



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	A Proof-Theoretic Study of Term-Sequence-Dyadic Deontic Logic and Common Sense Modal Predicate Logic [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	澤崎, 高広
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(文学)
Dissertation Number	甲第14720号
Issue Date	2021-09-24
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/82996
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Takahiro_Sawasaki_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学） 氏名： 澤 崎 高 広

学位論文題名

A Proof-Theoretic Study of Term-Sequence-Dyadic Deontic Logic and
Common Sense Modal Predicate Logic

（項列二項義務論理と常識的様相述語論理の証明論的研究）

・本論文の観点と方法

本論文は、必然性、可能性、義務、許可、知識、信念、といった様相概念と「すべて」や「ある」といった量化概念がどのように相互作用をするのか、を学位申請者の提案する項列様相論理、および、Seligman による常識的様相述語論理を題材に論理的観点から論じたものである。量化概念や主語と述語の区別を伴わない命題論理のレベルで行為者の知識や義務を論じる論理はこれまで盛んに研究がなされてきたが、一階述語論理の量化概念を取り入れて、例えば義務を負う行為者を量化可能な項として扱う論理は、Thalmann や Fitting らのわずかな例外を除いて、詳細には研究されてこなかった。本論文は、様相記号を項列で添え字づけることにより、知識や義務概念を複数の行為者に相対化する、項列様相論理を提案している。また、Seligman による常識的様相述語論理では存在概念と可能性概念の間の哲学的に望ましくない相互作用を様相記号の解釈を変えることで回避できることが提案されているが、Seligman による様相記号の解釈を到達可能性概念を組み込み一般化することで、義務、知識などの様相概念の分析への応用可能性が拓ける。本論文では到達可能性概念を組み込んだ意味論をもつ常識的様相述語論理の基本的性質が探求される。既存研究と比較したときの本論文の研究方法の特徴の一つは、論理学者ゲンツェンに由来する、推論規則による論理的帰結関係の分析を重視する証明論的観点から、項列様相論理と常識的様相述語論理を一様な仕方で分析している点にある。

・本論文の内容

本論文は序論と、四つの章、および結論からなる。

序論では、先行研究である、Thalmann や Fitting らによる項様相論理、義務論理、そして Seligman による常識的様相述語論理、の三つの論理のサーヴェイがなされた上で、本論文で取り組まれる四つの問いが定式化される。第一の問いは、上述の証明論的観点から、様相記号に項で添え字づける項様相論理を、項列で添え字づける項列様相論理に一般化できるか、である。第二の問いは、規範が真でも偽でもない、という主張と両立する形で、規範の衝突を扱える義務論理が提案できるか、という義務論理に関わるものである。残りの問いは、Seligman による常識的様相述語論理の意味論を到達可能性関係を組み込むことで一般化した場合に関わるものである。第三の問いは、このように意味論を一般化した場合に、公理と推論規則のみからなる、対応する証明体系が意味論に対して適合するか、である。第四の問いは、常識的様相述語論理に対して、論理的帰結関係を計算単位とする証明体系（推件計算）を与えることができるか、である。

第二章は技術的準備の章であり、後の章への準備として様相命題論理と様相述語論理で用いられる、基本的定義や既知の定理が概観されている。「 $\Box\phi$ 」（例えば「 ϕ が必然的」と読まれる）がある世界で真であるのはその世界から到達できるすべての世界で「 ϕ 」が真である場合に限る、という哲学者・論理学者クリプキに由来する様相論理の意味論（クリプキ意味論とよばれる）が説明された後、ヒルベルト式体系とよばれる公理と推論規則をもつ証明体系、そして、論理的帰結関係を計算単位とする証明体系（推件計算）、の二つが導入される。さらには、意味論での妥当性概念とヒ

ルベルト式体系における定理概念とが一致するという完全性定理の概略が簡潔に説明される。

第三章では、様相記号に項で添え字づける項様相論理が、項列で添え字づける項列様相論理へと一般化できること、すなわち、第一の問いに肯定的に答えられることが論じられる。項様相論理には、様相記号が知識や信念を表す場合には知識や信念の主体を明示化する役割があるが、項列に一般化することで、例えば様相記号が義務を表す場合には、誰の誰に対する義務かを明示化できる利点がある。Thalmann や Fitting らの先行研究に依拠しながら、項列様相論理のクリプキ意味論、ヒルベルト式体系が定義され、完全性定理がより強い形で証明される。さらに帰結関係「前提のすべてが成立すれば結論のどれかが成立する」を計算単位とする推件計算とよばれる証明体系が項列様相論理に対して定義され、帰結関係レベルでの三段論法（カット規則とよばれる）が除去できる、というカット除去定理が証明される。さらには、「 ϕ ならば ϕ 」が証明可能な場合には ϕ と ϕ に共通する述語記号、定数記号を持つ論理式 γ （補間式）が存在して「 ϕ ならば γ 」かつ「 γ ならば ϕ 」が成立する、という論理体系の性質にとって完全性定理と並んで重要なクレイグ補間定理がカット除去定理の系として導かれる。最後に、個体の同一性を語るための等号を加えた拡張について、完全性定理が成立することが示される。

第四章では、前章での項列様相論理の発想を、様相記号を論理式に相対化する、という条件法論理の発想と組み合わせた、項列二項義務論理が提案される。この論理では「 ϕ の背景条件の下で、 x は y に対して ϕ という義務を負う」という義務概念を扱うことが可能となる。規範の衝突は、この義務概念により矛盾を生じることなく扱われる。Stalnaker や Lewis の先行研究に依拠しつつ、項列二項義務論理のクリプキ意味論、ヒルベルト式体系が定義され、完全性定理が示される。さらには、新たに構築された推件計算についてカット除去定理、クレイグ補間定理が示され、カット除去定理により、規範の衝突から矛盾や任意の論理式が導かれなことが意味論を参照せずに示される。冒頭の第二の問いへ答える準備的解答として、義務命題が真でも偽でもない、という主張と両立する形で、項列二項義務論理が規範の衝突を扱えることが主張される。

第五章では、Seligman による常識的様相述語論理が扱われる。様相論理と一階述語論理を単純に組み合わせると、どのような性質 $P(x)$ についても、「 $P(x)$ を満たすものが存在することが可能である」から「 $P(x)$ を可能的に満たすものがこの世界に存在する」という望ましくない帰結が導かれてしまう。Seligman は、様相記号をもつ論理式「 $\Box \phi$ 」がある世界で真であるのは、「 ϕ 」中の変数を解釈する個体が存在する、すべての世界で「 ϕ 」が真であり、その場合に限る、という真理条件を与えることで、上述の推論をより常識的な仕方で行うことができることを示している。本章では、Seligman の常識的様相述語論理の意味論を、到達可能性概念を組み込むことで一般化した真理条件が扱われる。すなわち、論理式「 $\Box \phi$ 」がある世界で真であるのは、その世界から到達でき、かつ、「 ϕ 」中の変数を解釈する個体が存在する、という二条件を満たす、すべての世界で「 ϕ 」が真であり、その場合に限る、と真理条件を与える。その上で、Seligman や van Benthem らの先行研究に依拠しつつ、クリプキ意味論とヒルベルト式体系を定式化し、一部の論理式と到達可能性との間の意味論的対応関係を確立した上で、完全性定理を証明している。これにより冒頭の第三の問いに解答が与えられる。さらに、常識的様相述語論理の推件計算を一部の場合に対して与え、カット除去定理を証明することで、第四の問いに答えている。