HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	On a mathematical treatment of a particle-reaction-diffusion model [an abstract of entire text]
Author(s)	岡本, 守
Description	この博士論文全文の閲覧方法については、以下のサイトをご参照ください。 https://www.lib.hokudai.ac.jp/dissertations/copy-guides/
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14290号
Issue Date	2020-12-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/80302
Type	doctoral thesis
File Information	Mamoru_OKAMOTO_summary.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 の 要 約

博士の専攻分野の名称　博士（理　学）　氏　名　　岡　本　守

学 位 論 文 題 名

On a mathematical treatment of a particle-reaction-diffusion model
（ある粒子反応拡散系モデルの数学的取り扱いについて）

自然界において，集団運動は普遍的に観察される現象の一つである．ここで言う集団運動とは，個別の規則に則って運動する個体の集合として現れる運動であって，しかもその全体としての様相を個別の運動の単純な重ね合わせとしては記述できないものを指す．このような集団運動の例としては，鳥類や魚類の群れが示す集団としての振る舞いや，バクテリアのコロニー形成過程において確認することができる．

これらの集団運動の基礎原理を理解するための試みとして，生物的な要素による変動を受けない非生物系の自走粒子系による実験が多数行われ，報告されている．また，これに加えて，多数の理論的な解析が行われている．

本論文では，自走粒子系の中でも水面の樟脳円板による運動を記述する以下の数理モデルを解析した．

$$\rho\frac{d^2x_c^i}{dt^2}=\frac{\gamma(u(x_c^i(t)+r,t))-\gamma(u(x_c^i(t)-r,t))}{2r}-\mu\frac{dx_c^i}{dt},\qquad i=1,\cdots,N,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-u+\sum_{i=1}^{N}F(x-x_c^i(t)),\qquad x\in\mathbb{R},$$

$$F(x)=\begin{cases}1, & |x|<r,\\ 0, & |x|\geq r,\end{cases}$$

解析したモデル方程式自体は樟脳円板による自走粒子系という特殊な系に由来するものであるが，その数学的表現は，反応拡散方程式によって記述される場と，その場と相互作用を行いながら運動する粒子を記述する常微分方程式からなる粒子反応拡散系の一般に通ずるものである．

本論文における第一の結果は，一次元領域におけるモデル方程式の初期値問題に対して，時間大域解が一意に存在することを述べたものである．先行する理論的研究においては，このような時間大域解の存在は言及され，あるいは暗にその存在が仮定されていたが，その存在に関する証明は与えられていなかった．証明は Picard の逐次近似法によって縮小写像を構成することによる．時間大域解を得るため，縮小写像は適切な重み付き空間の上で構成し，また，反応拡散方程式については熱核を用いて解を表示することによって処理した．

第二の結果は，二枚の樟脳円板が行う等速運動に対応した，非自明な進行波解の存在，および非存在に関する十分条件の述べたものである．証明は解の直接表示による詳細な極限評価によるものであり，初等的な手法によるものであるが，応用上重要と思われる結果を得られた．この結果は有界な一次元区間に周期境界条件を課した領域と，実軸全体を領域とした二つの場合に証明した．これらの結果は，水面上を運動する自走粒子の運動の様相から，気液界面に分布する界面活性剤濃度と表面張力との関係について，界面活性剤が溶液中に分布する場合とは異なる関係性を持つとする示唆を与えるものである．また，数学的には進行パルス波同士が近接した際の相互作用について言及するという点で特異な結果である．