HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Proof-Theoretic Study of Distributed Knowledge [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	村井, 涼
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(文学)
Dissertation Number	甲第15056号
Issue Date	2022-03-24
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/85412
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Ryo_Murai_abstract.pdf, 論文内容の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学）　　氏名：　村　井　涼

学位論文題名
Proof-Theoretic Study of Distributed Knowledge
（分散知識の証明論的研究）

・本論文の観点と方法

本論文では、論理学者ゲンツェンに由来する推件計算を中心にした証明論的観点から、分散知識とよばれる集団知識概念を、古典論理と直観主義論理の双方を視野に入れて研究している。行為者（エージェント）がもつ知識に関わる推論を扱う認識論理は、ヒンティッカ（1962）により創始されたが、その後、クリプキによる可能世界意味論を背景に、哲学のみならず、経済学、計算機科学、人工知能においても研究が進められてきた。単独エージェントだけではなく、エージェント集団もまた多様な知識をもつ、と見做せる。こういった点から、集団内の全エージェントが共有する知識（ゲーム規則など）や、集団内のエージェントの知識を合わせることで得られる分散知識といった集団知識概念が研究されてきた。特に、分散知識演算子をもつ認識論理については、Fagin et al. (1995) や Wang and Agotnes (2020) らにより、可能世界意味論上で定義される論理の公理化がなされたが、可能世界意味論に基づく意味論的研究が中心的であった。一方で、証明論的研究、特に、論理式間の帰結関係を推論単位とする推件計算についてはこれまで十分な研究がなされていなかった。本研究はこの推件計算を研究方法とする点に特色がある。また、上述の既存研究では「命題が真か偽に定まる」という理想化を許した古典論理が土台になっているが、このことはエージェント自身もまた古典論理の推論を実行できることを含意する。認識論理をロボットや計算機などの人工エージェントの知識を扱う枠組みと見做した場合、古典論理の前提を置き換えることができるかは重要な課題となる。本研究で採用する推件計算の枠組みには、土台の論理の変更を容易にするという利点がある。

・本論文の内容

本論文は序論と三つの章、および結論からなる。序論では、論文全体の三つの貢献が概観された後、認識論理、公開告知論理、および、直観主義論理の三つの論理に関するサーヴェイが意味論・証明論の観点からなされている。

第二章では、まず集団に相対化された分散知識概念を捉える知識演算子をもつ認識論理について、先行研究である Fagin et al. (1995) や Wang and Agotnes (2020) に依拠しながら、「φ が世界 w で集団 G での分散知識であるのは、世界 w から集団 G 内の全成員に関して到達できるどんな世界でも φ が成立する場合であり、その場合に限る」と真理条件を与える意味論やヒルベルト式体系とよばれる公理と推論規則をもつ証明体系が導入される。その上で、意味論での妥当性概念とヒルベルト式体系における定理概念とが一致するという完全性定理が、既存研究ですでに示されていることが確認される。こういった準備の上で、当該論理（知識概念に課す制約によって複数存在する）に対して、論理式間の帰結関係を推論単位とする推件計算が新たに提案される。推件計算については、ヒルベルト式体系と証明能力が変わらないことが示された後、帰結関係レベルでの三段論法（カット規則とよばれる）が証明能力を変えずに除去できる、というカット除去定理が証明される。カット除去定理からの系として、帰結関係が証明できるか否かに関してアルゴリズムが存在する、という決定可能性、さらには、「φ ならば ψ」が証明可能な場合には φ と ψ に共通する記号を持つ論理式 γ（補間式）が存在して「φ ならば γ」かつ「γ ならば ψ」が成立する、と

いう論理体系の性質にとって完全性定理と並んで重要なクレイグ補間定理、が導かれる。

第三章では、第二章で前提となっていた真偽値に基づく古典論理を、排中律（φ ないし φ の否定が成立する）を非妥当とする直観主義論理に変更した設定で、集団に相対化された分散知識概念を捉える認識論理が提案される。直観主義論理上の分散知識演算子をもつ認識論理については、Jäger and Marti (2016)や Marti (2017)による先行研究があるが、エージェント集団に相対化した分散知識演算子はそこでは研究されていなかった。理想化された数学者の知識進展を捉えた直観主義論理のクリプキ意味論に、第二章の分散知識演算子の真理条件を組み込んだ意味論、さらには、ヒルベルト式体系、推件計算が定式化される。ヒルベルト式体系が意味論に対して完全性定理を満たすこと、すなわち、妥当な論理式とヒルベルト式体系での定理とが一致することについては、古典論理上での完全性定理の先行研究 Fagin et al. (1995) や Wang and Agotnes (2020)に依拠しながらも、新たな証明を与えている。推件計算については、第二章で古典論理に対して確立した、カット除去定理、決定可能性、クレイグ補間定理が直観主義論理上でも成立することが示される。

第四章では、第三章で提案された論理の、命題情報の公開告知を行う公開告知論理への拡張が提案される。認識論理では各エージェントが与えられた可能世界（シナリオ）でどのような知識を持つかが記述できるが、新しい情報の告知によって知識がどのように変化するかは記述できない。Plaza (1989) による公開告知論理は、真な内容の告知を全エージェントに行う公開告知演算子を加えた認識論理の一拡張であり、最も単純な動的認識論理として知られている。古典論理上での分散知識演算子をもつ認識論理への公開告知演算子の追加には Wang and Agotnes (2016)による先行研究があるが、直観主義論理上での研究はこれまでなされていなかった。学位申請者は、第三章の設定に公開告知演算子（φ が公開告知された後で ψ が成立する）を加えた場合の、意味論、ヒルベルト式体系、推件計算を定式化し、推件計算に関しては、第三章で得られた技術的結果が公開告知演算子の追加の下でも保たれることを明らかにしている。特に、公開告知論理での標準的な手法を用いて、ヒルベルト式体系が意味論に対して完全性定理を満たすことを示すためには、第三章で考察したモデル概念に Wolter and Zakharyaschev (1997)や Stell et al. (2016) らの発想に基いた制限が必要なことを反例と共に明らかにしている。

第五章では本論文全体の貢献がまとめられ、今後の研究課題について触れられる。