



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Studies on combinatorics of discriminantal arrangement [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	山形, 颯
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14352号
Issue Date	2021-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/81871
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	So_Yamagata_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 山形 颯

学 位 論 文 題 名

Studies on combinatorics of discriminantal arrangement
(判別的配置とその組合せ論的構造)

$\mathbb{C}^k$ の generic に配置された n 枚の超平面配置 $\mathcal{A} = \{H_1^0, \dots, H_n^0\}, (k < n)$ に対し, $(H_1^0, \dots, H_n^0)$ の平行移動の n 組 $(H_1^{x_1}, \dots, H_n^{x_n}), x_i \in \mathbb{C}$ 全体がなす空間 $\mathbb{S} \simeq \mathbb{C}^n$ を考える. $\mathcal{A}$ の超平面達の平行移動であって generic であるという条件を失うような平行移動全体のなす $\mathbb{S}$ の部分集合たちは超平面の配置を誘導する. この誘導された超平面配置 $\mathcal{B}(n, k, \mathcal{A})$ は判別的配置と呼ばれ, Manin, Schechtman らにより組紐配置の一般化として定義された. 特に, $\mathcal{B}(n, 1, \mathcal{A})$ は組紐配置と一致する.

判別的配置は, 数理物理的側面では Knizhnik-Zamolodchikov 方程式に関係した研究, 代数幾何的側面ではトーリック多様体上のバンドルのコホモロジーの消滅に関する研究, またこれらのほかに高次組紐群の表現に関する研究や, 高次のブリュア順序といった組合せ論的な研究など様々な話題との関係があることが知られている.

よく知られている事実として, $\mathbb{C}^k$ の generic に配置された n 枚の超平面配置 $\mathcal{A} = \{H_1^0, \dots, H_n^0\}, (k < n)$ たちのなす空間内にあるザリスキー開集合 $\mathcal{Z}$ があって, 超平面配置 $\mathcal{A}$ が $\mathcal{A} \in \mathcal{Z}$ である(このとき $\mathcal{A}$ を very generic と呼ぶ)とき $\mathcal{B}(n, k, \mathcal{A})$ の交叉束は $\mathcal{A} \in \mathcal{Z}$ の選び方に依存しないというものがある. $\mathcal{A}$ が very generic であるときの $\mathcal{B}(n, k, \mathcal{A})$ の交叉束はよく知られている反面, $\mathcal{A}$ が non very generic, 即ち $\mathcal{A} \notin \mathcal{Z}$ であるときの $\mathcal{B}(n, k, \mathcal{A})$ の交叉束についてはほとんど知られていない. 唯一知られている結果は 2018 年に Libgober, Settepanella らにより与えられたもので, ここでは $\mathcal{B}(n, k, \mathcal{A})$ の交叉束のうち余次元が 2 である元に関する情報が与えられている.

本学位論文でははじめに判別的配置の定義を復習したのち, 判別的配置の組合せ論的な側面の研究について Libgober, Settepanella らの仕事までのものを概観する. 次に, Libgober, Settepanella らの仕事を基に進められた研究について紹介する. ここでは特に Athanasiadis により導入された多項式 $p_{\mathbb{T}}(a_{i,j})$ の簡約な多項式 $\widehat{p}_{\mathbb{T}}(a_{i,j})$ の紹介, グラスマン多様体 $Gr(3, \mathbb{C}^n)$ の超曲面との関係, 及びその応用としての古典的なパップスの六角形定理の別証明の紹介を行う. 最後に, 超平面配置 $\mathcal{A}$ が non very generic であるための十分条件を与える. ここで与える条件は Libgober, Settepanella らにより与えられた dependency condition の一般化に他ならない. 特にここでは (r, s) -dependency, 及び $K_{\mathbb{T}}$ -vector condition と呼ばれる概念を導入する. また $K_{\mathbb{T}}$ -vector condition を用いて non very generic な配置の数値的な具体例を構成する.