経済学研究 *72−1*
北海道大学 2022.6

定数配分の数理

田 中 嘉 浩

1. はじめに

古代ギリシャの時代から前 5〜4 世紀の Plato（プラトン）や Aristotle（アリストテレス）によって自由・平等の意味やあるべき政治体制について論じられてきた。

John Locke による社会契約説の影響を受けた 1776 年の独立宣言から間もないアメリカ合衆国は 13 邦（後に州）からなる共和政体を選び，1787 年に作成された合衆国憲法に基づき，1789 年から新政府ができた。合衆国憲法第 2 条 3 項，及び修正第 14 条に「州内の下院議員数と直接税は州毎の納税義務のないインディアンを除く人数に比例する様に…」という精神に則って「3 万人に 1 人を超えずどの州も 1 人以上になるように」配分することになった。アメリカ合衆国で 1792 年に下院の議員定数 120 人を 15 州に配分する法案が示され，初代 Washington 大統領が拒否権を発動したことから定員配分の問題が意識され始めたと言える。

配分する対象が分割可能ならば人数比の分数で配分すればいいのだが，人間の様に分割できない場合には，整数部分は良くても小数部分をどう扱うかによって多くの配分法が考えられている。

表 1　アメリカ下院議員の州への配分方式

センサス	配分方式
1790—1830	Jefferson 方式
1840	Webster 方式
1850—1900	最大剰余方式 （1860s，1870s は後に恣意的な追加配分有）
1910—1930	Webster 方式
1940—	Hill 方式

アメリカでは表 1 の様な変遷を経ているが，途中には州人口の大小に依る不公平さの是正，総議席数が増加する時に特定の州への配分が減少するアラバマ・パラドックスに対する対応，等を得て，最終的には現在迄使われている Hill 方式になっている。

日本では，衆議院の議員定数の都道府県への配分や，比例代表ブロックや参議院の比例区に於ける投票結果の各政党への配分等で配分方式が使われており，特に都道府県への配分では都道府県による「一票の格差」が度々問題になっている。

本稿では各配分方式がそれぞれの歪みの最小化として得られることを示し，満たすべき性質を満たす配分方式を追求する。
アメリカの Hill 方式の新たな導出法にも言及する。

不可分財を公平に配分するという観点からは経済学の問題として考えることもできるので，興味深い問題である。離散化された整数部分が大きいときはどの方法も大同小異だが，小さいときは方法によって大きな差になり得ることに注意されたい。

2. アメリカでの経緯

議員定数を人口（や票数）に比例して州・都道府県（や政党）に配分する問題を考える。

地域の人口：$p=(p_1,\dots,p_s)$，$p_i>0$

議員定数：$h\ge 0$

議員割り当て：$(a_1,\dots,a_s)$，$\sum_i a_i = h$ とすると，p と h を与えられて，

$$a_i = f_i(p,h) \geq 0,\ \ \sum_i a_i = h$$

を満たす f を決める問題である。
割り当てに仮に分数が許されるならば，
総人口を $P = \sum_i p_i$ として，

$$q_i(p,h) = p_i h / \sum_j p_j = p_i h / P$$

が議員割り当ての理想値になることに注意しよう。

1792 年の法案提出の際から考案されており，初代 George Washington 大統領に拒否された方式は，初代財務長官の Alexander Hamilton に依って考案された最大剰余方式（Hamilton 方式，或いは後にその方式を採用した議員の名で Vinton 方式ともいう）である。

実際に使われた最初の配分方式は 1790―1830 年のセンサスに基いて，除数方式であり，後に第 3 代大統領になる Thomas Jefferson が考案した Jefferson 方式である。最大剰余方式では 1 人増える州では除数が違ってくるので除数方式ではないことが問題視された結果である。

Jefferson 方式：　実数の除数 $x > 0$ に対して，$\sum_{i=1}^{s} \lfloor p_i/x \rfloor = h$（$\lfloor\cdot\rfloor$ は切り捨て）になるように調整して，$a_i = \lfloor p_i/x \rfloor$ とする。

Jefferson 方式は長く使われたが，切り捨ての悪影響が人口の多い州では小さく少ない州では大きいので，人口の少ない州に不利であることが認識し始められ新たな方式が模索され始めた。その中に，元第 6 代大統領の John Quincy Adams に依って提案された Jefferson 方式と逆に切り上げを使った Adams 方式がある。

Adams 方式：　実数の除数 $x > 0$ に対して，$\sum_{i=1}^{s} \lceil p_i/x \rceil = h$（$\lceil\cdot\rceil$ は切り上げ）になるように調整して，$a_i = \lceil p_i/x \rceil$ とする。

Jefferson 方式と Adams 方式の間になる方式としてダートマス大学の James Dean 教授に依る調和平均を使う Dean 方式の試みもある。

Dean 方式：　議員数 a_i, $i = 1, \ldots, s$ を調和平均 $2\lceil q_i \rceil \lfloor q_i \rfloor / (\lceil q_i \rceil + \lfloor q_i \rfloor)$ の値に依って，

$$a_i = \begin{cases} \lceil q_i \rceil, & q_i \geq 2\lceil q_i \rceil \lfloor q_i \rfloor / (\lceil q_i \rceil + \lfloor q_i \rfloor) \\ \lfloor q_i \rfloor, & q_i < 2\lceil q_i \rceil \lfloor q_i \rfloor / (\lceil q_i \rceil + \lfloor q_i \rfloor) \end{cases}$$

と決め，$\sum_{i=1}^{s} a_i = h$ になるように調整する。

実際に 1840 年のセンサス，1910―1930 年のセンサスに対して使われたのは，1832 年には上院議長だった Daniel Webster の提案した Webster 方式である。

Webster 方式：　実数の除数 $x > 0$ に対して，$\sum_{i=1}^{s} [p_i/x] = h$（$[\cdot]$ は四捨五入）になるように調整して，$a_i = [p_i/x]$ とする。

1850―1900 年はアメリカ合衆国の人口が 2,700 万から 7,500 万人に急増する時期だったが，1850 年に Samuel F. Vinton 下院議員に依って論争を起こさない方法として提案されたのが，Hamilton が提案したが拒否され失意のうちにこの世を去った方式である最大剰余方式であった。

最大剰余方式（Hamilton 方式）：　議員数 a_i, $i = 1, \ldots, s$ をまず整数部分 $\lfloor q_i \rfloor$ を配分し，その後に小数部分 $q_i - \lfloor q_i \rfloor$ の大きい順に計 h 人になる迄 1 人ずつ配分する。

長く使われている間に，最大剰余方式は次の様な問題点が有ることが分かってきた。

アラバマ・パラドックス：1880 年の人口調査で下院の議員定数 275～350 人の時に各州への割り当てがどうなるかを調査した所，299 人の定員に対し，アラバマ州の議員数 8 人だが，

300 人の定員に増加すると議員数 7 人に減少することが計算された。

この状況は次の簡単な例で判る（表 2）。

表 2　アラバマ・パラドックスの例

州	人口（万）	$h=10$ $q(a)$	$h=11$ $q(a)$
A	6	4.285(4)	4.714(5)
B	6	4.285(4)	4.714(5)
C	2	1.429(2)	1.571(1)

表 2 の状況では，議員定数 h が 10 人から 11 人に増加した時に，最大剰余方式では C 州の議員数は 2 人から 1 人に減るというパラドックスが起きている。
こういう状況が起きない性質を，

議員定数単調性（house monotonicity）：　任意の地域の人口 p と議員定数 h に対して，

$$f(p,h+1) \geq f(p,h)$$

の時に，議員定数単調性が成立する，という。

と定義する。
さらに，各地域の人口 p に対して，

弱人口単調性（weakly population monotonicity）：
任意の地域の人口 p と議員定数 h に対して，

$$f_i(p,h) \geq f_j(p,h) \quad \text{for } p_i > p_j$$

の時に，弱人口単調性が成立する，という。

を考える。
次の定理が成立する。

定理 1. どの除数法（表 3）も議員定数単調性と弱人口単調性を満たす。

［証明］　前半は[3]の Theorem 4.3 と Corollary 4.3.1 から，後半は[3]の Theorem 8.4 から従う。 □

表 3　除数法とその除数基準

方式	$d(a)$
Jefferson 方式	$a+1$
Webster 方式	$a+\frac{1}{2}$
Hill 方式	$\sqrt{a(a+1)}$
Dean 方式	$a(a+1)/(a+\frac{1}{2})$
Adams 方式	a

問題点が指摘されてからも暫くは最大剰余方式が使われていたが，前に述べた様に，1910—1930 年のセンサスに対して使われたのが，再び除数方式である Webster 方式である。コーネル大学の Walter F. Wilcox 教授の支持も有って Webster 方式はその間使われていたが，センサス局の Joseph A. Hill は早い段階で新たな方式を提案していた。

Hill 方式：　議員数 $a_i,\ i=1,\dots,s$ を幾何平均 $\sqrt{\lfloor q_i \rfloor \lceil q_i \rceil}$ の値に依って，

$$a_i = \begin{cases} \lceil q_i \rceil, & q_i \geq \sqrt{\lfloor q_i \rfloor \lceil q_i \rceil} \\ \lfloor q_i \rfloor, & q_i < \sqrt{\lfloor q_i \rfloor \lceil q_i \rceil} \end{cases}$$

と決め，$\sum_{i=1}^{s} a_i = h$ になるように調整する。

ハーバード大学の Edward V. Huntington 教授は，Hill のアイディアの数学的説明や計算法を与えた為に Huntington 方式とも言われる。Hill 方式はアイディアを強調して「等比率法」とも言われるが，Webster 方式に比べて人口の小さい州に若干有利になっている。
　1940 年のセンサスに対して Webster 方式と Hill 方式に依る配分結果が第 32 代 Franklin D. Roosevelt 大統領に依って下院に示され，それはアーカンソー州とミシガン州だけの違い

（Webster 方式では 6 人と 18 人だが，Hill 方式では 7 人と 17 人）だったが，1941 年 11 月に Roosevelt 大統領に依って Hill 方式に決定され，それ以降現在迄使われ続けている。

3. 理論的背景

Balinski and Young [3] は，実数 z に対して $d(a-1) \le z \le d(a)$ と整数 a を決める手続きを，単調増加関数 $d(a)$（$a \le d(a) \le a+1$，a は整数）を除数基準として，

$$[z]_d = a$$

と表記する時に，i 州の議員割り当て a_i を

$$a_i = [p_i/x]_d \tag{3.1}$$

で決める方法を，d に基づく除数法（divisor method）と定義した。
表 3 は上から順に人口の多い州から少ない州に有利となっている[3]。2 節の方式は，最大剰余方式以外は除数法であることが判る（表 3）。
　除数法と言われる一連の方式は，$d(a)$ を除数基準として，

$$p_i/d(a_i-1) \ \ge x \ge p_i/d(a_i) \text{ for } \forall a_i > 0,$$
$$x \ge p_i/d(a_i) \ \text{ for } \forall a_i = 0$$

ならばその時に限り M 配分 $\boldsymbol{a}$ を

$$M(p,h) =$$
$$\{\boldsymbol{a} \mid \min_{a_i>0} \frac{p_i}{d(a_i-1)} \ge x \ge \max_{a_j \ge 0} \frac{p_j}{d(a_j)},\ \textstyle\sum_i \ a_i = h\} \tag{3.2}$$

でも同じ結果になる。
除数法は次の
1. $f_i(p,0) = 0$，$i = 1, \ldots, s$
2. $a_i = f_i(p,h)$ が，

$$\begin{cases} f_j(p,h+1) = a_j + 1, \\ \quad \text{for } p_j/d(a_j) \ge p_i/d(a_i), \\ \quad\quad i = 1, \ldots, s, \\ f_i(p,h+1) = a_i, \text{ for } i \ne j \end{cases} \tag{3.3}$$

で再帰的に得られる方式でもある[3]。

例えば，各配分毎の誤差の 2 乗の重み和の最小化

$$\text{minimize} \quad \textstyle\sum_{i=1}^{s} p_i (\frac{a_i}{p_i} - \frac{h}{P})^2$$

$$\text{subject to} \quad \textstyle\sum_{i=1}^{s} a_i = h,\ a_i \text{ は整数}$$

を考える。

$$\sum_{i=1}^{s} p_i (\frac{a_i}{p_i} - \frac{h}{P})^2 = \sum_{i=1}^{s} \frac{a_i^2}{p_i} - \frac{2h}{P} \sum_{i=1}^{s} a_i + \frac{h^2}{P^2} \sum_{i=1}^{s} p_i$$
$$= \textstyle\sum_{i=1}^{s} \frac{a_i^2}{p_i} - \frac{h^2}{P^2}$$

なので，

$$\text{minimize} \quad \textstyle\sum_{i=1}^{s} \frac{a_i^2}{p_i}$$

$$\text{subject to} \quad \textstyle\sum_{i=1}^{s} a_i = h,\ a_i \text{ は整数}$$

の解と等しい。最適解では任意の a_i と a_j を入れ替えると，

$$\frac{(a_i-1)^2}{p_i} + \frac{(a_j+1)^2}{p_j} \ge \frac{a_i^2}{p_i} + \frac{a_j^2}{p_j}$$

よって，

$$\min_{a_i>0} p_i/(a_i - \tfrac{1}{2}) \ge \max_{a_j \ge 0} p_j/(a_j + \tfrac{1}{2})$$

となるが，これは（3.2）から Webster 方式の配分になっている。
逆も成立することが判る。

表 4　除数法とその最適化基準

方式	最適化基準
Jefferson 方式	$\min \max_i \frac{a_i}{p_i}$
Webster 方式	$\min \sum_{i=1}^{s} p_i(\frac{a_i}{p_i} - \frac{h}{P})^2$
Hill 方式	$\min \sum_{i=1}^{s} a_i(\frac{p_i}{a_i} - \frac{P}{h})^2$
Dean 方式	$\min \sum_{i=1}^{s} \lvert \frac{p_i}{a_i} - \frac{P}{h} \rvert$
Adams 方式	$\min \max_i \frac{p_i}{a_i}$

この様に除数法を最適化する関数で分類すると表 4 の様になる。

ベルギーの法学者 Viktor d’Hondt が 1878 年に提案して，多くの国（日本でも比例配分の部分に用いる）で用いられている d’Hondt（ドント）方式という方法は，$a_i = 0$，$i = 1, \ldots, s$ とし，議員定数が 1 増える毎に，$p_i/(a_i + 1)$，$i = 1, \ldots, s$ を最大にする i を $a_i = a_i + 1$ とする方法である。
d’Hondt 方式と除数法の関係について述べる。

定理 2. d’Hondt 方式は Jefferson 方式と等しい。

［証明］d’Hondt 方式は，$d(a) = a + 1$ として（3.3）によって配分していく除数法であるから Jefferson 方式と等しい。　□

最初に全ての $a_i = 1$，$i = 1, \ldots, s$ と配分する時には，それらは無視して $a_i = 0$，$i = 1, \ldots, s$ と置き直して残りの $h - s$ 議席を配分すれば，定理 2 はその場合も有効である。
つまり Jefferson 方式が約 1 世紀掛けてヨーロッパで違った形で再発見されたことになる。

次の定義を置く。

人口単調性（population monotonicity）：　任意の地域の人口 p に対して，p_i だけが増加（他の全ての p_j, $j \neq i$ が一定）の時に a_i が減少しない時に，人口単調性が成立する，という。

政党への配分の場合が考えやすいが，
ある配分法で政党 A が p_A 票で a_A 議席，政党 B が p_B 票で a_B 議席獲得する時に，政党 A と政党 B が提携すれば $p_A + p_B$ 票で $a_A + a_B$ 議席以上になる時に連立志向的，$a_A + a_B$ 議席以下になる時に分立志向的であるという。

次の結果が知られている。

定理 3［3］. Jefferson 方式は人口単調性が成り立ち連立志向的な唯一の配分法であり，Adams 方式は分立志向的な唯一の除数法である。　□

Hill 方式は相対差

$$\frac{\lvert \frac{p_i}{a_i} - \frac{p_j}{a_j} \rvert}{\min(\frac{p_i}{a_i}, \frac{p_j}{a_j})}$$

を最小にする配分方式でもある［9］。Wright［9］は，等比率の方法とも言われる Hill 方式を

$$\text{minimize} \quad \sum_{1 \leq i < j \leq s} \left(\frac{p_i}{\sqrt{a_i}}\sqrt{a_j} - \frac{p_j}{\sqrt{a_j}}\sqrt{a_i}\right)^2 \tag{3.4}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{s} a_i = h, \ a_i \text{ は整数}$$

から始めて，x, $y \in \mathbb{R}^n$ に対する Lagrange の恒等式

$$\| x \|^2 \| y \|^2 - \langle x, y \rangle^2 = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \left(x_i y_j - x_j y_i\right)^2$$

（これから Cauchy-Schwarz の不等式も導ける）を用いて導出している。
Hill 方式の最適化基準（表 3）は，配分数の大きい程議員当たり人口が理想値（等比率）になる配分と言え，Hill 方式の順当性を示している。

4. 日本での適用状況

アメリカの下院の州毎の議員数は州人口に基づいて配分されるが，1940 年のセンサスの結果からは Hill 方式が現在に至るまで使われていることは今迄に述べた。

日本では，衆議院（465 人）の内小選挙区（289 人）の各都道府県への配分が国勢調査を基本にした人口によってなされ，比例代表 11 ブロック（176 人）は各政党への投票数で政党への配分がなされる並立制になっており，参議院の比例区（100 人）も各政党への投票数で政党への配分がなされる。
比例配分の部分は d'Hondt 方式（つまり Jefferson 方式）によってなされているので，多少は大政党に有利になっている。

地域によって選挙区間で人口が違う「一票の格差」の問題は，日本国憲法第 14 条 1 項の「法の下の平等」を遵守する観点から最小限にする努力がなされるべきである。1962 年に越山 康 氏が参議院選挙の無効を求めて提訴したのが初めだが，1976 年に最高裁判所が最大判昭和 51 年 4 月 14 日で 72 年の衆議院選挙で最大格差 4.99 倍有ったのを選挙無効請求を退けながらも違憲判決を出し，1985 年に最大判昭和 60 年 7 月 17 日で 83 年の衆議院選挙で最大格差 4.40 倍で違憲判決を出している。

紆余曲折を経て，1994 年の公職選挙法改正で衆議院選挙で小選挙区比例代表並立制で議員定数 500 人（小選挙区 300 人，比例代表 200 人）が導入され，1996 年衆議院選挙から実施された。以降，2017 年の衆議院議員選挙区画定審議会設置法及び公職選挙法の一部を改正する法律（平成 29 年 6 月 16 日法律第 58 号）が実施されて定数 465 人（小選挙区 289 人，比例代表 176 人）に至る迄の衆議院の議員定数（実施年）の推移は表 5 の通りである。

約 3 年に 1 回ずつ衆議院選挙や参議院選挙で違憲か合憲かの判断が出ている。今のところ違憲判断の下限としては，最高裁判所からは 2015 年に最大判平成 27 年 11 月 25 日で 14 年の衆議院選挙の 2.13 倍を違憲状態と判断し，2014 年に最大判平成 26 年 11 月 26 日で 13 年の参議院選挙の 4.77 倍を違憲状態と判断とする判例が出ている。しかし最近では，2018 年に最大判平成 30 年 12 月 30 日で 17 年の衆議院選挙の 1.98 倍を合憲，2017 年に最大判平成 29 年 9 月 27 日で 16 年の参議院選挙の 3.08 倍を合憲の判断も出ており，今後の成り行きが注目される。

表 5　衆議院の議員定数（実施年）

1994	500（小選挙区 300，比例代表 200）
2000	480（小選挙区 300，比例代表 180）
2014	475（小選挙区 295，比例代表 180）
2017	465（小選挙区 289，比例代表 176）

衆議院小選挙区という国会議員の主軸の部分に関しては，1 人 1 票厳守の意味からは最大格差が 2 倍未満になることを目標とされている。最初に 1 ずつ議席を配分して後は最大剰余方式を基本とした 1 人別枠方式は人口の少ない地域に得になるので 2011 年に形式的に廃止されている。2016 年に制定された選挙改革法では小選挙区の都道府県への配分に Adams 方式の導入が明記されている。昨年 10 月末の第 49 回衆議院総選挙では適用を見送られたが，衆議院議員選挙区画定審議会で一票の格差を是正する方向として，Adams 方式が 2022 年以降に適用されることが決まっている。

表 6 は，2021 年 10 月末の第 49 回衆議院議員総選挙の小選挙区の実際の配分と，2020 年国勢調査結果による都道府県別人口から求めた Adams 方式と Hill 方式に対する配分である。実際の配分に対しては本来は有権者数や実際の小選挙区毎のデータを用いるべきだが，国勢調査の人口を用いて各都道府県の比較をしていることに注意する。適用の検討が進んでいる Adams 方式では現行に比べて，東京都：5 増，神奈川県：2 増，埼玉県・千葉県・愛知県：1 増，宮城県・福島県・新潟県・滋賀県・和歌山県・岡山県・広島県・山口県・愛媛県・長崎

表 6　衆議院小選挙区の都道府県への現在の配分と Adams 法，Hill 法による配分

都道府県	人口	理想値	現行		Adams		Hill	
全国	126,226,568	289	289	436,770	289	436,770	289	436,770
北海道	5,228,885	11.972	12	435,740	12	435,740	12	435,740
青森県	1,238,730	2.836	3	412,910	3	412,910	3	412,910
岩手県	1,211,206	2.773	3	403,735	3	403,735	3	403,735
宮城県	2,303,487	5.274	6	383,915	↓5	460,697	5	460,697
秋田県	960,113	2.198	3	320,038	3	320,038	2	480,057
山形県	1,068,696	2.447	3	356,232	3	356,232	2	534,348
福島県	1,834,198	4.199	5	366,840	↓4	458,550	4	458,550
茨城県	2,868,554	6.568	7	409,793	7	409,793	7	409,793
栃木県	1,934,016	4.428	5	386,803	5	386,803	4	483,504
群馬県	1,940,333	4.442	5	388,067	5	388,067	4	485,083
埼玉県	7,346,836	16.821	15	489,789	↑16	459,177	17	432,167
千葉県	6,287,034	14.394	13	483,618	↑14	449,074	14	449,074
東京都	14,064,696	32.202	25	562,588	↑30	468,823	32	439,522
神奈川県	9,240,411	21.156	18	513,356	↑20	462,021	21	440,020
新潟県	2,202,358	5.042	6	367,060	↓5	440,472	5	440,472
富山県	1,035,612	2.371	3	345,204	3	345,204	2	517,806
石川県	1,133,294	2.595	3	377,765	3	377,765	3	377,765
福井県	767,433	1.757	2	383,717	2	383,717	2	383,717
山梨県	810,427	1.856	2	405,214	2	405,214	2	405,214
長野県	2,049,683	4.693	5	409,937	5	409,937	5	409,937
岐阜県	1,979,781	4.533	5	395,956	5	395,956	5	395,956
静岡県	3,635,220	8.323	8	454,403	8	454,403	8	454,403
愛知県	7,546,192	17.277	15	503,079	↑16	471,637	17	443,894
三重県	1,771,440	4.056	4	442,860	4	442,860	4	442,860
滋賀県	1,414,248	3.238	4	353,562	↓3	471,416	3	471,416
京都府	2,579,921	5.907	6	429,987	6	429,987	6	429,987
大阪府	8,842,523	20.245	19	465,396	19	465,396	20	442,126
兵庫県	5,469,184	12.522	12	455,765	12	455,765	13	420,706
奈良県	1,325,437	3.035	3	441,812	3	441,812	3	441,812
和歌山県	923,033	2.113	3	307,678	↓2	461,517	2	461,517
鳥取県	553,847	1.268	2	276,924	2	276,924	1	553,847
島根県	671,602	1.538	2	335,801	2	335,801	2	335,801
岡山県	1,889,607	4.326	5	377,921	↓4	472,402	4	472,402
広島県	2,801,388	6.414	7	400,198	↓6	466,898	6	466,898
山口県	1,342,987	3.075	4	335,747	↓3	447,662	3	447,662
徳島県	719,704	1.648	2	359,852	2	359,852	2	359,852
香川県	951,049	2.177	3	317,016	3	317,016	2	475,525
愛媛県	1,335,694	3.058	4	333,924	↓3	445,231	3	445,231
高知県	692,065	1.585	2	346,033	2	346,033	2	346,033
福岡県	5,138,891	11.766	11	467,172	11	467,172	12	428,241
佐賀県	812,013	1.859	2	406,007	2	406,007	2	406,007
長崎県	1,313,103	3.006	4	328,276	↓3	437,701	3	437,701
熊本県	1,739,211	3.982	4	434,803	4	434,803	4	434,803
大分県	1,124,597	2.575	3	374,866	3	374,866	3	374,866
宮崎県	1,070,213	2.450	3	356,738	3	356,738	3	356,738
鹿児島県	1,589,206	3.639	4	397,302	4	397,302	4	397,302
沖縄県	1,468,410	3.362	4	367,103	4	367,103	3	489,470

表 7　一票の格差の比較

	現行	Adams	Hill
最大	562,588	472,402	553,847
最小	276,924	276,924	335,801
一票の格差	2.032	1.706	1.649

県：1 減の，10 増 10 減になっている。
現在は Adams 方式の適用を前提とした区割りが見直されている段階である。

一票の最大格差を表 6 から求めたのが表 7 である。この結果によると，小選挙区画定の後の人口の変化の影響で現行では最大の東京都と最低の鳥取県との比は，2 倍を若干上回った 2.03 倍になっている（実際には東京都 13 区は鳥取県 1 区の 2.08 倍だったが，東京高裁の 2022 年 2 月判決では合憲とされた。しかし他の高裁での訴訟は進行中)。検討されている Adams 方式を使うと最大格差（最大：岡山県，最小：鳥取県）は 1.71 倍に減少し，アメリカ下院と同じ Hill 方式を使うと，最大格差（最大：鳥取県，最小：島根県）は 1.65 倍に減少するので，それらの方法を適用するのは一票の格差を減らすのに相応しい方法であると言える。

5. おわりに

本稿では，18 世紀末にアメリカ独立戦争後に社会契約論の影響を受けた合衆国憲法第 2 条の下で下院議員をどう州に配分するかという問題から始まった，定数配分の方法や理論について述べてきた。

アメリカでは下院（435 人)，上院（100 人）であり，上院議員は州 2 人と合衆国憲法第 3 条で決められている。よって下院は Hill 方式なので一票の格差は小さいが，上院に関しては 2020 年センサスではカリフォルニア州とワイオミング州の人口格差に従って一票の格差は約 68.5 倍になる。しかしながら，アメリカでは一票の格差を問題にする時に大統領選挙人の数の格差（こちらは，約 3.7 倍）で言う方が適切であることや日本の衆議院（465 人）と参議院（248 人）の関係に比べて人数比が小さいことには留意すべきであり，日本の参議院も一票の格差を無視していいとはならない。

衆議院小選挙区の各都道府県への配分に関しては，一票の格差を 2 倍以内にする観点や合理性から考えて Adams 方式あるいは Hill 方式を導入していくべきだと思える。

参考文献

[1] Balinski, M.L. and Young, H.P., “The quota method of apportionment,” *The American Mathematical Monthly* 82(7), (1975) 701—730.
[2] Balinski, M.L. and Young, H.P., “Criteria for proportional representation,” *Operations Research* 27 (1), (1979) 80—95.
[3] Balinski, M.L. and Young, H.P., *Fair Reprentation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote (2nd. Ed.)*, Brookings Institution Press, Washington, DC, 2001.
[4] Huntington, E.V., “A new method of apportionment of representatives,” *Quartely publications of the American Statistical Association* 17(135), (1921) 859—870.
[5] Huntington, E.V., “The apportionment of representatives in Congress,” *Transactions of American Mathematical Society* 30(1), (1928) 85—110.
[6] 一森 哲男,『議席配分の数理』, 近代科学社, 2018.
[7] 岩崎美紀子,『一票の格差と選挙制度』, ミネルヴァ書房, 2021.
[8] 大山 達雄,「議員定数配分問題」, オペレーションズ・リサーチ 34(7), (1989) 302—304.
[9] Wright, T., “From Cauchy-Schwarz to the house of representatives: applications of Lagrange’s identity,” *Mathematics Magazine* 94(4), (2021) 244—256.