



Title	Representation of Geometric Objects by Path Integrals [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	桑田, 健; Kuwata, Ken
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14776号
Issue Date	2022-03-24
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/85812
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Ken_Kuwata_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 桑田 健

主査 教授 石川 剛郎
審査担当者 副査 教授 吉永 正彦
副査 教授 秦泉寺 雅夫 (岡山大学大学院自然科学研究科)

学位論文題名

Representation of Geometric Objects by Path Integrals
(経路積分による幾何的対象の表現)

博士學位論文審査等の結果について (報告)

桑田健君の学位論文では、超対称性モデルである位相的シグマ模型の相関関数を計算することにより Bott の留数定理を導出することに成功し、また、Mathai-Quillen 手法と Atiyah-Jeffrey 構成を用いて、Grassmann 多様体の Euler 数などの位相不変量を経路積分表現により求める結果を述べています。

先行研究により、超対称性を持つ Riemann 多様体上のシグマ模型を用いて経路積分を行うと、その多様体の様々な特性類の積分公式を得る結果がいくつか得られ、Witten は超対称性の方法に Killing ベクトル場を導入することで種々の固定点定理を示唆し、Duistermaat-Heckman 公式などが Witten のアイデアにより証明されています。しかし、これらの固定点定理の証明は物理モデルを具体的に構成したものではありませんでした。桑田君の学位論文では、これらの背景のもとに、基本モデルとして射影直線から Kähler 多様体への写像の力学を記述する位相的シグマ模型 (A 模型) に多様体上の正則ベクトル場から得られるポテンシャル項を加えた模型を用い、Chern 類の積分公式である Bott の留数定理を得ることに取り組み、経路積分を取る相空間を定値写像にホモトピックな写像に限定し、位相的シグマ模型の持つ良い性質をうまく利用して結果を得ています。また、Witten の構成した位相的 Yang-Mills 理論の Lagrangian の成り立ちを数学的に説明する無限次元軌道空間の理論を用いた Atiyah-Jeffrey 構成、およびその構成の基礎をなす Mathai-Quillen 手法と呼ばれる Gauss 分布的な減少の仕方をするベクトル束の Thom 類を構成する手法の幾何学的意味を探るため、位相的 Yang-Mills 理論に対するこれらの構成の枠組みを保ちながら、有限次元軌道空間である Grassmann 多様体の Euler 数を導出する有限自由度の物理模型を構成し、副産物として Grassmann 多様体のコホモロジー環を Grassmann 変数と呼ばれる反可換変数を用いて表示する結果も得ています。

これらの成果は共同研究によって得られたものですが、著者は、共同研究において本質的は役割を果たし、前半部の仕事では、一部を除き基本的な計算はすべて申請者によって成されました。後半部に関しては、著者は、Grassmann 変数による多項式環と Grassmann 多様体のコホモロジー環の同型を示す際に重要である、Grassmann 変数による行列式が満たすべき関係式の導出に本質的な寄与をしています。

学位論文において述べられた申請者の成果は、物理学に由来する方法により幾何学的事実の証明を与えることにより、数理物理学の方法の意義を深め、関連する幾何学の新しい側面を確認し発見することにつながり、数理物理学と幾何学の発展に十分に寄与するものと期待されるものです。

よって、この論文の著者は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認めます。