



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	The Theory of Pseudo-Fan and Toric Construction of Moduli Space of Quasi Maps from $\mathbb{P}^1$ with Two Marked Points to $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	松坂, 公暉
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14351号
Issue Date	2021-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/81856
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Kohki_Matsuzaka_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士(理学) 氏名 松坂 公暉

主査教授 石川 剛郎
審査担当者 副査教授 吉永 正彦
副査教授 秦泉寺 雅夫
(岡山大学・大学院自然科学研究科)

学位論文題名

The Theory of Pseudo-Fan and Toric Construction of Moduli Space of Quasi Maps
from $\mathbb{P}^1$ with Two Marked Points to $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$

擬扇の理論および2点付き $\mathbb{P}^1$ から $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ への擬写像のモジュライ空間のトーリック構成

博士学位論文審査等の結果について(報告)

学位申請者の松坂公暉君の研究の背景には、ミラー対称性の研究があります。古典的なミラー対称性は、カラビ・ヤウ多様体と別のカラビ・ヤウ多様体のホッジ数の双対性であり、一方のケーラーモジュライ空間と他方の複素モジュライ空間の間の双対性をいわゆるミラー写像が与えます。ミラー対称性の研究の中で重要なグロモフ・ウィッテン不変量において、いわゆる **stable maps** によるモジュライ空間のコンパクト化が使われます。秦泉寺雅夫氏は、**stable maps** より扱いやすい **rational maps** あるいは **quasi maps** によるトーリック多様体上の曲線のモジュライ空間のコンパクト化を導入し、ヒルツェブルフ曲面や重み付き射影空間内のカラビ・ヤウ超曲面などの場合にモジュライ空間の大まかな構成を与え、固定点定理を用いてそのモジュライ空間の位相的交点数としてミラー写像の展開係数の導出を行いました。学位申請者は、この先行研究に基づき、特に、複素射影直線 $\mathbb{P}^1$ から複素射影直線の直積 $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ への **quasi-maps** で、固定された2点(**marked points**)で像が必ず定義されるものから作られるモジュライ空間に注目しました。 $\mathbb{P}^1$ から $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ への双次数 (d_1, d_2) を持つ **quasi-map** は、基本的には次数 d_1 と次数 d_2 を持つ C^2 ベクトル係数の斉次多項式の組からなり、定義域はベクトル係数の多項式の零点を除いた領域でのみ定義されます。しかし秦泉寺氏の構成ではそのモジュライ空間の境界部分の構成が非常に複雑なため、モジュライ空間のトーリック多様体としての具体的な構成は与えられていませんでした。申請者は本論文において、秦泉寺氏のコンパクト化されたモジュライ空間のトーリック多様体としての具体的な構成を任意の双次数に対して与えました。さらに、申請者が独自に開発した **pseudo-fan** と **min-value condition** の概念を用いることで、モジュライ空間が単体的で完備なトーリック多様体となること、したがって、完備な **orbifold** となることを証明しました。トーリック多様体のベッチ数は、対応する **fan** から求められますが、申請者が扱っている対象の場合、次数が大きくなると計算が非常に困難となります。申請者は、 $\mathbb{P}^1$ から $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ への **marked quasi-maps** のコンパクト化されたモジュライ空間のチャウ環を求め、次数の低い場合についてそのポアンカレ多項式を計算しました。さらに、一般の次数のポアンカレ多項式が満たす簡明な漸化式の予想を提示しています。

このように、学位申請者の松坂公暉君は、本論文において、精緻なトーリック幾何学の考察により、独自の数学的・基礎的な成果を得ていて、当該学術分野に寄与する知見を与えるものと考えます。

よって著者は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認めます。