



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Mean-field behavior for percolation models [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	上島, 芳倫
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14347号
Issue Date	2021-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/81734
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Yoshinori_Kamijima_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏 名 上島 芳倫

	主 査	教 授	坂井 哲
審査担当者	副 査	教 授	行木 孝夫
	副 査	准教授	宮尾 忠宏
	副 査	准教授	長谷部高広

学 位 論 文 題 名

Mean-field behavior for percolation models
(パーコレーション模型に対する平均場臨界現象)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

近年再び注目を集め、2006 年に Werner, 2010 年に Smirnov, 2014 年に Hairer がフィールズ賞を受賞するに至った「無限粒子系の相転移・臨界現象」の問題. その無限粒子系の代表格の一つが「パーコレーション」である. 1950 年代に浸透現象を記述するモデルとして考案されたが、未だに解決されていない問題も多い. 1990 年代に考案された「レース展開」の手法により、 $\mathbf{Z}^d$ 上の (最近接) パーコレーションでは $d \gg 6$, $\mathbf{Z}^d \times \mathbf{Z}_+$ 上の (最近接) 有向パーコレーションでは $d \gg 4$ のとき、臨界現象が平均場近似で予想されていたものに退化することが知られていた. このような退化は、次元が「上部臨界次元 d_c 」より高いときのみ起こると予想されていて、パーコレーションでは $d_c = 6$, 有向パーコレーションでは $d_c = 4$ だと考えられている. 本論文は、これらのモデルを体心立方格子上で考え、 $d \geq 9$ で平均場臨界現象に退化すること、すなわち $d \leq 9$ であることを証明した二つの論文 (以下で紹介) を纏めたものである. これらの上界は、先行研究で得られていた ($\mathbf{Z}^d$ 上や $\mathbf{Z}^d \times \mathbf{Z}_+$ 上の) 値を凌駕したもので、非常に意義深い.

本論文の構成は、以下の通り. 第 1 章では、 d 次元体心立方格子 $\mathbf{L}^d$ と二つのモデルを定義し、続く二つの章で必要となる道具を整備している.

第 2 章では、 $\mathbf{L}^d$ 上のパーコレーションに対するレース展開の解析と工夫が纏められている. 標準的な $\mathbf{Z}^d$ 上では、Fitzner と van der Hofstad が長大で難解な二つの論文 (共に 2017 年) において証明した $d \leq 11$ がベストバウンド. 申請者は、坂井と半田 (富士通) との比較的短い共著論文において、 $\mathbf{L}^{d \geq 9}$ 上での平均場臨界現象を証明することに成功. Taiwanese Journal of Mathematics に受理され、2020 年に公開された.

第 3 章は、 $\mathbf{L}^d \times \mathbf{Z}_+$ 上の有向パーコレーションに対するレース展開の解析と工夫が纏められている. 実は、 $\mathbf{Z}^d \times \mathbf{Z}_+$ 上で証明されたと思われていた Nguyen と Yang の論文 (1993 年) には誤りがあり、そのせいで最近接モデルでは ($d \gg 4$ どころか) どの次元でもレース展開の収束を証明できずにいた. 申請者は、Chen (国立政治大学, 台湾) と半田 (同上) との共著論文において、時間異方性から生ずる問題を上手く解決し、遂に $\mathbf{L}^{d \geq 9} \times \mathbf{Z}_+$ 上で平均場臨界現象に退化することを証明した. この論文は、近日投稿予定である.

よって著者は北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。