HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Study on model order reduction for Maxwell's equations based on Krylov subspace methods [an abstract of entire text]
Author(s)	比留間, 真悟
Description	この博士論文全文の閲覧方法については、以下のサイトをご参照ください。 https://www.lib.hokudai.ac.jp/dissertations/copy-guides/
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第14580号
Issue Date	2021-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/81669
Type	doctoral thesis
File Information	Shingo_Hiruma_summary.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 内 容 の 要 約

博士の専攻分野の名称　　博士（情報科学）　　氏名　比留間　真悟

学 位 論 文 題 名

Study on model order reduction for Maxwell's equations based on Krylov subspace methods
（クリロフ部分空間法によるマクスウェル方程式のモデル縮約法に関する研究）

昨今の地球温暖化問題を背景として電磁機器の高効率化が強く求められている．変圧器やリアクトルなどの電力変換器は各種パワーエレクトロニクス回路や回転機制御回路などに広く用いられており，その損失低減は重要な課題である．

近年，パワーエレクトロニクス回路のスイッチングが高速化しており，周辺回路の小型化・高周波数化が進んでいる．高周波数において電磁機器内部には表皮・近接効果による渦電流が発生し損失が増加する．渦電流損失を高精度に計算するには電磁機器の細部をモデル化し電磁界シミュレーションにより解析する必要があるが,微細なメッシュを有するモデルの未知数が多くなり，解析時間が長大になる問題がある．またパワーエレクトロニクス回路などの外部回路との連成のためには多数の未知数を有する大規模な方程式を繰り返し解かなければならず現実的ではない．このような問題に対して方程式の求解を高速化するための二つのアプローチがある．一つは方程式を並列化して大規模問題を高速に解く方法,もう一つは方程式の低次元近似モデル(reduced order model: ROM)を生成して高速に解く方法(model order reduction: MOR)である．前者の方法では並列化の規模に応じて速度向上率が高くなるため，計算資源が豊富にある場合に有効である．一方で後者の方法では高精度な低次元近似モデルを生成できれば大幅な速度向上を望むことができ，さらに外部回路と強連成解析の高速化が期待される．本研究後者のアプローチに着目し，高精度な ROM の構築を目的として以下の検討を行った．

(1)電磁場の支配方程式から Cauer 回路を生成する手法の定式化と一般化
(2)上記手法(1)の均質化法への適用と精度および計算時間評価
(3)上記手法(1)の変位電流を考慮した方程式への適用と精度および計算時間評価

第 1 章では研究の背景と既存の研究について記述し，それらの内容を踏まえて研究目的について述べた．

第 2 章では Maxwell 方程式について方程式を示し，また境界条件の種類と取り扱いについて述べた．Maxwell 方程式には低周波近似である準静電界(Electro-quasi-static)，準静磁界(Magneto-quasi-static)，Darwin モデル(Electromagneto-quasi-static)近似がある．このうち準静磁界近似は回転機や変圧器といった低周波電磁機器の解析においてよく用いられる．また Darwin 近似は変位電流を取り扱うための準静的な近似であり今後重要になると考えられる．これらの近似について述べた後，本論文で使用する数値計算方法として有限要素法

について概要を述べた．有限要素法は解析する領域を微細な要素に分割し，要素の節点または辺におけるポテンシャルを近似計算する手法である．これによって通常実験では得られない電磁機器内部の電磁場の様子を可視化することができるため有用であるとされている．しかしながら，導体内部に生じる渦電流を計算する場合には多くの要素を必要とするため計算コストが大きくなる傾向がある．本論文では第 3 章以降において，計算コストを軽減するための手法としてモデル縮約法を中心として均質化法や Darwin モデルへの適用を試みた．

第 3 章では(1)として近年提案された電磁場の方程式と等価な Cauer 回路を生成する手法(Cauer ladder network method: CLN)に着目し，これを有限要素離散化された電磁場の方程式上で考察することにより Krylov 部分空間法と関連があることを明らかにした．さらに得られる 3 項漸化式が自己随伴行列に対する Lanczos 法に等しいことを明らかにした．また系の伝達関数がこのアルゴリズムを用いることで連分数近似されることを示した．これを一般化し, Maxwell 方程式のみならず正定値対称行列を係数にもつ一般の伝達関数を連分数近似することができる手法を開発した．この一般化した方法を Cauer via Lanczos: CVL と命名した．提案手法を電磁機器の縮約モデル生成に適用することで従来の損失解析では長大な時間を要する計算を短縮できることを示した. Cauer 回路は物理的な意味を有しているため，静磁場解析から得られる磁気飽和特性を付与することで非線形性を考慮した回路解析が可能になる．従来は小さいタイムステップごとに大規模な非線形有限要素方程式を解かなければならなかったが，提案手法を用いると方程式を数回解くだけで広い周波数特性を得ることができるため，計算コストの削減が可能である．
第 4 章では(2)について CVL をモデル低次元化の手法の一つである均質化法と組み合わせることについて検討を行った．これにより均質材料の物性値の計算，均質材料を含む系の ROM の導出，さらに古典的な渦電流損失式の高精度化が可能となった．

電磁機器には渦電流を抑制するために，微細な構造を有する電磁鋼板，圧粉磁心，細線といった材料が用いられる．近年の電磁機器の高周波化に伴い，これらの材料内部に流れる渦電流を評価することが重要になってきているが，微細な有限要素分割を必要とするため計算コストが大きい．そこで微細な構造を有するこれらの渦電流特性と等価な特性を持つ複素透磁率でモデリングする手法を均質化法と呼ぶ．均質化された材料は微細な有限要素を必要としないため計算コストを大幅に削減することが可能である．複素透磁率の評価方法にはこれまでいくつかの方法が提案されている．その一つは，Maxwell 方程式を解析的に解き，それを巨視的な透磁率を求める Ollendorff の公式に代入することで求める準解析的アプローチである．この方法では Maxwell 方程式を解析的に解くことが難しい形状について複素透磁率を求めることが難しくなる．一方で均質領域の単位セルの有限要素方程式をとく数値的なアプローチがある．従来，この数値的なアプローチでは周波数ごとに単位セルの有限要素方程式を解く必要があった．これに対して，単位セルの伝達関数に CVL を適用することで少数回の解析のみで広い周波数における ROM を得ることが可能となることを示

した．この方法について提案手法の妥当性を示すために，円形断面導体，楕円断面，矩形断面の場合について提案手法と有限要素方程式を解いて周波数特性を計算する元の手法と比較を行った．提案手法により得られる周波数特性は連分数の段数が 6 段程度であっても，元の手法と遜色ない精度の複素透磁率を計算可能であることが分かった．
均質化法を適用したモデルは依然として大規模な方程式であり，繰り返し解くことは計算コストが大きい．これに対し，均質化法を適用した系について CVL を適用することで ROM として物理的な解釈が可能な等価回路を生成できることを示した．このとき均質化領域の複素透磁率の評価と等価回路の回路定数の評価を独立に行えるという特徴がある．提案手法の妥当性を検討するために，均質化法を適用しない有限要素法の結果と等価回路の周波数特性の比較を行った．その結果，等価回路の段数が 3 段程度であっても，元の方程式と遜色ない精度の周波数特性を計算可能であることを示した．得られる等価回路は Cauer 回路を再帰的に構成するため，Cauer 回路の物理的な意味を引き継いでいる．そのため，磁気飽和による非線形特性を導入することが可能である．そこで本提案手法の応用として等価回路を buck-boost converter に導入し等価回路解析を実行した．これによってインバータのスイッチングによって巻線内に生じる渦電流損失を計算可能であることを示した．また非線形特性を導入することで磁気飽和を考慮した解析が可能であることを示した．

最後に古典的な渦電流算出モデルである Dowell の式に対して，均質化法を適用することで高周波数における渦電流算出を高精度化できることを示した．Dowell の式は回転機のスロット巻線や変圧器の巻線において漏れ磁束によって誘起される渦電流による損失を推定する式である．この式は低周波数においては比較的高精度であることが知られているが，高周波数においては近似の影響により精度が悪化することが知られている．そこで本研究では均質化法を応用し，Dowell の式の高精度化に取り組んだ．具体的には巻線部分を複素透磁率で評価される均質材料に置き換え，一次元の Maxwell 方程式を解くというものである．Dowell の式では近似されていた，導体の形状や隣接する導体による影響などを複素透磁率で考慮可能であるため高精度化が期待される．提案手法の妥当性を検討するために，Dowell の式，提案手法，有限要素法による解析を行った．結果として Dowell の式は高周波数において有限要素法の結果と誤差を生じるものの，提案手法ではその差が小さく精度が改善されることが分かった．Dowell の式を用いて行われる最適化の手法はそのまま提案手法によって置き換えることが可能になるといえる．

第 5 章では(3)として CVL を変位電流が考慮可能な定式化である Darwin モデルに適用する検討を行った．近年のパワーエレクトロニクスの高周波化に伴い材料内の電界分布の検討が必要になると考えられる．電界分布を考慮するための定式化として Darwin モデルがある．しかしながら，Darwin モデルを従来の方法で離散化すると非対称な方程式になってしまうため，繰り返し解くことが難しい．そのため，本研究では CVL を適用することで ROM を生成することに着目した．CVL により Darwin モデルにおいても ROM の生成が可能であることを示し，高速な解析が可能になることを示した．検証のために残差の計算を行った．

回路の段数を大きくするにつれて残差が小さい有効な周波数帯が広がることを確認した．このように提案手法には優位性があるものの，得られる縮約モデルを Cauer 回路と解釈する場合には負の抵抗を含むことになるため，受動性の観点から問題があることを指摘している．この点に関しては今後の課題である．

第 6 章では，本論文で得られた結果と知見を総括した．