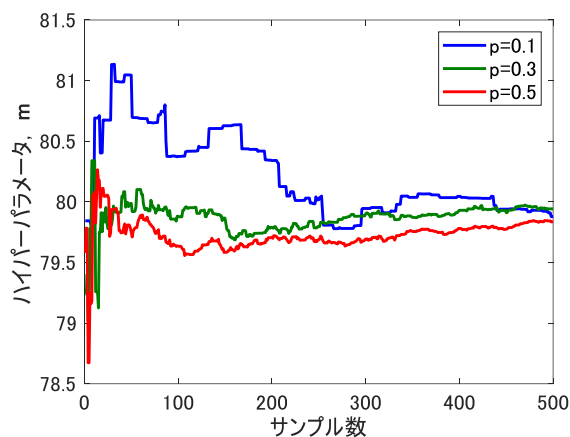


図 5-7 ハイパーパラメータ $\mathbf{m}$ の推移 (経路 1)

図 5-7 の結果から, それぞれ $p=0.3$ と $p=0.5$ のときのハイパーパラメータは, $p=0.1$ のハイパーパラメータに比べて, サンプルを生成した元の確率分布である, 事前分布の平均に近づくことがわかる.

次に, 予測分布と事前分布を比較するために, それぞれ多変量正規分布に従う 2 つの分布間の KL ダイバージェンスを計算する. KL ダイバージェンスの定義は以下の通りである.

$$KL[p_1(x)|p_2(x)] = - \int p_1(x) \ln \frac{p_2(x)}{p_1(x)} dx \quad (5-30)$$

本章では，事前分布，尤度分布，事後分布が多変量正規分布に従うと仮定している．したがって，KL ダイバージェンスは次のように規定される．

$$KL[p_1(x)|p_2(x)] = \frac{1}{2} \{ (\xi_2 - \xi_1)^T \Sigma_2^{-1} (\xi_2 - \xi_1) + Tr[\Sigma_2^{-1} \Sigma_1] + \ln \frac{|\Sigma_2|}{|\Sigma_1|} - d \} \quad (5-31)$$

なお， $p_1(x)$ と $p_2(x)$ はそれぞれ以下のように多変量正規分布に従う．

$$p_1(x) \sim MVN(\xi_1, \Sigma_1), \quad p_2(x) \sim MVN(\xi_2, \Sigma_2)$$

(5-31)中の T は，ベクトルまたは行列の転置操作を意味する記号である．なお， d は多変量確率変数の次元である．図 5-8 に非欠測パラメータ p の KL ダイバージェンスの推移を示す． $p=0.3$ ならびに $p=0.5$ のとき，KL ダイバージェンスは， $p=0.1$ のときの KL ダイバージェンスよりも早く 0 に収束している．この結果から，非欠測パラメータ p が経路移動時間のパラメータ推定の効率に影響を与えることがわかる．

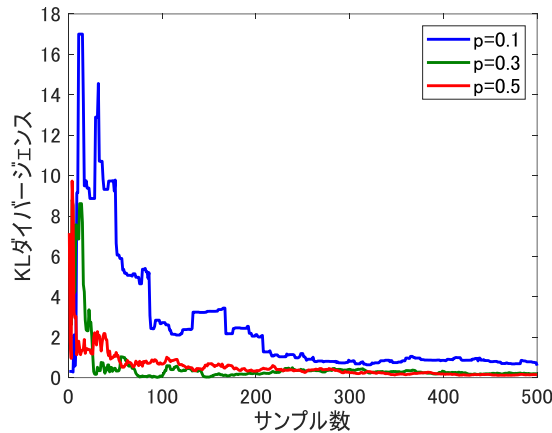


図 5-8 KL ダイバージェンスの推移

5.4 小括

本章では，交通感知器とプローブカーからそれぞれ観測されるリンク交通量と経路移動時間を組み合わせて，経路移動時間の同時分布を推定する手法を提案した．提案手法では，道路ネットワーク全体のリンク交通量の同時分布に対して最尤法を適用し，交通感知器によって観測されたリンク交通量から，リンク交通量とリンク移動時間の同時分布それぞれを推定する．リンク移動時間の同時分布がわかると経路移動時間の同時分布を推定できる．均衡制約付きの最尤推定問題を解くことで得られた経路移動時間分布は，ベイズ統計における事前分布になると仮定することで，プローブカーから得られる観測された経路移動時

間によって経路移動時間を更新することができる．このようにして，経路移動時間の事後分布が得られる．

実際の道路ネットワークでは，全てのリンクに交通感知器が設置されていないため，ある時間帯において，対象とするすべてのリンクにおいて，交通感知器からリンク交通量を観測することができない．また，プローブカーの普及率が低い場合には，プローブカーデータの量にも限界がある．このような交通感知器データやプローブカーデータの制約から，観測機会ごとのデータセットが不完全な交通観測データを前提とした，経路移動時間推定手法が必要となる．5.3 では，Sioux Falls のテストネットワークを用いた数値計算を実施した．経路移動時間の更新過程を示し，経路移動時間分布の収束過程を示した．

今後の課題としては，実際に観測された交通データを用いて，提案手法を実際の道路ネットワークに適用することがあげられる．

第 6 章 異なる運転挙動を示す車両が混在したときのネットワークデザイン問題

第 6 章では、道路ネットワークから部分的に観測された、リンク交通量および経路移動時間のデータを用いて、道路ネットワーク全体の交通状態を推定する手法について述べた。観測データを用いることで、過去および現在の交通状態を推定することができる。推定された道路ネットワーク全体の確率的な情報を用いて、追加的な道路事業を実施したことによる、道路ネットワーク全体に波及する影響を予測することができる。本章は、自動運転車両が普及した将来を見越し、自動運転車両の普及過程における、自動運転車両と人間が運転する車両が混在する交通流における、道路ネットワークの利用効率性を高めるための政策を発見するための手法を示すものである。

本章では、確率的な交通需要と移動時間の不確実性を考慮した上で、異なる運転挙動を示す車両が混在したときのネットワークデザイン問題を扱う。具体的には、道路ネットワークを効率化するように、Connected automated vehicle (CAV) 専用レーンの配置パターンを最適化する手法について述べる。CAV と Regular human piloted vehicle (RHV) との大きな違いは、運転者の運転行動である。将来実現する、CAV の運転挙動は従来の RHV と比べて、合理化あるいは標準化されると考えられる。RHV の運転挙動は運転者によってばらつく。このばらつきはリンク交通容量の変動に直結する。CAV の普及過程における、CAV と RHV の混合流が、道路ネットワークの全体におよぼす影響を評価するため、リンク交通量における CAV の混合率が大きくなると、リンク交通容量の平均が増加し、リンク交通容量のばらつきが小さくなるという仮定を設ける。したがって、CAV の混合率が大きくなると、リンク移動時間の平均とばらつきは小さくなる。この仮定に基づき、CAV と RHV の間の運転挙動とそのばらつきの違いを考慮した交通量配分モデルを構築した。交通量配分モデルは変分不等式問題として定式化される。この交通量配分モデルを均衡制約とした、ネットワークデザイン問題を構築した。提案するモデルを検証するために、テストネットワークを用いた数値計算を行った。

第 6 章の内容は以下に示す研究をまとめたものである。

- Tani, R., Sumalee, A. and Uchida, K. (2020), Travel time reliability-based optimization problem for CAVs dedicated lanes, (In submitting).
- Nitta, S., Tani, R., Kato, T. & Uchida, K. (2019), Estimation of travel time reduction benefit considering the travel time reliability in an autonomous vehicle prevailed road network, Journal of the Eastern Asia Society of Transportation Studies, 13, 664-677.

- Tani, R. & Uchida, K. (2019), Reliability-based traffic assignment model considering mixed traffic flow of automated and connected vehicles and human-driven vehicles, The 24th International Conference on Transportation Studies, Hong Kong.

6.1 はじめに

第6章に関連する既存研究については、すでに2.2.3において整理されている。第6章に示す結果に至るまでの過程は以下の通りである。Nitta et al. (2019)は交通需要がCAVとRHVのいずれかである場合を想定し、それぞれがSOとUEに従う交通量配分モデルを定式化している。交通需要と移動時間の不確実性を考慮し、それぞれのケースにおいて移動時間および移動時間信頼性便益を計算するための手法を検討している。峪・内田(2018)はCAVとRHVがそれぞれSOとUEに従い、両者の混合流を考慮した配分モデルを提案した。峪・内田(2018)では、Tani and Uchida (2018)に基づき、交通需要が対数正規分布に従いながらも、OD交通需要間の相関を考慮することによって、交通流の定式化における確率分布の加法性を保証するための近似計算を適用していない。本章における交通流の定式化は峪・内田(2018)を拡張したものである。また、これまでの一連の研究においては、CAVとRHVの混合流における、リンク内のCAV混合率によって変動する確率的なリンク交通容量は考慮されていない。

本章では、確率的ネットワークを対象として、ネットワークを効率化するようにCAV専用レーンを最適に配置する問題を扱う。著者の知る限り、確率的な交通需要と移動時間の信頼性を考慮し、CAV専用レーンの設置個所を最適化するモデルは検討されてこなかった。本章で提案するモデルは、均衡制約付きのバイレベル計画問題として定式化される。上位問題は、ヒューリスティックアルゴリズムであるシミュレーテッドアニーリングアルゴリズムを用いて解かれる。下位レベル問題である交通量配分問題は、関連研究(Zhang and Nie, 2018; Chen et al., 2016; Wang et al., 2019)と同様に変分不等式問題として定式化される。CAVとRHVのそれぞれ異なる運転挙動を表現するために、混合交通流を考慮した確率的なリンク交通容量(例えば、Chen et al., 1999; Sumalee and Kurauchi, 2006; Tani and Uchida, 2018)を想定した。確率的な交通流と確率的な移動時間の定式化は、Tani and Uchida (2018)の定式化に従う。提案するリンク交通容量の平均と分散は、あるリンク交通量の中でCAVの混合率が増加したときにそれぞれ増加し、減少すると仮定する。CAVとRHVはともにUEに従うことを仮定している。この点はChen et al. (2016)と同様である。変分不等式問題の求解はSheffi(1985)の逐次平均法を用いる。

本章の貢献は3つある。第一に、本章では、確率的な交通需要と確率的なリンク交通容量を考慮した確率均衡配分モデルにおいて、CAVとRHVの混合流を考慮した。第二に、CAV混合率に従って、リンク移動時間の平均および分散が変化するモデルを交通量配分モデルに組み込んだ。第三に、提案した確率均衡配分モデルを、CAVの専用レーンの最適配

置を決定するネットワークデザイン問題に適用した。

本章の構成は以下の通りである。6.2 では、本章で提案するモデルの表記法と仮定を整理したのちに、一連の定式化を示す。6.3 ではテストネットワークにおける数値計算の結果を示した。6.4 では、本章の内容をまとめ、今後の研究に向けた課題を示した。

6.2 定式化

本章で対象とする道路ネットワークは $G(N, A)$ と表される。 N と A はそれぞれノードとリンクの集合を表す。

6.2.1 記号と仮定

本章で使用する表記法は以下の通りである。大文字の斜体は確率変数を、小文字の斜体は確定変数を表す。大文字は集合、太字はベクトルを表す。

N	ノードの集合
A	リンクの集合
I	OD ペアの集合
$J_{i,h}$	OD ペア i における車両モード $h \in \{CAV, RHV\}$ の経路の集合
Q	総交通需要 (平均: q , 変動係数: cv)
Q^h	車両モード h の総交通需要
Q_i^h	OD ペア i における車両モード h の交通需要 (平均: q_i^h)
F_{ij}^h	OD ペア i における車両モード h の経路 j の交通量 (平均: f_{ij}^h)
V_l^h	レーン h における車両モード h の交通量 (平均: v_l^h)
C_l^h	レーン h における交通容量 (平均 c_l : 変動係数: cv_l)
p_l	レーン h における CAV の混入率
L	$L = L_d \cup L_s$ と定義されるレーンの集合。なお、 L_d と L_s はそれぞれ、CAV 専用レーンと共用レーンの集合。
T_l	レーン h における移動時間
T_{ij}	OD ペア i における経路 j の移動時間

本論文では、以下の前提条件を設定している。

1. 提案するネットワークデザイン問題の目的関数は、総移動時間の平均と総移動時間の重み付き標準偏差の和で定義される。
2. 総交通需要は対数正規分布に従うと仮定する (Tani and Uchida, 2018)。各 OD ペア、経路交通量、レーン交通量の交通需要は対数正規分布に従うことを導出する。レーン移動時

間は shifted-lognormal distribution に従う (Srinivasan et al., 2014). また, 交通需要の平均と変動係数は外生的に与えられるものとする.

3. 各 OD ペアには, CAV と RHV それぞれの交通需要があるものとする. 各 OD ペアにおける CAV の混合率は全ての OD ペアにおいて共通であると仮定している.
4. レーン交通容量は対数正規分布に従うものとする. レーン交通容量の平均と変動係数は, 各レーン交通量における CAV の混合率によって決定される. あるレーンの交通量の全体に占める CAV の混合率が大きくなるに従い, レーン交通容量の平均が大きくなり, 分散が小さくなるものとする. したがって, レーン移動時間の平均および分散が大きくなるものとする.

6.2.2 道路ネットワークの設定

本章では, 道路ネットワーク中の各リンクは, 並行する 2 本のレーンを持つものと仮定する. 2 つのレーンが取りうる組み合わせは, (i)一方が CAV 専用レーンで, もう一方が共用レーン, (ii)両方とも共用レーンのいずれかである. 少なくとも, すべてのリンクにおいて, 1 本のレーンは共用レーンとして使用されるものとする. したがって, リンクベースで道路ネットワークを見た場合, CAV と RHV とともに, 政策変数によって途絶する経路は存在しない. また, すべてのリンクにおいて, 1 本のレーンは CAV 専用レーンあるいは共用レーンとして使用するかどうかを政策変数によって決めることになる. 本論文では, 道路ネットワーク中の経路はレーンの集合として表現される. したがって, OD 間の経路移動時間はその経路を構成するレーンの移動時間の総和として表現される. CAV と RHV はすべて共用レーンを走行できる一方で, CAV のみが CAV 専用レーンを走行できる. したがって, 道路ネットワーク中に 1 本以上の CAV 専用レーンが設置される場合, CAV は RHV と比べて, 利用可能な経路数が多いこととなる. 道路ネットワーク中のすべてのレーンの集合は $L = L_d \cup L_s$ と表記される. ここで, L_d は CAV 専用レーンの集合であり, L_s は共用レーンの集合である. 各レーン $l \in L$ はレーン交通容量 C_l を持つものとする. 各レーンの交通容量の平均と変動係数は, そのレーンの CAV 混合率によってのみ決まるものとする. 図 6-1 は本章で定義する専用レーンと共用レーンの概念を示している. この例におけるテストネットワークは, 1 組の OD ペア, 2 本の経路, 3 本のリンクによって構成される. したがって, 6 本のレーンと 3 つのノードによって構成されるネットワークとなる. 運転者は各ノードにおいて, レーンを変更することができる. したがって, 同一リンク内において, 車両が隣のレーンに移動することは考慮されていない.

道路管理者は CAV 専用レーンを設置する箇所を決定できるものとする. 図 6-1 の例のように, 政策変数ベクトル $\mathbf{x}$ が $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 1)$ であるとき, リンク 3 の 1 本のレーンが CAV 専用レーンに転換される. リンク数は 3 本であるため, 取りうる政策の総数は $2^3 = 8$ 通りとなる. すべてのリンクにおいて, CAV 専用レーンを設置できるものとする, 取り

うる政策の数は $2^{|A|}$ 通りである．本章ではリンクとレーンの概念は 6.2.2 に従って区別されるものとする．

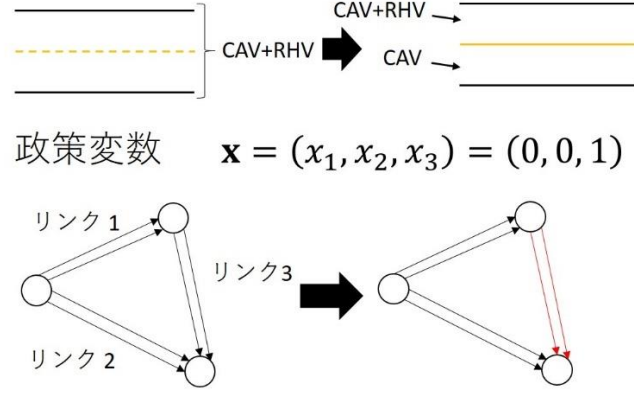


図 6-1 共用レーンと CAV 専用レーンの概念

6.2.3 交通流

CAV と RHV が混合した交通流の定式化は峪・内田(2018), Nitta et al. (2019)および Tani and Uchida (2018)に基づいている．本章における交通流の定式化は，3.2.5 における定式化を発展させたものである．対数正規分布に従う確率的総交通需要 Q を仮定する．総交通需要の平均と変動係数は外生的に与えられ，それぞれ q と cv として表される．

$$E[Q] = q \quad (6-1)$$

$$\text{var}[Q] = (q \cdot cv)^2 \quad (6-2)$$

各 OD 交通需要における CAV の混合率は，対象とする道路ネットワーク全体で等しいと仮定する．車両モード h ($h \in \{CAV, RHV\}$)の総交通需要は，総交通需要における CAV の混合率 p_h と総交通需要の積で表される．

$$Q^h = p_h \cdot Q \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \quad (6-3)$$

ここで， p_h は $\sum_{h \in \{CAV, RHV\}} p_h = 1$ を満たす．各 OD ペアの総交通需要の平均と分散共分散は以下のように表される．

$$E[Q^h] = p_h \cdot q \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \quad (6-4)$$

$$\text{cov}[Q^h, Q^{h'}] = p_h \cdot p_{h'} \cdot (q \cdot cv)^2 \quad \forall h, h' \in \{CAV, RHV\} \quad (6-5)$$

ここで， $h = h'$ であるとき，(6-5)は車両モード h の総交通需要の分散を表す．上記までの総交通需要の定式化に従い，車両モード h における OD ペア i の交通需要は以下のように定義される．

$$\begin{aligned} Q_i^h &= p_{h,i} \cdot Q_h \\ &= p_{h,i} \cdot p_h \cdot Q \quad \forall i \in I, \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \end{aligned} \quad (6-6)$$

ここで、 $p_{h,i}(\geq 0)$ は Q_h に占める、車両モード h における OD ペア i の交通需要の割合であり、 $\sum_i p_{h,i} = 1$ を満たすものとする。各交通需要の平均と分散共分散は以下のようにそれぞれ定義される。

$$E[Q_i^h] = p_{h,i} \cdot E[Q^h] \quad (6-7)$$

$$= p_{h,i} \cdot p_h \cdot q \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I$$

$$\text{cov}[Q_i^h, Q_{i'}^{h'}] = p_{h,i} \cdot p_h \cdot p_{h',i'} \cdot p_{h'} \cdot (q \cdot cv)^2 \quad \forall h, h' \in \{CAV, RHV\} \forall i, i' \in I \quad (6-8)$$

車両モード h の OD ペア i における経路 j の交通量は以下のように定義される。

$$F_{ij}^h = p_{h,i,j} \cdot Q_i^h \quad (6-9)$$

$$= p_{h,i,j} \cdot p_{h,i} \cdot p_h \cdot Q \quad \forall i \in I, \forall h \in \{CAV, RHV\}$$

ここで、 $p_{h,i,j}(\geq 0)$ は車両モード h の OD ペア i における経路 j の交通量に対応する割合であり、 $\sum_j p_{h,i,j} = 1$ を満たすものとする。各経路交通量の平均と分散共分散は以下のように、それぞれ表される。

$$E[F_{ij}^h] = E[p_{h,i,j} \cdot Q_i^h] \quad (6-10)$$

$$= p_{h,i,j} \cdot p_{h,i} \cdot p_h \cdot q \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I, \forall j \in J_{i,h}$$

$$\text{cov}[F_{ij}^h, F_{i'j'}^{h'}] = p_{h,i,j} \cdot p_{h,i} \cdot p_h \cdot p_{h',i',j'} \cdot p_{h'} \cdot (q \cdot cv)^2 \quad (6-11)$$

$$\forall h, h' \in \{CAV, RHV\} \forall i, i' \in I, \forall j, j' \in J_{i,h}$$

ここで、 $p_{h,i}$ および p_h は外生的に与えられる変数であるが、経路選択確率 $p_{h,i,j}$ はのちに示す交通量配分問題を解く過程で内生的に求まる。経路交通量とその平均は常に非負である。

$$F_{ij}^h \geq 0 \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I, \forall j \in J_{i,h} \quad (6-12)$$

$$E[F_{ij}^h] \geq 0 \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I, \forall j \in J_{i,h} \quad (6-13)$$

各 OD ペアにおいて、経路交通量の総和はその元となる OD 交通需要と等しくなければならないため、確率変数とその平均についてそれぞれ以下の条件を保つ。

$$\sum_{j \in J_{i,h}} F_{ij}^h = Q_i^h \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \quad (6-14)$$

$$\sum_{j \in J_{i,h}} E[F_{ij}^h] = E[Q_i^h] \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \quad (6-15)$$

車両モード h の車両がレーン l を走行するときの交通量は以下の通りである。

$$V_l^h = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_{i,h}} \delta_{i,j,l} \cdot F_{ij}^h \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall l \in L \quad (6-16)$$

ここで、 $\delta_{i,j,l}$ はレーン l が経路 $j \in J_{i,h}$ を構成するときに 1 を、それ以外ときに 0 をとる変数である。5.2.2 で説明した通り、道路ネットワーク中の各リンクは 2 本のレーンで構成されている。車両モード h が各レーンに流れる交通量の平均は以下の通りである。

$$E[V_l^h] = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot E[F_{ij}^h] \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \quad \forall l \in L \quad (6-17)$$

上の定式化において、 $l \in L_s$ であれば、レーン l は共有レーンである。 $l \in L_d$ であれば、レーン l は CAV 専用レーンである。

(6-9)より、経路交通量は各種交通量を規定する割合と総交通需要の割合の積によって表現される。つまり、経路交通量は総交通需要のスカラー倍になっている。(6-16), (6-17)に示すように、レーン交通量は経路交通量の和で表されることから、レーン交通量もまた総交通需要のスカラー倍として定式化されている。

$$V_l^h = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot F_{ij}^h = p_l^h \cdot Q \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \quad \forall l \in L \quad (6-18)$$

ここで、 p_l^h はレーン交通量 V_l^h に対応するスカラー量である。このレーン交通量特性によって、車両モード h のレーン l における交通量の分散を以下に示す形で定式化することができる。

$$\begin{aligned} \text{var}[V_l^h] &= \text{var} \left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot F_{ij}^h \right] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \sum_{j' \in J_{h,i'}} \delta_{i,j,l} \cdot \delta_{i',j',l} \cdot \text{cov}[F_{ij}^h, F_{i'j'}^h] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \sum_{j' \in J_{h,i'}} \delta_{i,j,l} \cdot \delta_{i',j',l} \cdot p_{h,i,j} \cdot p_{h,i',j'} \cdot \text{cov}[Q_i^h, Q_{i'}^h] \\ &= \left(\sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot p_{h,i,j} \right) \cdot q_i^h \right)^2 \cdot cv^2 \\ &= (v_l^h \cdot cv)^2 \quad \forall h \in \{CAV, RHV\}, \forall l \in L \end{aligned} \quad (6-19)$$

ここで、レーン交通量と OD 交通需要の平均はそれぞれ $v_l^h = E[V_l^h]$ と $q_i^h = E[Q_i^h]$ のように簡略的に表記される。なお、レーン l におけるすべての車両モードの交通量の和、 $V_l (= \sum_{h \in \{CAV, RHV\}} V_l^h)$ の分散は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
\text{var}[V_l] &= \text{var} \left[\sum_{h \in \{CAV, RHV\}} V_l^h \right] \\
&= \text{var} \left[\sum_{h \in \{CAV, RHV\}} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot F_{ij}^h \right] \\
&= \sum_{h \in \{CAV, RHV\}} \sum_{h' \in \{CAV, RHV\}} \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \sum_{j' \in J_{h',i'}} \delta_{i,j,l} \cdot \delta_{i',j',l} \cdot \text{cov} \left[F_{ij}^h, F_{i'j'}^{h'} \right] \\
&= \sum_{h \in \{CAV, RHV\}} \sum_{h' \in \{CAV, RHV\}} \sum_{i \in I} \sum_{i' \in I} \sum_{j \in J_{h,i}} \sum_{j' \in J_{h',i'}} \delta_{i,j,l} \cdot \delta_{i',j',l} \cdot p_{h,i,j} \cdot p_{h',i',j'} \\
&\quad \cdot \text{cov} \left[Q_i^h, Q_{i'}^{h'} \right] \\
&= \left(\sum_{h \in \{CAV, RHV\}} \left(\sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J_{h,i}} \delta_{i,j,l} \cdot p_{h,i,j} \right) \cdot q_i^h \right) \right)^2 \cdot cv^2 \\
&= (v_l \cdot cv)^2 \quad \forall l \in L
\end{aligned}
\tag{6-20}$$

ここで、 $v_l = E[V_l]$ である。上記の定式化より、各種レーン交通量の分散はレーン交通量の平均と総交通需要の変動係数の積の 2 乗によって表されていることがわかる。この定式化は Tani and Uchida (2018)の自然な拡張となっている。(6-19)と(6-20)の具体的な関係は、本章末に示す付録において、簡単なテストネットワークを用いて説明される。

6.2.4 混合流におけるレーン交通容量

CAV と RHV の混合流を扱う既存研究においては、交通需要および移動時間と同様に、レーン交通容量は確定的に扱われている(例えば、Bagloee et al., 2017; Zhang and Nie, 2018; Wang et al., 2019)。既存研究において提案されるリンク（レーン）交通容量の定式化では、CAV と RHV の車頭時間がそれぞれ異なることを仮定することによって、運転挙動の違いを表現している。本研究では、以下に示す Wang et al. (2019)のリンク（レーン）交通容量を採用するものとする。

$$c_l(v_l^{CAV}, v_l^{RHV}) = \frac{1}{p_l(v_l^{CAV}, v_l^{RHV}) \cdot \frac{1}{c_{l,CAV}} + (1 - p_l(v_l^{CAV}, v_l^{RHV})) \cdot \frac{1}{c_{l,RHV}}}
\tag{6-21}$$

$$\forall l \in L$$

where

$$p_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) = \frac{V_l^{CAV}}{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}} = \frac{p_l^{CAV}}{p_l^{CAV} + p_l^{RHV}} \quad \forall l \in L \quad (6-22)$$

ここで、 $c_{a,CAV}$ と $c_{a,RHV}$ はそれぞれCAVの混合率が100%、0%であるときのレーン交通容量である。レーン交通容量はCAV混合率についての関数となっている。しかし、この仮定ではCAVとRHVの車頭時間の不確実性の違いは表現されていない。本研究では、交通流全体に対するCAVの混合率が大きくなると、レーン交通容量の平均は大きく、分散は小さくなるような状況を仮定する。そこで、確率的なレーン交通容量、 $C_{a,CAV}$ 、 $C_{a,RHV}$ 、 $C_a(\cdot)$ を以下のように定義する。

$$C_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \quad (6-23)$$

$$= \frac{1}{p_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \cdot \frac{1}{C_{l,CAV}} + (1 - p_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV})) \cdot \frac{1}{C_{l,RHV}}} \quad \forall l \in L$$

本章では第3章と同様に、レーン交通容量 $C_{a,CAV}$ 、 $C_{a,RHV}$ 、 $C_a(\cdot)$ はそれぞれ対数正規分布に従うものと仮定する。Fenton (1960)に従い、対数正規分布の加法性を近似的に認めるものとする。混合流におけるCAVの混合率を以下のように定義する。

$$p_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) = \frac{V_l^{CAV}}{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}} = \frac{p_l^{CAV}}{p_l^{CAV} + p_l^{RHV}} \quad \forall l \in L \quad (6-24)$$

CAVとRHVのレーン交通量はそれぞれ対数正規分布に従う。通常、対数正規分布には加法性が保証されないが、3.2.5に示す手法を適用することによって、(6-6)の分母を計算できる。

図6-2と図6-3は、CAVとRHVのレーン交通量の平均をそれぞれ変化させたときの、レーン交通容量の平均と標準偏差をそれぞれ表している。

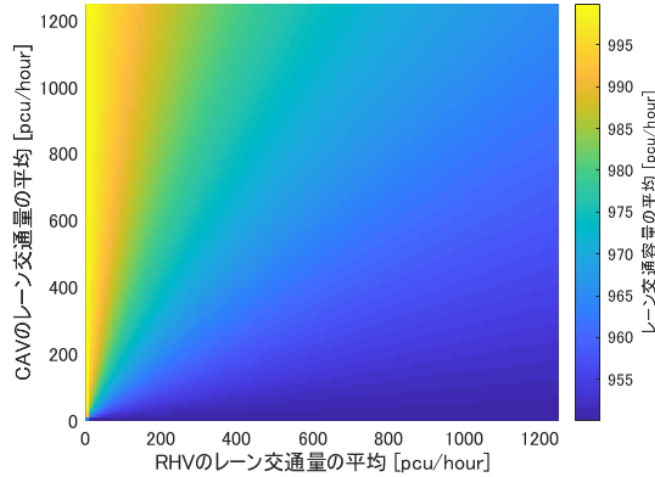


図 6-2 レーン交通容量の平均

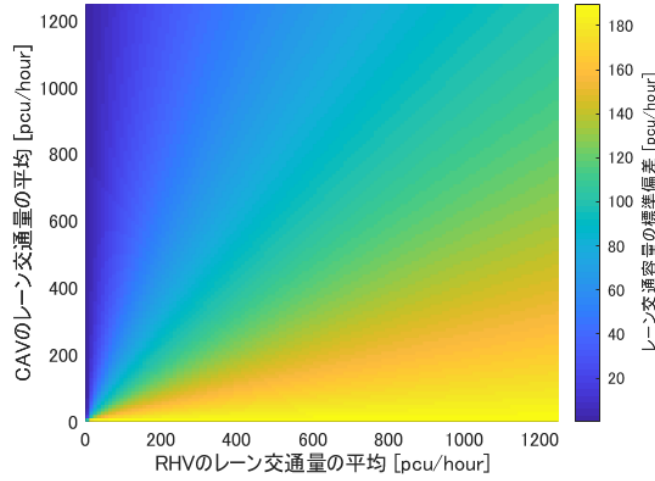


図 6-3 レーン交通容量の標準偏差

6.2.5 混合流における移動時間

他の章と同様にレーン移動時間は BPR 関数 (Bureau of Public Roads, 1964) によって決まるものとする。なお、レーン移動時間は CAV と RHV のレーン交通量および、それらによって決まるレーン交通容量を引数とする確率変数である。

$$T_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \quad (6-25)$$

$$= t_l^0 \cdot \left(1 + \beta_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \cdot \left(\frac{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}}{C_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV})} \right)^{n_l} \right) \forall l \in L_a \forall a \in A$$

レーン移動時間は shifted-lognormal distribution (Srinivasan et al., 2014; Tani and Uchida, 2018) に従う。すなわち、レーン移動時間は確定項と対数正規分布に従う確率項から構成される。レーン移動時間の平均と分散はそれぞれ以下のとおりである。

$$E[T_l] = t_l^0 \cdot \left(1 + \beta_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \cdot E \left[\left(\frac{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}}{C_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV})} \right)^{n_l} \right] \right) \forall l \in L \quad (6-26)$$

$$\text{var}[T_l] = E[T_l^2] - (E[T_l])^2 \quad \forall l \in L \quad (6-27)$$

where

$$E[T_l^2] = (t_l^0)^2 \cdot \left(1 + 2\beta_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \cdot E \left[\left(\frac{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}}{C_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV})} \right)^{n_l} \right] + \beta_l^2(V_l^{CAV}, V_l^{RHV}) \cdot E \left[\left(\frac{V_l^{CAV} + V_l^{RHV}}{C_l(V_l^{CAV}, V_l^{RHV})} \right)^{2n_l} \right] \right) \quad (6-28)$$

レーン交通量とレーン交通容量の比とそのべき乗はそれぞれ対数正規分布に従う。(6-8)において、 $\beta_a(\cdot)$ は CAV の混合率によって変化するパラメータと仮定する。(6-5)で $C_a(V_a^{CAV}, V_a^{RHV})$ がすでに得られているとき、第3章における手法と同様に、レーン移動時間

の平均と分散を計算するにあたって近似計算（例えば，Uchida, 2014）は必要としない．図 6-4 と図 6-5 はそれぞれ，CAV と RHV のレーン交通量の平均をそれぞれ変化させたときの，レーン移動時間の平均と標準偏差をそれぞれ表している．

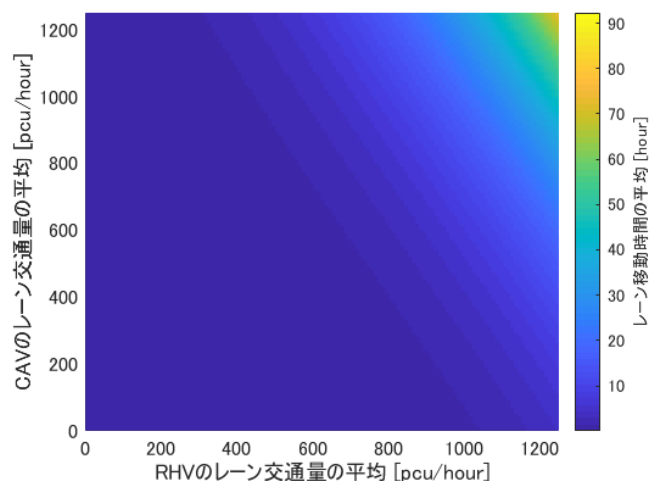


図 6-4 レーン移動時間の平均

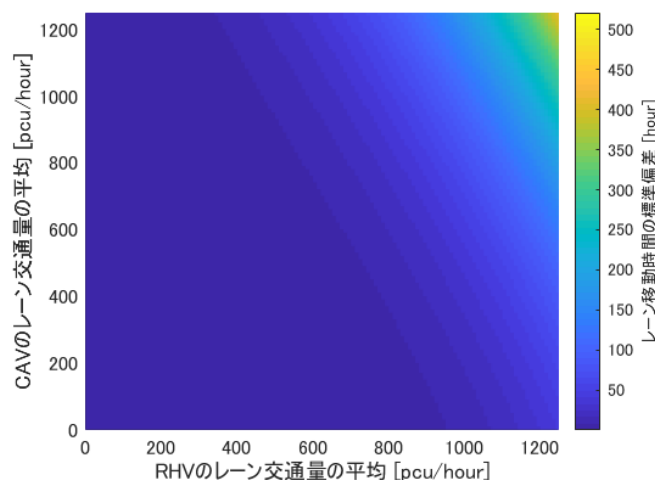


図 6-5 レーン移動時間の標準偏差

交通量について，レーン間の相関を考慮していることから，レーン移動時間のレーン間共分散を定義することは可能である．しかし，本研究では，簡単のため，経路コストはその経路を通過するレーンの移動時間の平均と分散の和で表されるものとする．つまり，レーンコストは分離されている．この仮定を設けることによって，交通量配分計算において，経路列挙は要求されない．したがって，既存の最短経路探索アルゴリズム（例えば，dijkstra 法）を適用することができる．経路移動時間はその経路を通過するレーンの移動時間の和として，以下のように表される．

$$T_{h,i,j} = \sum_{l \in L} \delta_{h,i,j,l} \cdot T_l \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_i, \quad (6-29)$$

経路移動時間の平均と分散はそれぞれ以下のように表される。

$$E[T_{h,i,j}] = \sum_{l \in L} \delta_{h,i,j,l} \cdot E[T_l] \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_{h,i} \quad (6-30)$$

$$\text{var}[T_{h,i,j}] = \sum_{l \in L} \delta_{h,i,j,l} \cdot \text{var}[T_l] \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_{h,i} \quad (6-31)$$

運転者はリスク回避的な経路選択行動をとるものとする。経路移動費用を以下のように定義する。

$$\eta_{h,i,j} = E[T_{h,i,j}] + \gamma \cdot \sqrt{\text{var}[T_{h,i,j}]} \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_{h,i} \quad (6-32)$$

ここで、 γ はリスク回避度を表すパラメータである。本研究における運転者は移動時間と移動時間信頼性に基づいて、経路を選択するものと仮定する。異なる2つのリンクに属するレーンの間の交通量の共分散は解析的には定式化される。しかし、本論文では単純のため、移動時間のばらつきは、レーン移動時間の共分散を考慮しない、経路移動時間の標準偏差に基づいて運転者によって考慮されるものとする。

6.2.6 下位問題：交通量配分モデル

下位問題としての交通量配分問題を変分不等式問題として定式化する (Zhang and Nie, 2018; Wang et al., 2019)。交通量配分問題における均衡条件は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} f_{h,i,j} \cdot (\eta_{h,i,j} - \pi_{h,i}) &= 0 \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_i \\ \eta_{h,i,j} - \pi_{h,i} &\geq 0, f_{h,i,j} \geq 0 \quad \forall h \in \{CAV, RHV\} \forall i \in I \forall j \in J_i \end{aligned} \quad (6-33)$$

ここで、 $f_{h,i,j} = E[F_{h,i,j}]$ である。また、 π_i はODペア*i*における最小の経路移動費用である。

6.2.7 上位問題：ネットワークデザイン問題

提案するモデルは2レベル計画問題として定式化される。上位問題は道路ネットワーク全体における総移動時間の平均と分散の和を最小化する。なお、各総交通需要におけるCAV混合率は所与であるものとする。

$$\min Z(\mathbf{x}) = \sum_{l \in L} E[V_l(\mathbf{x}) \cdot T_l(\mathbf{x})] + \gamma \cdot \sqrt{\sum_{l \in L} \text{var}[V_l(\mathbf{x}) \cdot T_l(\mathbf{x})]} \quad (6-34)$$

$$\text{w.r.t.} \quad \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_a, \dots, x_A) \quad (6-35)$$

本問題では、(6-4)に示す総交通需要におけるCAV混合率 p_{CAV} は常に固定されているものと

する．上記の問題は(6-12)-(6-17)によって制約されている．(6-35)は(6-34)の問題に対する政策変数を表している． $x_a \forall a \in A$ は2変量の変数であり，リンク a に専用レーンが設置される場合は1を，そうでない場合には0をとる．

6.2.8 アルゴリズム

本章では，交通量配分問題（変分不等式問題）を解くにあたって Sheffi(1985)の逐次平均法(MSA)を適用している．第5章における上位問題は離散型ネットワークデザイン問題に該当する（2.2を参照）．本研究ではヒューリスティックアルゴリズムの一種であるシミュレーテッドアニーリングアルゴリズムを採用した．シミュレーテッドアニーリングは離散ネットワークデザイン問題(Fan and Machemehl, 2006)や連続ネットワークデザイン問題(Friesz et al., 1992)を解くために，既存研究において採用されている．

6.3 数値計算

6.3.1 設定

本章で提案するモデルの妥当性を検証するため，テストネットワークを用いた数値計算を実施した．テストネットワーク（図 6-4）とその条件は3.4.2で使用したものと同一である．各 OD ペアの交通需要の平均と変動係数はそれぞれ 2,500 [pcu/hour]と 0.3 である．すべての OD ペアにおいて，交通需要の CAV 混合率は等しいものとする．交通需要の CAV 混合率に基づき，各交通需要の平均は，CAV に従うものと RHV に従うもののそれぞれに分割される．ここで，CAV と RHV それぞれの交通需要の変動係数について違いはないものと仮定する．これは，トリップの発生は車種の違いによらないと仮定するためである．すべてのレーンにおける自由走行時間は 0.05 [hour]である．すべてのレーンにおける，レーンコスト関数のパラメータ， α_a^0, n はそれぞれ 1, 2, 6 である．なお， $\beta_a(V_a^{CAV}, V_a^{RHH})=0.1+2 \cdot p_a(V_a^{CAV}, V_a^{RHH})$ とする．

本章では2種類の CAV の性能ケースを考える．2組のレーン交通容量の平均と変動係数の組を設定する．ケース 1 では，レーン交通容量のパラメータはそれぞれ， $E[C_{a,CAV}]$, $E[C_{a,RHV}]$, $cv_{a,CAV}$, $cv_{a,RHV}$ はそれぞれ 1,000 [pcu/hour], 950 [pcu/hour], 0.2, 0.15 と設定する．ケース 2 では，それぞれ 1000 [pcu/hour], 950 [pcu/hour], 0.2, 0.05 と設定する．経路コスト関数における，リスク回避度を表すパラメータ γ は 1 である．交通量配分問題における，解の更新回数は 150 回とする．すべてのリンクにおいて1本の CAV 専用レーンを設置できるものとする．したがって，上位問題における実行可能領域は $2^{19} = 524,288$ となる．

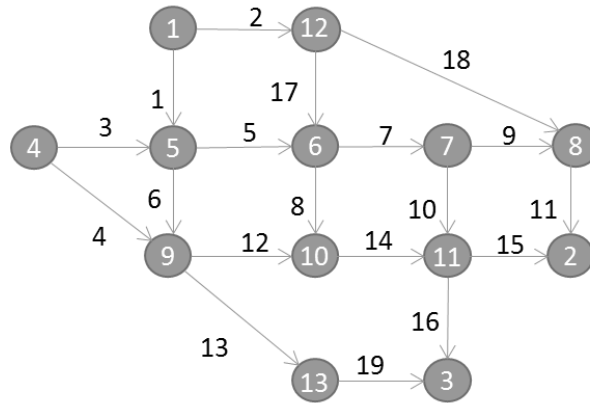


図 6-4 テストネットワーク (Nguyen and Dupuis, 1984)

6.3.2 結果

総交通需要における CAV の混合率を 0 から 1 まで 0.1 刻みで変化させて、それぞれの CAV 混合率において均衡制約付きのネットワークデザイン問題を解いた。図 6-5、図 6-6、図 6-7 はそれぞれ、目的関数の値、総移動時間の平均、総移動時間の標準偏差の推移を示す。いずれの図においても、左がケース 1 の結果を示し、右がケース 2 の結果を示している。各交通需要における CAV の混合率を 0.1 から 1 に変化させ、シミュレーテッドアニーリングを行った結果と、全リンクに専用レーンを配置しない場合の結果を示している。

一般的に CAV の混合率が高くなると、レーン交通容量の平均が大きくなり、分散が小さくなることから、総移動時間の平均と分散は小さくなる傾向にある。図 6-8 は最適化された目的関数の値、総移動時間の平均、総移動時間の分散を、専用レーンを全く設置しないときのそれぞれの値と比べたときの改善率を示す。CAV 混合率が 0 から 0.7 まで増加するに従い、最適化に伴う目的変数の改善幅が大きくなり、CAV 混合率が 0.7 から 1 に増加する過程では、最適化に伴う目的変数の改善幅が小さくなる。この傾向は、中程度の CAV 混合率において、CAV 専用レーンの設置効果が大きくなると報告する、Ye and Yamamoto (2018) の内容と類似している。

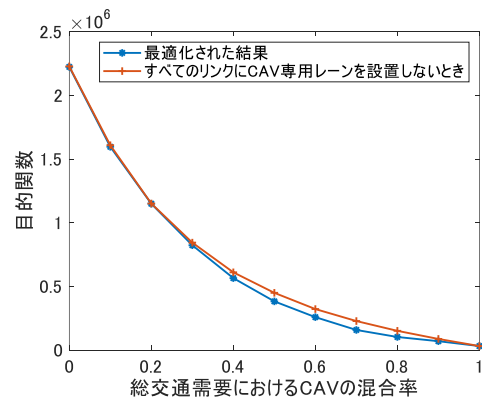
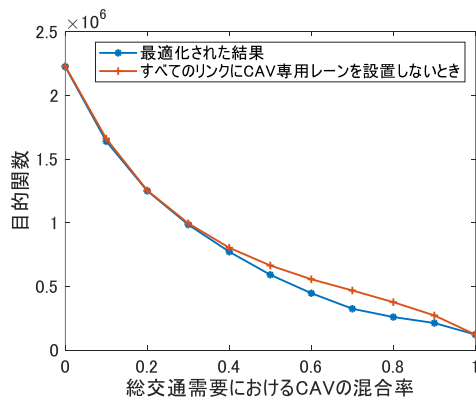


図 6-5 目的関数 (左：ケース 1, 右：ケース 2)

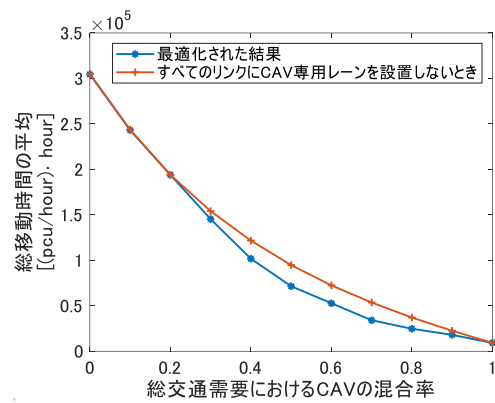
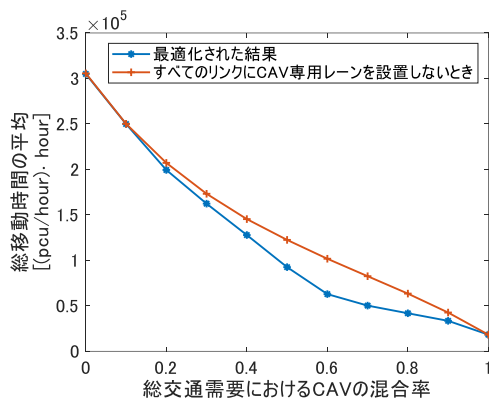


図 6-6 総移動時間の平均 (左：ケース 1, 右：ケース 2)

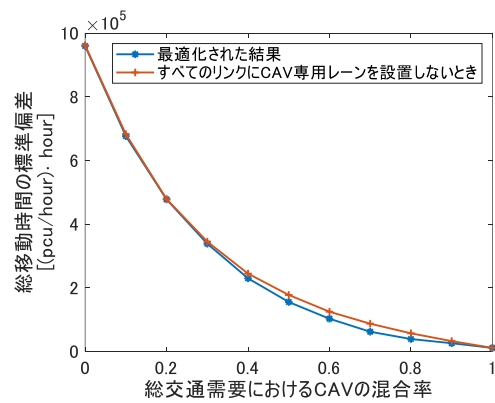
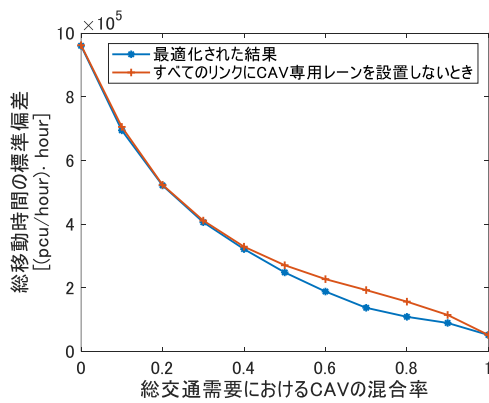


図 6-7 総移動時間の標準偏差 (左：ケース 1, 右：ケース 2)

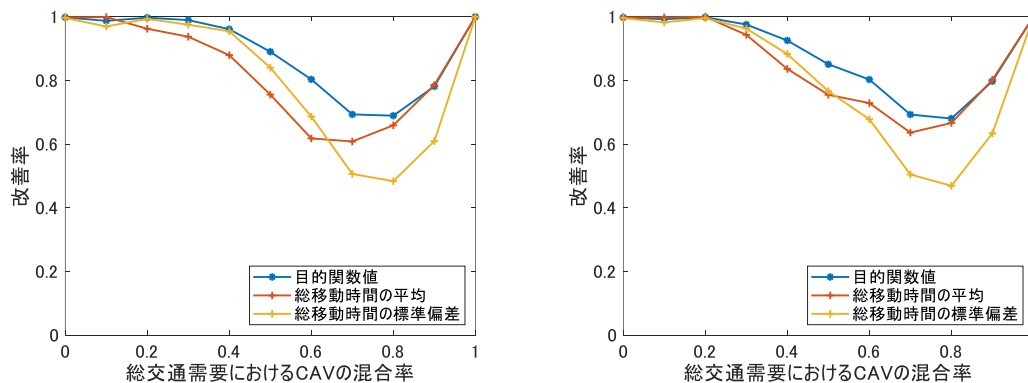


図 6-8 目的関数，総移動時間の平均および標準偏差の改善率
(左：ケース 1，右：ケース 2)

上記の結果はヒューリスティックなアルゴリズムである，シミュレーテッドアニーリングに基づく結果である．この結果の妥当性を検証するため，総交通需要における CAV 混合率を 0 から 1 まで 0.1 刻みで動かした，11 パターンにおいて，すべての解を列挙した．図 6-9，図 6-10 は総交通需要の CAV 混合率がそれぞれ 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 であるときの結果を示している．道路ネットワーク全体のレーン交通容量は図 6-8 における仮定と同様に，2 種類のケースで検討している．図中の各ヒストグラムにおける横軸は目的関数の値を示しており，縦軸はサンプル数を示している．赤線は大域解における目的変数の値を表しており，黒線はすべてのレーンにおいて CAV 専用レーンを設置しないときの目的変数の値を示している．各図における左側の 5 つのヒストグラムは，各ヒストグラムにおいて，分布の全体が確認できるように，横軸のスケールを調節している．同じく，右側の 5 つのヒストグラムは $p_{CAV} = 0.1$ のとき，分布の全体が確認できるような横軸のスケールを，すべてのヒストグラムで合わせているものである．したがって，左右の一連のヒストグラムは同じ結果を表している． $p_{CAV} = 0.1$ および $p_{CAV} = 0.3$ のとき，赤線および黒線はそれぞれ分布全体の左右の端に位置している．それぞれの分布は単峰であるのに対して，そのほかの分布では複数のピークが確認される．

表 6-2 と表 6-3 は，ケース 1 とケース 2 のそれぞれにおいて，すべての道路ネットワークにおいて，CAV 専用レーンを全く設置しないときと比べて，目的変数の値が改善する解の個数を調べたものである．総交通需要の CAV 混合率が増加するに従い，CAV 専用レーンを全く設置しない場合と比べて，目的変数の値が改善する解の個数が増える傾向にある．CAV 混合率が 0 から 0.4 の間は，ネットワークを効率化する解の個数は少なくともとまるものの，CAV 混合率が 0.4 から 0.6 に増加する過程で，ネットワークを効率化する解は急に増加する．CAV 混合率が 0.6 以上になると，ネットワークが効率化された解の割合は 100% 近くになる．CAV 混合率が 0 から 0.3 のとき，CAV 混合率が少ないにもかかわらず，少数の解がネットワークを効率化している．これは，ネットワークの形状が変化したことによって，

CAV 専用レーンが設置されたレーン周辺ではレーン移動時間が増加し、その結果として各交通需要の経路選択が変化して、ネットワークが効率化した結果であると解釈できる。

表 6-4 と表 6-5 はケース 1 とケース 2 のそれぞれにおいて、上位問題の実行可能解をすべて列挙することで得られた大域解と、シミュレーテッドアニーリングに基づくヒューリスティックな解を比較したものである。それぞれのケースにおいて、目的変数の値を比較している。

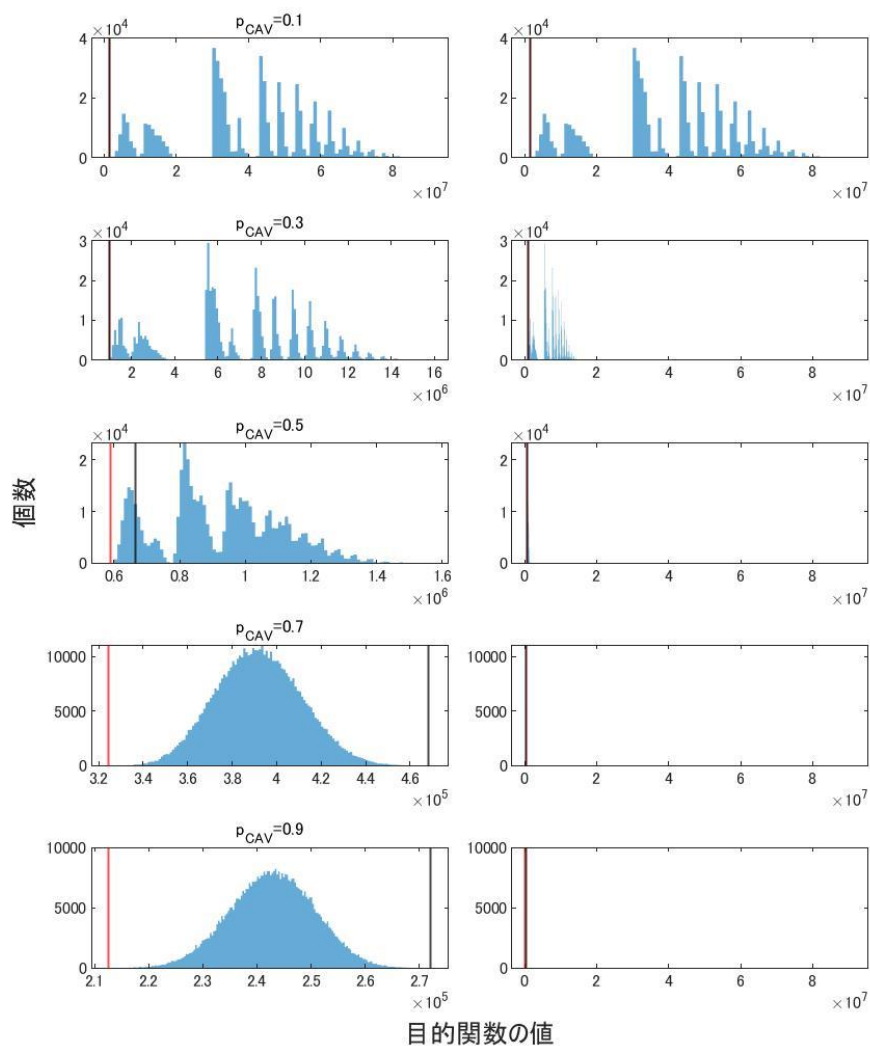


図 6-9 解を全列挙したときの結果（ケース 1）

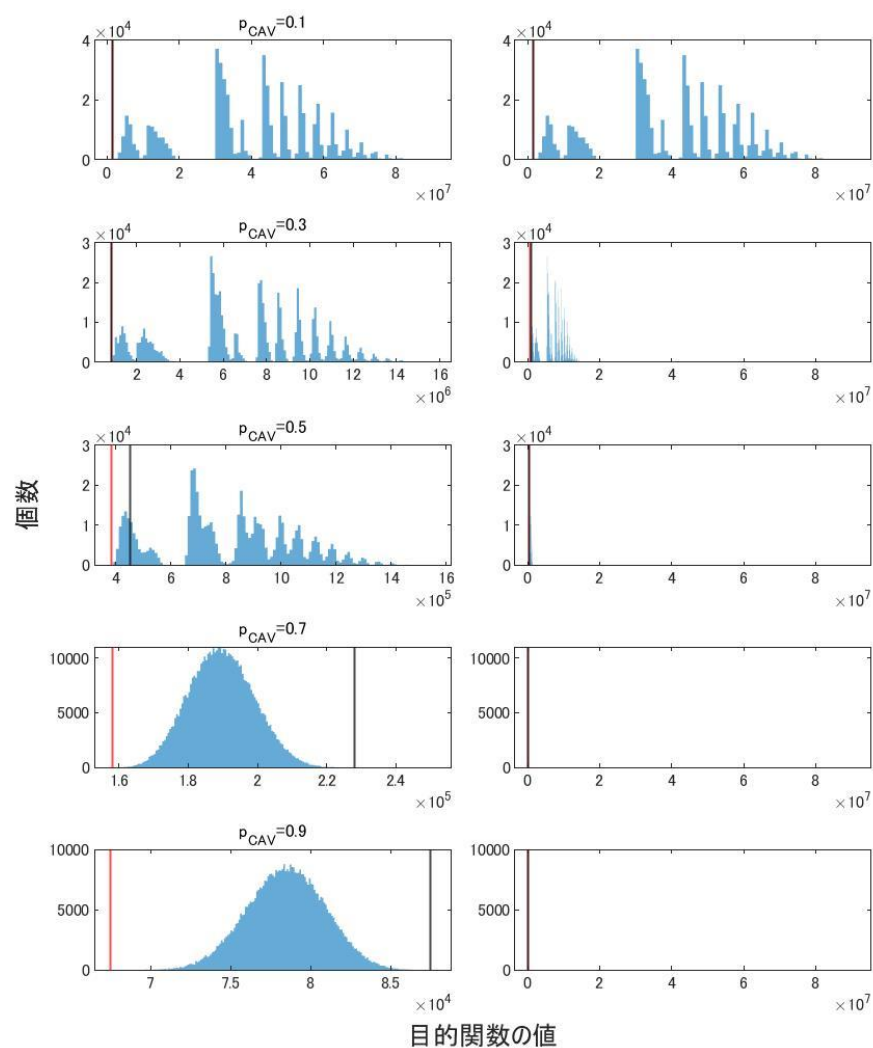


図 6-10 解を全列挙したときの結果（ケース 2）

表 6-2 CAV 専用レーンを設置しない場合との比較（ケース 1）

CAV 混合率	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
改善された解の個数	2	6	1	7	729	59,512
改善された解の割合 [%]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	11.35
CAV 混合率	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
改善された解の個数	524,272	524,286	524,279	524,285	524,287	
改善された解の割合 [%]	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	

表 6-3 CAV 専用レーンを設置しない場合との比較 (ケース 2)

CAV 混合率	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
改善された解の個数	2	4	1	75	1,017	51,919
改善された解の割合 [%]	0.00	0.00	0.00	0.01	0.19	9.90
CAV 混合率	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
改善された解の個数	476,536	524,279	524,285	524,284	524,287	
改善された解の割合 [%]	90.89	100.00	100.00	100.00	100.00	

表 6-4 ヒューリスティックな解と大域解との比較 (ケース 1)

CAV 混合率	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
目的関数	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CAV 混合率	0.6	0.7	0.8	0.9	1.00	
目的関数	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	

表 6-5 ヒューリスティックな解と大域解との比較 (ケース 2)

CAV 混合率	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
目的関数	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
CAV 混合率	0.6	0.7	0.8	0.9	1.00	
目的関数	1.00	1.00	1.02	1.03	1.00	

6.4 小括

本章では、CAV と RHV の混合流の確率的な交通需要、移動時間信頼性、確率的なレーン交通容量を考慮した交通量配分モデルを提案した。この配分モデルを制約として、ネットワーク全体を効率化するような、CAV 専用レーンの最適配置パターンを求めるためのネットワークデザイン問題を構築した。本章では、レーン交通容量を対数正規分布に従う確率変数と仮定した。CAV と RHV の混合流におけるレーン交通容量は Wang et al. (2019) のモデルを確率的な定式化となるように拡張した。レーン交通容量のモデル化にあたり、CAV の運転挙動が RHV よりも標準化される点に着目し、CAV の混合率が高くなると、レーン交通容量の平均は増加し、分散は減少することを仮定した。

交通流の定式化は第 3 章で提案したモデルを発展させたものとなっている。交通需要は対数正規分布、レーン移動時間は shifted-lognormal distribution に従うと仮定している。運転者はリスク回避的な経路選択行動をとるものとする。これらの仮定に基づき、提案モデルはバイレベル計画問題として定式化される。下位問題である交通量配分問題は変分不等式問題として定式化される。下位問題を制約として、上位問題はヒューリスティックアルゴリ

ズムの一種であるシミュレーテッドアニーリングによって、下位問題は MSA によって解かれる。

本章で提案するモデルを実証するために、確率的なレーン交通容量を考慮した数値計算を行った。数値計算の結果、提案するモデルが目的関数を最適化する CAV 専用レーンの配置パターンを求めたことを確認した。ヒューリスティックな解と大域解を比較したところ、少なくとも採用したテストネットワークと本問題の範囲内においては、ヒューリスティックな解法であっても大域解に近い結果を得られることが確認された。また、CAV の性能を向上させると、道路ネットワークの効率性が向上する関係も結果として示すことができた。

今後の課題として、CAV と RHV の時間価値と移動時間信頼性価値の違いについて検討する必要がある。CAV の時間価値は RHV と比べて小さくなることが予想される。また、時間価値そのもののばらつきを考慮することも興味深い課題である。

付録 6A

本文中の(6-18)と(6-19)において、車両モード h のレーン l におけるレーン交通量の分散と、レーン l におけるレーン交通量の分散の定式化をそれぞれ示した。ここでは、図 A1 に示すテストネットワークを用いて、一連の定式化を例証する。テストネットワークは 2 つの OD ペアと 4 本の経路、5 つのレーンから構成される。簡単のため、本付録の例では、各ノードは 1 本の共有レーンによって結ばれているものとする。各 OD ペアには 2 種類の車両モード (CAV と RHV) による交通需要がそれぞれ存在する。レーン 2 は、2 種類の OD ペアを流れる交通量が通過することから、(6-18)と(6-19)を例証するのに都合がいいため、本付録ではレーン 2 のみを取り上げるものとする。レーン 2 を流れる交通量はそれぞれ、 $V_2^{CAV} = F_{1,2}^{CAV} + F_{2,3}^{CAV}$ と $V_2^{RHV} = F_{1,2}^{RHV} + F_{2,3}^{RHV}$ で表現される。(6-18)より、レーン 2 における車両モード h の交通量の分散は以下のように示される。

$$\text{var}[V_2^h] = \mathbf{1}_2^T \mathbf{\Sigma}_2^h \mathbf{1}_2$$

where

$$\mathbf{\Sigma}_2^h = \begin{bmatrix} \text{var}[F_{1,2}^h] & \text{cov}[F_{1,2}^h, F_{2,2}^h] \\ \text{cov}[F_{2,2}^h, F_{1,2}^h] & \text{var}[F_{2,2}^h] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{1}_2 = [1 \quad 1]^T$$

ここで、 $\mathbf{1}_d$ は d 次元の各要素が 1 のベクトルである。したがって、レーン 2 全体の交通量の分散は以下のように示される。

$$\text{var}[V_2] = \mathbf{1}_2^T \mathbf{\Sigma}_2 \mathbf{1}_2$$

where

$$\mathbf{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_2^{CAV} & \mathbf{\Sigma}_2^{CAV,RHV} \\ \mathbf{\Sigma}_2^{RHV,CAV} & \mathbf{\Sigma}_2^{RHV} \end{bmatrix}$$

ここで、 $\Sigma_2^{RHH,CAV}$ は以下のように示される、 Σ_2 における非対角成分を表す行列である。

$$\Sigma_2^{CAV,RHV} = \begin{bmatrix} \text{cov}[F_{1,2}^{CAV}, F_{1,2}^{RHH}] & \text{cov}[F_{1,2}^{CAV}, F_{2,2}^{RHH}] \\ \text{cov}[F_{2,2}^{CAV}, F_{1,2}^{RHH}] & \text{cov}[F_{2,2}^{CAV}, F_{2,2}^{RHH}] \end{bmatrix} (= (\Sigma_2^{CAV,RHV})^T)$$

なお、 $\Sigma_2^{RHH,CAV}$ は $\Sigma_2^{CAV,RHV}$ の転置である。OD 交通需要間が互いに独立である場合（例えば、Lam et al., 2008）、非対角行列は零行列となる。このような場合、レーン 2 の交通量の分散は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \text{var}[V_2] &= \mathbf{1}_4^T \Sigma_2 \mathbf{1}_4 \\ &= \mathbf{1}_2^T \Sigma_2^{CAV} \mathbf{1}_2 + \mathbf{1}_2^T \Sigma_2^{RHH} \mathbf{1}_2 \end{aligned}$$

where

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} \Sigma_2^{CAV} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_2^{RHH} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{1}_4 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$$

図 A2 は総交通需要からレーン 2 の交通量に至るまでの、第 5 章で定義する、各段階の交通量間の関係性を示している。図 A2 に示す通り、 V_l^{CAV} と V_l^{RHH} は、(6-5)において Q と Q^{CAV} 、 Q^{RHH} との間の確率的相関が考慮されていることから、互いに確率的相関を持つ。 Q と Q^{CAV} 、 Q^{RHH} との間が互いに独立であれば、 V_l^{CAV} と V_l^{RHH} もまた互いに独立となる。

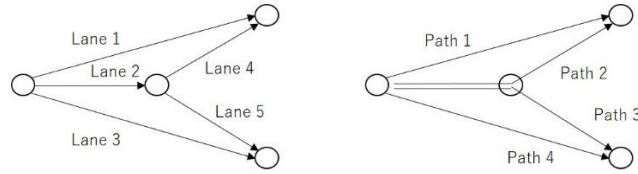


図 A1 テストネットワーク（左：レーン，右：経路）

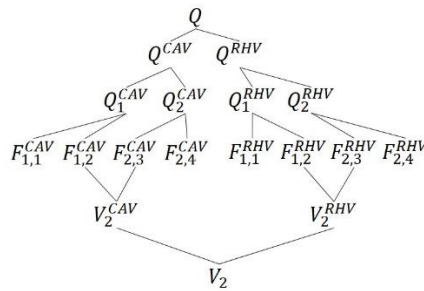


図 A2 各交通量の関係

第7章 結論

本章では、本研究で得られた成果をまとめ、本研究の成果を踏まえた、今後の展望を述べる。

7.1 本論文の成果

本研究では、移動時間の不確実性を考慮した、道路ネットワーク規模の交通状態の推定と予測のためのモデルの構築および検証を行った。本研究では一貫して、確率均衡配分モデルを用いて研究を行ってきた。

確率均衡配分モデルに基づき、道路ネットワークを分析する場合、交通状態の推定および予測のそれぞれの過程において、交通需要および移動時間、リンク交通容量の不確実性が考慮されている必要がある。確定的な道路ネットワークを仮定した従来の手法と比べると、確率均衡配分モデルでは、用いる変数が確率変数であるという特性上、確率変数の加法性やモーメントの計算といった、固有な課題が存在する。本研究では、確率均衡配分モデルが構造的に内包する課題を整理したうえで、ネットワーク規模の政策決定を支援するための手法を提示した。以下に各章の概要を示す。

第1章では、本論文の背景と目的および各章の関係性を中心とした構成をまとめた。

第2章では、確率均衡配分モデルに関連する既存研究を整理した。近年の既存研究によって、移動時間あるいは交通需要の不確実性を考慮した交通量配分モデルの基本的な枠組みは確立されたといえる。しかし、この基本的な枠組みそのものに定式化上の課題が内包されている。一つが確率変数の近似計算についての問題である。経路ベースの交通諸量とリンクベースの交通諸量はそれぞれ互いに加法的に定義される。このとき、いずれかが加法性の保証されない確率分布に従う場合、交通諸量の確率分布を特定できなくなる。交通量配分モデルは政策決定に使用されるという性質上、確率的な計算プロセスを排除し、解析的な枠組みで定式化を進めようとした場合、近似計算あるいは新規に仮定を導入して、この問題に対応するほかない。また、リンク移動時間の定式化にあたっては、確率変数のモーメントを導出する問題に直面する。これまでの既存研究において行われてきた仮定に基づく対応、あるいは近似計算に基づく対応を第2章において整理した。

さらに、確率均衡配分モデルを用いた、政策決定のためのモデリングを扱った研究動向についても整理した。特に、世界中の道路ネットワークが直面する、自然災害あるいは異常気象等に伴うリンクの損壊の問題、そして、高度道路交通システムの整備に伴う交通ビッグデータの観測と利用に伴う問題、自動運転車両の普及過程における交通流の変化の問題を扱う既存研究を整理している。

第3章では、交通需要とリンク交通容量の不確実性をそれぞれ考慮した交通量配分モ

デルを提案した。交通需要とリンク交通容量のそれぞれが対数正規分布に従うことを仮定することによって、従来の研究においてはリンク移動時間の定式化において特別な近似計算を必要としたものの、この仮定を緩和した。交通流の定式化においては、OD ペア間の交通需要の独立を仮定する場合は近似計算を必要とするものの、OD ペア間の交通需要間の確率的相関を考慮する場合は、交通流の定式化における近似計算を回避し、任意の確率分布に従う交通需要を仮定する場合において、経路移動時間およびリンク移動時間を解析的に定式化できることを示した。この仮定によって、道路ネットワークの不確実性を考慮した交通流の定式化が容易となることから、第 6 章において、第 3 章にて得られた知見が採用されている。また、リンク交通容量を対数正規分布に従う確率変数として表すことによって、リンクの損壊の状態を連続的に表現することが可能となった。

第 4 章では、道路ネットワーク全体のリンク交通量とリンク移動時間が確率変数として把握されているときに、道路ネットワーク中の不確実性を分析し、解釈する手法を提案した。金融経済学で確立された、リスクプレミアム・確実性等価の概念を交通ネットワークの不確実性の分析に適用した。各リンクの移動時間の不確実性をリンク交通量ベースの指標で記述することを可能とした。ネットワークの不確実性を考慮した道路政策分析において、推定および予測される交通状態は確率変数として扱われる。したがって、政策分析フレームにおける、交通状態を推定・予測する各手法は、確率的ネットワークを前提として定式化される必要がある。一方で、既存のネットワーク規模の政策分析フレームは確定的なネットワークを前提として構築されている。第 4 章で提示した手法は、確率的ネットワークを確定的ネットワークで表現しようとするものである。

第 5 章と第 6 章では、第 2 章から第 4 章までの間で検討された、確率均衡配分モデルにおいて構造的に固有な課題に対する知見を踏まえて、移動時間の不確実性を考慮した、交通状態の推定および予測を行うための手法を構築した。

第 5 章では、道路ネットワークの一部分から観測された交通データから、道路ネットワーク全体の交通量あるいは移動時間を確率変数として推定する手法を構築した。本研究では、わが国において利用可能な交通感知器データとプローブカーデータの双方を用いて、交通状態を推定した。まず、交通感知器から観測されたリンク交通量を用いて、道路ネットワーク全体の経路およびリンクの交通量と移動時間をそれぞれ最尤推定によって得る。推定された経路移動時間の同時分布を、リアルタイムに観測されたプローブカーデータを用いて更新するという枠組みを提示した。

第 6 章では、道路ネットワークの需要側の不確実性に注目したネットワークデザイン問題を構築した。将来、到来しうる自動運転社会を念頭に、自動運転車両と人間が運転する車両が共存するときには、それぞれの混入率によって、道路ネットワークの状態、すなわちリンク交通容量とリンク移動時間は変化する。人間が運転する車両は運転者の技能次第で運転挙動はさまざまであるのに対して、自動運転車両は運転挙動が標準化されることが期待される。車両間の運転挙動の不確実性は、リンク交通容量としてはリンク移動時間の不確

実性の原因となる。交通流を構成する自動運転車両の割合が大きくなると、交通流全体の運転挙動の不確実性が小さくなるという仮定を設けて、確率均衡配分モデルを構築した。

自動運転車両の普及は、運転者個人の効用に作用するのみならず、上記の理由により道路ネットワーク全体の移動時間および移動時間の不確実性を小さくするという効果が期待される。この効果を前提として、道路ネットワーク全体の効率を高めるように、自動運転車両専用レーンを最適に設置するための手法を構築した。この問題では政策変数によって、道路ネットワークの形状は変化し、それぞれの形状にあわせて、異なる交通需要を配分する必要がある。確率均衡配分モデルにおいて、自動運転車両の普及過程に固有な問題を指摘し、これを克服するための手法を提示した。

7.2. 今後の課題

本研究における今後の課題として以下の3点が挙げられる。

7.2.1 リンク交通容量およびリンク交通量との確率的関係に関する仮定の緩和

リンク交通容量について、リンク間の確率的相関を考慮する。第2章、第3章ではともに既存研究に従い (Uchida, 2014)、確率的リンク交通容量について、リンク間の確率的相関を考慮しなかった。また、リンク交通容量とリンク交通量の間の相関についても考慮しなかった。しかし、第6章で扱った、自動運転車両と人間が運転する車両の混合流を扱う場合、リンク交通容量はリンク交通量の大小によって決定される。したがって、リンク交通容量の定式化部分において、リンク交通量との間の確率的関係を定式化する余地がある。本章では混合流におけるリンク交通容量の定式化は確定的な交通需要、交通容量を仮定した既存研究において提案された手法を直接的に適用していた。交通諸量の不確実性を考慮したミクロ交通流モデルを分析することによって、確率的リンク交通量および確率的リンク交通容量との間の確率的な相関関係を説明することが今後の課題である。

7.2.2 リンク交通量とリンク移動時間の同時推定

第4章で構築したモデルでは、交通感知器から観測されたリンク交通量について、最尤推定を行い、道路ネットワーク全体の交通量および移動時間を推定した。推定された経路移動時間の多変量分布に対して、プローブカーによって観測された経路移動時間を尤度として、ベイズ推論に基づき、経路移動時間を更新した。

プローブカーから観測された経路移動時間は、経路を構成する各リンクの移動時間の集合としてみることができる。第5章では、最尤推定にあたって、道路ネットワーク全体のリンク交通量のみを対象としたものの、これをリンク移動時間も対象に含めることが、研究

を発展させる方向として考えられる。つまり、観測リンク交通量と観測リンク移動時間を尤度として、道路ネットワーク全体の最尤推定を行う。空間的には交通感知器が観測できるリンクは限られている。プローブカーは広範なリンクで観測が可能であり、同時時間帯における観測リンク数を増やすことができる。推定されたリンク交通量とリンク移動時間は、直近に観測された交通感知器データとプローブカーデータによって更新されるようにする。

以上で議論した内容は、ある時間帯における交通量と移動時間の同時分布の推定である。これを within-day の各時間帯別の同時分布も考慮に入れると、複数の時間帯における道路ネットワーク全体の交通量および移動時間の同時分布を推定する問題を考えることができる。このとき、問題が扱う次元数は大きくなるため、効率的に複数時間帯における道路ネットワーク全体の交通状態を推定するための仮定を見つけ、手法を改良することが課題となる。

7.2.3 任意の分布形状でも計算可能な交通量配分

既存研究ならびに本章では交通需要ならびに交通容量を表す確率分布は特定の分布系を仮定していた。近年、交通状態の観測技術が進歩しており、リンク交通量、リンク交通容量、リンク移動時間を観測データにより直接推定することが容易になっている。そこで、観測データに基づき、任意の確率分布によって、道路ネットワーク中の確率的な諸量を表すことも課題の一つである。例えば、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を導入すると、任意のリンク交通量、リンク交通容量から、リンク移動時間をサンプリングすることも可能となる。最終的に得られる経路移動時間の分布から、運転者の効用を精緻に特定することも課題の一つである。従来の研究において、交通量配分モデルにおける交通需要および移動時間の確率分布を指定したのは、計算機の性能がボトルネックになるところが大きかった。今日では、高性能な計算機の使用を前提とした数値計算の手法が開発されている。計算機の性能に制約されずに、観測事実の再現を優先した、確率均衡配分モデルの提案と、実際の道路ネットワークへのモデルの適用が期待される。

参考文献

- [1] Abdel-Aty, M.A., Kitamura, R., and Jovanis, P.P. (1997). Using stated preference data for studying the effect of advanced traffic information on drivers' route choice. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 5 (1), 39–50.
- [2] Abu-Dayya, A.A. and Beaulieu, N.C. (1994). Outage probabilities in the presence of correlated lognormal interferers, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 43 (1), 164-173.
- [3] An, K. and Lo, H.K. (2015). Robust transit network design with stochastic demand considering development density. *Transportation Research Part B: Methodological*, 81, 737–754.
- [4] Asakura, Y. (1999). Evaluation of network reliability using stochastic user equilibrium. *Journal of Advanced Transportation*, 33, 147–199.
- [5] Bagloee, S. A., Sarvi, M., Patriksson, M., and Rajabifard, A. (2017). A mixed user-equilibrium and system-optimal traffic flow for connected vehicles stated as a complementarity problem. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 32 (7), 562–580.
- [6] Bell, M. G. H. and Iida, Y. (1997). *Transportation network analysis*. John Willey and Sons, Chichester, UK.
- [7] Bras, R.L. and Georgakakos, K.P. (1980). Real time nonlinear filtering techniques in streamflow forecasting -A statistical linearization approach-. *Third International symposium on Stochastic Hydraulics*, 95-105.
- [8] Brownstone, D., Ghosh, A., Golob, T. F., Kazimi, C., and Amelsfort, D. V. (2003). Drivers's willingness-to-pay to reduce travel time: evidence from the San Diego I-15 congestion pricing project. *Transportation Research Part A*, 37 (4), 373-387.
- [9] Bureau of Public Roads. (1964). *Traffic Assignment Manual*. U.S. Department of Commerce, Urban Planning Division, Washington DC.
- [10] Chen, A., Yang, H., Lo, H.K., and Lo, W.H. (1999). Capacity related reliability for transportation networks. 33 (2), 183-200.
- [11] Chen, A., Yang, H., Lo, H.K., and Lo, W.H. (2002). Capacity reliability of a road network: an assessment methodology and numerical results. *Transportation Research Part B*, 36, 225-252.
- [12] Chen, A., Yang, C., Kongsomsaksakul, S., and Lee, M. (2006). Network-based accessibility measures for vulnerability analysis of degradable transportation networks. *Networks and Spatial Economics*, 7(3), 241-256.
- [13] Chen, A., and Zhou, Z. (2010). The α -reliable mean-excess traffic equilibrium model with stochastic travel times. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44 (4), 493–513.
- [14] Chen, A., Yang, H., Lo, H. K. and Tang W. H. (2002). Capacity reliability of a road network: an assessment methodology and numerical results. *Transportation Research Part B*, 36 (3), 225-252.

- [15] Chen, D., Ahn, S., Chitturi, M., Noyce and D.A. (2017). Towards vehicle automation: Roadway capacity formulation for traffic mixed with regular and automated vehicles. *Transportation Research Part B: Methodological*, 100, 196-221.
- [16] Chen, Z., He, F., Zhang, L., and Yin, Y. (2016). Optimal deployment of autonomous vehicle lanes with endogenous market penetration. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 72, 143–156.
- [17] Clark, S., and Watling, D. (2005). Modeling network travel time reliability under stochastic demand. *Transportation Research Part B*, 39 (2), 119–140.
- [18] Dominici, F., Parmigiani, G. and Clyde, M. (2000). Conjugate analysis of multivariate normal data with incomplete observations. *The Canadian Journal of Statistics*, 28 (3), 533–550.
- [19] Duncan, G. T. (1977). A matrix measure of multivariate local risk aversion. *Econometrica*, 45 (4), 895-903.
- [20] Fan, W., and Machemehl, R.B. (2006). Using a simulated annealing algorithm to solve the transit route network design problem. *Journal of Transportation Engineering*, 132 (2), 122–132.
- [21] Feng, Y., Hourdos, J., and Davis, G. A. (2014). Probe vehicle based real-time traffic monitoring on urban roadways. *Transportation Research Part C*, 40, 160–178.
- [22] Fenton, F. L. (1960). The sum of log-normal probability distributions in scatter transmission systems, *IEEE Transactions on Communication Systems*, 8 (1), 57– 67.
- [23] Fosgerau, M. and Engelson, L. (2011). The value of travel time variance. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(1), 1-8.
- [24] Fosgerau, M., and Fukuda, D. (2012). Valuing travel time variability: characteristics of the travel time distribution on an urban road. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 24, 83-101.
- [25] Friesz, T. L., Cho, H., Mehta, N. J., Tobin, R. L., and Anandalingam, G. (1992). A simulated annealing approach to the network design problem with variational inequality constraints. *Transportation Science*, 26 (1), 18-26.
- [26] Gao, Z., Wu, J., and Sun, H. (2005). Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem. *Transportation Research Part B*, 39, 479-495.
- [27] Ghiasi, A., Hussain, O., Qian, Z. (Sean), and Li, X. (2017). A mixed traffic capacity analysis and lane management model for connected automated vehicles: A Markov chain method. *Transportation Research Part B: Methodological*, 106, 266–292.
- [28] Hara, Y., Suzuki, J. and Kuwahara, M. (2018). Network-wide traffic state estimation using a mixture Gaussian graphical model and graphical lasso. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 86, 622-638.
- [29] Isserlis, L. (1918). On a formulation for the product-moment co-efficient of any order of a normal frequency distribution in any number of variables. *Biometrika*, 12 (1-2), 134–139.

- [30] Jackson, W.B. and Jucker, J.V., (1981). An empirical study of travel time variability and travel choice behavior. *Transportation Science*, 16 (4), 460–475.
- [31] Khani, A., and Boyles, S. (2015). An exact algorithm for the mean-standard deviation shortest path problem. *Transportation research Part B*, 81, 252-266.
- [32] Kim, J., and Mahmassani, H. (2015). Compound Gamma representation for modeling travel time variability in a traffic network. *Transportation Research Part B: Methodological*, 80, 40-63.
- [33] Lam, T. C., and Small, K. A. (2001). The value of time and reliability: measurement from a value pricing experiment. *Transportation Research Part E*, 37 (2-3), 231-251.
- [34] Lam, W.H.K., Shao, H., and Sumalee, A. (2008). Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42 (10), 890–910.
- [35] LeBlanc, L.J. (1975). An algorithm for the discrete network design problem. *Transportation Science*, 9 (3), 183–199.
- [36] Levin, M.W., and Boyles, S.D. (2015). Effects of autonomous vehicle ownership on trip, mode, and route choice. *Transportation Research Record*, 2493, 29-38.
- [37] Levin, M.W., and Boyles, S.D. (2016). A multiclass cell transmission model for shared human and autonomous vehicle roads. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 62, 103–116.
- [38] Liu, H. K., Recker, W., and Chen, A. (2004). Uncovering the contribution of travel time reliability to dynamic route choice using real-time loop data. *Transportation Research Part A*, 38 (6), 435-553.
- [39] Liu, X., Liu, K., Li, M., and Lu, Feng. (2017). A ST-CRF map-matching method for low-frequency floating car data. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 18 (5), 1241-1254.
- [40] Lo, H. K., and Tung, Y. K. (2003). Network with degradable links: Capacity analysis and design. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(4), 345-363.
- [41] Lo, H. K., Luo, X. W., and Siu, B. W. Y. (2006). Degradable transport network: travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion. *Transportation Research Part B*, 40 (9), 792–806.
- [42] Miwa, T., Kiuchi, D., Yamamoto, T., and Morikawa, T. (2012). Development of map matching algorithm for low frequency probe data. *Transportation Research Part C*, 22, 132-145.
- [43] Nakayama, S., and Takayama, J. (2003). Traffic network equilibrium model for uncertain demands. in *Proceedings of the 82nd Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington DC.
- [44] Newell, G.F. (2002). A simplified car-following theory: a lower order model. *Transportation Research Part B: Methodological*, 36 (3), 195-205.
- [45] Nguyen, S. and Dupuis, C. (1984). An efficient method for computing traffic equilibria in

- networks with asymmetric transportation costs. *Transportation Science*, 18 (2), 185-202.
- [46] Nicholson, A. (2015). Travel time reliability benefits: Allowing for correlation. *Research in Transportation Economics*, 49, 14-21.
 - [47] Nicholson, A., and Watling, D. (2015). Modelling issues in incorporating link travel time correlations in the analysis of corridor trip reliability. *Proceedings of the 6th International Symposium on Transportation Network Reliability*.
 - [48] Nitta, S., Tani, R., and Uchida, K. (2019). Estimation of travel time reduction benefit considering the travel time reliability in an autonomous vehicle prevailed road network. *The Journal of Eastern Asia Society*, 13, 664-677.
 - [49] Pan, T. L., Lam, W. H. K., Sumalee, A., and Zhong, R. X. (2016). Modeling the impacts of mandatory and discretionary lane-changing maneuvers. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 68, 403-424.
 - [50] Prakash, A. A., Seshadri, R., and Srinivasan, K. K. (2018). A consistent reliability-based user-equilibrium problem with risk-averse users and endogenous travel time correlations: Formulation and solution algorithm. *Transportation Research Part B: Methodological*, 114, 171-198.
 - [51] Pratt, J. W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica*, 32, 122-136.
 - [52] Rahmani, M., Koutsopoulos, H., and Jenelius, E. (2017). Travel time estimation from sparse floating car data with consistent path inference: A fixed point approach. *Transportation Research Part C*, 85, 2017, 628-643.
 - [53] Ramezani, M., and Geroliminis, N. (2012). On the estimation of arterial route travel time distribution with Markov chains. *Transportation Research Part B*, 46 (10), 1576-1590.
 - [54] Richardson, A.J., and Taylor, M.A.P. (1978). Travel time variability on commuter journeys. *High Speed Ground Transportation Journal*, 12 (1), 77-99.
 - [55] Seo, T., and Asakura, Y. (2017). Endogenous market penetration dynamics of automated and connected vehicles: Transport-oriented model and its paradox. *Transportation Research Procedia*, 27, 238-245.
 - [56] Seo, T., Kusakabe, T., and Asakura, Y. (2015). Estimation of flow and density using probe vehicles with spacing measurement equipment. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 53, 134-150.
 - [57] Shao, H., Lam, W. H. K., and Tam, M. L. (2006). A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand. *Networks and Spatial Economics*, 6(34): 173-204.
 - [58] Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., Chen, A., and Hazelton, M.L. (2014). Estimation of mean and covariance of peak hour origin-destination demands from day-to-day traffic counts. *Transportation Research Part B: Methodological*, 68, 52-75.
 - [59] Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., and Hazelton, M.L. (2015). Estimation of mean and

- covariance of stochastic multi-class OD demands from classigied traffic counts. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 59, 92-110.
- [60] Sheffi, Y. (1985), *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliff, New Jersey.
 - [61] Srinivasan, K. K., Prakash, A. A., and Seshadri, R. (2014). Finding most reliable paths on networks with correlated and shifted log-normal travel times. *Transportation Research Part B: Methodological*, 66, 110–128.
 - [62] Sumalee, A., and Kurauchi, F. (2006). Network capacity reliability analysis considering traffic regulation after a major disaster. *Networks and Spatial Economics*, 6(3–4), 205–219.
 - [63] Sumalee, A., Uchida, K., and Lam, W.H.K. (2011). Stochastic multi-modal transport network under demand uncertainties and adverse weather condition. *Transportation Research Part C*, 19, 338-350.
 - [64] Sumalee, A., and Xu, W. (2011). First-best marginal cost toll for a traffic network with stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45 (1), 41–59.
 - [65] Susilawati, S., Taylor, M.A.P., and Somenahalli, S.V.C. (2013). Distributions of travel time variability on urban roads. *Journal of Advanced Transportation*, 47, 720-730.
 - [66] Tani, R., and Uchida, K. (2018). A stochastic user equilibrium assignment model under stochastic demand and supply following lognormal distributions. *Asian Transportation Study*, 5 (2), 326-348.
 - [67] Tani, R., Uchida, K., and Kimura, I. (2017). A financial resources allocation model considering stochastic travel time in a road network exposed to a flood risk. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 12, 94-113.
 - [68] Taylor, M.A.P. (2017). Fosgerau's travel time reliability ratio and the Burr distribution. *Transportation Research Part B: Methodological*, 97, 50-63.
 - [69] Taylor, M.A.P., Sekhar, S.V.C. and D'Este G.M. (2006). Application of accessibility based methods for vulnerability analysis of strategic road networks. *Networks and Spatial Economics*, 6 (3), 267-291.
 - [70] Uchida, K. (2014). Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 66, 129–147.
 - [71] Uchida, K. (2015). Travel time reliability estimation model using observed link flows in a road network. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 30 (6), 449–463.
 - [72] Uchida, K., and Kato, T. (2017). A simplified network model for travel time reliability analysis in a road network. *Journal of Advanced Transportation*.
 - [73] Uchida, K., Sumalee, A., and Ho, H. W. (2011). A stochastic multimodal reliable network design problem under adverse weather conditions. *Journal of Advanced Transportation*, 49 (1), 73-95.
 - [74] Uno, N., Kurauchi, F., Tamura, H., and Iida, Y. (2009). Using bus probe data for analysis of travel

- time variability. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 13 (1), 2-15.
- [75] Wang, J., Ehrgott, M., and Chen, A. (2014). A bi-objective user equilibrium model of travel time reliability in a road network. *Transportation Research Part B: Methodological*, 66, 4-15.
 - [76] Wang, J., Peeta, S., and He, X. (2019). Multiclass traffic assignment model for mixed traffic flow of human-driven vehicles and connected and autonomous vehicles. *Transportation Research Part B: Methodological*, 126, 139–168.
 - [77] Wardrop, J.G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institute of Civil Engineers Part II*, 325-378.
 - [78] Watling, D. (2002). Stochastic network equilibrium under stochastic demand. Patriksson, M., and Labbe, M. eds., *Transportation Planning: State of Art*, Kluwer Academic, Dordrecht, Netherlands, 33-51.
 - [79] Watling, D. (2006). User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty. *European Journal of Operational Research*, 175, 1539-1556.
 - [80] Wang, R., Li, Y., and Work, D.B. (2017). Comparing traffic state estimators for mixed human and automated traffic flows. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 78, 95–110.
 - [81] Yang, H. (1998). Multiple equilibrium behaviors and advanced traveler information systems with endogenous market penetration. *Transportation Research Part B: Methodological*, 32 (3), 205–218.
 - [82] Yang, H., Zhang, X., and Meng, Q. (2007). Stackelberg games and multiple equilibrium behaviors on networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 41 (8), 841–861.
 - [83] Ye, L., and Yamamoto, T. (2018). Impact of dedicated lanes for connected and autonomous vehicle on traffic flow throughput. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 512, 588–597.
 - [84] Yin, Y., and Ieda, H. (2002). Assessing performance reliability of road networks under nonrecurrent congestion, *Transportation Research Record*, 1771, 148-155.
 - [85] Zhang, K., and Nie, Y. (Marco). (2018). Mitigating the impact of selfish routing: An optimal-ratio control scheme (ORCS) inspired by autonomous driving. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 87, 75–90.
 - [86] Zhang, L., Yang, H., Wu, D., and Wang, D. (2014). Solving a discrete multimodal transportation network design problem. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 49, 73–86.
 - [87] Zhao, Y., and Kockelman, K. M. (2002). The propagation of uncertainty through travel demand models: an exploratory analysis. *Annals of Regional Science*, 36 (1), 145-163.
 - [88] Zhou, Z., and Chen, A. (2008). Comparative analysis of three user equilibrium models under stochastic demand, *Journal of Advanced Transportation*, 42 (3), 239-263.
 - [89] 飯田恭敬, 若林拓史, 福島博. (1989). 道路網信頼性の近似解析方法の比較研究, *土木学会論文集*, 407(IV-11), 107-116.

- [90] 池田昌幸. (2000). 金融経済学の基礎, 朝倉書店.
- [91] 今村悠太, 中山晶一郎, 高山純一. (2011). 旅行時間のパーセンタイル値に基づく交通均衡配分モデルを用いた信頼性評価法とその金沢市道路ネットワークへの適用, 土木学会論文集 D, 67 (5), 625-634.
- [92] 内田賢悦. (2009). 需要・供給・認知の確率変動を反映した利用者均衡配分, 土木学会論文集 D, 62 (4), 537-547.
- [93] 内田賢悦. (2010). 交通容量の確率的変動が道路ネットワークの移動時間に与える影響に関する研究, 土木学会論文集 D, 66 (4), 431-441.
- [94] 加藤哲平. (2018). 道路ネットワークにおける移動時間の不確実性を考慮した便益推計に関する研究, 北海道大学大学院工学院博士論文.
- [95] 川崎洋輔, 原祐輔, 桑原雅夫. (2017). 状態空間モデルによる経路選択を考慮した二次元ネットワークの交通状態推定手法の構築, 土木学会論文集 D, 73 (5), 949-959.
- [96] 瀬尾亨, 日下部貴彦, 朝倉康夫. (2013). 車間距離を計測するプローブカーを前提とした交通状態の推定手法, 土木学会論文集 D, 69 (5), 809-818.
- [97] 瀬尾亨, 日下部貴彦. (2019). 衛星画像とプローブカー軌跡を用いたネットワーク交通状態推定のシミュレーション分析, 交通工学論文集, 5 (2), 1-10.
- [98] 峪龍一, 内田賢悦, 自動運転車両の普及過程における移動時間信頼性を考慮した交通量配分モデル, 第 58 回土木計画学研究発表会, 大分市, 2018 年 11 月.
- [99] 土木学会. (1998). 交通ネットワークの均衡分析, 丸善.
- [100] 中山晶一郎, 高山純一. (2006). 交通需要と経路選択の確率変動を考慮した交通ネットワーク均衡モデル, 土木学会論文集 D, 62 (4), 537-547.
- [101] 中山晶一郎, 朝倉康夫. (2014). 道路交通の信頼性評価, コロナ社.
- [102] 原祐輔, 花岡洋平, 桑原雅夫. 道路ネットワーク内の関係性に着目した長期観測プローブデータによるプローブ未観測リンクの交通状態補間, 交通工学論文集, 2(1), 1-10.
- [103] 原田剛志, 倉内文孝, 高木朗義. (2014). リダンダンシーを考慮したアクセシビリティに基づく道路ネットワークの接続脆弱性評価, 土木学会論文集 D3(土木計画学), 70(1), 76-87.
- [104] 福島雅夫. (2001). 非線形最適化の基礎, 朝倉書店.

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々に貴重なご指導、ご助言、ご支援を賜りました。ここに記し、深く感謝申し上げます。

北海道大学大学院内田賢悦教授には、私が社会基盤計画学研究室（現：交通ネットワーク解析学研究室）に配属されて以来、指導教員、本論文の主査として、研究の初歩から、理論の理解、論文の執筆の仕方に至るまで、数多くのご指導とご助言をいただきました。研究の道に進まなければ得られなかった、数多くの貴重な機会と経験を与えていただいたこと、研究者という道を選択する機会を与えていただいたことに対して、深く感謝申し上げます。

北海道大学大学院萩原亨教授、高野伸栄教授には、本論文の副査をお引き受けいただき、本論文の位置づけを明確にする、多くのご指導をいただきました。深く感謝申し上げます。

北海商科大学田村亨教授には、北海道大学大学院に在職した当時より、私が博士後期課程への進学を考えるにあたり数多くのご助言をいただきました。また、理論研究を政策と結び付けて考えることの重要性についてご指摘をいただきました。北海道大学大学院杉浦聡志准教授には、岐阜大学在職時より今日に至るまで、日々の研究に対する貴重なご意見および、多くの励ましをいただきました。埼玉大学大学院加藤哲平助教には、北海道大学大学院博士後期課程在学時より、私の博士後期課程への進学に関するご助言や、研究内容について、研究室配属時から、今日に至るまで数多くのご助言、ご指導と励ましを賜りました。皆様に深く感謝申し上げます。

金沢大学大学院中山晶一郎教授には、金沢大学主催の勉強会に誘っていただき、若手研究者との交流の場や貴重な発表の機会をいただきました。岐阜大学倉内文孝教授、東京大学瀬尾亨助教には、研究に関するご助言を多数いただきました。他にも学会等を通じて、多くの先生方に研究に関するご意見、ご指導をいただきました。

I would like to express my acknowledgement to Professor Agachai Sumalee in the Hong Kong Polytechnic University (currently Chulalongkorn University, Thailand). I have been given a lot of fruitful discussions and valuable experiences in Hong Kong from him. I would also like to express my gratitude to members of research team of the Hong Kong Polytechnic University (Mr. Can Chen, Ms. Yunping Huang and Dr. Julio Ho) who supported my research and life in Hong Kong. I am also grateful to my friends in the Hong Kong Polytechnic University. Particularly, I would like to thank all my friends in the Hong Kong Polytech University (Mr. Suharit Masmek, Mr. Kunal Krishna Das, Mr. Peichen Wu and Ms. Yibin Guo). They helped and supported me a lot during my whole stay in Hong Kong.

北海道大学大学院佐藤美音元事務補助員、笹田万希事務補助員には、研究と研究室内の運営に当たって、多くのご協力をいただきました。また、研究生活をともにすごした、北海道大学大学院社会基盤計画学研究室、交通ネットワーク解析学研究室の学生の皆さん、A355室

の学生の皆さん（和田脩平さん，Mr. Narith Saum）には，大変お世話になりました。

本研究の一部は，日本学術振興会「若手研究者海外挑戦プログラム」および，日本学術振興会「特別研究員奨励費（研究課題番号：20J10083）」により実施されました．ここに深く感謝申し上げます．

北海道大学に入学して以来，下宿の寮母さんとそのご家族，下宿の皆さまには，日々の学生生活を送るうえで，大変お世話になりました．ありがとうございました．

最後に，これまで私の研究生生活を理解し，支えていただいた父，母，祖母，弟，家族・親戚に，心からの感謝の意を表し，本論文の謝辞とさせていただきます．

2020 年 11 月 峪 龍一