



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	複雑ネットワークにおける長距離次数相関 [論文内容及び審査の要旨]
Author(s)	藤木, 結香
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(工学)
Dissertation Number	甲第14427号
Issue Date	2021-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/81182
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Yuka_Fujiki_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（工学） 氏名 藤木 結香

学 位 論 文 題 名

複雑ネットワークにおける長距離次数相関 (Long-range degree correlations in complex networks)

我々の身の回りの複雑系を構成する要素間の関係はネットワークという概念を用いることで一般的かつ簡便に抽象化することができる。航空路線網、人間関係、神経網などの極めて広い領域にわたる複雑系が複雑ネットワークとして表されるが、こうした現実ネットワークの多くにはノードから出るエッジの本数(次数)に大きな揺らぎが見られる。このような強い次数不均一性をもつネットワークでは、ノード対次数間の相関(次数相関)がネットワーク構造やそこでのダイナミクスに強い影響を与える。中でも隣接ノード間の次数相関である隣接次数相関の研究はこれまで盛んに行われており、コミュニティ構造やフラクタル性など、複雑ネットワークの構造的性質と密接に関係していることが明らかにされている。また、感染症の拡散現象、同期現象、ゲーム理論、頑強性のようなネットワーク上の諸現象にも大きな影響を与えることが従来研究によって解明されている。このように、隣接次数相関に関しては系統的研究がすでに行われているが、それを可能とした大きな要因は、ネットワーク上のあらゆる種類の隣接次数相関を記述するための数学的枠組みが当該研究の初期段階で完成していたことにある。しかしながら、一般的な次数相関が隣接次数相関によって完全に記述されるわけではない。ネットワークの大域的性質が隣接以上に離れたノードの間の次数相関である長距離次数相関と密接に関係していることは明らかである。特に、高次数ノード(ハブ)どうしがどの程度離れているかは、ネットワーク上のダイナミクスにも直接的に影響を与える重要な物理量である。そのため、長距離次数相関への関心が近年急速に高まっている。実際、最短経路上のノードの次数揺らぎに対する Hurst 指数や隣接以上に離れたノード対次数間の Pearson 相関係数を用いて長距離次数相関を特徴づける研究がこれまでも行われている。しかしながら、これらの指標が長距離次数相関の特定の側面を定量化することを目的として提案されているのに対し、隣接次数相関に関する研究がそうであったように、ネットワーク構造と長距離次数相関の関係を系統的に研究するためには、あらゆる種類の長距離次数相関を特徴づけるための一般的な定式化が不可欠である。長距離次数相関の一般論を展開するには有限サイズのネットワークを扱うことが本質的に重要となるが、通常のアプローチが有限系では使えないため、一般に有限サイズ・ネットワークの解析的な取り扱い是非常に難しくなる。この理由により、長距離次数相関に対する一般論の構築に成功した研究は未だ報告されていない。そのため、複雑ネットワークにおける長距離次数相関を一般的に解析するための数学的枠組みを構築することは急務の課題となっている。

そこで本論文では、有限系でも高精度が期待される平均場近似を用いることで一般的な長距離次数相関を記述するための手法を提案する。そのためまずはじめに、ノード対間の距離 l 、一方のノードの次数 k 、もう一方のノードの次数 k' の間の相関を完全に記述することができる同時確率と 4 つの条件付き確率を導入する。その上で、これら 5 種類の確率関数間の関係、および隣接次数相関を記述する確率関数との関係を明らかにする。次に、与えられたネットワークにおける長距離次数相関の有無を判断するため、いかなるスケールにおいても次数相関が無いネットワーク(長距離無相関ネットワーク)を規定し、長距離無相関ネットワークに対する確率関数を平均場近似と局所木構造仮定を用いて解析的に導出する。これにより、与えられたネットワーク G に対する確率関数と、 G と同じ次数分布を有する長距離無相関ネットワークの確率関数を比較することで、 G に長距離次数相関が有るか否かを判別することができる。一方、隣接次数相関を有するネットワークで

は、たとえ長距離に及ぶ次数同士の直接的な相関が存在しなくても、隣接相関の効果の累積によって見かけ上の長距離次数相関 (外因性長距離次数相関) が生じる。長距離次数相関とネットワーク特性の関係を理解するためには、このような外因性長距離次数相関と長距離に及ぶ直接的相関 (内因性長距離次数相関) を区別しなければならない。この目的のため、外因性長距離次数相関のみを純粋に有するネットワーク、すなわち隣接次数相関以外には完全にランダムな隣接相関ランダムネットワークに対する確率関数を解析的に導出した。与えられたネットワーク G に対する確率関数と、 G と同じ次数分布および同じ隣接次数相関を有する隣接相関ランダムネットワークに対する確率関数を比較することで、 G が有する長距離次数相関が外因性の相関なのか内因性の相関なのかを区別することができる。さらに本論文では、長距離次数相関の有無や外因性・内因性の程度、次数相関の種類を定量判別するための幾つもの指標を導入した。これらの指標を用い、現実世界の多様な複雑系を記述する多数のネットワークを調べた。その結果、ほぼすべてのネットワークが長距離次数相関を有しており、その大多数が内因性の長距離次数相関を有していることが明らかになった。本論文は全 7 章から構成されており、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本論文の主題である複雑ネットワークにおける次数相関に関する研究の背景と現状、及び既存研究の問題点を概説する。

第 2 章では、複雑ネットワークの次数相関以外の構造的性質とそれらの特徴づける特徴量について説明する。

第 3 章では、隣接次数相関と隣接次数相関がネットワーク上の諸現象に与える影響に関する従来研究を詳しく説明する。

第 4 章では、隣接次数相関だけではネットワークの大域的構造特性の特徴づけることができないことを明らかにする。具体的には、隣接次数相関のみを指定することで再現できるネットワーク構造の限界に関する既存研究を紹介し、スケールフリー性とフラクタル性を併せ持つネットワークに見られるハブどうしの長距離にわたる反発相関が隣接次数相関では説明され得ないことを明らかにする。その上で、本論文の目的を述べる。

第 5 章では、本論文の主題となる長距離次数相関の一般的な定式化を行う。まず長距離次数相関を特徴づける 5 種類の確率関数を導入する。次に、長距離無相関ネットワークを規定し、そのネットワークに対する確率関数を平均場近似と局所木構造仮定を用いて解析的に計算する。また、提案した解析手法を現実世界を記述するネットワークに適用することで、これらのネットワークが示す長距離次数相関を解析し、本解析手法の有用性を確認する。

第 6 章では、外因性長距離次数相関と内因性次数相関とを識別する手法を提案し、長距離次数相関のより詳細な性質に関する議論を展開する。そのためまず隣接相関ランダムネットワークに対する確率関数を解析的に計算する。本章では、長距離次数相関の多様な側面を定量化する数多くの指標も提案される。さらに、これらの結果を用いて、多数の現実ネットワークの長距離次数相関を調べること、現実世界の複雑系がいかに多様性に溢れているかを示す。

第 7 章は結論である。複雑ネットワークの長距離次数相関に関して得られた本研究の知見をまとめるとともに、今後の課題についても述べる。