



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Long time solution of some types of nonlinear wave equations [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	Wei, Dai
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14604号
Issue Date	2021-06-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/82752
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Wei_Dai_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（理学） 氏 名 ウェイ ダイ

	主 査	教 授	久保 英夫
審査担当者	副 査	教 授	神保 秀一
	副 査	教 授	栄 伸一郎

学 位 論 文 題 名

Long time solution of some types of nonlinear wave equations
(種々の非線形波動方程式の長時間解について)

博士学位論文審査等の結果について（報告）

波の振動が伝播していく様子を記述する数理モデルが波動方程式である。波の振動が小さいときは、非線型性を表わす項を無視することで得られる、線型性を持った波動方程式をその第一近似とすることが多い。しかし、波動方程式の解の時間大域的な挙動を考察する場合、線型化された方程式の解の挙動と非線型項に由来する効果を詳しく比較しないと正しい解析を行うことが出来ない。つまり、非線型項の効果が十分弱ければ線型近似が正当化されるが、考えている空間の次元や非線型項の増大オーダーによっては、非線型効果が線型方程式の構造よりも支配的となり、初期の振幅がどんなに小さくても解が有限時間内に発散してしまうという現象が起こり得ることが知られている。こうした観点から非線型波動方程式は盛んに研究されてきたが、近年では考えている空間がミンコフスキー計量を一般化した計量を持つ場合や、方程式の線型部分が低階項を含む場合などへと興味の対象が広がっている。本学位論文は、そうした流れの中で申請者のウェイ ダイ氏が挙げた研究成果を纏めたものである。

第一章は緒言である。

第二章では、ミンコフスキー計量を一般化した計量を持つ空間における、連立型の非線形波動方程式の初期値問題や外部問題を扱っている。証明のアイディアは、ストリックーツ評価とモラベッツ評価を補間することによって精密な時空可積分性の評価を新たに導くことである。この評価式を用いて得られた結果はミンコフスキー空間の場合に知られていたものを一部改良する内容を含んでいる。

第三章では、低階項としてポテンシャル項と散逸項を含む非線形波動方程式の初期値問題を扱っている。低階項は何れもスケーリングの観点から主要部と釣り合っており、精緻な取扱いが求められる種類のものであるが、超幾何関数を用いた適切なテスト関数を構成することで困難を克服し、解の最大存在時間に対する上からの評価の導出に成功している。また、散逸項のない場合に、解が球対称であるという仮定の下で基本解を構成し、解の最大存在時間に対する下からの評価も導いている。

第四章と第五章では、異なるタイプの非線型項を含む非線形波動方程式の初期値問題を扱っている。それぞれの非線型項の性質が拮抗する局面では解析が難しく、先行研究では扱いきれていなかった部分もあったが、異なるタイプの評価を巧みに組み合わせ、精密な評価式を導くことによって幾つかの場合を解決することに成功している。

以上のように、ダイ氏は精緻な計算に基づく評価を駆使することによって多くの未解決問題を解決してきた。よって、著者は北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。