



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Compatibility of Carnot efficiency and finite power in an underdamped Brownian Carnot cycle [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	三浦, 孝祐; Miura, Kosuke
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第14780号
Issue Date	2022-03-24
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/85845">https://hdl.handle.net/2115/85845</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Kosuke_Miura_abstract.pdf, 論文内容の要旨



# 学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称 博士(理学) 氏名 三浦孝祐

## 学位論文題名

Compatibility of Carnot efficiency and finite power in an underdamped Brownian Carnot cycle  
(Underdamped Brown 粒子 Carnot サイクルにおける Carnot 効率と有限のパワーの両立について)

熱機関は与えた熱を外部への仕事に変換することができる装置であり、我々の社会の至る所で使われている非常に重要な装置である。環境問題への配慮などから、その性能の向上が常に求められてきた。熱機関の性能を評価する指標として、与えた熱に対して外部にした仕事の比として定義される熱効率と、単位時間あたりに外部へとした仕事として定義されるパワーがよく用いられている。熱効率は大きいほど良く、また熱機関として意味をなすためには少なくとも有限のパワーが実現されなければならない。一方で熱機関を研究する際によく使われるモデルに Carnot サイクルがあり、これは高温熱源と低温熱源の間ではたらき、それぞれの温度に対応した等温過程を断熱過程によって結んだ熱機関のモデルである。このモデルを使い、熱効率にはその上限値として Carnot 効率が存在し、それは高温熱源と低温熱源の温度を用いて表されることが示されている。また Carnot サイクルにおいて、無限に時間をかける準静的操作を行うことで Carnot 効率が実現できることが知られている。熱機関として意味をなすためには少なくとも有限のパワーが必要であるため、最大効率である Carnot 効率と有限のパワーの両立が求められている。しかし準静的操作によって Carnot 効率が実現しようとする場合、単位時間あたりにした仕事として定義されるパワーはゼロとなり、熱機関として意味を成さない。

近年、非平衡熱力学の分野において、Carnot 効率と有限のパワーの両立に関する研究が盛んに行われている。特に線形不可逆系において Carnot 効率と有限のパワーが両立する可能性が既に指摘されている。それを受け、さまざまなモデルを用いて Carnot 効率と有限のパワーの両立を実現しようとする試みが行われてきたが、それらの両立を実現したモデルを見つけることはできなかった。その後、熱機関の時間発展が確率過程を用いて記述でき、さらに Markov 性を持つとき、熱効率とパワーの間にトレード・オフの関係が存在することが示された。この関係があるため、Carnot 効率を実現するためにはパワーがゼロになる必要がある、もしくは有限のパワーが実現する場合、Carnot 効率は実現できない、ということがわかった。Markov 性を持つ系は非常に一般的な系であり、この関係式は多くの熱機関で Carnot 効率と有限のパワーの両立は不可能であることを主張している。そのため、Carnot 効率と有限のパワーの両立は不可能であるように思われた。そんな中、熱機関の緩和時間をゼロにすれば、トレード・オフと矛盾せず、Carnot 効率と有限のパワーが両立するという指摘をした研究が行われ、Carnot 効率と有限のパワーの両立の可能性が再び生まれた。緩和時間は熱機関の構造や内部の作業物質などに依存する、熱機関を特徴づける量であり、この指摘は適切な熱機関を選べば Carnot 効率と有限のパワーの両立が実現する可能性があることを主張している。しかし緩和時間に着目した熱機関の研究はあまり行われておらず、緩和時間をゼロとしたときに Carnot 効率と有限のパワーが両立するかどうか、また、既に示されている熱効率とパワーのトレード・オフ関係と矛盾していないかどうかを具体的なモデルを使って検証した例は未だに存在していなかった。

本学位論文の目的は解析可能な熱機関のモデルである、調和型のポテンシャルに束縛された Brown 粒子を用いた Carnot サイクル(以下では Brown 粒子 Carnot サイクルと呼ぶ)に対して Brown

粒子の緩和時間をゼロにしたとき、トレード・オフの関係と矛盾せずに Carnot 効率と有限のパワーが両立できることを示すことにある。Brown 粒子は調和ポテンシャルに束縛され、かつ有限の温度をもつ環境中にあり、その環境を構成する粒子からランダムな力を受けて運動する微粒子で、そのダイナミクスは確率過程を用いることで記述される。このような Brown 粒子系では熱や仕事といった熱力学的な量を定義できるため、温度や調和ポテンシャルの形を操作することで Carnot サイクルを構成することができる。また Brown 運動は Markov 性を持つため、先行研究で示されたように Brown 粒子を用いた熱機関の熱効率とパワーにはトレード・オフの関係が存在する。さらに調和ポテンシャルに束縛されている場合、Brown 粒子の緩和時間を定義できる。そのため、緩和時間をゼロとしたときに Carnot 効率と有限のパワーが両立するかどうか、両立する場合、トレード・オフの関係と矛盾しないかどうかを調べることができる。

本学位論文ではまず、本研究の動機の一つである、線形不可逆系の熱機関における Carnot 効率と有限のパワーを示した研究を紹介する。その後、確率過程について概説し、Markov 過程を考え、Brown 粒子の運動を記述するために必要な Langevin 方程式、また Brown 粒子の確率分布の時間発展を記述する Fokker-Planck 方程式を導出する。次に Markov 性を持つ系における熱機関の熱効率とパワーの間に存在するトレード・オフの関係を示した研究を紹介する。その後、Brown 粒子 Carnot サイクルを構成するために Brown 粒子のダイナミクスについて調べ、この系における熱や仕事といった熱力学的な量を定義する。そして Brown 粒子 Carnot サイクルを構成し、その熱効率やパワー、トレード・オフ関係の緩和時間依存性について調べる。

Brown 粒子 Carnot サイクルを構成する際、断熱過程として瞬間的な熱浴の温度とポテンシャルの切り替えを用いた瞬間的断熱過程がよく用いられている。まずこの Carnot サイクルを調べ、熱効率とパワー、トレード・オフ関係を、緩和時間を用いて解析的に表し、数値計算を行った。解析により、この瞬間的断熱過程の直後には緩和が存在し、それによる温度差に比例した熱漏れが生まれることで熱効率が Carnot 効率よりも小さくなることが示せる。しかし温度差が小さい領域ではそのような熱漏れが無視でき、緩和時間をゼロとする極限でトレード・オフ関係式を破らずに Carnot 効率と有限のパワーが両立しうることを示した。次に断熱過程として熱流が流れないように有限の時間をかけて熱浴の温度とポテンシャルを操作する有限時間断熱過程を用いた Carnot サイクルを構成し、瞬間的断熱過程を用いた Carnot サイクルと同様に熱効率とパワー、トレード・オフ関係の緩和時間依存性を調べた。その結果、緩和時間をゼロとする極限において、任意の温度差でトレード・オフ関係式を破らずに Carnot 効率と有限のパワーが両立しうることを、解析的、数値的に示すことに成功した。これらの研究によって Brown 粒子の緩和時間は Brown 粒子 Carnot サイクルの熱効率とパワーを特徴づける重要な量であり、それをうまく選ぶことでトレード・オフ関係式を破らずに Carnot 効率と有限のパワーが両立しうることを明らかにした。