



Title	イジングマシンを用いた最適設計およびロバスト最適化に関する研究
Author(s)	丸尾, 昭人
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第15555号
Issue Date	2023-03-23
DOI	<a href="https://doi.org/10.14943/doctoral.k15555">https://doi.org/10.14943/doctoral.k15555</a>
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/91389">https://hdl.handle.net/2115/91389</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Akito_Maruo.pdf



博士論文

イジングマシンを用いた最適設計および  
ロバスト最適化に関する研究

丸尾 昭人



HOKKAIDO  
UNIVERSITY

2023年1月

北海道大学 大学院情報科学院  
システム情報科学コース

本論文は北海道大学 大学院情報科学学院に  
博士（情報科学）授与の要件として提出した博士論文である。

丸尾 昭人

審査委員： 主査 五十嵐 一 教授  
副査 小笠原 悟司 教授  
北 裕幸 教授  
野口 聡 准教授

Copyright © 2023 by Akito Maruo. All rights reserved.

In reference to IEEE copyrighted material which is used with permission in this thesis, the IEEE does not endorse any of Hokkaido University's products or services. Internal or personal use of this material is permitted. If interested in reprinting/republishing IEEE copyrighted material for advertising or promotional purposes or for creating new collective works for resale or redistribution, please go to [http://www.ieee.org/publications\\_standards/publications/rights/rights\\_link.html](http://www.ieee.org/publications_standards/publications/rights/rights_link.html) to learn how to obtain a License from RightsLink. If applicable, University Microfilms and/or ProQuest Library, or the Archives of Canada may supply single copies of the dissertation.

# イジングマシンを用いた最適設計および

## ロバスト最適化に関する研究

丸尾 昭人

### 概要

社会のニーズの多様化・高度化に伴い、磁気デバイスの設計最適化問題はより高次元な問題として扱われるようになってきている。特に、設計変数が多くなり、膨大な組合せ問題が発生している。そのため、膨大な組合せ問題を効率的に解くことが求められている。そこで、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンに着目した。イジングマシンは二次制約なし二値最適化(Quadratic Unconstrained Binary Optimization, 以下 QUBO)に定式化された組合せ最適化問題を高速に解くことができる。したがって、デバイスの設計最適化問題を QUBO 形式に定式化をして、イジングマシンを用いて解くことが有効だと考えた。しかし、先行研究ではイジングマシンを用いて、磁気デバイスの設計最適化問題を解く手法は十分に議論されてきていなかった。

また、実問題では、材料ばらつきや、組み立ての公差による寸法ばらつき、経時変化による物性変化などを起因とする不確実性により、システム・機器の特性が大きく損なわれることがある。そして、このような不確実性を考慮せずに最適化を行うと、変動に弱い解に収束することが考えられる。不確実性による変動に頑健な最適解を求めるためには、ロバスト最適化が必要となる。実問題では材料特性がばらつくことが多くあるため、材料ばらつきを考慮して形状を最適化することは重要なことである。先行研究では、モンテカルロ法や遺伝的アルゴリズムを用いて、ロバスト最適化を行う手法が提案されているが、前者は計算時間の問題、後者は高次元の場合にロバスト最適化の効果を十分に発揮できない問題が残されていた。

上記の課題を踏まえ、本研究では、イジングマシンを用いた磁気デバイスの最適化法の開発および、材料ばらつき考慮のための材料特性の同定手法、材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発を新たに検討した。

まず、第2章では、イジングマシンを用いて磁気デバイスの設計最適化を扱うための基本となる磁石配列の最適化問題扱う。2次元の磁石配列最適化問題を QUBO 形式に定式化し、イジングマシンを用いて磁石配列を最適化する。従来の磁石配列との比較や、最適化配列を振動発電デバイスに適用することで、提案手法の有効性を議論する。

第3章では、第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を、コイルと磁石配列の同時配置最適化手法に拡張する。提案手法を振動発電デバイスの最適化

\*北海道大学 大学院情報科学院システム情報科学コース, 博士論文, SSI-DT46215036, 2023 年 1 月 30 日

に適用することで、手法の有効性を議論する。

第4章では、第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を拡張し、磁石形状と磁性体形状のトポロジー最適化問題をイジングマシンを用いて最適化する手法を提案する。提案手法で得られた形状と参照形状との比較や、提案手法と従来の最適化手法の結果を比較することで、手法の有効性を議論する。

第5章では、インダクタのインダクタンス特性からインダクタのコアの磁気特性を同定する新しい手法を提案する。提案手法を用いることで、特別な測定機器無しで、材料のBH特性のための磁気ヒステリシス特性を得ることができる。提案手法では、測定された $L-I$ 特性から分布関数に含まれるパラメータを決定する。提案手法の同定結果と実測結果を比較することで手法の有効性を議論する。

最後に、第6章では、共分散行列適応進化戦略を用いた磁気デバイスの新しいロバスト最適化手法を提案する。本手法では、計算量を増やすことなく、近傍個体の局所平均を用いて目的関数の期待値を評価する。第5章で求めた材料モデルを利用して、BH特性のばらつきを考慮した磁気デバイスのトポロジー最適化に提案手法を適用し、従来手法と比較することで、手法の有効性を議論する。

**キーワード：**イジングマシン, 磁気デバイス, 磁石配列, コイル, 設計最適化, , 磁気コア, 磁気ヒステリシス, プライザッハモデル, 材料特性同定, 材料ばらつき, ロバスト最適化, 共分散行列適応進路

# Study on Design Optimization Using Ising Machines and Robust Optimization

Akito Maruo

## Abstract

With the diversification and sophistication of society's needs, the optimization of magnetic device design has become increasingly complex, often requiring the consideration of higher-dimensional problems. In particular, the number of design variables has increased, resulting in large-scale combinatorial optimization problems. Consequently, it is necessary to solve these optimization problems efficiently. Therefore, we focused on the Ising machine, a hardware system specialized for solving combinatorial optimization problems formulated as Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO) at high speed. However, previous studies have not sufficiently discussed how to solve the design optimization problem of magnetic devices using the Ising machine.

Furthermore, in real-world problems, uncertainties caused by material variation, geometrical variation due to assembly tolerances, and changes in physical properties over time can significantly impair the characteristics of devices. Thus, robust optimization is required to obtain optimal solutions that are robust to fluctuations caused by these uncertainties. While prior research has proposed robust optimization methods utilizing Monte Carlo methods and robust genetic algorithms, the former is computationally time-consuming, and the latter is ineffective in high-dimensional cases.

To overcome these problems, this thesis proposes a novel design optimization method for magnetic devices using the Ising machine and a robust design optimization method that accounts for material variation as follows:

- Optimization of planar magnet array using Ising machines
- Design optimization of coils and magnets using Ising machines
- Topology optimization of magnetic devices using Ising machines
- Identification method of material property
- Robust design optimization method considering material variation

**Key words:** Ising machine, magnetic device, magnet array, coil, design optimization, magnetic core, magnetic hysteresis, Preisach model, material property identification, material variation, robust optimization, covariance matrix adaptive evolution strategy.

† Doctoral Thesis, Course of Systems Science and Informatics, Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, SSI-DT46215036, January 30, 2023.



# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	2
1.2.1 イジングマシンを用いた磁石配列の最適化手法の開発	2
1.2.2 イジングマシンを用いたコイルと磁石の同時最適化手法の開発	2
1.2.3 イジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化手法の開発	3
1.2.4 材料特性同定手法の開発	3
1.2.5 材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発	3
1.3 本論文の構成	4
<b>第2章 イジングマシンを用いた磁石配列の最適化</b>	<b>7</b>
2.1 背景	7
2.2 イジングマシン	8
2.3 平面磁石配列の最適化	9
2.3.1 磁束密度の計算	10
2.3.2 ハミルトニアン の 定義	11
2.3.3 デジタルアニーラの使用	12
2.3.4 複数の観測点	12
2.4 解析結果	13
2.4.1 観測点の位置による効果	13
2.4.2 焼きなまし法との比較	14
2.4.3 観測点が4つの場合	16
2.4.4 従来の2次元ハルバッハ配列との比較	17
2.4.5 誘導電圧	17
2.5 第2章まとめ	19
参考文献	20
<b>第3章 イジングマシンを用いたコイルと磁石の同時最適化</b>	<b>23</b>
3.1 背景	23
3.2 平面磁石配列の最適化	24
3.2.1 QUBO 定式化	24
3.2.2 鎖交磁束の計算	25
3.2.3 コイルと磁石の量の制約	26
3.2.4 コイルの表現	26
3.3 解析結果	27
3.3.1 同時最適化の効果	27
3.3.2 ギャップ幅の影響	28
3.3.3 コイルの大きさの影響	31

3.4	第3章まとめ	33
	参考文献	34
<b>第4章</b>	<b>イジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化</b>	<b>35</b>
4.1	背景	35
4.2	永久磁石のトポロジー最適化	37
4.2.1	最適化問題	37
4.2.2	最適化結果	40
4.2.3	薄型表面磁石型モータの磁石形状最適化への適用	43
4.3	磁気コアのトポロジー最適化	48
4.3.1	解析対象	49
4.3.2	設計領域の磁化の計算	50
4.3.3	設計領域の磁化の計算	50
4.3.4	形状のフィルタリング	51
4.3.5	最適化結果	51
4.3.6	他の手法との比較	52
4.4	第4章まとめ	54
	参考文献	55
<b>第5章</b>	<b>材料特性同定手法</b>	<b>57</b>
5.1	背景	57
5.2	解析手法	58
5.2.1	プライザッハモデル	58
5.2.2	インダクタンスの計算	60
5.3	同定手法	61
5.4	解析結果	62
5.4.1	解析に使用するインダクタの磁性コアの特性	62
5.4.2	同定結果	63
5.4.3	解の一意性の検証	67
5.5	まとめ	67
	参考文献	68
<b>第6章</b>	<b>材料ばらつきを考慮した設計最適化手法</b>	<b>69</b>
6.1	背景	69
6.2	Robust CMA-ES	70
6.2.1	提案手法1	71
6.2.2	提案手法2	71
6.2.3	テスト問題による提案手法の検証	73
6.3	材料モデル	76
6.3.1	プライザッハモデル	76
6.3.2	材料特性のばらつきの考慮	77

6.4	パラメータ最適化	78
6.4.1	最適化問題	78
6.4.2	最適化結果	79
6.5	トポロジー最適化	81
6.5.1	定式化	81
6.5.2	磁気シールドの最適化結果	81
6.5.3	アクチュエータの最適化問題	84
6.5.4	アクチュエータの最適化結果	85
6.6	第6章まとめ	87
	参考文献	88
<b>第7章</b>	<b>結論</b>	<b>91</b>
7.1	イジングマシンを用いた最適設計	91
7.2	材料特性の同定手法	92
7.3	材料ばらつきを考慮した設計最適化手法	92
7.4	今後の展望	93
	<b>謝辞</b>	<b>95</b>
	<b>研究業績</b>	<b>97</b>
	論文(査読付学会誌等)	97
	論文(査読付国際会議プロシーディング)	97
	講演(国際会議)	98
	講演(国内会議)	98
	受賞	99

# 図目次

図 2.1	ハルバッハ配列.....	8
図 2.2	2次元化したハルバッハ配列.....	8
図 2.3	設計領域 ©2020 IEEE.....	10
図 2.4	4つのコイルを持つ振動発電機の設計領域 ©2020 IEEE.....	12
図 2.5	磁石配列最適化結果 ©2020 IEEE.....	14
図 2.6	SA を用いた磁石配列最適化結果 ©2020 IEEE.....	15
図 2.7	DA と SA の収束過程 ©2020 IEEE.....	16
図 2.8	4つの観測点の最適磁石配列 ©2020 IEEE.....	17
図 2.9	従来の2次元ハルバッハ配列 ©2020 IEEE.....	17
図 2.10	1つの観測点の最適磁石配列 ©2020 IEEE.....	18
図 2.11	簡略化モデル ©2020 IEEE.....	18
図 2.12	コイルの数の異なる振動発電機モデル ©2020 IEEE.....	19
図 3.1	問題(i)の設計領域：コイルと磁石の同時最適化 ©2021 IEEE.....	24
図 3.2	コイルの表現 ©2021 IEEE.....	27
図 3.3	問題(ii)：固定コイルによる磁石最適化の設計領域 ©2021 IEEE.....	28
図 3.4	問題(i)と問題(ii)の最適化結果 ©2021 IEEE.....	29
図 3.5	問題(i)の最適化結果：lgap =5 と 10mm の場合 ©2021 IEEE.....	30
図 3.6	図 3.4(b)と図 3.5 のモデルにおけるギャップ幅に対する鎖交磁束の変化量 ©2021 IEEE.....	31
図 3.7	コイル総断面積に対する最適化結果の鎖交磁束の変化 ©2021 IEEE.....	31
図 3.8	A =140 cm <sup>2</sup> の場合の磁石とコイルの同時最適化結果 ©2021 IEEE.....	32
図 4.1	設計最適化手法の概要図.....	36
図 4.2	提案手法の位置づけ.....	36
図 4.3	2次元永久磁石のトポロジー最適化の解析対象 ©2022 IEEE.....	37
図 4.4	連結制約条件 ©2020 IEEE.....	39
図 4.5	3次元永久磁石のトポロジー最適化の解析対象 ©2022 IEEE.....	40
図 4.6	2次元磁石形状最適化結果(40×20×1 モデル) ©2022 IEEE.....	41
図 4.7	3次元磁石配列最適化結果 ©2022 IEEE.....	42
図 4.8	SPM モータ磁石解析モデル ©2020 IEEE.....	43
図 4.9	SPM モータ磁石の引き伸ばしモデル ©2020 IEEE.....	44
図 4.10	最適化前 (SPM motor model) ©2020 IEEE.....	45
図 4.11	2次元最適化結果 (SPM motor model) ©2020 IEEE.....	46
図 4.12	3次元最適化結果 (SPM motor model) ©2020 IEEE.....	47
図 4.13	提案手法の概要図.....	48
図 4.14	提案手法のフローチャート ©2022 IEEE.....	49
図 4.15	2次元磁気シールド問題の解析対象 ©2022 IEEE.....	49
図 4.16	磁性体の BH 曲線 ©2022 IEEE.....	50

図 4.17	基準形状と最適化結果の形状 ©2022 IEEE.....	52
図 4.18	最適化過程での $E$ の値の変化 ©2022 IEEE.....	52
図 4.19	最適化結果 ©2022 IEEE.....	53
図 4.20	NGnet-on/off 法による最適化結果 $BT_{ave} = 5.85 \times 10^{-2}$ mT. $S_{mag} = 1881$ mm <sup>2</sup> . ©2022 IEEE.....	54
図 5.1	基本ヒステリシスループ ©2019 IEEE.....	59
図 5.2	プライザッハ平面 ©2019 IEEE.....	59
図 5.3	プライザッハ平面の変化.....	59
図 5.4	交流特性 ©2019 IEEE.....	60
図 5.5	初期磁化&マイナーループ ©2019 IEEE.....	60
図 5.6	解析モデル ©2019 IEEE.....	62
図 5.7	フェライトコアの磁気特性 ©2019 IEEE.....	63
図 5.8	Ldc-Ibias特性 ©2019 IEEE.....	64
図 5.9	Lac-Ipeak特性 ©2019 IEEE.....	64
図 5.10	遺伝的アルゴリズムの収束過程 ©2019 IEEE.....	65
図 5.11	同定した初期磁化曲線 ©2019 IEEE.....	65
図 5.12	同定した BH ループ ©2019 IEEE.....	66
図 5.13	磁束密度の振幅に対するヒステリシス損 ©2019 IEEE.....	66
図 6.1	CMA-ES と提案手法のフローチャート ©2023 IEEE.....	72
図 6.2	提案手法 2 の概要 ©2023 IEEE.....	73
図 6.3	テスト問題 1(関数fa)の最適化結果 ©2023 IEEE.....	74
図 6.4	テスト問題 2(関数fb)の最適化結果 ©2023 IEEE.....	76
図 6.5	基準の初期磁化曲線(original)とばらつきを考慮して作成した 6 つの初期磁化曲線(#1- #6) ©2023 IEEE.....	77
図 6.6	磁気シールドの最適化モデル(1/4 モデル) ©2023 IEEE.....	78
図 6.7	最適化結果(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE.....	80
図 6.8	密度分布(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE.....	81
図 6.9	ガウス関数の配置 ©2023 IEEE.....	82
図 6.10	最適化結果(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE.....	83
図 6.11	密度分布(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE.....	84
図 6.12	アクチュエータの最適化モデル(1/2 モデル) ©2023 IEEE.....	85
図 6.13	最適化結果(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE.....	86
図 6.14	密度分布(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE.....	87

# 表目次

表 2.1	QUBO モデルにおける小磁石の磁化の向き の表現 ©2020 IEEE .....	11
表 2.2	DA の重み係数 ©2020 IEEE.....	13
表 2.3	DA の解析条件 ©2020 IEEE.....	13
表 2.4	観測点におけるx軸方向の磁束密度の大きさ ©2020 IEEE.....	16
表 2.5	4つの観測点問題における DA の解析条件 ©2020 IEEE .....	16
表 2.6	4つの観測点における磁束密度の大きさ $B_x$ ©2020 IEEE .....	17
表 3.1	QUBO モデルにおける小磁石の磁化の向き の表現 ©2021 IEEE .....	25
表 4.1	SPM モータの磁石の大きさ ©2020 IEEEJ .....	43
表 5.1	インダクタのパラメータ ©2019 IEEE .....	63
表 5.2	フェライトコアのプライザッハパラメータ ©2019 IEEE.....	63
表 5.3	同定結果のパラメータ ©2019 IEEE .....	65
表 5.4	6回分の同定結果のパラメータと残差 ©2019 IEEE .....	67
表 6.1	テスト問題 1(関数fa)の解析条件 ©2023 IEEE .....	74
表 6.2	テスト問題 2(関数fb)の解析条件 ©2023 IEEE .....	75
表 6.3	解析条件(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE .....	79
表 6.4	目的関数Eのばらつき性の検証(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE ..	80
表 6.5	解析条件(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE .....	83
表 6.6	目的関数Eのばらつき性の検証(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE ..	83
表 6.7	解析条件(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE .....	86
表 6.8	目的関数Eのばらつき性の検証(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE .....	86

# 第1章 序論

本章では、まず本研究の背景を述べる。続いて研究目的を述べ、最後に本論文の構成を示す。

## 1.1 研究背景

社会のニーズの多様化・高度化に伴い、磁気デバイスの設計最適化問題はより高次元な問題として扱われるようになってきている。特に、設計変数が多くなり、膨大な組合せ問題が発生している。そのため、膨大な組合せ問題を効率的に解くことが求められている。そこで、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンに着目した。イジングマシンは二次制約なし二値最適化(Quadratic Unconstrained Binary Optimization, 以下 QUBO)に定式化させた組合せ最適化問題を高速に解くことができる。したがって、デバイスの設計最適化問題を QUBO 形式に定式化をして、イジングマシンを用いて解くことが有効だと考えた。しかし、先行研究ではイジングマシンを用いて、磁気デバイスの設計最適化問題を解く手法は十分に議論されてきていなかった。

また、実問題では、材料ばらつきや、組み立ての公差による寸法ばらつき、経時変化による物性変化などを起因とする不確定性により、システム・デバイスの特性が大きく損なわれることがある。そして、このような不確定性を考慮せずに最適化を行うと、変動に弱い解に収束することが考えられる。不確定性による変動に頑健な最適解を求めるためには、ロバスト最適化が必要となる。実問題では材料特性がばらつくことが多くあるため、材料ばらつきを考慮して形状を最適化することは重要となる。先行研究では、モンテカルロ法や遺伝的アルゴリズムを用いて、ロバスト最適化を行う手法が提案されているが、前者は計算時間の問題、後者は高次元の場合にロバスト最適化の効果を十分に発揮できない問題が残されていた。

そこで、設計最適化に残された「イジングマシンを用いて磁気デバイスの設計最適化に発生する膨大な組合せ最適化を効率的に解くこと」と「材料ばらつきを考慮したロバスト最適化」の課題を解決するため、本研究を着想するに至った。

## 1.2 研究目的

本研究では、イジングマシンを用いた磁気デバイスの最適化法の開発および、材料ばらつき考慮のための材料特性の同定手法、材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発を目的とする。これら目的のため、本研究では以下の形状最適化問題および、解析手法を検討した。

- ・ イジングマシンを用いた磁石配列の最適化手法の開発
- ・ イジングマシンを用いたコイルと磁石の同時最適化手法の開発
- ・ イジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化手法の開発
- ・ 材料特性同定手法の開発
- ・ 材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発

### 1.2.1 イジングマシンを用いた磁石配列の最適化手法の開発

多くの電子機器に磁石が用いられており、その磁石配列を工夫することで電子機器の性能を向上させることができる。そのため、電子機器の設計の上で磁石配列は重要な問題となる。近年、1次元の磁石配列の一種であるハルバッハ配列が回転機やアクチュエータに広く用いられてきている。この配列を用いることで磁石を片側に集中させることができる。1次元のハルバッハ配列を2次元に拡張することで平面モーターや振動発電機への活用が期待されている。しかし、単純な2次元の拡張では非磁化の領域が存在し、この2次元配列が2次元において最適化どうか解明されていない。また、2次元の磁石配列最適化問題において多くの磁石を使用すれば、その組み合わせの数は膨大なものとなる。そこで、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンに着目した。イジングマシンは QUBO に定式化された組合せ最適化問題を高速に解くことができる。本研究では、イジングマシンを用いて2次元磁石配列の最適化を行う手法を提案する。

### 1.2.2 イジングマシンを用いたコイルと磁石の同時最適化手法の開発

IoT 技術で重要な役割を果たす無線センサーを動作させるために、環境エネルギーを利用した環境発電技術が盛んに研究されている。環境発電を用いることで、無線センサーの電池交換の必要性を減らし、IoT システムの維持費を削減することができる。周囲の振動エネルギーを電気エネルギーに変換する振動発電機は、最も有望な環境発電デバイスの1つである。本研究では、コイルと磁石で構成される電磁誘導型振動発電機に着目した。従来の電磁誘導型振動発電機の大きな問題点は、発電効率が比較的低いことである。電磁誘導型振動発電機は基本的にコイルと磁石から成り立っている。そこで、磁石配列の最適化に着目した。小磁石の組み合わせにより磁石配列を最適化する場合、組み合わせの数が膨大になる。そのため、QUBO 形式の組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンを使って、電磁誘導型振動発電機の磁石配列の高速設計最適化を提案

してきた(1.2.1節)。本研究では、振動発電機のさらなる高効率化を目指し、イジングマシンを用いて振動発電機のコイルと永久磁石を同時に最適化する手法を提案する。

### 1.2.3 イジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化手法の開発

近年、トポロジー最適化を用いた設計最適化が注目を集めている。トポロジー最適化は設計自由度の高い手法で、パラメータ最適化のような設計変数の設定が必要なく、新規的な形状を得ることができる。トポロジー最適化は手法を大別すると、密度法やレベルセット法のような微分探索を用いた連続的なアプローチと、On-Off法のような材料の有無によりビットマップ状に形状を表現し、材料の有無の最適な組み合わせを求める離散的なアプローチがある。今回着目するOn-Off法は、多様な材料分布を表現できる利点がある一方、膨大な組合せ最適化問題になるため、計算コストが非常に大きくなる欠点がある。本研究では、組合せ最適化問題を解くことに特化したハードウェアシステムであるイジングマシンや量子アニーリングを活用し、広域探索と低計算コストが両立する手法を提案する。提案手法は、従来の手法では効果的に解くことができない大規模なトポロジー最適化問題を解くことができると期待できる。1.2.1節では、イジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を提案し、ハルバッハ磁石配列の2次元構造の最適化に成功することを示した。本章では、この方法を拡張することにより、磁化を仮定した永久磁石に対するトポロジー最適化の解法を提案する。さらに、磁場計算によって磁化が決定される磁気コア設計にトポロジー最適化を適用するように拡張する。

### 1.2.4 材料特性同定手法の開発

パワーインダクタやリアクタの有限要素法解析には初期磁化曲線やヒステリシス特性が必要となる。しかしながら、磁性材料のBH特性測定には特別な測定器を要するため、このようなデータを得ることは必ずしも可能ではない。また、磁性飽和が測定できる程度の十分に強い磁界を発生させることが困難な場合もある。一方で、パワーインダクタのマクロな特性を測定することは困難ではない。直流バイアス電流や交流電流の振幅に対するインダクタのインダクタンス特性はネットワークアナライザ等を用いて測定することができる。また、弱い電流を流してもインダクタのコイルの端部付近で磁気飽和が起こる。さらに、測定されたインダクタンス値はインダクタコアにメジャーループやマイナーループを描く時間的に変化する磁場分布に起因する。以上のことから、測定されたインダクタンス値からインダクタに使用されるコアの材料の磁気特性を同定することが可能ではないかと考察される。そこで本研究では、入力電流の振幅とバイアスに対するインダクタのインダクタンス値から磁気ヒステリシスを含むBH特性を同定する手法を提案する。

### 1.2.5 材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発

ロバスト最適化は、実問題における材料のばらつき、組立公差による幾何学的ばらつ

き、物性の経時変化などによる不確実性に起因する変動に対してロバストな最適解を求めるものである。本章では、共分散行列適応進化戦略を用いた磁気デバイスの新しいロバスト最適化手法を提案する。本手法では、計算量を増やすことなく、近傍個体の局所平均を用いて目的関数の期待値を評価する。検証として、提案手法と計算負荷を増大させないロバスト最適化手法の一つであるロバスト遺伝的アルゴリズムを、BH特性の不確かさを考慮した磁気デバイスのトポロジー最適化に適用し、手法の有効性を議論する。

### 1.3 本論文の構成

以下に、本論文の構成を示す。

#### 第1章 序論

まず本研究の背景を述べる。続いて研究目的を述べ、最後に本論文の構成を示す。

#### 第2章 イジングマシンを用いた磁石配列の最適化

イジングマシンを用いて磁気デバイスの設計最適化を扱うために、基本となる磁石配列の最適化問題を扱う。2次元の磁石配列最適化問題を QUBO 形式に定式化し、イジングマシンを用いて磁石配列を最適化する。従来の磁石配列との比較や、最適化配列を振動発電デバイスに適用することで、提案手法の有効性を議論する。

#### 第3章 イジングマシンを用いた磁石とコイルの同時最適化

第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法をコイルと磁石配列の同時配置最適化手法に拡張する。提案手法を振動発電デバイスの最適化に適用することで、手法の有効性を議論する。

#### 第4章 イジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化

第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を拡張し、磁石形状と磁性体形状のトポロジー最適化問題をイジングマシンで最適化する手法を提案する。提案手法で得られた形状と参照形状との比較や、提案手法と従来の最適化手法の結果を比較することで、手法の有効性を議論する。

#### 第5章 材料特性同定・モデル化手法

インダクタのインダクタンス特性からインダクタのコアの磁気特性を同定する新しい手法を提案する。提案手法を用いることで、特別な測定機器無しで、材料の BH 特性のための磁気ヒステリシス特性を得ることができる。提案手法では、測定された  $L-I$  特性から分布関数に含まれるパラメータを同定する。提案手法の同定結果と実測結果を比較することで手法の有効性を議論する。

## 第6章 材料ばらつきを考慮した設計最適化手法

ロバスト最適化は、実問題における材料のばらつき、組立公差による幾何学的ばらつき、物性の経時変化などによる不確実性に起因する変動に対してロバストな最適解を求めるものである。本章では、共分散行列適応進化戦略を用いた磁気デバイスの新しいロバスト設計最適化手法を提案する。本手法では、計算量を増やすことなく、近傍個体の局所平均を用いて目的関数の期待値を評価する。第5章で求めた材料モデルを利用して、BH特性のばらつきを考慮した磁気デバイスのトポロジー最適化に提案手法を適用し、従来手法と比較することで、手法の有効性を議論する。

## 第7章 結論

本論文の総括を行う。



## 第2章 イジングマシンを用いた 磁石配列の最適化

本章では、まずイジングマシンを用いて磁気デバイスの設計最適化を扱うための基本となる磁石配列の最適化問題を扱う。2次元の磁石配列最適化問題をイジングマシンで扱える形に定式化し、イジングマシンを用いて磁石配列を最適化する。従来の磁石配列との比較や、最適化配列を振動発電デバイスに適用することで、提案手法の有効性を議論する。

### 2.1 背景

多くの電子機器に磁石が用いられており、その磁石配列を工夫することで電子機器の性能を向上させることができる。そのため、電子機器の設計の上で磁石配列は重要な問題となる。近年、1次元の磁石配列の一種であるハルバッハ配列が回転機[2.1][2.2]やアクチュエータに広く用いられてきている。この配列を用いることで図 2.1 に示すように磁石を片側に集中させることができる。1次元のハルバッハ配列を2次元に拡張することで平面モーター[2.3][2.4]や振動発電機[2.5]への活用が期待されている。しかし、図 2.2 に示すように単純な2次元の拡張では非磁化の領域が存在し、この2次元配列が2次元において最適かどうか解明されていない。また、2次元の磁石配列最適化問題において多くの磁石を使用すれば、その組み合わせの数は膨大なものとなる。そこで、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンに着目した。イジングマシン[2.6]では二次制約なし二値最適化(Quadratic Unconstrained Binary Optimization, 以下 QUBO)に定式化させた組合せ最適化問題を高速に解くことができる。本研究ではイジングマシンの一種である富士通デジタルアニーラ(Digital Annealer, 以下 DA)[2.7]-[2.11]を用いて2次元磁石配列の最適化を行った。DAでは、焼きなまし法(Simulated Annealing, 以下 SA)に基づくアルゴリズムを用いて、全結合 QUBO を大規模並列計算で解くことが可能である[2.8]。

本研究の新規性の一つは、ハルバッハ配列に関連する最適化問題を QUBO 形式で定式化したことである。イジングマシンだけでなく、量子アニーリング[2.12][2.13]を行う新しいコンピュータを用いるためには、最適化問題を QUBO 形式で定式化することが必要である。計算電磁気学においてイジングマシンや量子アニーリングマシンを利用するための QUBO 形式での最適化問題の定式化については、これまでほとんど議論されてこなかった。本研究のもう一つの新規性は、ハルバッハ配列の新しい2次元拡張を見出したことである。その配列は、先に述べた従来の配列とは異なり、非磁化空間を持たずに磁石で完全に覆われる。この新しい構造により、平面磁石配列からより強い磁場を発生させるこ

とができる。

以下では、2次元の磁石配列最適化問題を QUBO 形式で定式化し、イジングマシンによって最適解を求める。また、本問題における従来の SA と DA の性能比較を行う。

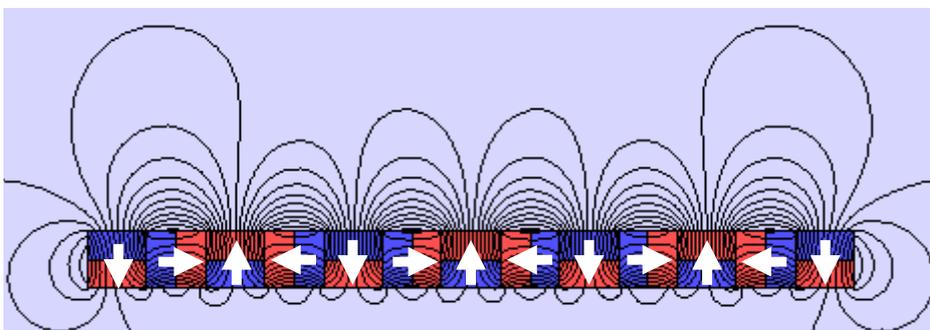


図 2.1 ハルバツハ配列

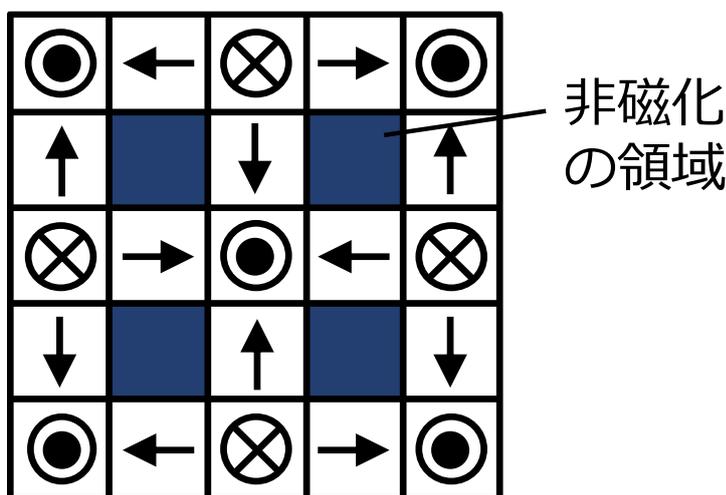


図 2.2 2次元化したハルバツハ配列

## 2.2 イジングマシン

イジングマシン[2.6]とは、イジングモデルの基底状態を見つけることに特化した専用計算機である。イジングモデルとは、強磁性体の相転移を扱うために簡略化されたモデルであり、基底状態とは下記式で表されるイジングモデルのハミルトニアン $\mathcal{H}$ (エネルギー)が最小となるエネルギー状態のことである。

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j J_{i,j} \sigma_i \sigma_j - \sum_i h_i \sigma_i \tag{2.1}$$

ここで、 $\sigma_i \in \{-1, 1\}$  はイジング変数(イジングスピン)である。また、 $J_{i,j}$  と  $h_i$  はスピン間の相互作用と局所磁場である。また、スピンの代わりに 0 と 1 の 2 値をとる変数  $s_i = \frac{\sigma_i + 1}{2} \in \{0, 1\}$  を使い、式(2.13)を表すと下記 QUBO となる。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} s_i s_j - \sum_i b_i s_i + \text{const.} \rightarrow \min. \quad (2.2)$$

そのため、イジングマシンでは QUBO 形式で表現された組合せ最適化問題を解くことができる。

イジングマシンは大きく超電導回路などを用いて物理的なハードウェアを実装する方式と、CMOS 回路などのデジタル回路を用いて実装する方式に分類される。前者は量子アニーリング[2.12][2.13]と呼び、「組合せ最適化問題」に特化した量子コンピュータの派生技術として注目を集めている。しかし、超電導粒子ピット間の結合が少ないために適用可能な問題の種類が限定されてしまうことや、量子状態を維持するための大型の冷却装置が必要になるなどの課題がある。そこで、本研究では後者の方式のイジングマシンの一種である DA[2.7]-[2.11]を用いた。DA では、SA に基づくアルゴリズムをベースに、反転させるビットを並列的に評価することにより、高速に最適化解を求めることができる[2.9]-[2.11]。さらに、探索の中で局所解へのトラップを検知するとオフセット値を与えることにより局所解からの脱出確率を高める手法を用いることで、最適解に到達する確率を高めている[2.9]-[2.11]。また、DA は量子アニーリングに比べて、室温での安定動作、ビット間の全結合構造、及び演算可能なビット数が多いという特徴を有している。

## 2.3 平面磁石配列の最適化

図 2.3 に設計領域を示す。10 mm × 25 mm × 25 mm の解析領域を 10 mm × 2.5 mm × 2.5 mm の 100 個の小磁石に分割して解析する。磁石の向きは  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸のそれぞれ正負の 6 つの方向とする。本最適化では、観測点  $P$  における  $x$  軸方向の磁束密度が最大となるように解析領域内の 100 個の小磁石の磁化の向きを定める。ここで目的関数は以下のように定義する。

$$\mathcal{H} = B_x(P) \rightarrow \max. \quad (2.3)$$

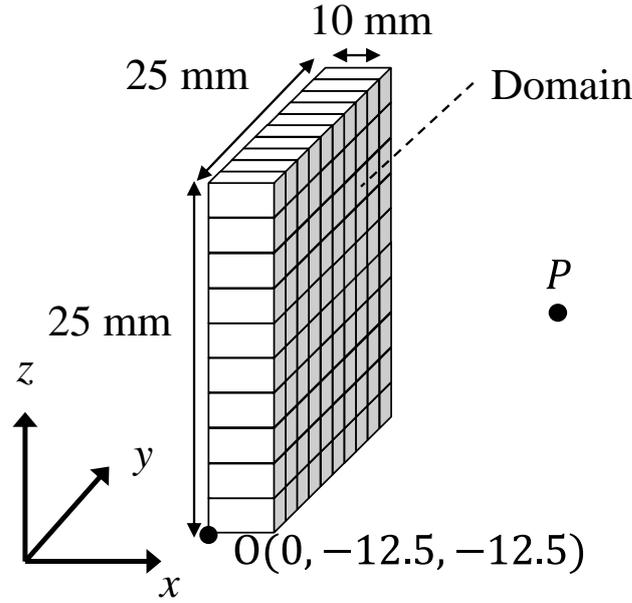


図 2.3 設計領域 ©2020 IEEE

### 2.3.1 磁束密度の計算

小磁石によって発生する観測点 $P(x_p, y_p, z_p)$ の磁束密度 $\mathbf{B}$ はビオサバールの法則から以下のように求めることができる。

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} \partial I_x / \partial x_p & \partial I_y / \partial x_p & \partial I_z / \partial x_p \\ \partial I_x / \partial y_p & \partial I_y / \partial y_p & \partial I_z / \partial y_p \\ \partial I_x / \partial z_p & \partial I_y / \partial z_p & \partial I_z / \partial z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{I} = \iiint_v \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dv \quad (2.5)$$

ここで、 $r$ はソース点と観測点 $P$ 間の距離である。また、式(2.4)の係数行列は以下のように計算することができる[2.14]。

$$\frac{\partial I_x}{\partial x_p} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \times \left[ -\operatorname{atan} \left\{ \frac{(y_p - y_j)(z_p - z_k)}{(x_p - x_i)r_{ijkp}} \right\} \right] \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial I_x}{\partial y_p} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \times \ln \{ r_{ijkp} + (z_p - z_k) \} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial I_x}{\partial z_p} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \times \ln \{ r_{ijkp} + (y_p - y_j) \} \quad (2.8)$$

ここで、 $r_{ijkp}$ は小磁石の頂点 $(x_i, y_j, z_k)$ と観測点 $P(x_p, y_p, z_p)$ 間の距離である。他の成分についても同様に計算することができる。

### 2.3.2 ハミルトニアン の定義

DA を用いて式(2.3)の最適化問題を解くために、この最適化問題を QUBO の形式に変形する必要がある。小磁石の磁化の向きは 3bit を用いて表 2.1 のように定義する。すると 1 つの小磁石に対するハミルトニアン $\mathcal{H}$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= B_x(0,0,0)(1-s_1)(1-s_2)(1-s_3) + B_x(1,0,0)s_1(1-s_2)(1-s_3) \\ &\quad + B_x(0,1,0)(1-s_1)s_2(1-s_3) + B_x(1,1,0)s_1s_2(1-s_3) \\ &\quad + B_x(0,0,1)(1-s_1)(1-s_2)s_3 + B_x(1,0,1)s_1(1-s_2)s_3 \\ &\quad - \alpha(1-s_1)s_2s_3 - \alpha s_1s_2s_3 \\ &= Cs_1s_2s_3 + \sum_{i,j} C_{ij}s_1s_j + \sum_i h_i s_i + \text{const.} \end{aligned} \quad (2.9)$$

ここで、 $s_i \in \{0,1\}$ である。また、 $B_x(s_1, s_2, s_3)$ と $\alpha$ はそれぞれ各状態の観測点 $P$ における $x$ 軸方向の磁束密度とペナルティ項の重み係数である。式(2.9)は3次形式であるので、以下のように新しい変数 $s_4$ を導入して2次形式に変形する[2.15][2.16]。

$$s_2s_3 = s_4 \quad (2.10)$$

すると、式(2.9)のハミルトニアンは以下に示す2次形式で表すことができる。

$$\mathcal{H}' = \sum_{i,j} C_{ij}s_1s_j + \sum_i h_i s_i + \text{const.} - \beta \mathcal{H}_p \rightarrow \max. \quad (2.11)$$

$$\mathcal{H}_p = 3s_4 + s_2s_3 - 2s_2s_4 - 2s_3s_4 \quad (2.12)$$

表 2.1 QUBO モデルにおける小磁石の磁化の向きの表現 ©2020 IEEE

State	$s_1$	$s_2$	$s_3$	Magnetization direction
1	0	0	0	Parallel to $x$ axis
2	1	0	0	Antiparallel to $x$ axis
3	0	1	0	Parallel to $y$ axis
4	1	1	0	Antiparallel to $y$ axis
5	0	0	1	Parallel to $z$ axis
6	1	0	1	Antiparallel to $z$ axis
7	0	1	1	Forbidden
8	1	1	1	Forbidden

### 2.3.3 デジタルアニーラの使用

DA を使用する場合、問題を最小化問題と定義し、係数を整数で表現する必要がある。そのため、式(2.11)の最適化問題を以下のように修正する。

$$E = -\gamma \mathcal{H}' \rightarrow \min. \tag{2.13}$$

ここで、 $\gamma$ は正則化項である。すると、最終的に最適化問題は以下のように表現され、DA を用いて解くことができる。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} s_i s_j - \sum_i b_i s_i + \text{const.} \rightarrow \min. \tag{2.14}$$

### 2.3.4 複数の観測点

次に、観測点が複数ある場合について考える。 $z$ 軸方向に振動する平面磁石の近傍に 4 つのコイルがある図 2.4 に示す振動発電機を解析対象とする。10 mm × 50 mm × 50 mm の解析領域を 10 mm × 5 mm × 5 mm の 100 個の小磁石に分割する。目的関数は観測点  $P_i, i = 1, 2, 3, 4$ , で交互に磁束が大きくなるように以下のように設定する。

$$\mathcal{H} = B_x(P_1) - B_x(P_2) - B_x(P_3) + B_x(P_4) \rightarrow \max. \tag{2.15}$$

式(2.15)を解くために、ハミルトニアン(7)を以下のように修正する。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & [B_x^{P_1}(0,0,0) - B_x^{P_2}(0,0,0) - B_x^{P_3}(0,0,0) \\ & + B_x^{P_4}(0,0,0)](1 - s_1)(1 - s_2)(1 - s_3) + \dots \end{aligned} \tag{2.16}$$

QUBO への変換は観測点が 1 つの場合と同様に行うことができる。

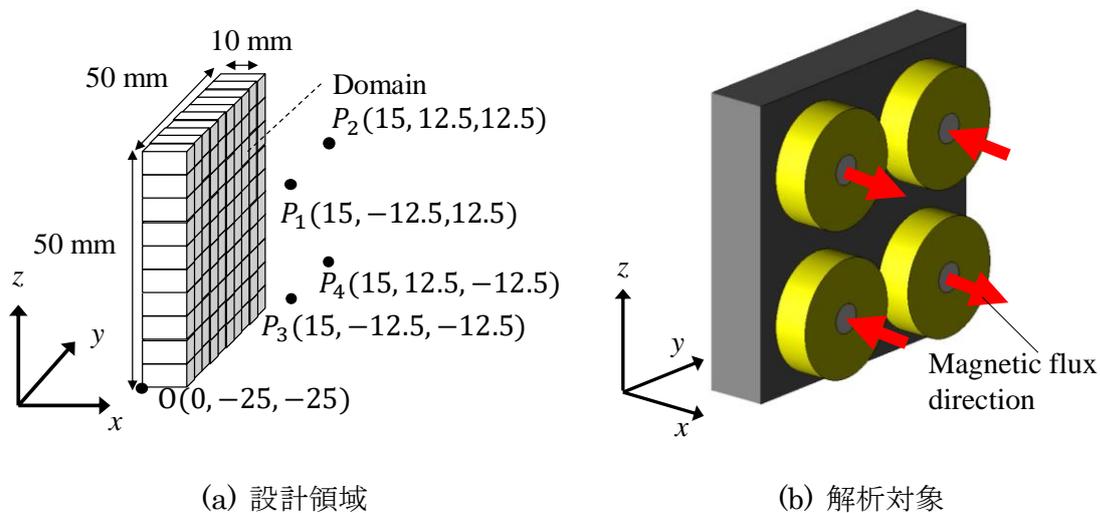


図 2.4 4 つのコイルを持つ振動発電機的设计領域 ©2020 IEEE

## 2.4 解析結果

### 2.4.1 観測点の位置による効果

異なる3つの観測点 $P(x, 0, 0)$ で、DAを用いて式(2.14)を解くことで磁石配列の最適化を行った。ここで、 $x$ は11 mm、15 mm、20 mmとした。式(2.9)(2.11)(2.13)の重み係数を表2.2に示す。また、DAのパラメータの値を表2.3にまとめる。ここで、温度 $T$ は以下の式で減少する。

$$T_{n+1} = T_n \times (1 - \text{temp\_decay}) \quad (2.17)$$

最適化結果の磁石配列を図2.5に示す。最適化結果の磁石配列は中心に $x$ 軸方向の磁石があり、その周りを水平方向に磁化した台形磁石が取り囲む構造になっていることがわかる。これらの磁石配列は従来の配列と違い非磁化の領域が存在していない。また、観測点の位置を磁石から離していくと中心の $x$ 軸の正の方向の磁石の数が増加することがわかる。隣接する磁石からの寄与は観測点が磁石に近いと磁束が逆方向となるため、観測点と磁石が近い場合は最適化結果で $x$ 軸の正の方向の磁石が少ないと考えられる。(b)の磁石配列によって発生する磁束線を図2.5(d)に示す。

表 2.2 DA の重み係数 ©2020 IEEE

$x$ [mm]	11	15	20
$\alpha, \beta$	0.1	0.1	0.01
$\gamma$	$5 \times 10^4$	$10^5$	$10^6$

表 2.3 DA の解析条件 ©2020 IEEE

Temp_st (Initial temperature)	655.36
Temp_decay (Multiplier of temperature change)	0.001
Temp_interval (Interval temperature change)	1000
Num_iteration (Number of iterations)	$10^7$
Num_run (Number of annealing runs)	160

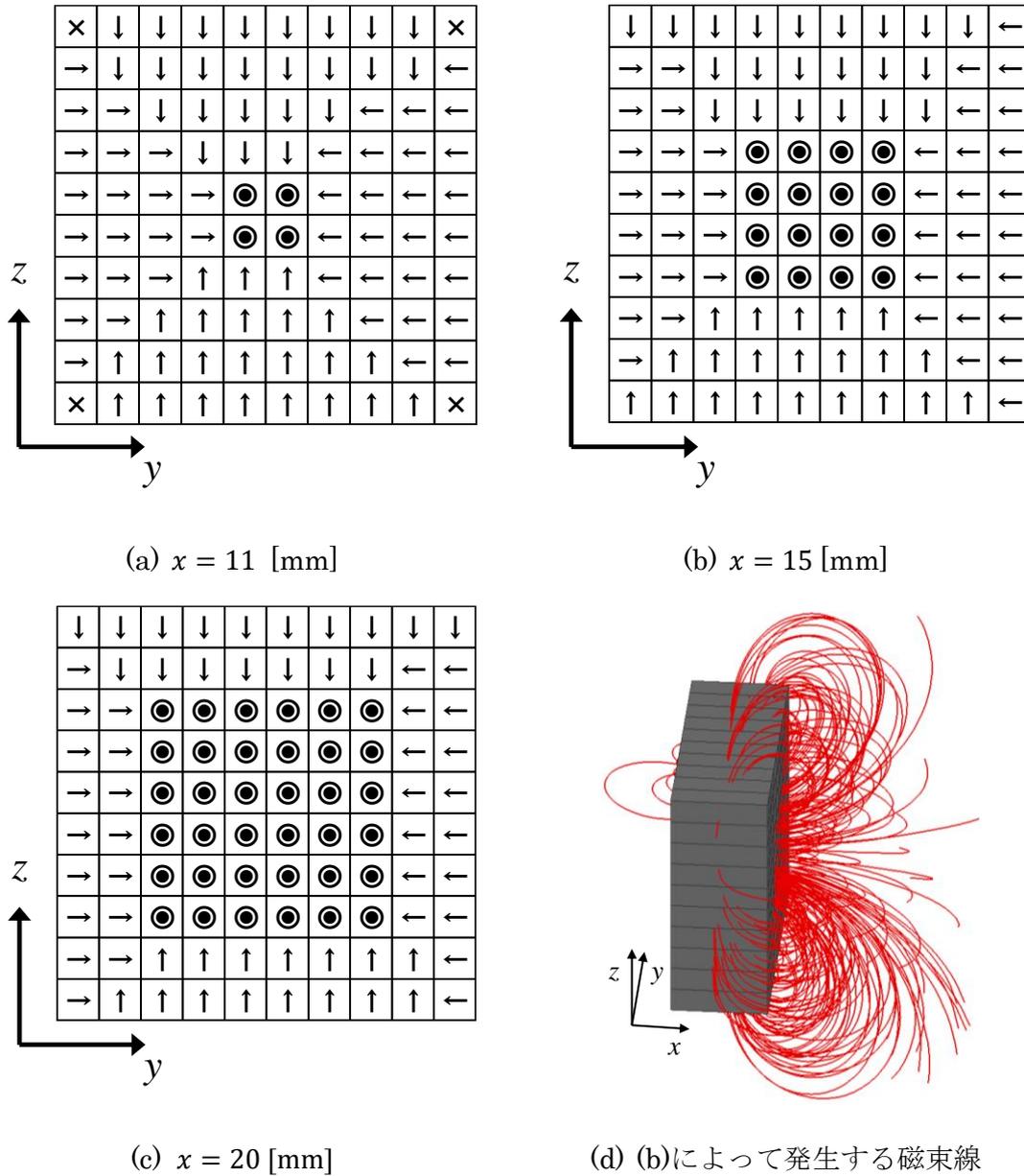
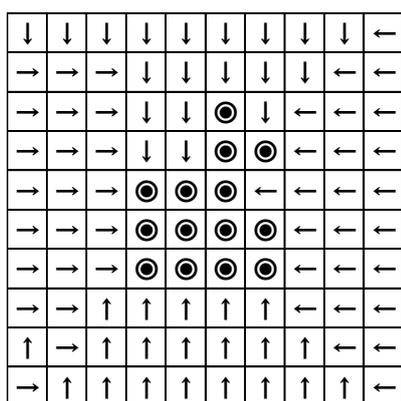


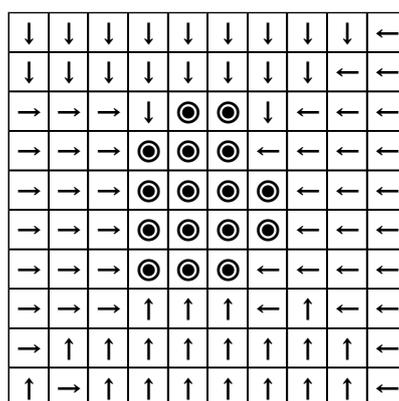
図 2.5 磁石配列最適化結果 ©2020 IEEE

### 2.4.2 焼きなまし法との比較

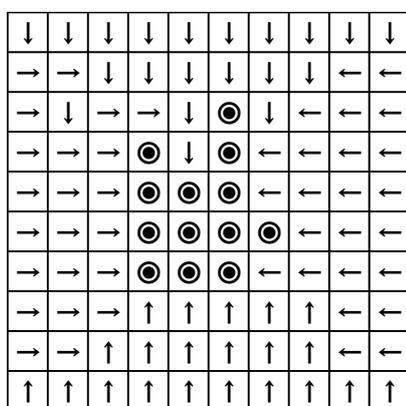
SA を用いて式(2.14)を解くことで、観測点 $P(15, 0, 0)$ における磁石配列の最適化を同様に行った。初期状態を変えて SA を用いて 5 回最適化を行った。初期温度、温度変化の仕方、同温での評価回数、収束回数は DA と同じ条件にした。解析結果の磁石配列を図 2.6 に示す。解析結果の磁石配列は対称性が崩れ、局所解に陥っていることがわかる。また、図 2.7 より従来の SA より DA が早く収束していることがわかる。表 2.4 に観測点 $P$ における $x$ 軸方向の磁束密度の大きさをまとめる。表 2.4 より DA を使用した場合に $B_x$ の値が最も大きくなっていることがわかる。



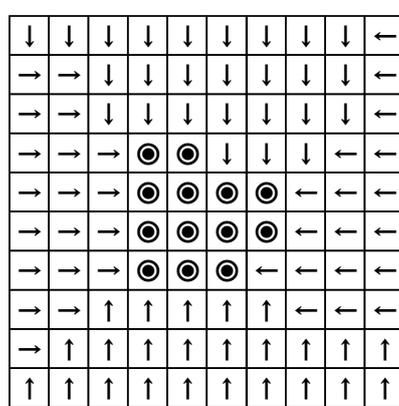
(a) 1回目



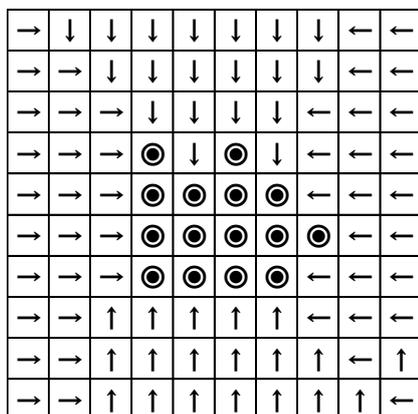
(b) 2回目



(c) 3回目



(d) 4回目



(e) 5回目

図 2.6 SA を用いた磁石配列最適化結果 ©2020 IEEE

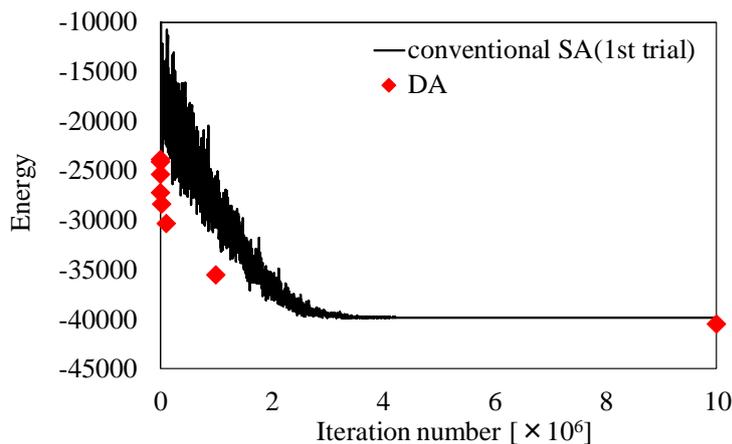


図 2.7 DA と SA の収束過程 ©2020 IEEE

表 2.4 観測点における $x$ 軸方向の磁束密度の大きさ ©2020 IEEE

	$B_x(P)$
DA	0.405
SA (1st trial)	0.399
SA (2nd trial)	0.397
SA (3rd trial)	0.397
SA (4th trial)	0.400
SA (5th trial)	0.400

### 2.4.3 観測点が 4 つの場合

次に図 2.4 に示す 4 つの観測点に関する最適化問題(2.16)の最適化を行う。DA の解析条件を表 2.5 にまとめる。最適化結果の磁石配列を図 2.8 に示す。最適化結果の磁石配列は対称性があり、非磁化の領域が存在しないことがわかる。

表 2.5 4 つの観測点問題における DA の解析条件 ©2020 IEEE

$\alpha, \beta$	0.1
$\gamma$	$10^5$
Temp_st	655.36
Temp_decay	0.001
Temp_interval	25000
Num_iteration	$10^8$
Num_run	18

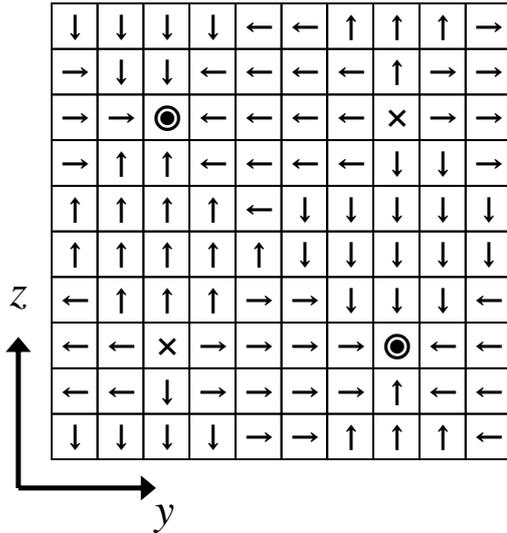


図 2.8 4つの観測点の最適磁石配列  
©2020 IEEE

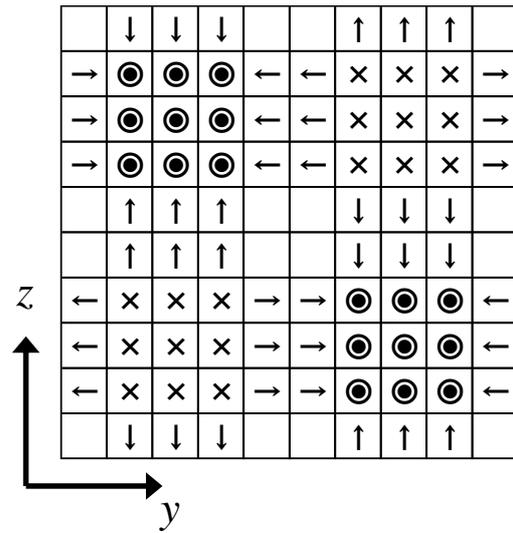


図 2.9 従来の2次元ハルバツハ配列  
©2020 IEEE

2.4.4 従来の2次元ハルバツハ配列との比較

図 2.8 に示す 4 つの観測点の最適磁石配列と図 2.9 に示す非磁化の領域を持つ従来のハルバツハ配列を比較する。これらの磁石配列の観測点の磁束密度の大きさ  $B_x(P_i)$  を表 2.6 にまとめる。従来モデルに比べて最適化結果は磁束の大きさが 17%アップしたことがわかる。最適磁石配列では磁石領域全体を効率的に使用するため、より大きな磁場が発生する。また、必要であれば、式(2.3)に磁石体積のペナルティ項を導入することで、磁石の量を減らすこともできる。

表 2.6 4つの観測点における磁束密度の大きさ  $B_x$  ©2020 IEEE

	Optimized [T]	Conventional [T]
$P_1$	0.42	0.36
$P_2$	-0.42	-0.36
$P_3$	-0.41	-0.36
$P_4$	0.41	0.36

2.4.5 誘導電圧

最適化された磁石配列によって発生するコイルの誘導電圧を評価する。図 2.8 に示す平面磁石によってコイルに発生する合計電圧と、図 2.10 に示す観測点 1 つの場合の最適化結果によってコイルに発生する電圧の大きさを比較する。ここで解析領域の大きさは同じである。これらの磁石配列を理解しやすくするために簡略化したモデルを図 2.11 に示す。図 2.12 に示すように  $x = 15 \text{ mm}$  平面上に  $12.5 \text{ mm} \times 12.5 \text{ mm}$  の 4 つの正方形コイル

ルと 25 mm × 25 mm の 1 つの正方形コイルをそれぞれのモデルに設置した。コイルに発生する誘導電圧は以下の式によって計算する。

$$V = -[\phi(z = 25) - \phi(z = 0)]/\Delta t \tag{2.18}$$

ここで、平面磁石は  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$  で  $z = 0 \text{ mm}$  から 25 mm 移動すると仮定し、コイルの鎖交磁束は有限要素法を用いて求める。

誘導電圧の大きさを図 2.12 に示す。観測点 1 つのモデルに比べて観測点 4 つのモデルは誘導電圧が 29% アップしている。したがって、観測点を増やした解析を行うことで振動発電機の電圧を向上させることができることがわかる。次の第 3 章では本手法を拡張し、コイルの数や大きさなども考慮して最適化を行う。

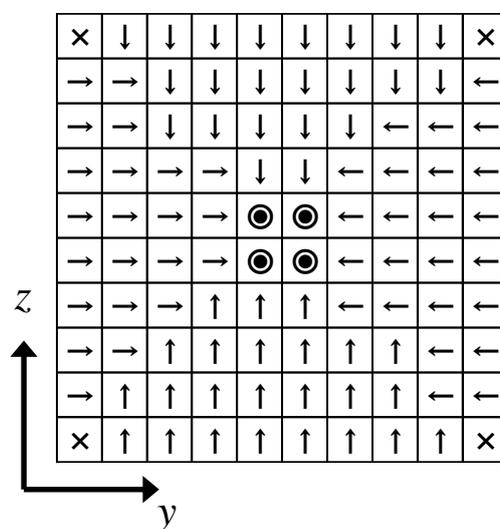


図 2.10 1 つの観測点の最適磁石配列 ©2020 IEEE

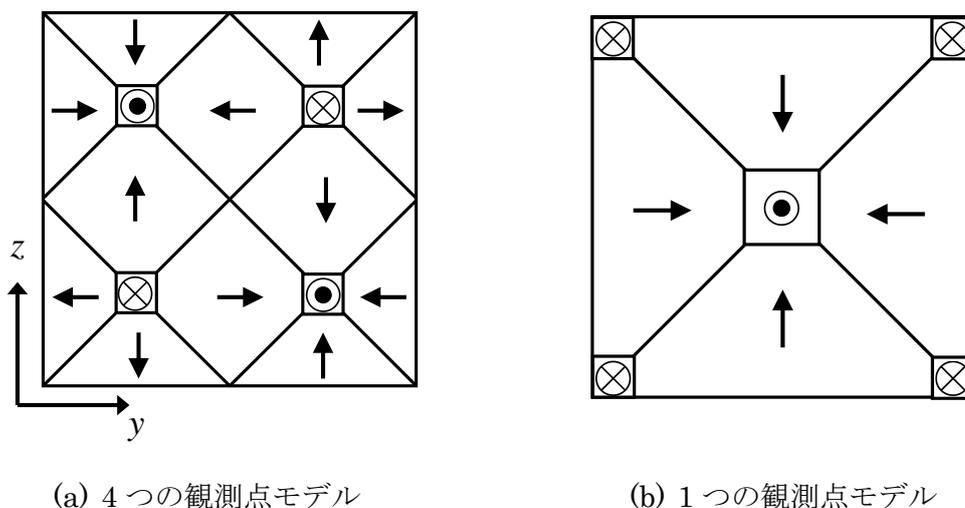


図 2.11 簡略化モデル ©2020 IEEE

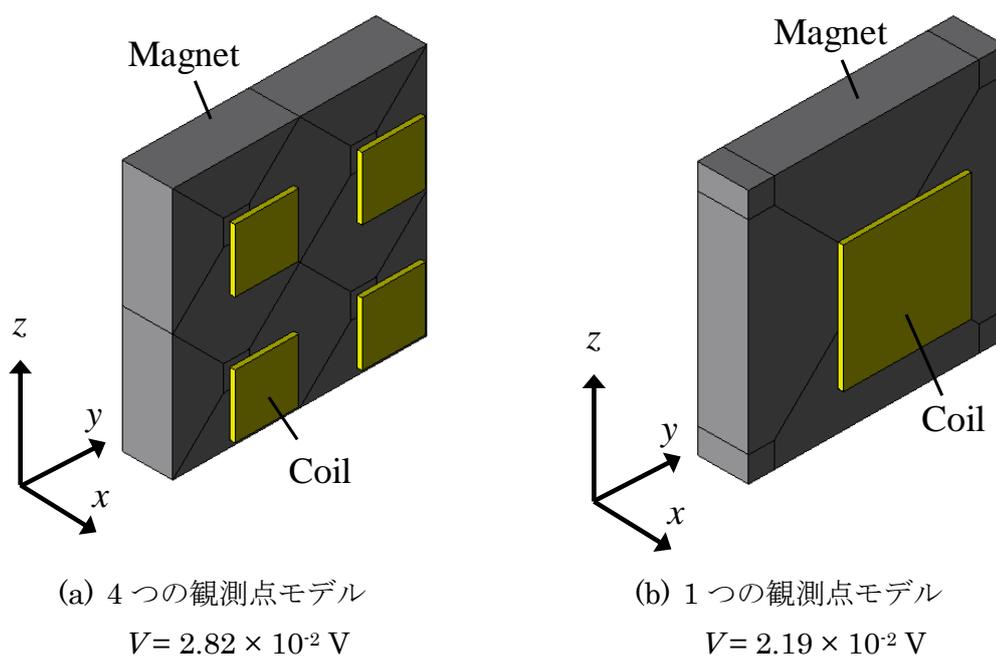


図 2.12 コイルの数の異なる振動発電機モデル ©2020 IEEE

## 2.5 第2章まとめ

以下に、第2章で述べたことをまとめる。本報告では、DAを用いた平面磁石の最適化手法を提案した。DAを用いて最適化問題を解くために、平面磁石の最適化問題を QUBO の形に定式化した。DAを用いて最適化することで、中心に $x$ 軸方向の磁石があり、その周りを水平方向に磁化した台形磁石が取り囲む構造の磁石配列が得られた。従来の2次元ハルバッハ配列と異なり、提案手法により得られた磁石配列は非磁化の領域が存在しなく、磁束の大きさが17%アップした。また、最適磁石配列を用いた振動発電機の誘導電圧を推定した。

本手法を拡張して、第3章ではコイルと磁石の同時最適化を、第4章では磁気デバイスのトポロジー最適化を行う。

## 参考文献

- [2.1] S.-M. Jang, S.-H. Lee, H. W. Cho and S. K. Cho, "Design and analysis of helical motion permanent magnet motor with cylindrical Halbach array", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 5, pp. 3007-3009, Sep. 2003.
- [2.2] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Halbach permanent magnet machines and applications: A review", *Proc. Inst. Elect. Eng. Electr. Power Appl.*, vol. 148, no. 4, pp. 299-308, Jul. 2001.
- [2.3] Ir. J. C. Compter, "Electro-dynamic planar motor", *Precis. Eng.*, vol. 28, no. 2, pp. 171-180, 2004.
- [2.4] J. W. Jansen, C. M. M. van Lierop, E. A. Lomonova and A. J. A. Vandenput, "Modeling of magnetically levitated planar actuators with moving magnets", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 1, pp. 15-25, Jan. 2007.
- [2.5] T. Sato and H. Igarashi, "A chaotic vibration energy harvester using magnetic material", *Smart Mater. Struct.*, vol. 24, no. 2, 2015.
- [2.6] N. Mohseni, P. L. McMahon and T. Byrnes, "Ising machines as hardware solvers of combinatorial optimization problems" *Nature Reviews Physics*, vol. 4, pp. 363-379, May 2022.
- [2.7] *Fujitsu Quantum-Inspired Computing Digital Annealer*, Jan. 2022, [online] Available: <https://www.fujitsu.com/global/services/business-services/digital-annealer/>.
- [2.8] M. Aramon, G. Rosenberg, E. Valiante, T. Miyazawa, H. Tamura and H. G. Katzgraber, "Physics-inspired optimization for quadratic unconstrained problems using a digital annealer", *Frontiers Phys.*, vol. 7, pp. 48, Apr. 2019.
- [2.9] 實宝, "デジタルアニーラ 実用レベルの組合せ最適化問題を高速に解く専用 ハードウェア", *応用物理* 第 88巻 第 6号, pp. 409-412, 2019.
- [2.10] 大淵, 實宝, 佐藤, 添田, "組合せ最適化問題を超高速に解くデジタルアニーラ の材料開発・創薬 への 応用", *応用物理* 第 90巻 第 8号, pp.499-503, 2021.
- [2.11] 實宝, 寺島, 大淵, "デジタルアニーラの原理と材料開発への応用", *表面と真空*, vol.63, no.3, pp.117-122, 2020.
- [2.12] T.Kadowaki and H.Nishimori, "Quantum annealing in the traverse Ising model", *Phys. Rev. E*, vol. 58, pp.5355-5363, 1998.
- [2.13] C.McGeoch and P.Farre, "The D-Wave Advantage System: An Overview", *Tech. Rep. D-Wave Technical Report Series 14-1049A-A*, 2020.
- [2.14] L. Urankar, "Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form Part III: Exact computation for rectangular cross section", *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-18, no. 6, pp. 1860-1867, Nov. 1982.
- [2.15] J. D. Biamonte, " Nonperturbative k -body to two-body commuting conversion Hamiltonians and embedding problem instances into Ising spins ", *Phys. Rev. A Gen. Phys.*,

vol. 77, no. 5, 2008.

[2.16] 西森, 大関, “量子アニーリングの基礎”, 共立出版, 2018.



## 第3章 イジングマシンを用いた コイルと磁石の同時最適化

第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法をコイルと磁石配列の同時配置最適化手法に拡張する。提案手法を振動発電デバイスの最適化に適用することで、手法の有効性を議論する。

### 3.1 背景

IoT 技術で重要な役割を果たす無線センサーを動作させるために、環境エネルギーを利用した環境発電技術が盛んに研究されている[3.1]。環境発電を用いることで、無線センサーの電池交換の必要性を減らし、IoT システムの維持費を削減することができる。周囲の振動エネルギーを電気エネルギーに変換する振動発電機[3.2][3.3]は、最も有望な環境発電デバイスの1つである。本研究では、コイルと磁石で構成される電磁誘導型振動発電機[3.4]-[3.7]に着目した。従来の電磁誘導型振動発電機の大きな問題点は、発電効率が比較的低いことである。電磁誘導型振動発電機は基本的にコイルと磁石から成り立っている。そこで、我々は磁石配列の最適化に着目した。小磁石の組み合わせにより磁石配列を最適化する場合、組み合わせの数が膨大になる。そのため、第2章では二次制約なし二値最適化(Quadratic Unconstrained Binary Optimization, 以下 QUBO)の組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシン[3.8][3.9]を使って、電磁誘導型振動発電機の磁石配列の高速設計最適化を報告した。また、量子アニーリング[3.10]でも最適化問題は QUBO として定式化される必要があるため、計算電磁気学における QUBO の定式化を研究することが重要であるといえる。第2章[3.8]では、板状の永久磁石の磁化分布を最適化し、コイルを想定した磁束密度を最大にする問題を扱った。この最適化問題を QUBO として定式化し、イジングマシンで解くことに成功した。

本章では、振動発電機のさらなる高効率化を目指し、イジングマシンを用いて振動発電機のコイルと永久磁石を同時に最適化し、鎖交磁束の時間変化量を最大化させる。コイルと永久磁石の同時最適化は、モーター、リアクトル、インダクタなど様々な電気機器の設計で広く必要とされている。本章では、この重要な問題が QUBO として定式化できることを示す。以下では、コイルと磁石配列の構造に関する最適化問題を QUBO 問題として定式化し、イジングマシンで解く。そして、コイルを固定した磁石配列のみの最適化と比較して、コイルと磁石の同時最適化の効果を考察する。最後に、最適化におけるギャップ幅やコイルサイズの影響を考察する。本研究の新規性は以下の点にある。(i) コイルと磁石の同時最適化の QUBO 定式化、(ii) イジングマシンによるこの問題の解決、(iii) コイ

ル-磁石システムにおける新しい構成の提示にある。

### 3.2 平面磁石配列の最適化

図 3.1 にコイルと磁石の設計領域を示す。10mm×100 mm×100mm の磁石領域と 200mm×200 mm のコイル領域をそれぞれ 10mm×10mm×10mm の 100 個の小磁石と 10mm×10mm の 400 個のコイルセルに分割して解析する。磁石の向きは  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸のそれぞれ正負の 6 つの方向とする。本最適化では、磁石が移動した際の鎖交磁束の時間変化量が最大となるように解析領域内の 100 個の小磁石の磁化の向きと設計領域中のコイル配置を定める。ここで目的関数は以下のように定義する。

$$F = \Delta\phi \rightarrow \max. \tag{3.1}$$

ここで、渦電流は無視できると仮定する。

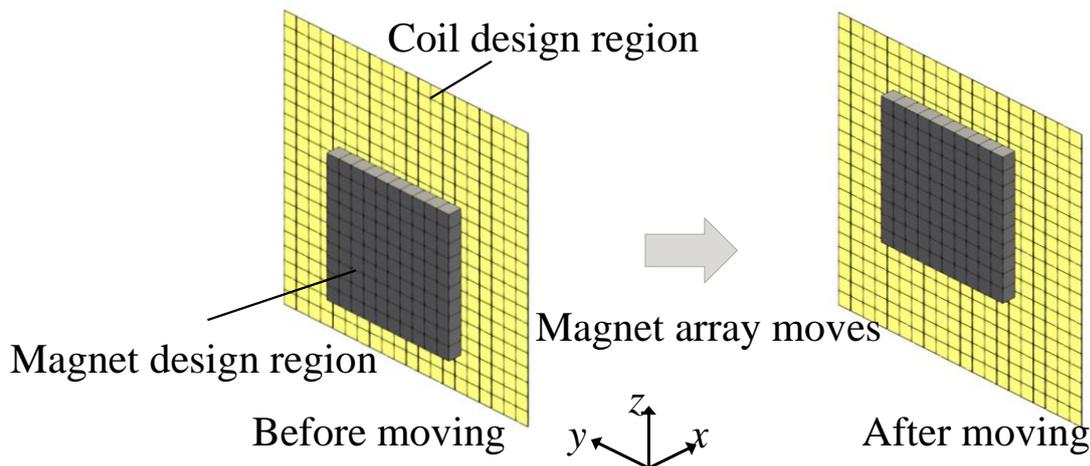


図 3.1 問題(i)の設計領域：コイルと磁石の同時最適化 ©2021 IEEE

#### 3.2.1 QUBO 定式化

イジングマシンを用いて解くために、式(3.1)を QUBO として定式化する。 $j$  番目の小磁石の磁化は、表 1 に示すように、2 値変数  $s_{j,k} \in \{0, 1\}$ ,  $0 \leq k \leq 6$ , を用いて表す。 $i$  番目のコイル領域における時計回りと反時計回りの小コイルの存在は、それぞれ 2 値変数  $x_i, y_i \in \{0, 1\}$  で表され、0 はコイルがないことを表す。未知の 2 値パラメータ  $(s_{j,k}, x_i, y_i)$  は次式で定義される QUBO を最大化することにより決定される。

$$F = \sum_{i=1}^{400} \Delta\phi_i(x_i - y_i) + P_d \rightarrow \max. \tag{3.2}$$

$$P_d = -\alpha \sum_{j=1}^{100} \sum_{n=1}^6 \sum_{l=1(l \neq n)}^6 s_{j,n} s_{j,l} \quad (3.3)$$

ここで、 $i$  と  $j$  はそれぞれとコイル領域と磁石領域の要素番号を表している。また、 $(-)\Delta\phi_i$  は  $i$  番目のコイル領域における時計回り（反時計回り）コイルの鎖交磁束の時間変化を示している。 $\alpha$  はペナルティ項  $P_d$  の重み付け定数であり、 $s_{j,k}$ ,  $0 \leq k \leq 6$ , が同時に 1 にならないこと、すなわち表 1 に示す状態のいずれかを取ることを課している。

表 3.1 QUBO モデルにおける小磁石の磁化の向きの表現 ©2021 IEEE

$s_{j,1}$	$s_{j,2}$	$s_{j,3}$	$s_{j,4}$	$s_{j,5}$	$s_{j,6}$	Magnetization direction
0	0	0	0	0	0	No magnetization
1	0	0	0	0	0	Parallel to $x$ axis
0	1	0	0	0	0	Antiparallel to $x$ axis
0	0	1	0	0	0	Parallel to $y$ axis
0	0	0	1	0	0	Antiparallel to $y$ axis
0	0	0	0	1	0	Parallel to $z$ axis
0	0	0	0	0	1	Antiparallel to $z$ axis

### 3.2.2 鎖交磁束の計算

鎖交磁束の時間変化量は下記式より計算できる。

$$\Delta\phi_i = \sum_{j=1}^{100} \sum_{k=1}^6 \Delta\phi_{i,j,k} s_{j,k} \quad (3.4)$$

$$\Delta\phi_{i,j,k} = B_{i,j,k}^x(z) A_i - B_{i,j,k}^x(z + \Delta z) A_i \quad (3.5)$$

ここで、 $A_i$ ,  $B_{i,j,k}^x$  および  $\Delta z$  はそれぞれ、 $i$  番目のコイル領域の断面積、 $i$  番目のコイル領域の中心点における磁化状態  $k$  の  $j$  番目の磁石から発生する  $x$  軸方向の磁束密度、および単位時間当たりの磁石の変位量である。また、小磁石によって発生する観測点  $P(x_p, y_p, z_p)$  の磁束密度  $\mathbf{B}$  はビオサバールの法則から以下のように求めることができる[3.11]。

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} \partial I_x / \partial x_p & \partial I_y / \partial x_p & \partial I_z / \partial x_p \\ \partial I_x / \partial y_p & \partial I_y / \partial y_p & \partial I_z / \partial y_p \\ \partial I_x / \partial z_p & \partial I_y / \partial z_p & \partial I_z / \partial z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{I} = \iiint_v \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dv \quad (3.7)$$

ここで  $r$  はソース点と観測点  $P$  間の距離である。本研究では観測点  $P$  を  $i$  番目のコイル領域の中心に設定した。

### 3.2.3 コイルと磁石の量の制約

提案手法では、最適化の目的に合わせて、下記ペナルティ項を目的関数  $F$  に加えることで、小コイルの数や小磁石の数を任意に制御することができる。

$$P_{\text{coil}} = -\beta \left( \sum_{i=1}^{400} (x_i + y_i) - N_{\text{coil}} \right)^2 \quad (3.8)$$

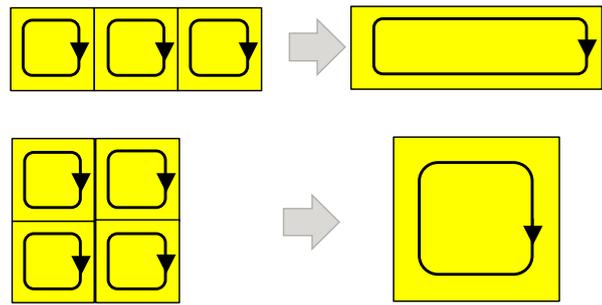
$$P_{\text{mag}} = -\gamma \left( \sum_{j=1}^{100} \sum_{k=1}^6 s_{j,k} - N_{\text{mag}} \right)^2 \quad (3.9)$$

ここで、 $N_{\text{coil}}$ と $N_{\text{mag}}$ はそれぞれ使用する小コイルと小磁石の数である。

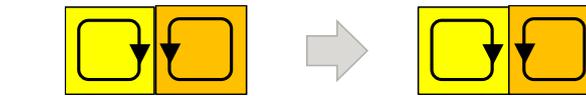
### 3.2.4 コイルの表現

最適化問題(3.2)を解くことで、小コイルの配置を得ることができる。次に、以下のルールに従って、それらを大きなコイルに置き換える。

- (i) 同じ向きの小コイルが隣接している場合、図 3.2(a)に示すようにそれらを足し合わせて1つの大きなコイルに置き換える。すなわち、提案手法を用いることで、コイルの形状や大きさを最適化することができる。
- (ii) 異なる向き的小コイルが隣接している場合、図 3.2 (b)に示すように個々のコイルとして残す。
- (iii) 同じ領域に時計回りのコイルと反時計回りのコイルが配置される場合、図 3.2 (c)に示すようにコイル無しとして扱う。



(a) 同じ向きの小コイルが隣接している場合



(b) 異なる向き的小コイルが隣接している場合



(c) 異なる向き的小コイルが同じ領域に存在している場合

図 3.2 コイルの表現 ©2021 IEEE

### 3.3 解析結果

#### 3.3.1 同時最適化の効果

ここでは、問題(i) : コイルと磁石の同時最適化、問題(ii) : 固定矩形コイルに対する磁石のみの最適化について考える。図 3.3 は、問題(ii)の設計領域で、振動発電機が 60mm×40mm の時計回りコイルを 1 つ持っている場合である。磁石とコイルの間のギャップ長  $l_{gap}$  と  $\Delta z$  は、それぞれ 1mm と 40mm と設定した。

一方、問題(i)では、コイルの総断面積を問題(ii)と等しくするために、目的関数  $F$  にペナルティ項(3.8)を導入し、イジングマシンを使って以下の QUBO を解いた。

$$F = \sum_{i=1}^{400} \Delta\phi_i(x_i - y_i) + P_d + P_{coil} \rightarrow \max. \quad (3.10)$$

ここで、 $l_{gap} = 1\text{mm}$ ,  $A = 24\text{ cm}^2$ ,  $\Delta z = 40\text{ mm}$  と設定した。また、本研究ではイジングマシンとして富士通デジタルアニーラ(Digital Annealer, 以下 DA)を用いた[3.9][3.12]。

問題(ii)を解いて得られた最適磁石配列を図 3.4(a)に、問題(i)を解いて得られた最適コイルと磁石配置を図 3.4 (b)に示す。図 3.4 (b)から、コイルと磁石の同時最適化により、

コイルと磁石が分割され、複数の小さなコイルとハルバッハ配列のように分割された磁石配列が存在する。鎖交磁束の時間変化 $\Delta\phi$ は、図 3.4 (a)が 1.94mWb、図 3.4 (b)が 3.19mWb である。したがって、コイルと磁石の同時最適化を行うことで、振動発電機の出力電圧を向上させることができることがわかった。

### 3.3.2 ギャップ幅の影響

$l_{gap}$  が解に与える影響を調べるために、問題(i)を  $l_{gap} = 5$  と 10mm の条件で解いた。その結果を図 3.5 に示す。図 3.4(b)と図 3.5 から、最適化された配置は  $l_{gap}$  に強く依存しており、 $l_{gap}$  が小さくなるとコイルは多くの小さなコイルに分離されることがわかる。これは、磁気構造が細かいほど磁石表面付近に強い磁場が発生するため、 $l_{gap}$  が大きくなると磁場中の高い空間周波数成分が低い成分よりも速く減少するためである。

$\Delta\phi$  の  $l_{gap}$  に対する依存性を図 3.6 に示す。図 3.4(b)の  $\Delta\phi$  は、図 3.5 の結果と比較して、 $l_{gap}$  の変化に対してより敏感であることがわかる。

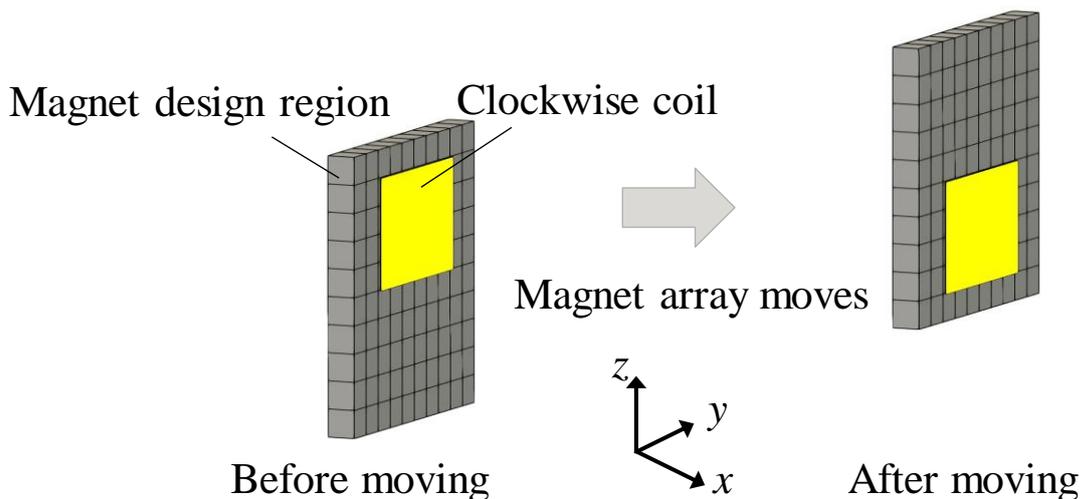
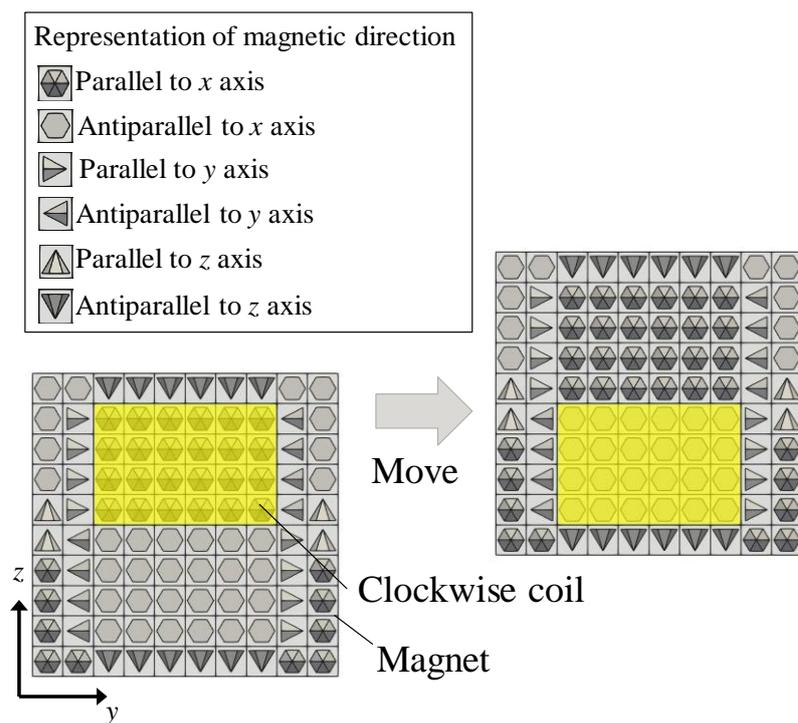
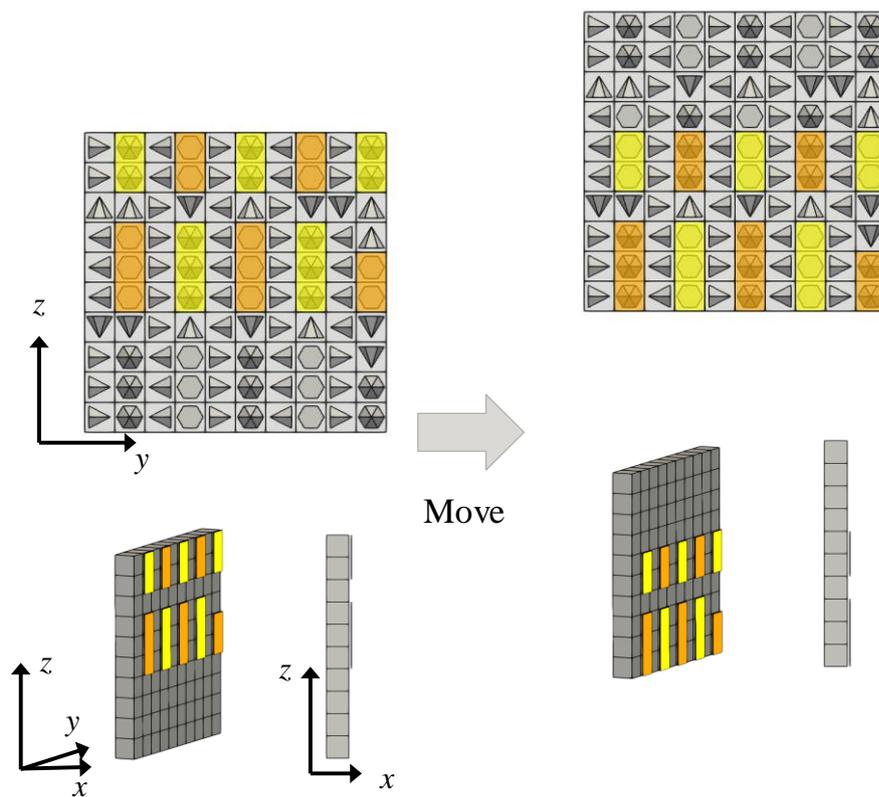


図 3.3 問題(ii) : 固定コイルによる磁石最適化の設計領域 ©2021 IEEE

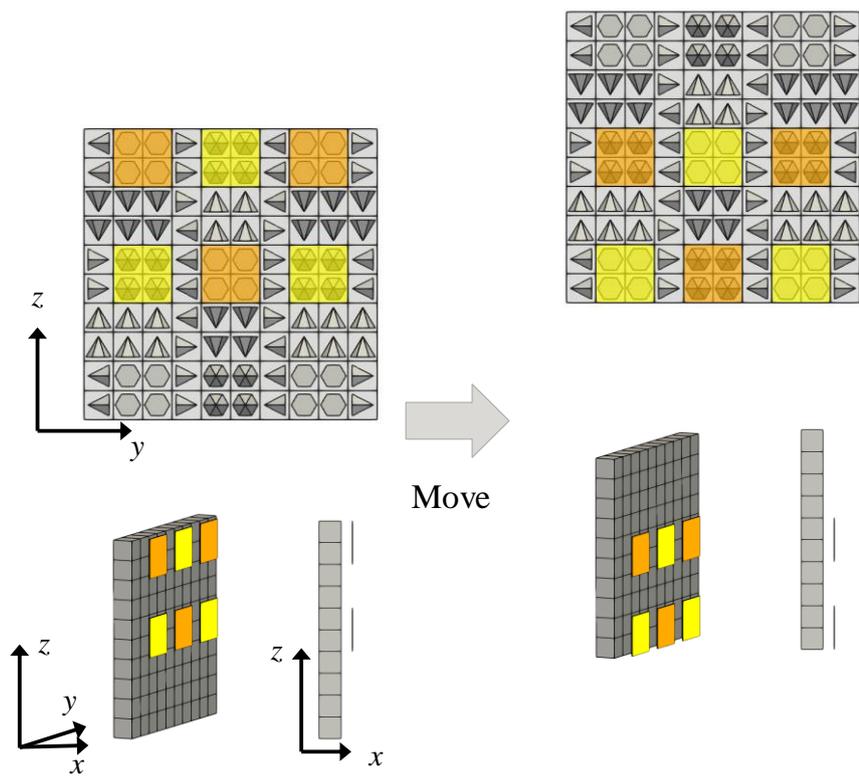


(a) 問題(ii) : 固定された矩形コイル(黄色)に対する磁石配置最適化(y-z 平面)

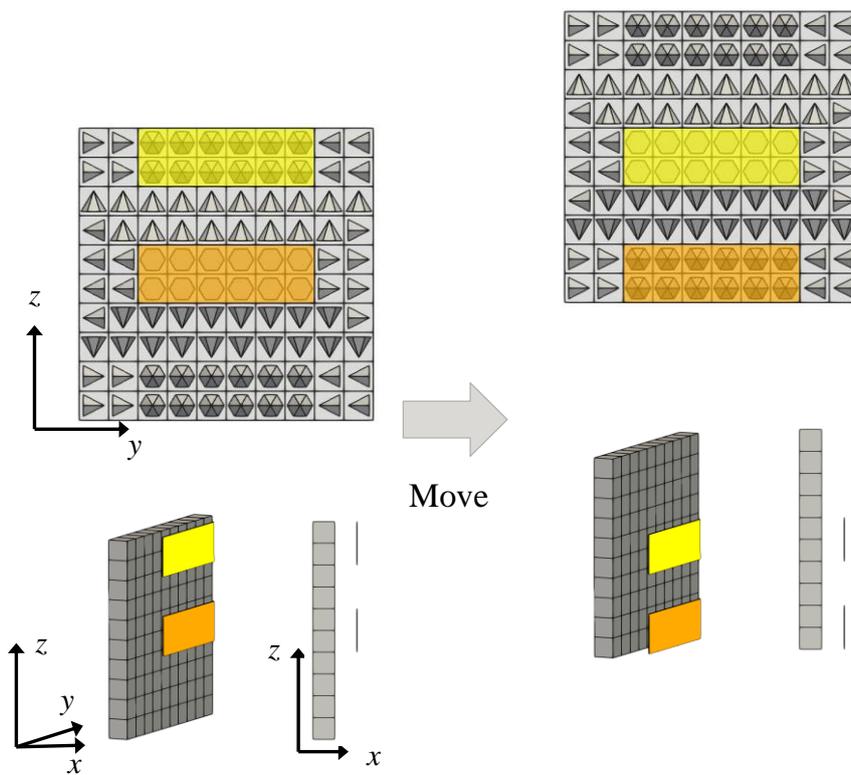


(b) 問題(i):  $l_{gap} = 1\text{mm}$

図 3.4 問題(i)と問題(ii)の最適化結果 ©2021 IEEE



(a)  $l_{gap} = 5$  [mm]



(b)  $l_{gap} = 10$  [mm]

図 3.5 問題(i)の最適化結果： $l_{gap} = 5$  と 10mm の場合 ©2021 IEEE

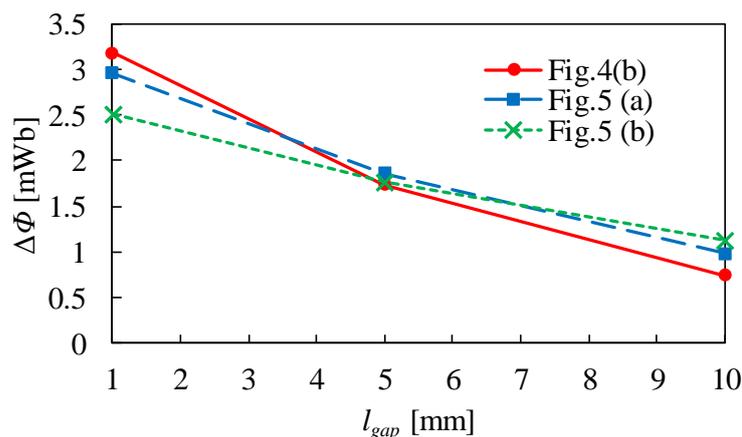


図 3.6 図 3.4(b)と図 3.5 のモデルにおけるギャップ幅に対する鎖交磁束の変化量

©2021 IEEE

### 3.3.3 コイルの大きさの影響

最後に、 $l_{gap}$ を 1, 5mm とした問題(i)について、 $\Delta\phi$ のコイルの総断面積の大きさ $A$ に対する依存性を考察する。その結果を図 3.7 に示す。 $A$ に対して $\Delta\phi$ は増加する傾向にあるが、 $A$ が  $140 \text{ cm}^2$  程度より大きくなると飽和している。

$A = 140 \text{ cm}^2$  の場合のコイルと磁石の同時最適化結果を図 3.8 に示します。図 3.8 の  $l_{gap}=1\text{mm}$  の最適化結果では、多数の小さな離散コイルが、磁石の移動前後で磁石に面する領域全体を覆うように隙間なく配置されていることがわかる。さらに、図 3.8(a)の磁石の磁化方向は、 $x$  軸に対して平行か反平行のどちらかである。図 3.8(a)の構成は、このギャップサイズではあまり減少しない磁場の高次空間成分が、小型コイルを効果的に通過していることから理解できる。小さな磁石とコイルは短いギャップに対して最も効果的であり、これは、振動発電機以外のより一般的なケースでも成り立つ可能性があると考えられる。

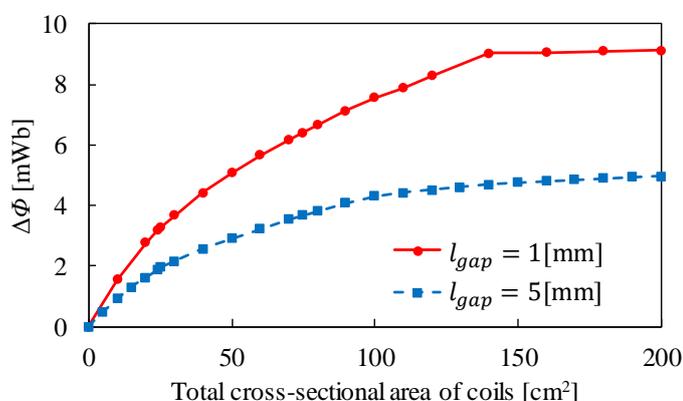
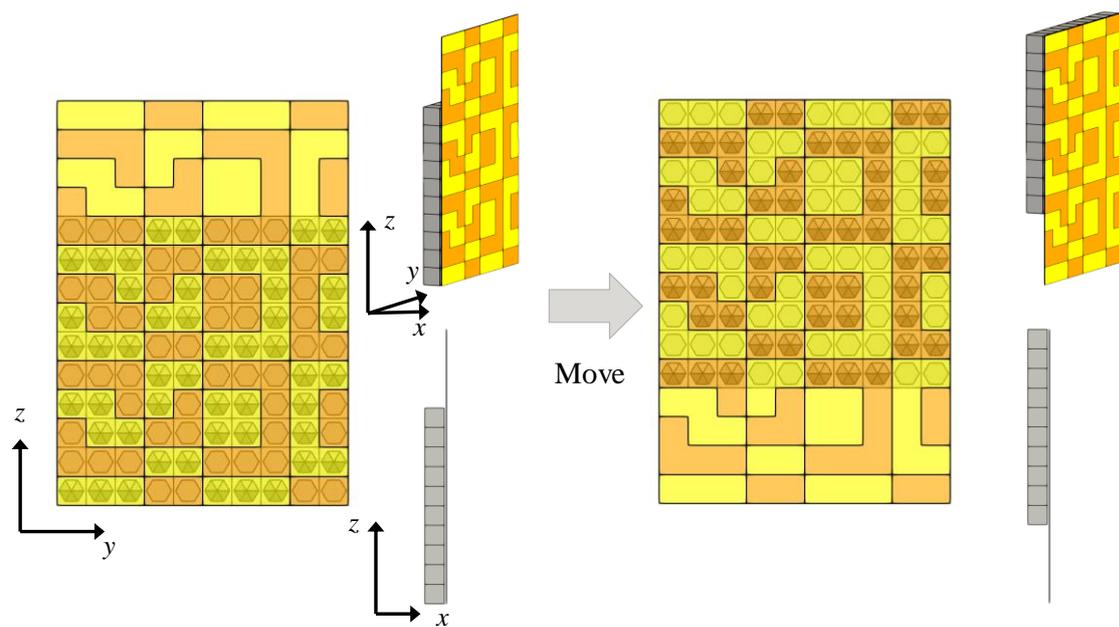
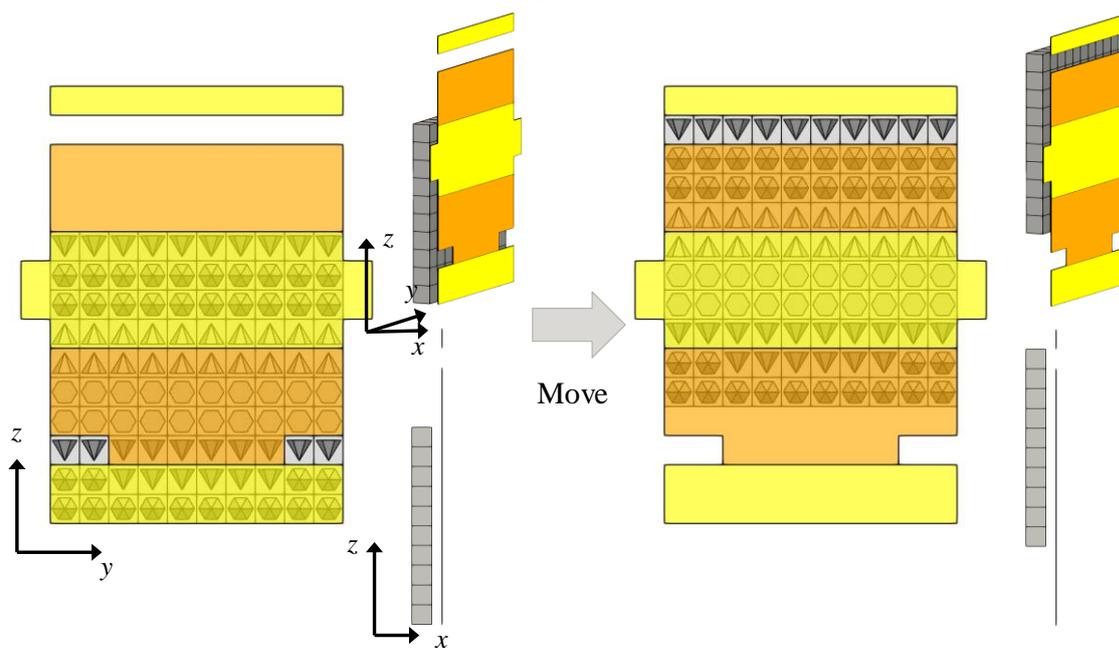


図 3.7 コイル総断面積に対する最適化結果の鎖交磁束の変化 ©2021 IEEE



(a)  $l_{gap} = 1$  [mm]



(b)  $l_{gap} = 5$  [mm]

図 3.8  $A = 140 \text{ cm}^2$  の場合の磁石とコイルの同時最適化結果 ©2021 IEEE

### 3.4 第3章まとめ

以下に、第3章で述べたことをまとめる。本章ではイジングマシンを用いた振動発電機のコイルと磁石の高速同時最適化手法を提案した。最適化問題は、量子アニーリングでも有効な QUBO 問題として定式化され、イジングマシンを用いて最適化することができる。提案手法を用いたコイルと磁石同時最適化結果は固定コイルに対する磁石の最適化と比較して、出力電圧が向上することを示した。さらに、最適配列はコイルと磁石のギャップ幅に強く依存することがわかった。本手法は、他の電気機器にも応用していく予定である。

## 参考文献

- [3.1] P. Kamalinejad, C. Mahapatra, Z. Sheng, S. Mirabbasi, V. C. M. Leung and Y. L. Guan, "Wireless energy harvesting for the Internet of Things", *IEEE Communications Magazine*, vol. 53, no. 6, pp. 102-108, June 2015.
- [3.2] S. P. Beeby, M. J. Tudor and N. M. White, "Energy harvesting vibration sources for microsystems applications", *Meas. Sci. Technol.*, vol. 17, pp. 175-195, 2006.
- [3.3] M. Wischke, M. Masur, M. Kröner and P. Woias, "Vibration harvesting in traffic tunnels to power wireless sensor nodes", *Smart Materials and Structures*, vol. 20, no. 8, 2011.
- [3.4] A.R.M. Siddique et al., "A comprehensive review on vibration based micro power generators using electromagnetic and piezoelectric transducer mechanisms", *Energy Conversion and Management*, vol. 106, pp. 728-747, 2015.
- [3.5] T. Sato and H. Igarashi, "A Chaotic Vibration Energy Harvester Using Magnetic Material", *Smart Materials and Structures*, vol. 24, no. 2, pp. 25033-25042, 2015.
- [3.6] T. Sugisawa, A. Maruo, S. Kanie and H. Igarashi, "Wireless Sensor Using Electromagnetic Vibration Energy Harvester," *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 26, no. 2, pp. 407-412, 2018.
- [3.7] A. Maruo and H. Igarashi, "Magnetic circuit modeling of chaotic vibration energy harvester," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 59, no. 2, pp. 567-575, 2019.
- [3.8] A. Maruo, H. Igarashi, H. Oshima and S. Shimokawa, "Optimization of Planar Magnet Array Using Digital Annealer", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 56, no. 3, pp. 1-4, 2020.
- [3.9] M. Aramon, G. Rosenberg, E. Valiante, T. Miyazawa, H. Tamura and H. G. Katzgraber, "Physics-inspired optimization for quadratic unconstrained problems using a digital annealer", *Frontiers Phys.*, vol. 7, pp. 48, Apr. 2019.
- [3.10] Lucas Andrew, "Ising formulations of many NP problems", *Frontiers in Physics*, vol. 2, pp. 1-5, 2014.
- [3.11] L. Urankar, "Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form Part III: Exact computation for rectangular cross section", *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 18, no. 6, pp. 1860-1867, 1982.
- [3.12] *Fujitsu Quantum-Inspired Computing Digital Annealer*, Jan. 2022, [online] Available: <https://www.fujitsu.com/global/services/business-services/digital-annealer/>.

## 第4章 イジングマシンを用いた 磁気デバイスのトポロジー最適化

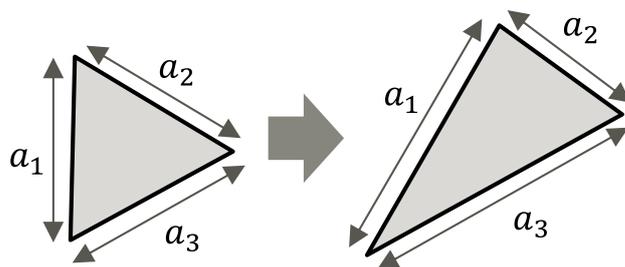
第2章で提案したイジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を拡張し、磁石形状と磁性体形状のトポロジー最適化問題をイジングマシンで最適化する手法を提案する。提案手法で得られた形状と参照形状との比較や、提案手法と従来の最適化手法の結果を比較することで、手法の有効性を議論する。

### 4.1 背景

近年、トポロジー最適化を用いた設計最適化が注目を集めている。トポロジー最適化は設計自由度の高い手法で、パラメータ最適化のような設計変数の設定が必要なく、新規的な形状を得ることができる(図 4.1)。トポロジー最適化は手法を大別すると、密度法やレベルセット法のような微分探索を用いた連続的なアプローチと、On-Off 法のような材料の有無によりビットマップ状に形状を表現し、材料の有無の最適な組み合わせを求める離散的なアプローチがある。今回着目する On-Off 法は、多様な材料分布を表現できる利点がある一方、膨大な組合せ最適化問題になるため、計算コストが非常に大きくなる欠点がある。本研究では、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシン[4.1]-[4.5]や量子アニーリング[4.6]を活用し、広域探索と低計算コストが両立する手法を提案する(図 4.2)。提案手法は、従来の手法では効果的に解くことができない大規模なトポロジー最適化問題を解くことができると期待できる。第2章[4.4]では、イジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を提案し、ハルバッハ磁石配列の2次元構造の最適化に成功することを示した。本章では、この方法を拡張することにより、磁化を仮定した永久磁石に対するトポロジー最適化の解法を提案する。さらに、磁場計算によって磁化が決定される磁気コア設計にトポロジー最適化を適用するように拡張した。

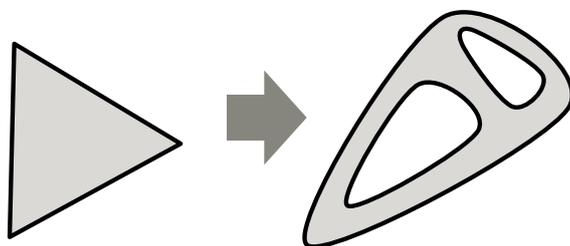
ノイマン型コンピュータを凌ぐ性能が期待される量子アニーリング[4.6]だけでなく、イジングマシンにおいても最適化問題を解くためには、問題を二次制約なし二値最適化(Quadratic Unconstrained Binary Optimization, 以下 QUBO)形式で定式化することが必要である。本研究の科学的な新規性は、トポロジー最適化をイジングマシンや量子アニーリングで扱うために、QUBO 形式として最初に定式化したことである。

設計パラメータを調整する



(a) パラメータ最適化

自律的に形状を変化させる



(b) トポロジー最適化

図 4.1 設計最適化手法の概要図

アプローチ	手法	メリット	デメリット
連続型	レベルセット法 密度法	速い	探索が狭い
離散型	On-Off法	探索が広い	遅い
提案手法	<b>On-Off法 x イジングマシン</b>	<b>探索が広い速い</b>	<b>—</b>

物質あり	$s_1$	$s_2$	...
物質なし	Off	On	

形状のビットマップ化

$s_i = 0$  : 物質なし

$s_i = 1$  : 物質あり

**膨大な組合せ問題をイジングマシンで解く**

図 4.2 提案手法の位置づけ

## 4.2 永久磁石のトポロジー最適化

### 4.2.1 最適化問題

まず、図 4.3 に示す 2 次元の永久磁石のトポロジー最適化を考える。この問題の目的は、観測線上の点  $P_j, j = 1, 2, \dots, N_p$  における磁束密度  $B_y^{(j)}$  が予め設定した値に一致するような永久磁石の形状を決定することである。On-Off 法を用いるため、磁石の設計領域は、小磁石に分割される。2 値変数  $s_i \in \{0,1\}$  は設計領域内の  $i$  番目の要素の材料情報を表し、磁石と空気はそれぞれ状態  $s_i = 1, 0$  に対応する。磁石の状態ベクトル  $\mathbf{s}$  は、観測ラインに沿った  $B_y$  が正弦波となるように決定する。図 4.3 に示すように、小磁石は  $y$  軸に平行に磁化されていると仮定する。磁石が生成する  $B_y^{(j)}$  と次式で定義される値  $B_0^{(j)}$  との二乗誤差を最小化する。

$$F = \sum_{j=1}^{N_p} (B_y^{(j)} - B_0^{(j)})^2 = \sum_{j=1}^{N_p} \left( \sum_{i=1}^{N_m} B_y^{(i,j)} s_i - B_0^{(j)} \right)^2 \quad (4.1)$$

ここで、 $N_m$  と  $B_y^{(i,j)}$  はそれぞれ小磁石の数と観測点  $P_j$  における  $i$  番目の小磁石から発生する  $y$  方向の磁束密度を表す。係数  $B_y^{(i,j)}$  は Biot-Savart の法則[4.4]を用いて計算され、イジングマシンに渡される。 $B_y^{(j)}$  が  $s_i$  の一次関数であることから、式(4.1)は QUBO 形式となり、イジングマシンによりこの問題を解き、 $s_i$  を決定する。さらに、この問題では正弦波磁場分布を仮定しているため、最適な磁石形状は対称であることが予想される。したがって、QUBO の変数  $s_i$  は  $x$  軸に沿って対称な分布を示すと仮定する。

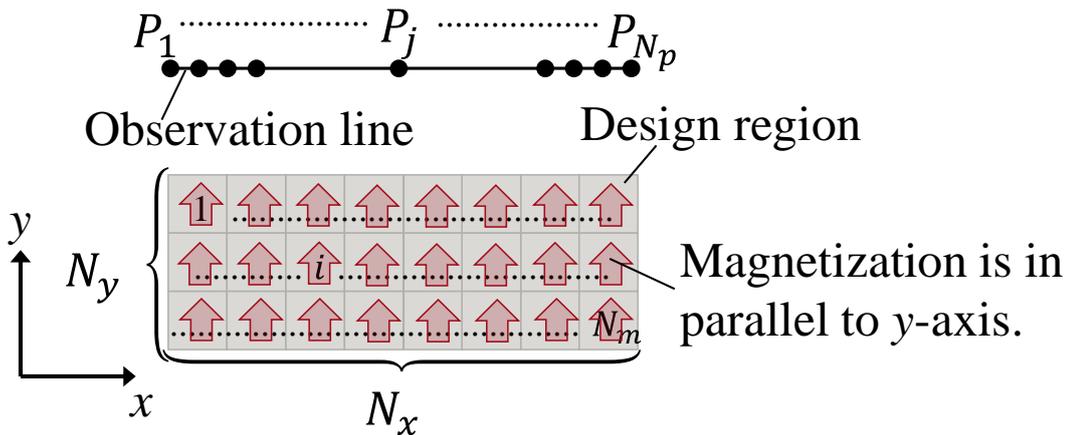


図 4.3 2次元永久磁石のトポロジー最適化の解析対象 ©2022 IEEE

On-Off 法を用いるとチェッカーボードのような製造困難な形状が発生することがある[4.11]。そこで、式(4.1)にペナルティ項を導入する。具体的には、図 4.4 に示すようなり

バーシゲームで使われる連結制約を課す。縦、横、斜め(\\)、斜め(/)の連結制約はそれぞれ以下の通りである。

$$\begin{aligned}
 C_w &= \sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=2}^{N_x-1} (S_{(i+j \times N_x)-1} - S_{(i+j \times N_x)}) \times (S_{(i+j \times N_x)+1} - S_{(i+j \times N_x)}) \\
 C_h &= \sum_{j=2}^{N_y-1} \sum_{i=1}^{N_x} (S_{(i+j \times N_x)-N_x} - S_{(i+j \times N_x)}) \times (S_{(i+j \times N_x)+N_x} - S_{(i+j \times N_x)}) \\
 C_b &= \sum_{j=2}^{N_y-1} \sum_{i=2}^{N_x-1} (S_{(i+j \times N_x)-N_x-1} - S_{(i+j \times N_x)}) \times (S_{(i+j \times N_x)+N_x+1} - S_{(i+j \times N_x)}) \\
 C_s &= \sum_{j=2}^{N_y-1} \sum_{i=2}^{N_x-1} (S_{(i+j \times N_x)-N_x+1} - S_{(i+j \times N_x)}) \times (S_{(i+j \times N_x)+N_x-1} - S_{(i+j \times N_x)})
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

ここで、 $N_x$ と $N_y$ はそれぞれ $x$ 軸方向と $y$ 軸方向の小磁石の数を表す。前述の制約条件(制約条件を満たさない場合は正、満たした場合は 0)を式(4.1)に加えると目的関数は下記のようなになる。

$$F' = F + \alpha_w C_w + \alpha_h C_h + \alpha_b C_b + \alpha_s C_s \rightarrow \min. \tag{4.3}$$

ここで、 $\alpha_w, \alpha_h, \alpha_b, \alpha_s$ はそれぞれ制約項 $C_w, C_h, C_b, C_s$ の重み係数である。

次に、2次元構造を $z$ 軸方向に押し出した3次元永久磁石のトポロジー最適化を考える。3次元問題では図 4.5 に示すように、 $z$ 軸方向には対称性を考慮する。ここでは、4つの層からなる磁石を考え、最上層と最下層、および中央の2つの層が同じ構造を持っているとする。磁場が $z$ 軸方向に変化することを考慮し、観測ライン $L_i$ は各層の中心に配置する。磁石形状は、観測ラインに沿った総誤差が最小となるように最適化する。

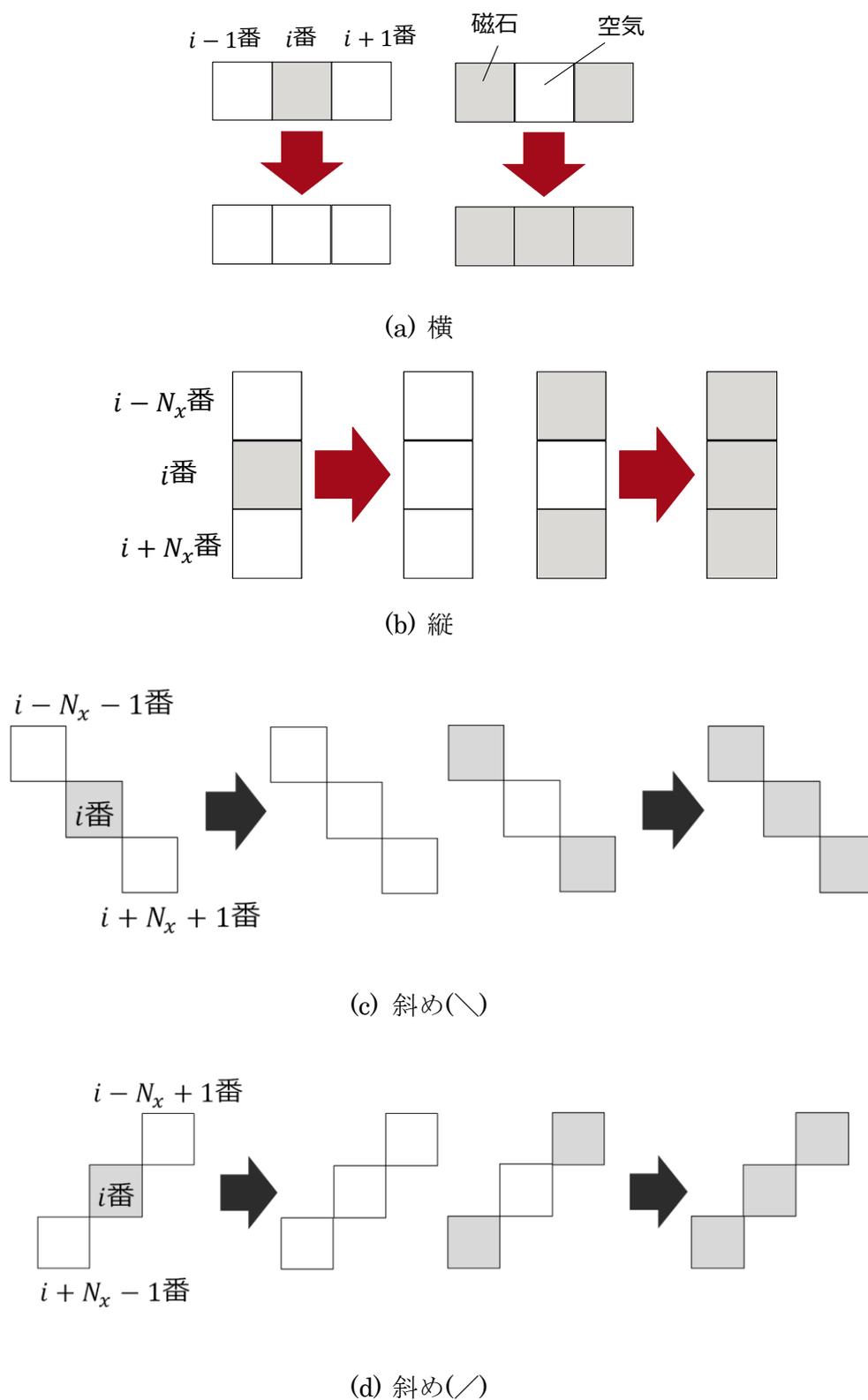


図 4.4 連結制約条件 ©2020 IEEJ

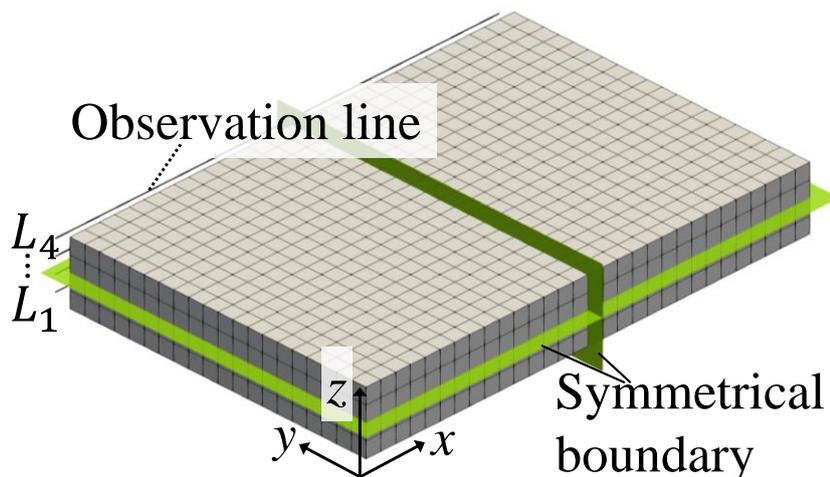
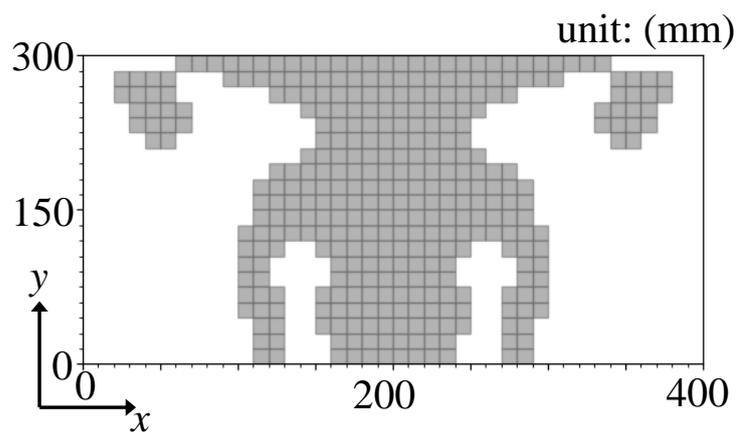


図 4.5 3次元永久磁石のトポロジー最適化の解析対象 ©2022 IEEE

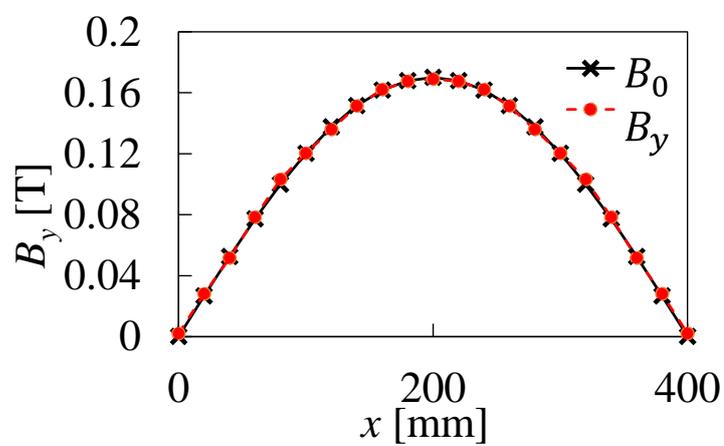
#### 4.2.2 最適化結果

本研究では、イジングマシンとして富士通デジタルアニーラ(Digital Annealer, 以下 DA) [4.1]-[4.5]を用いた。まず、図 4.3 に示す解析対象に対して、DA を用いて式(4.3)を解くことで 2 次元の磁石形状のトポロジー最適化を行った。ここで、 $N_x, N_y, N_p$  はそれぞれ 40、20、21 とした。磁石領域は一辺の長さが 10mm の正方形の小磁石に細分化し、磁石領域と観測ラインとの距離は 10mm とした。最適化結果を図 4.6 に示す。図 4.6 (b)より、最適化結果の磁石形状によって所望の磁束密度が生成されていることがわかる。ここで、最大誤差は  $\Delta B_y = 3.24 \text{ mT}$  である。最適化された形状は、観測ラインに向かって扇状に広がっていることがわかる。また、連結制約の効果により、滑らかな形状となっている。

次に、提案手法を図 4.5 に示す 3 次元の解析対象に対して、DA を用いて式(4.3)を解くことで 3 次元の磁石形状のトポロジー最適化を行った。ここで、 $N_x, N_y, N_z$  はそれぞれ 30、20、4 とした。未知変数は全部で 600 個である。1 本の観測線に 16 個のサンプリング点を配置したため、サンプリング点の総数  $N_p$  は 64 個となる。図 4.7 に最適化の結果を示す。最上層と最下層は図 4.7 (a)に示す 2 次元最適化結果と同じような扇形の構造になっている。また、中間層には小さな島状の磁石があり、本構造は  $z$  軸方向の  $B_y$  の均一性に寄与していると考えられる。図 4.7 (d)より、得られた磁束密度は、あらかじめ設定した正弦波状の磁束密度とよく一致していることがわかる。最大誤差は  $\Delta B_y = 7.92 \text{ mT}$  であった。

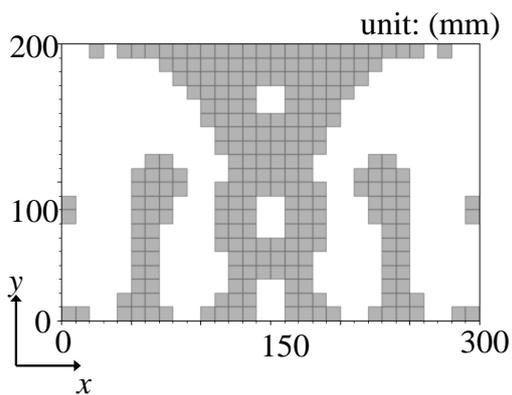


(a) 最適化結果の形状

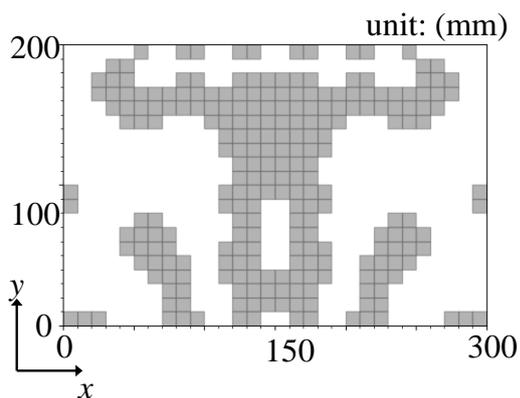


(b) 観測ライン上の磁束密度の大きさ

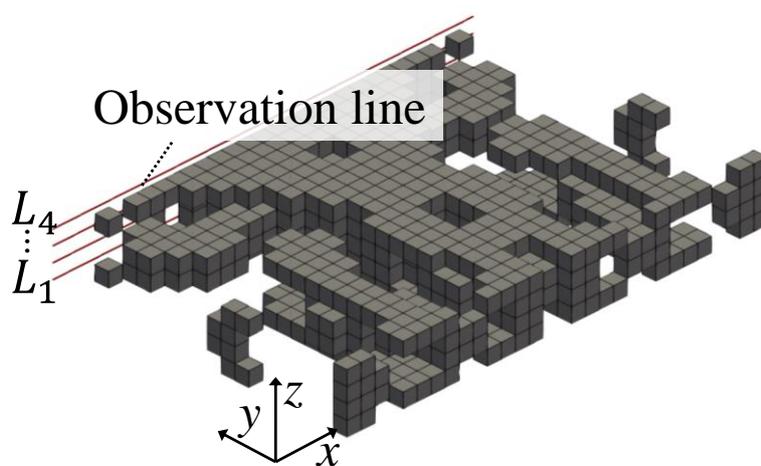
図 4.6 2次元磁石形状最適化結果(40×20×1モデル) ©2022 IEEE



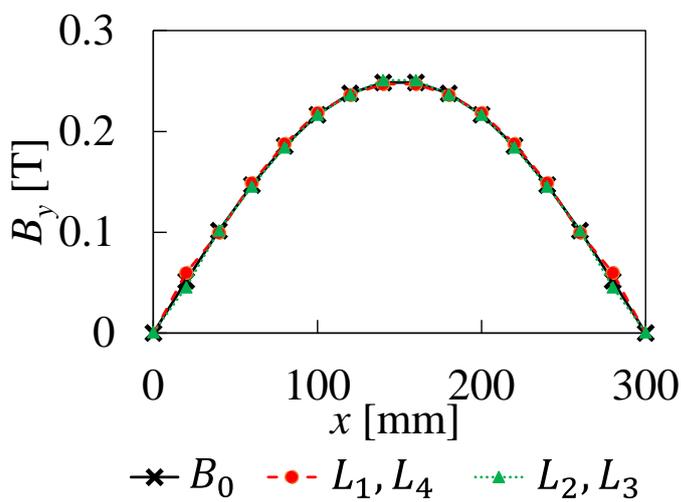
(a) 1層目と4層目



(b) 2層目と3層目



(c) 全体図



(d) 観測ライン上の磁束密度の大きさ

図 4.7 3次元磁石配列最適化結果 ©2022 IEEE

### 4.2.3 薄型表面磁石型モータの磁石形状最適化への適用

近年、省エネ・省資源に適した小型・扁平なモータへの要求が高まっている。特にインホイールモータなどに使用が検討されている扁平モータでは端効果が無視できなくなるが、従来のような2次元の解析・最適化では端部効果を考慮できなかった[4.7]。また、表面磁石型(Surface Permanent Magnet, 以下 SPM)モータにおいて磁石の配置や磁石の形状がトルク性能に大きく影響を与える[4.8]。そこで、提案手法を用いて、SPM モータのトルク特性向上のため、端効果を考慮した3次元磁石形状の最適化を行う。

モータ内の磁石により発生する磁束の周方向の分布が正弦波状であれば、トルクの値は一定となる[4.9]。そのため、正弦波状の磁束分布に近ければ、トルクの変動から発生するモータの振動や騒音を抑えることができる。そこで、本研究では磁束分布が正弦波状となる磁石形状の問題について考える。また、モータを薄くしていくと、高さ $z$ に依存して磁束密度 $B$ が変わるので、 $z$ 軸方向の磁束密度 $B$ の大きさが一定になるようにした。

SPM モータの磁石部分の大きさは文献[4.10]を参考に表 4.1 に示すように決定した。ここで、端効果の影響が大きくみられるように、高さは文献値の4分の1としている。また、解析領域は磁石を配置しない領域もあるため、磁石厚を従来モデルの2倍の大きさに設定し、最終的な磁石形状における磁石の量が従来モデルと同程度となるようにした。解析モデルを周方向に80個、半径方向に3個、高さ方向に8個、合計1920個の磁石領域に分割した。分割後の解析モデルを図 4.8 に示す。

表 4.1 SPM モータの磁石の大きさ ©2020 IEEJ

	従来モデル	解析モデル
外径	49 mm	49 mm
磁石厚	2.5 mm	5.0 mm
内径	44 mm	39 mm
高さ	12.5 mm	12.5 mm

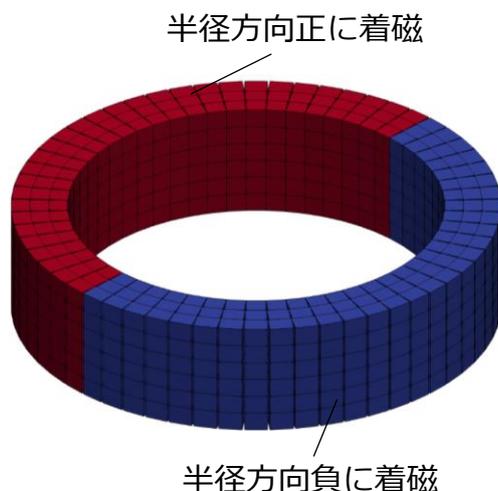


図 4.8 SPM モータ磁石解析モデル ©2020 IEEJ

本解析モデルで、半径方向の磁束密度 $B_r$ の分布が正弦波となる磁石形状の最適化を行う。今回扱う SPM モータの磁石は半分が半径方向正の方向に着磁、もう半分が半径方向負の方向に着磁しているものとする。半径方向正の方向に着磁している部分の最適化を行う。解析結果の磁石配置の視覚的わかりやすさと、2.3 節に示す直方体磁石のビオサバール計算を適用するために、今回は円柱磁石と観測ラインを図 4.9 のように引き伸ばしたモデルを解析対象とする。この場合、4.2.1 節で示した 3 次元の磁石形状最適化問題と同様に扱うことができる。ここで、 $N_x, N_y, N_z$ がそれぞれ 40, 3, 8 である。上下左右対称として扱うので QUBO に使用する bit 数は 240 bit である。また、磁石領域と観測ラインの距離は 0.5 mm、1 つの観測ライン上の観測点の数は 21 とした。y 軸方向に分割数が少ないモデルであるので、連結制約条件は横のみつけた。

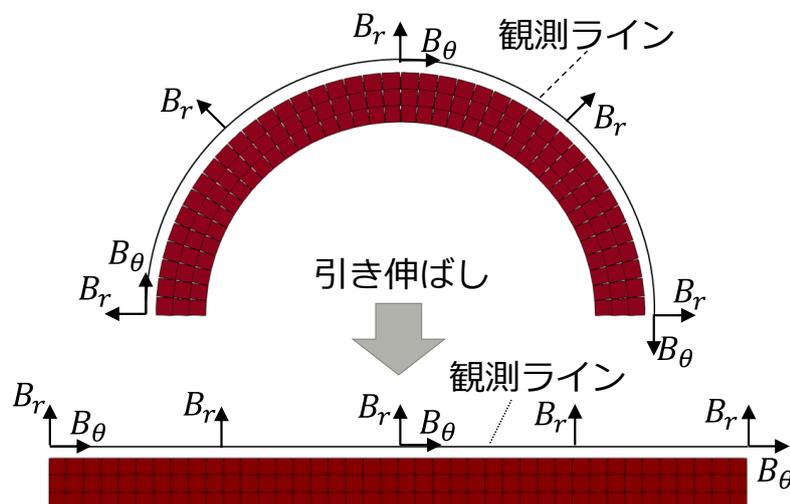
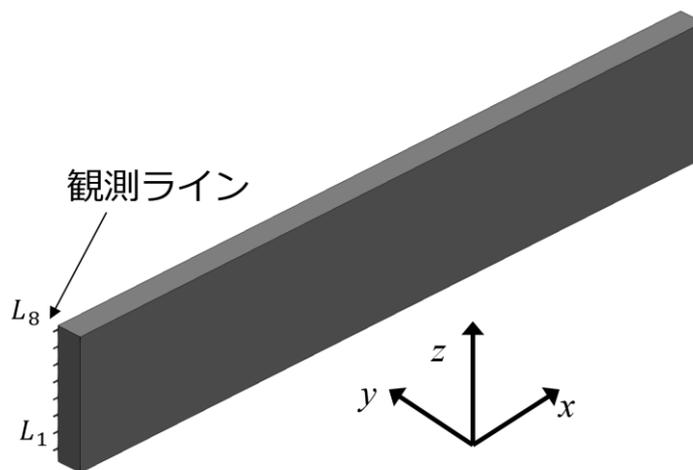


図 4.9 SPM モータ磁石の引き伸ばしモデル ©2020 IEEJ

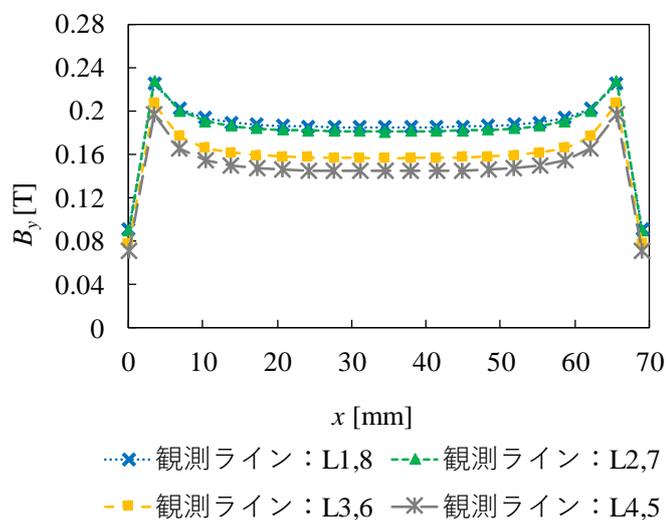
まず、最適化前の磁石形状解析結果を図 4.10 に示す。最適化前の観測ライン上に発生する磁束密度分布は各観測ライン上の磁束密度分布の大きさが異なり、端効果が発生していることがわかる。また、波形が正弦波状ではない。次に、DA による 2 次元磁石形状最適化結果と 3 次元磁石形状最適化結果をそれぞれ図 4.11 と図 4.12 に示す。図 4.11 (c) より、z 軸方向の変化がない 2 次元最適化では z 軸方向の自由度が無いいため、観測ライン上の磁束密度分布が目標値に比べ誤差が発生しているのがわかる。一方で図 4.12 (c) より、3 次元最適化では各観測ライン上の磁束密度分布が目標値と同様な分布になっていることがわかる。また、下記式(4.4)により計算される目標値との誤差率はそれぞれ 5.96 %、2.28 %あり、三次元を考慮することで 3.68 %改善することができた。

$$error = \frac{1}{B_{0ave}} \sqrt{\frac{1}{N_p} \sum_i^{N_p} (B_y^{(j)} - B_0^{(j)})^2} \times 100 \tag{4.4}$$

以上より、提案手法を用いて3次元磁石形状を最適化することで、端効果を考慮した磁束が正弦波となる3次元磁石形状を得られることがわかる。

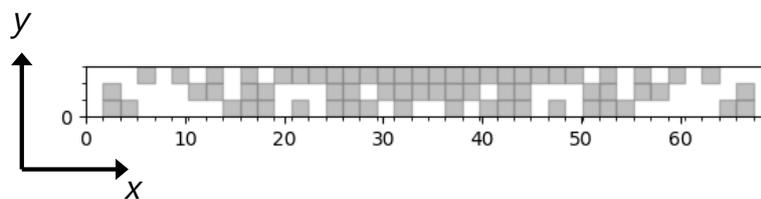


(a) 全体図

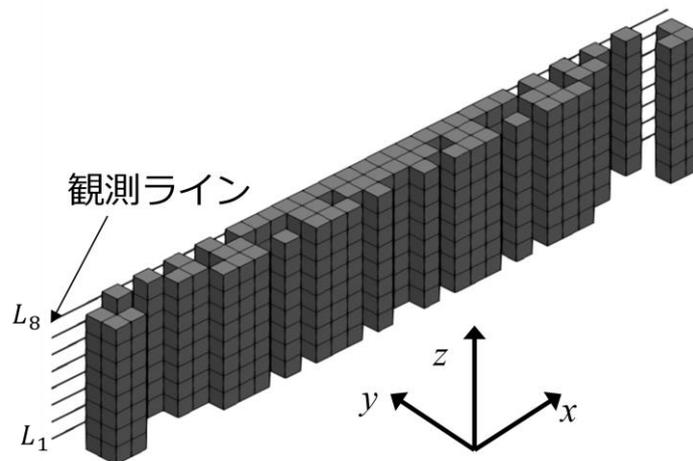


(b) 観測ライン上の磁束密度分布

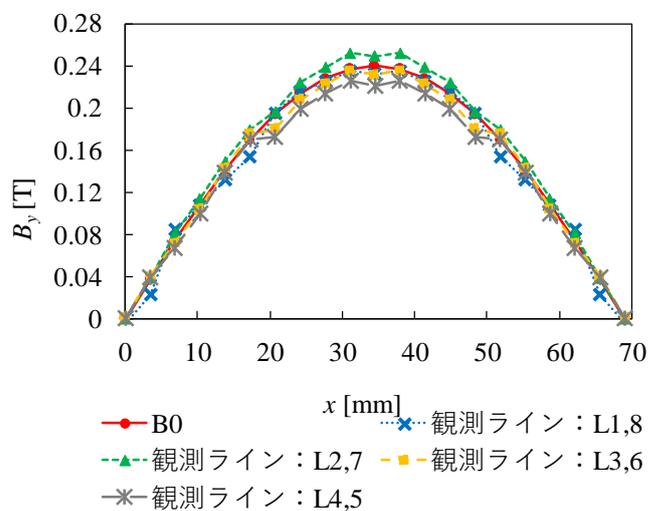
図 4.10 最適化前 (SPM motor model) ©2020 IEEJ



(a) 磁石配置(x-y 平面)

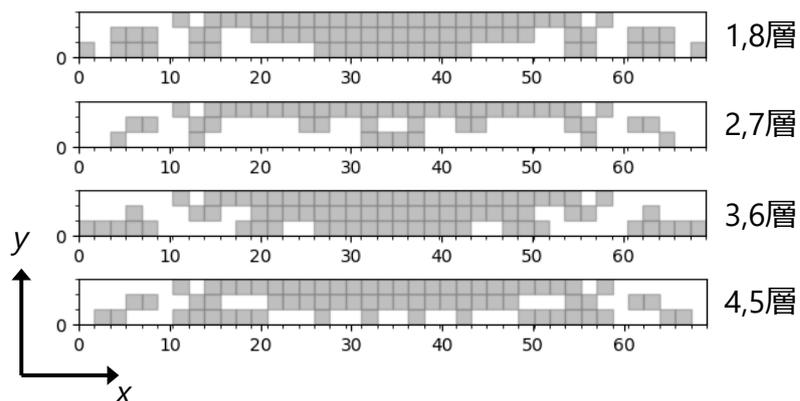


(b) 全体図

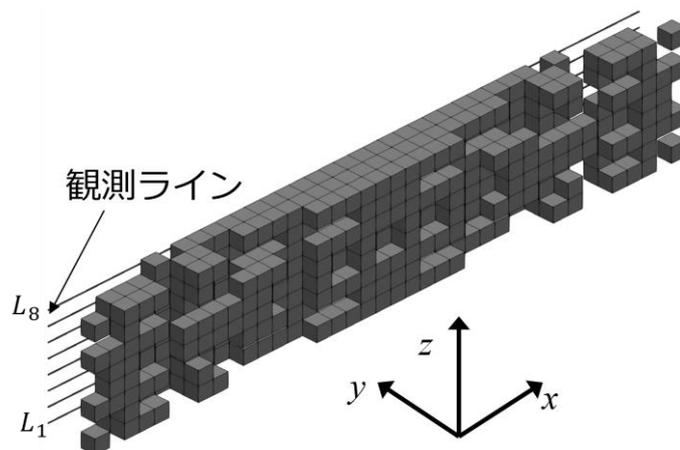


(c) 観測ライン上の磁束密度分布

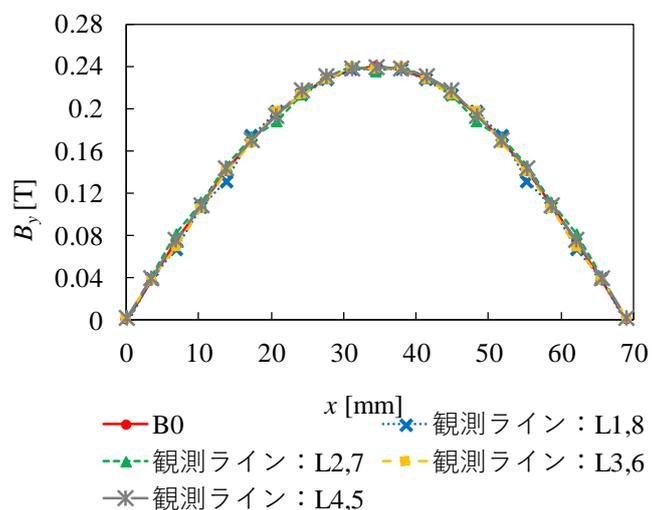
図 4.11 2次元最適化結果 (SPM motor model) ©2020 IEEJ



(a) 各層の磁石配置(x-y 平面)



(b) 全体図



(c) 観測ライン上の磁束密度分布

図 4.12 3次元最適化結果 (SPM motor model) ©2020 IEEJ

### 4.3 磁気コアのトポロジー最適化

4.2 節で述べた方法を拡張して、磁気コアのトポロジー最適化を行う。本手法では、静磁場解析に有限要素法(Finite Element Method, 以下 FEM)を用いる。On-Off 法による形状表現を用いるため、まず設計領域の磁性体を小要素に分割する。今回は設計領域の FEM のメッシュを形状表現の要素としても用いる。ここで、 $i$  番目の設計領域の要素材料情報はバイナリ変数  $s_i \in \{0,1\}$  により表現し、 $s_i = 1$  の場合は磁性体要素、 $s_i = 0$  の場合は空気要素として扱う。永久磁石と磁性体コアの問題の違いは、後者では要素内の磁化  $\mathbf{M}_i, i = 1, 2, \dots$  を決定しなければならない点である。本手法ではまず設計領域を全て磁性体とし(設計領域内のすべてのセルで  $s_i = 1$  と仮定し)、FEM 解析を行う。次に、求めた磁束密度分布から設計領域中の磁化を計算し、設計領域の要素を小磁石と仮定する。DA を利用可能にするには目的関数を QUBO 形式に変換する必要があるので、Biot-Savart の法則を用いて磁石配置最適化問題を QUBO 形式に変換して DA を適用し、設計領域の材料分布  $\mathbf{s}$  を最適化する。また、製造困難な形状を抑制するため、求めた形状に対して、距離で重みづけをした材料の平均密度を用いてフィルタリング処理を行う[4.12]。形状の最適化により、磁束密度分布が変化するので、目的関数の変化がなくなるまで反復処理を実施する。本提案手法の概要図とフローチャートをそれぞれ図 4.13 と図 4.14 に示す。本手法では FEM 解析を最適化の中ではなく、QUBO 式を求めるのに利用することで FEM 評価回数を減らし、最適化計算に要する時間を短縮する。

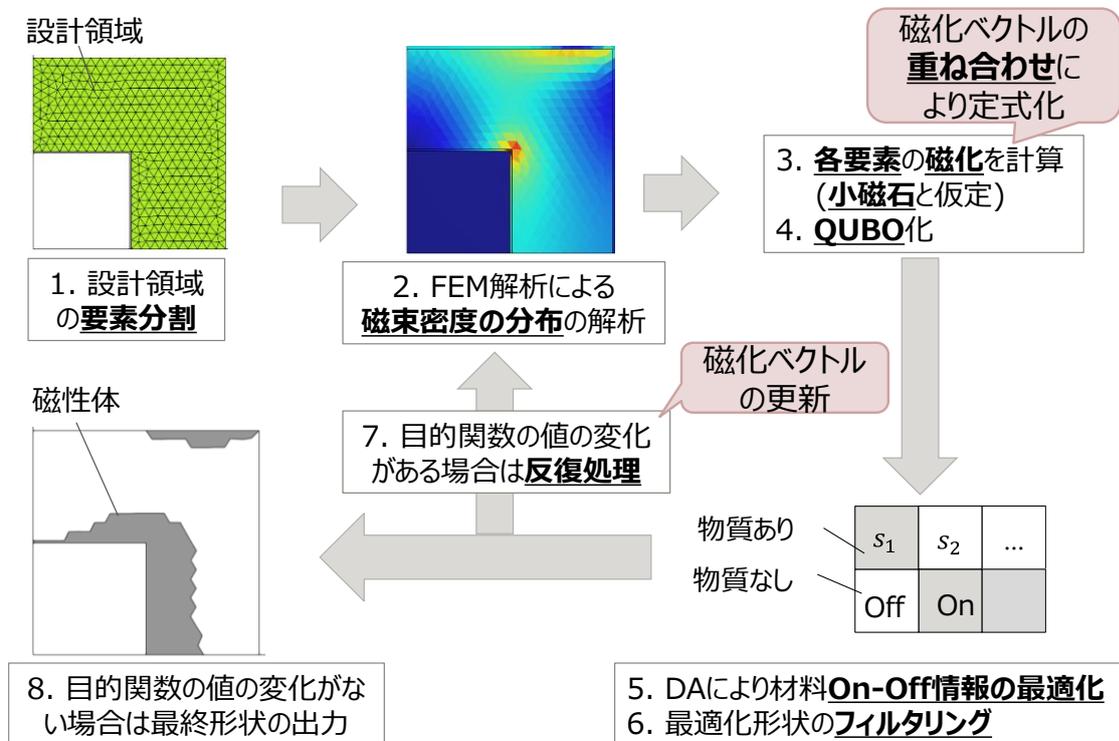


図 4.13 提案手法の概要図

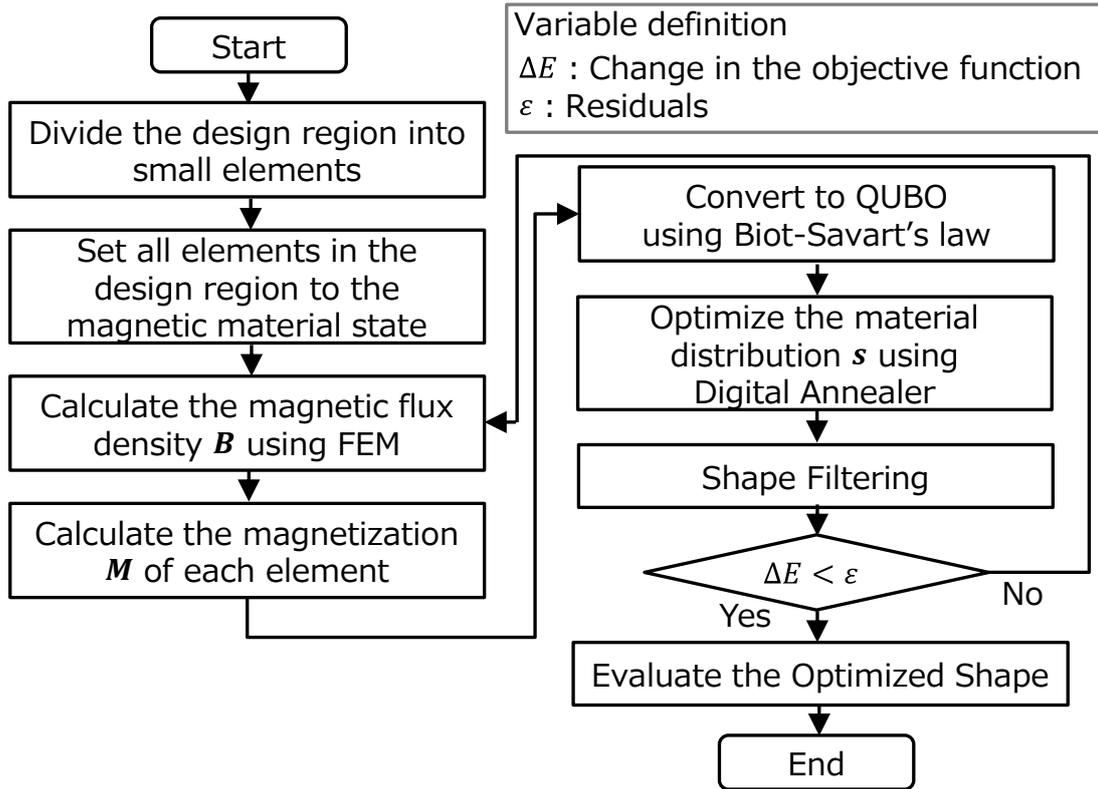
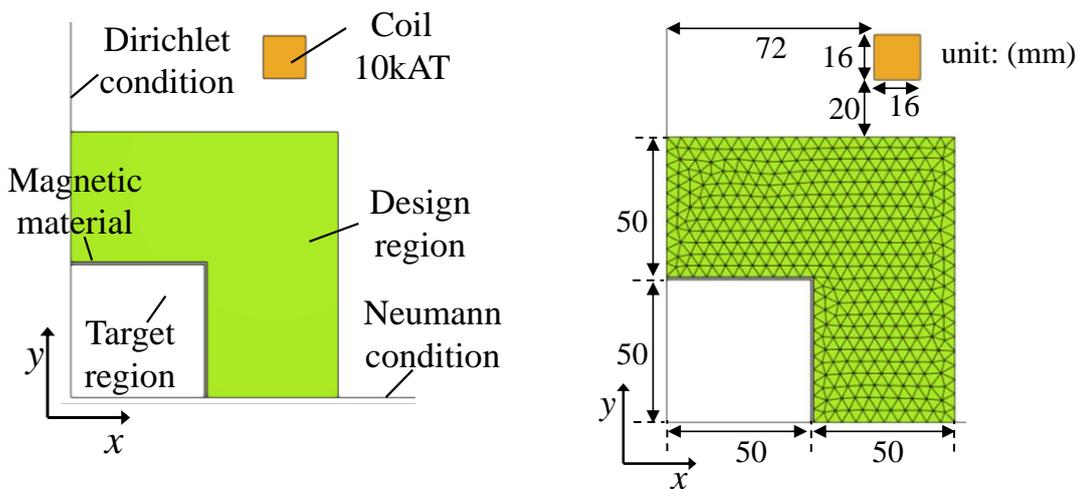


図 4.14 提案手法のフローチャート ©2022 IEEE

### 4.3.1 解析対象

図 4.15 に示す 2 次元の磁気シールドのトポロジー最適化を考える。設計領域は 758 個の要素に分割した。この問題の目的は、最小限の磁性体量で対象領域の磁束密度を最小化する磁気シールドの形状を得ることである。図 4.16 に磁性体の非線形特性である BH 曲線を示す。



(a) 1 層目と 4 層目

(b) 2 層目と 3 層目

図 4.15 2 次元磁気シールド問題の解析対象 ©2022 IEEE

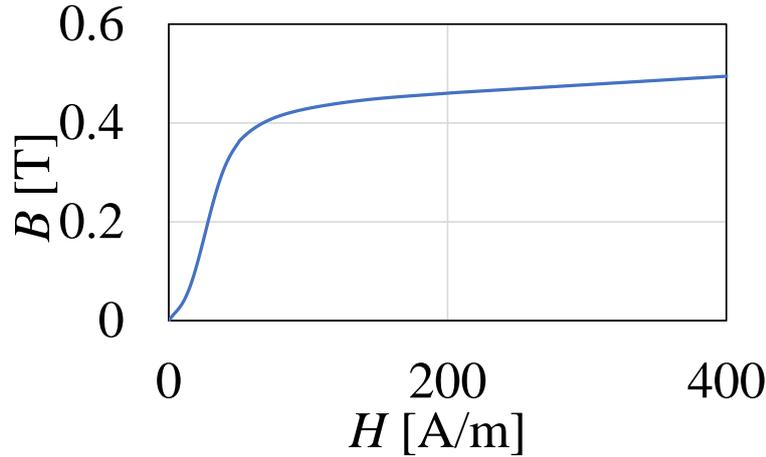


図 4.16 磁性体の BH 曲線 ©2022 IEEE

### 4.3.2 設計領域の磁化の計算

後述のように DA による最適化は重ねの理を用いるため、磁性体要素を小磁石として扱い、ビオサバル則から目的関数を計算する。磁性体要素( $s_i = 1$ )の磁化ベクトル $\mathbf{M}_i$ は FEM 解析により求めた磁束密度分布 $\mathbf{B}$ をから、次のように求める。

$$\mathbf{M}_i = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B}_i \quad (4.5)$$

ここで、 $\mu_0, \mu_r$ はそれぞれ空気の透磁率と磁性体の比透磁率である。空気の要素の場合( $x_i = 0$ )は 1 ステップ前の磁化 $\mathbf{M}_i$ の値を用いる。

### 4.3.3 設計領域の磁化の計算

$k$ 番目の対象領域の要素の磁束密度 $\mathbf{B}_k$ は、磁性体中の磁化を仮想的に磁石として扱うことで Biot-Savart の法則[4.13]を用いて下記のように計算できる。

$$\mathbf{B}_k = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_D} s_i \left( 2 \frac{\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{R}_{i,k}}{R_{i,k}^3} \mathbf{R}_{i,k} - \frac{\mathbf{M}_i}{R_{i,k}^2} \right) \Delta S_i + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_C} \frac{\mathbf{J}_j \times \mathbf{R}_{j,k}}{R_{j,k}^2} \Delta S_j \quad (4.6)$$

ここで、 $\mathbf{R}, \mathbf{J}, \Delta S$ はそれぞれ、位置ベクトル、電流密度、要素の面積である。また、 $N_D, N_C$ は設計領域と対象領域の要素数、 $i, j, k$ は設計領域とコイル領域と対象領域の要素番号である。以上より、磁気シールドの最適化問題は下記の QUBO 形式で表現できる。

$$E = \frac{\alpha}{E_1} \sum_{k=1}^{N_T} (\mathbf{B}_k \Delta S_k)^2 + \frac{\beta}{E_2} \sum_{i=1}^{N_D} \Delta S_i s_i \rightarrow \min. \quad (4.7)$$

ここで、 $E_1, E_2, N_T$ はそれぞれ、設計領域がすべて空気の場合の対象領域の磁束密度の2乗、設計領域がすべて磁性体の場合の磁性体面積、対象領域の要素数、 $\alpha, \beta$ は重み係数である。式(4.7)の第一項は対象領域内の磁束密度の2乗の最小化、第二項は磁性体の面積の最小化を表現している。DAを用いて(4.7)の $E$ を評価する場合、 $s_i$ の係数は通常のコンピュータを用いて最適化の前に計算され、DAに提供される。DAを用いて式(4.7)を解き、バイナリ変数 $s_i$ の値を求めることで磁性体形状のトポロジー最適化を行った。

#### 4.3.4 形状のフィルタリング

製造困難な形状を抑制するため、求めた形状に対して、距離で重みづけをした材料の平均密度を用いてフィルタリング処理を適用した[4.12]。まず、設計領域の $i$ 番目の要素に対して、指定した半径 $r_{min}$ 内にある要素を特定する。

$$\mathbf{x}_e \in \Omega^i \text{ if } r = |\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_i| \leq r_{min} \quad (4.8)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ は要素の位置ベクトルである。次に、距離で重みづけした材料の密度の平均 $\rho_i$ を以下のように求める。

$$\rho_i = \frac{\sum_{e \in \Omega^i} s_e w(\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_i)}{\sum_{e \in \Omega^i} w(\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_i)}, \quad (4.9)$$

$$w(\mathbf{x}_e - \mathbf{x}_i) = \begin{cases} \frac{r_{min} - r}{r_{min}} & \text{if } \mathbf{x}_e \in \Omega^i, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4.10)$$

最後に、平均密度の大きさに応じて、以下のように材料分布を更新する。

$$s'_i = \begin{cases} 1 & \rho_i \geq 0.5, \\ 0 & \rho_i < 0.5. \end{cases} \quad (4.11)$$

#### 4.3.5 最適化結果

DAを用いて式(4.7)を解くことで、磁気シールドのトポロジー最適化を行った。ここで、 $\alpha$ と $\beta$ をそれぞれ0.95と0.05に設定した。さらに、フィルタリング半径 $r_{min}$ を7mmとした。図4.17に基準形状と最適化形状を示すが、両形状とも磁性体の面積は1882 mm<sup>2</sup>である。最適化結果の形状は、コイルの近くに小さな磁性体があり、これが外側のシールドとして機能する。内側シールドの幅は、対称軸付近で細く、右側で太くなる。この構造により、中央部の磁気抵抗を大きくして、磁気抵抗の小さい外側に磁束を誘導している。したがって、磁性体の量を増やすことなく、対象領域の平均磁束密度を(a)の $5.91 \times 10^{-2}$  mTから(b)の $5.42 \times 10^{-2}$  mTに減少させることができたのである。図4.18は、図4.14の反復処理によるDAを用いた最適化の際の $E$ の値の変化を示したものである。19回の繰り返しで十分に収束している。さらに、最終的な形状を評価するために、FEM計算が必要で

ある。したがって、この最適化のために 20 回の FEM 計算が行われる。

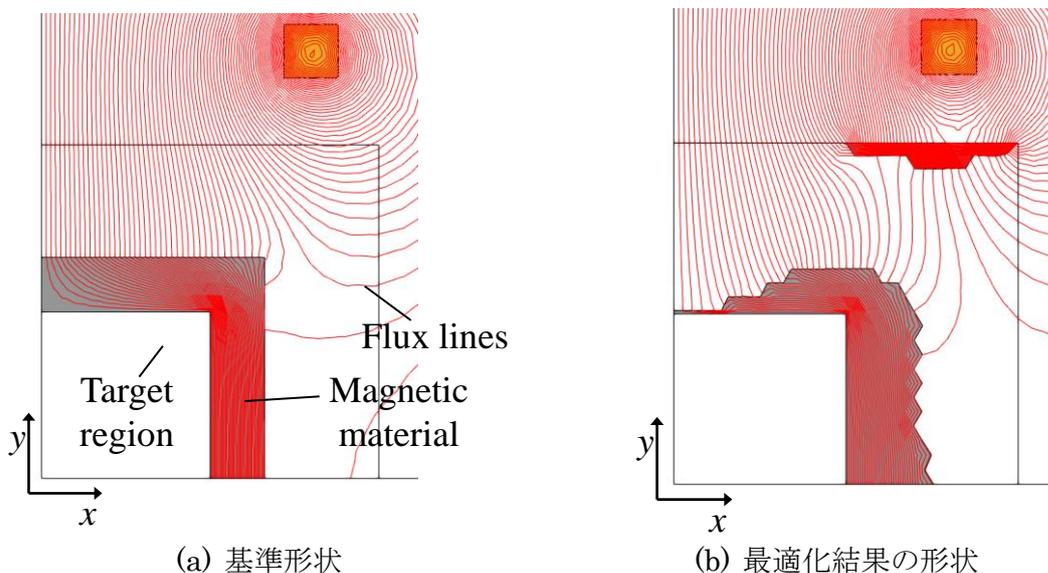


図 4.17 基準形状と最適化結果の形状 ©2022 IEEE

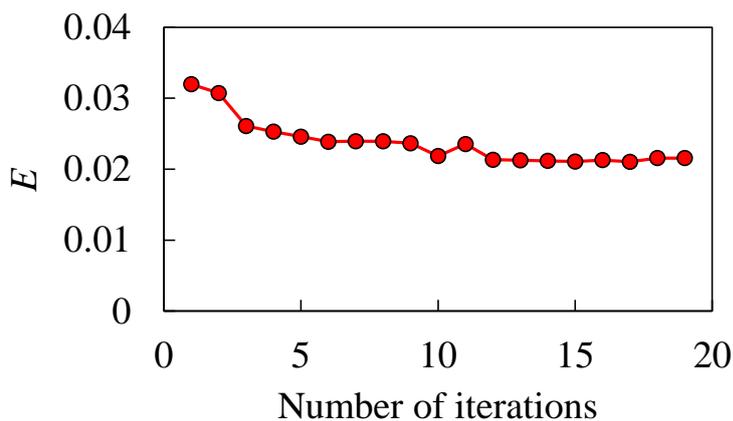


図 4.18 最適化過程での E の値の変化 ©2022 IEEE

### 4.3.6 他の手法との比較

提案手法の性能を、モータなどの電子デバイスのトポロジー最適化に有効であることが示されている NGnet-on/off 法[4.14]と比較する本手法では、設定した設計領域の材料分布を決定するために、下記式で表される形状関数 $y(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ を用いる。

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{m=1}^{N_G} w_m \left\{ G_m(\mathbf{x}) / \sum_{n=1}^{N_G} G_n(\mathbf{x}) \right\} \tag{4.12}$$

ここで、 $w_m, \mathbf{x}, G_m(\mathbf{x})$  はそれぞれ重み係数、位置ベクトル、ガウス関数を表している。 $y$  の値から、 $y(x_i, \mathbf{w}) \geq 0$ ならば $s_i = 1$ 、そうでなければ $s_i = 0$ として設計領域内の材料分布

を決定する。NSGA-II [4.15]を用いて下記目的関数を解くことで未知パラメータ $\mathbf{w}$ を決定した。

$$F_1 = B_{T\_ave}(\mathbf{w}) \rightarrow \min., F_2 = S_{mag}(\mathbf{w}) \rightarrow \min., \quad (4.13)$$

ここで、 $B_{T\_ave}$ は対象領域の平均磁束密度、 $S_{mag}$ は磁性体の面積を表す。NSGA-IIの世代数、個体数、交叉確率はそれぞれ100、120、0.9と設定した。最適化結果を図4.19に示す。ここで、図4.20(a)に示すように96個のガウス基底を設計領域に配置している。図4.19から、 $B_{T\_ave}$ と $S_{mag}$ がトレードオフの関係にあることがわかる。図4.19に示すように、提案手法の解はNGnet-on/off法で得られたパレートフロント上に位置していることがわかる。図4.20(b)は、図4.19のパレートフロント上の解の形状を示したもので、提案手法で得られた図4.17(b)と同様の特徴がある。NGnet-on/off法では12000回のFEM計算が必要であったのに対し、提案法では20回のFEM計算で済んだ。DAや量子コンピュータが扱うことのできる問題規模は、従来のコンピュータに比べてまだ大幅に小さいが、現在この分野は精力的に研究されていることにより、大幅な改善が期待される。したがって、提案手法は、上記のような条件下での工学的問題の解決に効果的に利用することができる。

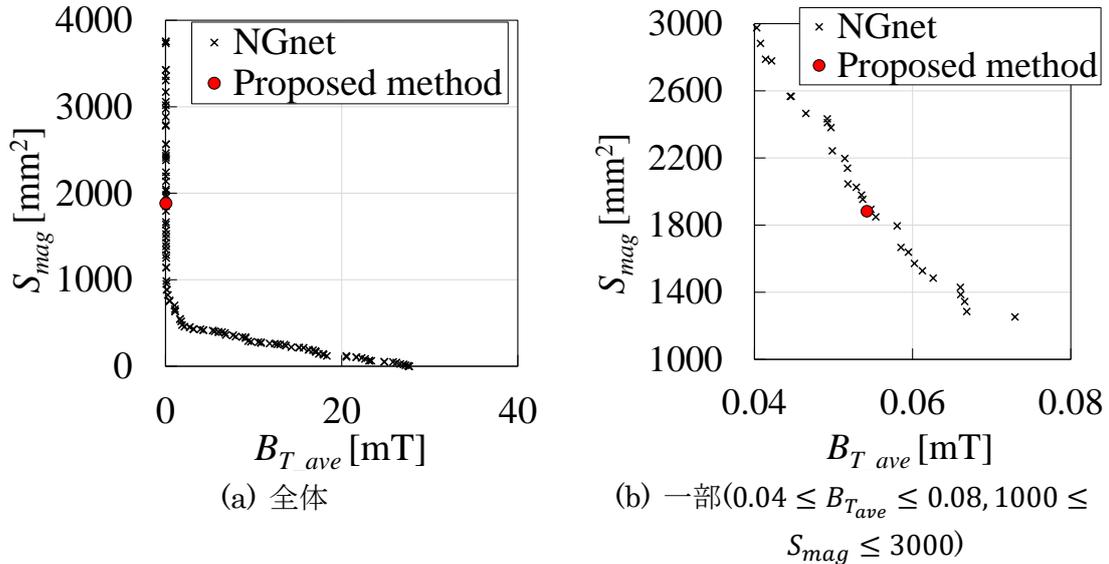
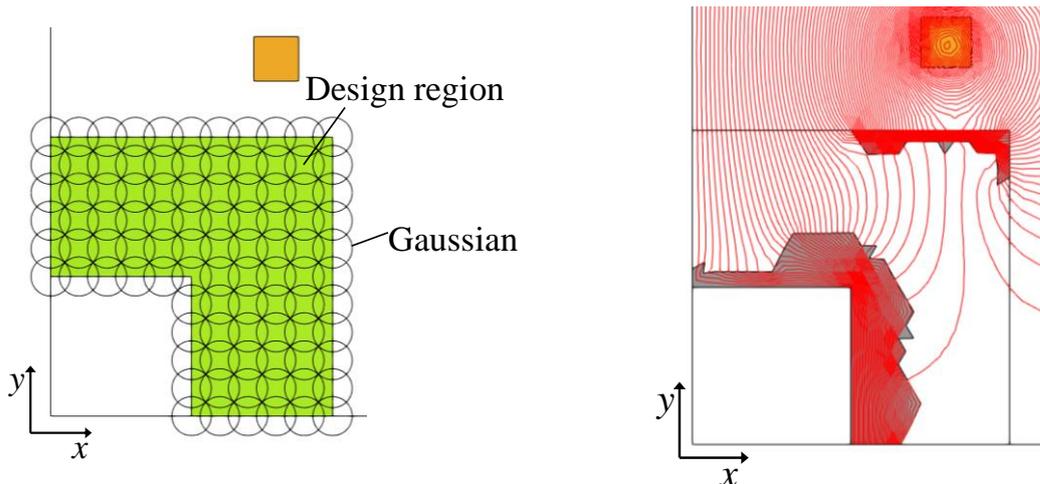


図 4.19 最適化結果 ©2022 IEEE



(a) ガウス基底関数の配置

(b) 最適化結果の形状と磁束線

図 4.20 NGnet-on/off 法による最適化結果  $B_{T\_ave} = 5.85 \times 10^{-2}$  mT.  $S_{mag} = 1881$  mm<sup>2</sup>. ©2022 IEEE

#### 4.4 第4章まとめ

以下に、第4章で述べたことをまとめる。本章ではイジングマシンを用いるために、永久磁石と磁気コアのトポロジー最適化に対して、QUBO 定式化を提案した。さらに、提案した定式化は、量子アニーリングにも有効である[4.6]。最適化された永久磁石形状により、所定の磁気誘導分布の生成に成功しました。また、磁化と磁気コアのトポロジーを繰り返し決定することで、提案手法を用いて最適な磁気シールド形状を得ることができた。

## 参考文献

- [4.1] *Fujitsu Quantum-Inspired Computing Digital Annealer*, Jan. 2022, [online] Available: <https://www.fujitsu.com/global/services/business-services/digital-annealer/>.
- [4.2] M. Aramon, G. Rosenberg, E. Valiante, T. Miyazawa, H. Tamura and H. G. Katzgraber, "Physics-inspired optimization for quadratic unconstrained problems using a digital annealer", *Frontiers Phys.*, vol. 7, pp. 48, Apr. 2019.
- [4.3] S. Matsubara et al., "Digital annealer for high-speed solving of combinatorial optimization problems and its applications", *Proc. 25th Asia South Pacific Design Automat. Conf. (ASP-DAC)*, pp. 667-672, Jan. 2020.
- [4.4] A. Maruo, H. Igarashi, H. Oshima and S. Shimokawa, "Optimization of planar magnet array using digital annealer", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 3, pp. 1-4, Mar. 2020.
- [4.5] A. Maruo, H. Oshima and H. Igarashi, "Design optimization of coils and magnets in vibration energy harvester using digital annealer", *Proc. IEEE 19th Biennial Conf. Electromagn. Field Comput. (CEFC)*, pp. 1-4, Nov. 2020.
- [4.6] A. Lucas, "Ising formulations of many NP problems", *Frontiers Phys.*, vol. 2, pp. 1-5, Feb. 2014.
- [4.7] 加納 善明, 小坂 卓, 松井 信行: 「モータ薄型化に伴う磁石の耐減磁性能とトルク特性」, パワーエレクトロニクス学会誌, 32 巻, p. 106-112 (2006).
- [4.8] C. Hwang, L. Lyu, C. Liu and P. Li, "Optimal Design of an SPM Motor Using Genetic Algorithms and Taguchi Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 11, pp. 4325-4328, Nov. 2008.
- [4.9] 一ノ倉 理, 田島 克文, 中村 健二, 吉田 征弘: 「磁気回路法によるモータの解析技術」, 科学情報出版 (2016).
- [4.10] N. Bianchi, S. Bolognani and P. Frare, "Design criteria for high-efficiency SPM synchronous motors," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no. 2, pp. 396-404, June 2006.
- [4.11] O. Sigmund and J. Petersson, "Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards mesh-dependencies and local minima", *Struct. Optim.*, vol. 16, no. 1, pp. 68-75, Aug. 1998.
- [4.12] S. R. M. Almeida, G. H. Paulino and E. C. N. Silva, "A simple and effective inverse projection scheme for void distribution control in topology optimization", *Structural Multidisciplinary Optim.*, vol. 39, no. 4, pp. 359-371, Oct. 2009.
- [4.13] L. Urankar, "Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form Part III: Exact computation for rectangular cross section", *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-18, no. 6, pp. 1860-1867, Nov. 1982.
- [4.14] T. Sato, K. Watanabe and H. Igarashi, "Multimaterial topology optimization of electric

- machines based on normalized Gaussian network", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, pp. 1-4, Mar. 2015.
- [4.15] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, Aug. 2002.

## 第5章 材料特性同定手法

本章では、インダクタのインダクタンス特性からインダクタのコアの磁気特性を同定する新しい手法を提案する。提案手法を用いることで、特別な測定機器無しで、材料のBH特性のための磁気ヒステリシス特性を得ることができる。提案手法では、測定された $L-I$ 特性から分布関数に含まれるパラメータを決定する。同定された初期磁化曲線やマイナーループは測定されたBH曲線とよく一致することを示している。また、本同定手法の解の一意性を数値的に示す。

### 5.1 背景

パワーインダクタやリアクタの有限要素法解析には初期磁化曲線やヒステリシス特性が必要となる[5.1]。しかしながら、磁性材料のBH特性測定には特別な測定器を要するため、このようなデータを得ることは必ずしも可能ではない[5.2]-[5.4]。また、磁性飽和が測定できる程度の十分に強い磁界を発生させることが困難な場合もある。一方で、パワーインダクタのマクロな特性を測定することは困難ではない。直流バイアス電流や交流電流の振幅に対するインダクタのインダクタンス特性はネットワークアナライザ等を用いて測定することができる。また、弱い電流を流してもインダクタのコイルの端部付近で磁気飽和が起こる。さらに、測定されたインダクタンス値はインダクタコアにメジャーロープやマイナーループを描く時間的に変化する磁場分布に起因する。以上のことから、測定されたインダクタンス値からインダクタに使用されるコアの材料の磁気特性を同定することが可能ではないかと考察される。

本研究では、入力電流の振幅とバイアスに対するインダクタのインダクタンス値から磁気ヒステリシスを含むBH特性を同定する手法を提案する。ヒステリシス特性は分布関数を持つプライザハモデルにより表現する。プレイモデル等の他のヒステリシスモデルに拡張することも可能である。分布関数に含まれるパラメータは、測定されたインダクタンス特性を再現するように遺伝的アルゴリズムを用いて定める。同定結果のBH特性の精度や一意性について議論をしていく。

## 5.2 解析手法

### 5.2.1 プライザッハモデル

プライザッハモデル[5.5]-[5.7]は有限要素法解析で広く使われているヒステリシスモデルの1つである。プライザッハモデルにおいて、磁気特性は図 5.1 に示す基本ヒステリシスループの足し合わせで表現させる。ここで、 $H_u$ と $H_v$ は基本ヒステリシスループの上限と下限である。基本ヒステリシスループは $H$ が増加して $H_u$ より大きくなると正に磁化し、減少して $H_v$ より小さくなると負に磁化する。プライザッハモデルは磁化 $M$ を以下のよう表す。

$$M = \iint_D K(H_u, H_v) dH_u dH_v + M_{min} \quad (5.1)$$

ここで、 $K$ と $M_{min}$ はそれぞれプライザッハ分布関数、磁化 $M$ の最小値を示している。また、領域  $D$  は  $-H_s \leq H_v \leq H_u \leq H_s$  で表され図 5.2 に示すような三角形領域となる。区間  $[-H_s, H_s]$  を  $N_p$  個の小区間  $[H_n, H_{n-1}]$  ( $0 < n < N_p - 1$ ) に分割し、式(5.1)のプライザッハ分布関数 $K$ を離散化すると

$$K'(i, j) = \int_{H_j}^{H_{j+1}} \int_{H_i}^{H_{i+1}} K(H_u, H_v) dH_u dH_v \quad (5.2)$$

となる。数値計算のため式(5.2)を用いて、式(5.1)を書き直すと

$$M = \sum_{i=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^i K'(i, j) D(i, j) + M_{min} \quad (5.3)$$

となる。ここで、 $D(i, j)$ は以下のように定義される。

$$D(i, j) = \begin{cases} 1 : \text{positive magnetization} \\ 0 : \text{negative magnetization} \end{cases} \quad (5.4)$$

プライザッハ平面の磁化領域の変化の例を図 5.3 に示す。今回の例では $H$ を初期状態から、 $0 \rightarrow H_s/2 \rightarrow H_s \rightarrow -H_s/2 \rightarrow H_s/2$ のように変化させている。図 5.3(a)の初期状態は交流消磁された状態であり、正に磁化された領域と負に磁化された領域が半分ずつある。 $H$ が増加すると図 5.3(b)(c)(e)に示すように $H_u$ 軸の正の方向に正に磁化した領域が広がる。一方で、 $H$ が減少すると図 5.3(d)に示すように $H_v$ 軸の負の方向に負に磁化した領域が広がる。

プライザッハモデルを用いることで、初期磁化曲線やメジャーループ、マイナーループを表現することができる。また、図 5.4 に示すインダクタに使用される材料の交流特性は、図 5.5 に示すような磁場 $H$ のバイアスのかかった場合のプライザッハモデルで表現さ

れるマイナーループの傾きにより求めることができる。

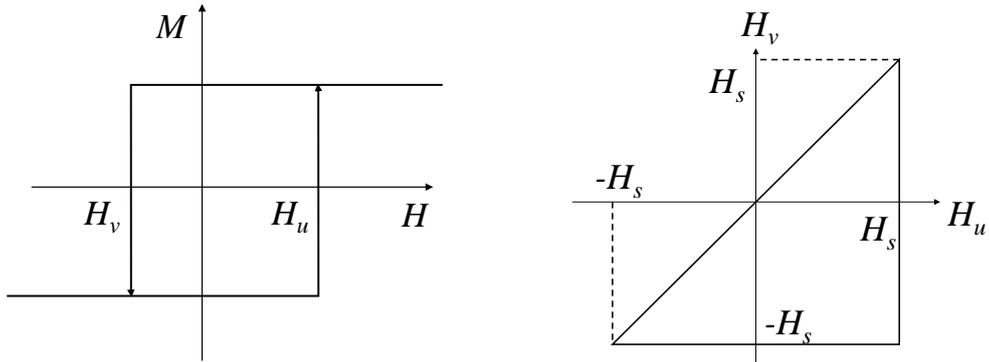


図 5.1 基本ヒステリシスループ ©2019 IEEE 図 5.2 プライザッハ平面 ©2019 IEEE

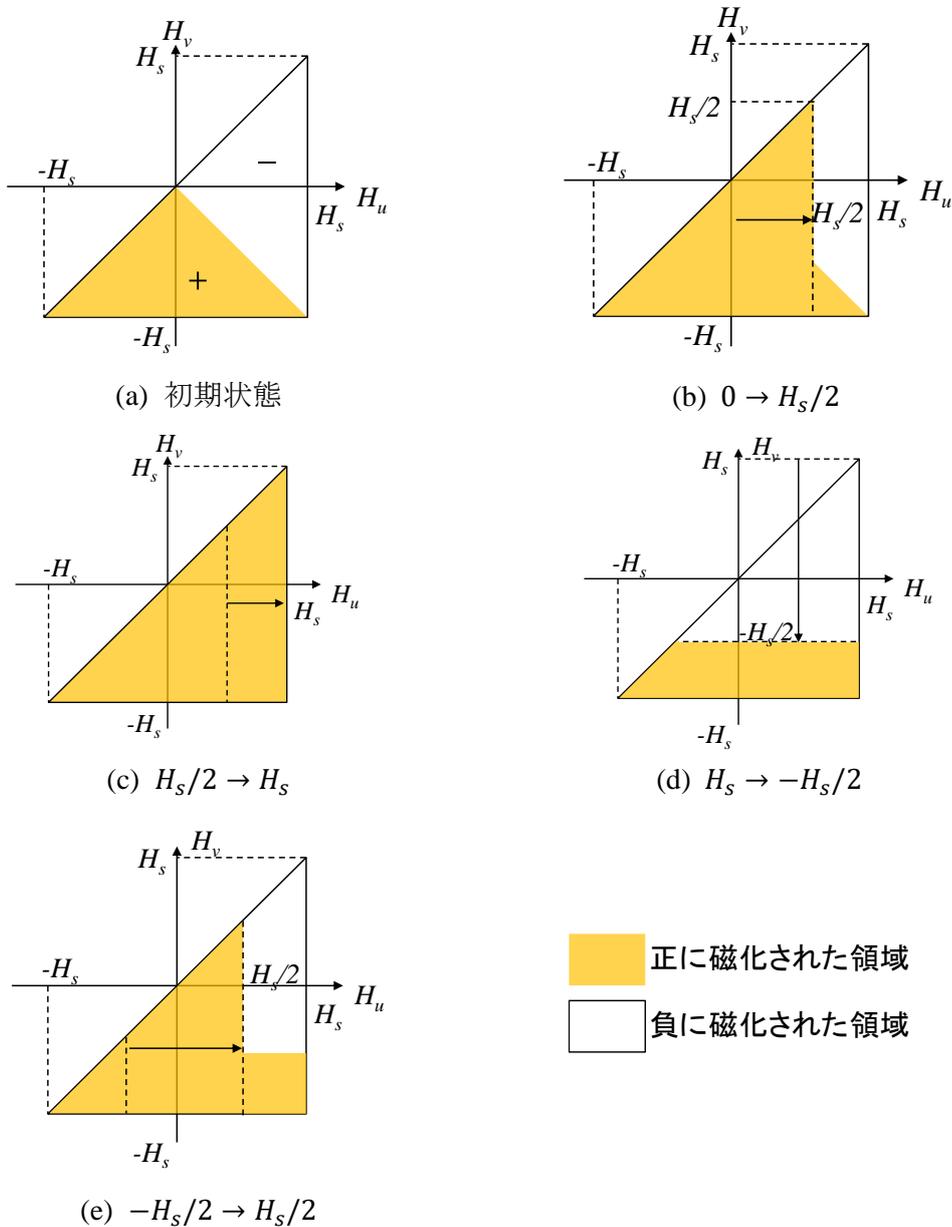


図 5.3 プライザッハ平面の変化

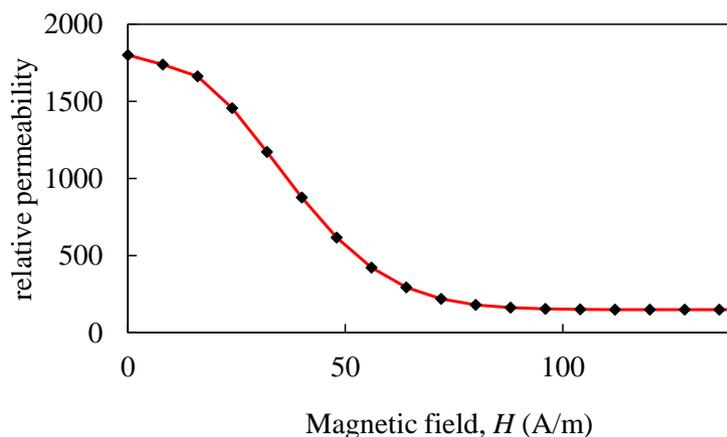


図 5.4 交流特性 ©2019 IEEE

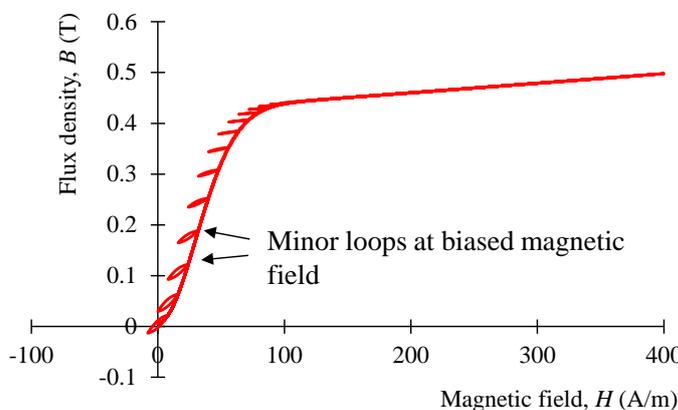


図 5.5 初期磁化&マイナーループ ©2019 IEEE

### 5.2.2 インダクタンスの計算

インダクタのインダクタンス $L$ は以下の静磁場の支配方程式を離散化した有限要素法解析により求めることができる。

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J} \tag{5.5}$$

ここで、 $\nu$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{J}$ はそれぞれ透磁率の逆数、ベクトルポテンシャル、電流密度である。有限要素法の後、インダクタのインダクタンス $L$ を計算することができる。磁気飽和を考慮すると、インダクタンス $L$ は微分 $d\Phi/dI$ や平均 $\int \Phi(I)I/I dI$ から定義される。測定されるインダクタンスは、各測定器で異なるインダクタンスの定義に依存する。そこで、今回は簡単のため交流インダクタンス $L_{ac}$ を交流電流のピーク値の値 $I_{peak}$ を用いて計算する。

$$L = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} d\Omega}{I^2} \quad (5.6)$$

一方で、直流バイアス時のインダクタンス $L_{dc}$ は以下に示す手順で計算される。

- (i) 直流バイアス電流 $I_{bias}$ における初期磁化曲線を用いた非線形有限要素法により各要素の磁束密度 $\mathbf{B}$ を求める。
- (ii) 各要素の磁束密度 $\mathbf{B}$ に対する透磁率を図 5.4 に示すような交流特性により定める。
- (iii) 微小な入力電流と仮定し、ステップ(ii)で求めた透磁率を用いて線形有限要素法解析を行い、 $L_{dc}$ を式(5.6)より計算する。

### 5.3 同定手法

本研究では 5.2.2 節で定義したインダクタンス値 $L_{ac}$ と $L_{dc}$ から、遺伝的アルゴリズムを用いてインダクタの材料の BH 特性を同定する。式(5.1)のプライザッハ分布関数 $K(H_u, H_v)$ はある関数形を仮定し、その関数のパラメータを定めることで表現することもできる[5.7]。今回は、3つのパラメータ( $A, \sigma_1, \sigma_2$ )を含む楕円指数を持つ以下のガウス分布と仮定する。

$$K = \frac{A}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp \left[ -\frac{\left(\frac{H_u - H_v}{2}\right)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{\left(\frac{H_u + H_v}{2}\right)^2}{2\sigma_2^2} \right] \quad (5.7)$$

また、磁束密度 $\mathbf{B}$ は

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r^{\text{out}} \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (5.8)$$

となる。ここで、 $\mu_r^{\text{out}}$ は飽和領域の比透磁率である。 $\mathbf{M}$ は式(5.7)に基づくプライザッハモデルにより得られる。以下の目的関数 $F$ を解くことで未知変数( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )を定める。

$$\min F = \frac{1}{N_i} \sum_i \left( \frac{L_{dc}(i) - L_{dc}^0(i)}{L_{dc}^0(i)} \right)^2 + \frac{1}{N_j} \sum_j \left( \frac{L_{ac}(j) - L_{ac}^0(j)}{L_{ac}^0(j)} \right)^2 \quad (5.9)$$

ここで、 $i, j$ はサンプリング点で、 $N_i, N_j$ はサンプリング数である。 $L_{dc}^0$ と $L_{dc}$ はそれぞれ測定値と計算で求めた DC インダクタンスである。また、 $L_{ac}^0$ と $L_{ac}$ はそれぞれ測定値と計算で求めた AC インダクタンスである。遺伝的アルゴリズムを用いて式(5.9)の目的関数 $F$ を最小化する。ここで、遺伝的アルゴリズムの評価値の決定は以下の手順で計算する。

- (i) 現在のパラメータ( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )における初期磁化曲線と図 5.4 に示すような交流特性を式(5.7)(5.8)に基づくプライザッハモデルにより求める。
- (ii) 5.2.2 節で述べた手法を用いて $L_{ac} - I_{peak}$ 特性と $L_{ac} - I_{bias}$ 特性を定める。
- (iii) 入力値と計算値の差( $L_{dc} - L_{dc}^0$ と $L_{ac} - L_{ac}^0$ )を測る目的関数を式(5.9)により評価する。

遺伝的アルゴリズムでは、それぞれの個体が様々な変数の組( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )を持っており、それらの変数の組み合わせで $L_{ac} - I_{peak}$ 特性と $L_{dc} - I_{bias}$ 特性が定まる。変数の組( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )は入力インダクタンス特性を再現するように進化していく。

## 5.4 解析結果

### 5.4.1 解析に使用するインダクタの磁性コアの特性

今回は図 5.6 に示すフェライトコアのインダクタを数値例として考える。表 5.2 にインダクタの設計パラメータを示す。磁気コアに使用しているフェライトのメジャーループの実測値を図 5.7 に示す。 $L_{ac} - I_{peak}$ 特性を計算する際に図 5.7 から得られた初期磁化曲線を用いた。また、遺伝的アルゴリズムを用いて、図 5.7 に示す測定値から式(5.7)(5.8)の変数( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )を以下の式による曲線フィッティングにより求めた。

$$\min E = \frac{1}{N_i} \sum_i^{N_i} \left( \frac{B(i) - B_0(i)}{B(i)} \right)^2 \tag{5.10}$$

ここで、 $B_0$ と $B$ はそれぞれ図 5.7 に示す実測の磁束密度とプライザツハモデルで計算した磁束密度を表す。得られたパラメータを表 5.2 にまとめる。このパラメータに基づいて $L_{dc} - I_{bias}$ 特性を 5.2.2 節で述べた手法で計算した。

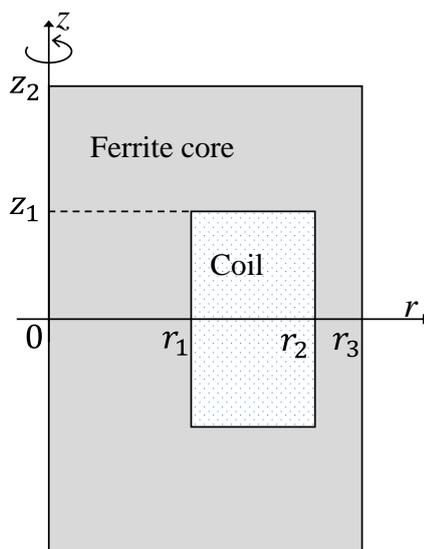


図 5.6 解析モデル ©2019 IEEE

表 5.1 インダクタのパラメータ ©2019 IEEE

$r_1$ [mm]	0.45
$r_2$ [mm]	0.65
$r_3$ [mm]	1.00
$z_1$ [mm]	0.35
$z_2$ [mm]	0.75
Number of coil turns	8

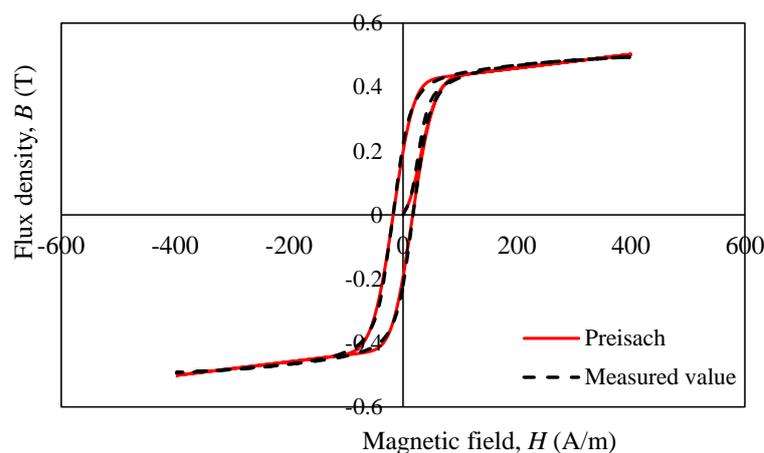


図 5.7 フェライトコアの磁気特性 ©2019 IEEE

表 5.2 フェライトコアのプライザッハパラメータ ©2019 IEEE

identified from Fig.6	
$A$	0.81
$\sigma_1$	23.44
$\sigma_2$	24.50
$\mu_r^{\text{out}}$	170.21

### 5.4.2 同定結果

$L_{ac} - I_{peak}$ 特性と $L_{dc} - I_{bias}$ 特性をそれぞれ図 5.8 と図 5.9 に示す。ここで、黒の破線は図 5.7 に示す測定値から計算したものである。この図 5.7 に示す測定値から計算したインダクタのインダクタンス特性を入力として5.3節に述べた手法を適用し、インダクタのコアの材料特性を求める。提案手法により得られたインダクタンス特性を図 5.8 と図 5.9 の赤の実線で示す。また、同定されたパラメータを表 5.3 にまとめる。 $L_{ac} - I_{peak}$ 特性では入力電流が小さい場合に小さな差があるが、全体的には良い一致が得られた。図 5.10 に式(5.9)の目的関数を解いた際の遺伝的アルゴリズムの収束過程を示す。1000 世代前後には目的関数 $F$ が十分に小さくなっていることがわかる。図 5.8 と図 5.9 に示すインダクタンス特性から同定した初期磁化曲線と BH ループをそれぞれ図 5.11 と図 5.12 に

示す。両方とも測定値と比べ良く同定できていることがわかる。図 5.13 に磁束密度の振幅に対するヒステリシス損のグラフを示す。図 5.13 より測定値に比べ提案手法により求まる値が過大評価されていることがわかる。これは同定したヒステリシス曲線の僅かな差から発生するものと考えられる。

今回の提案手法は BH 特性が式(5.7)の分布関数を用いたプライザツハモデルで表現できるという仮定に基づいている。もしコアの材料がこのモデルに従わなければ、提案した同定法は上手くいかないと考えられる。材料の分布関数が陽関数で表せる場合、提案手法を拡張してパラメータ同定をすることができる。陰関数の分布関数の同定を行う提案手法の拡張は今後の検討課題である。

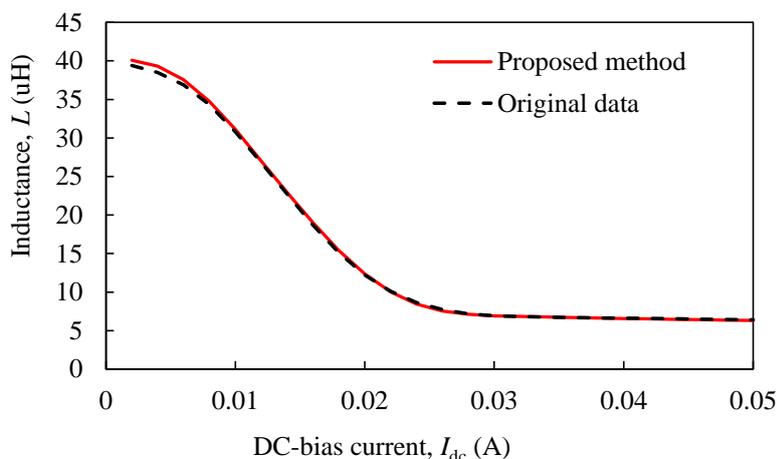


図 5.8  $L_{dc} - I_{bias}$ 特性 ©2019 IEEE

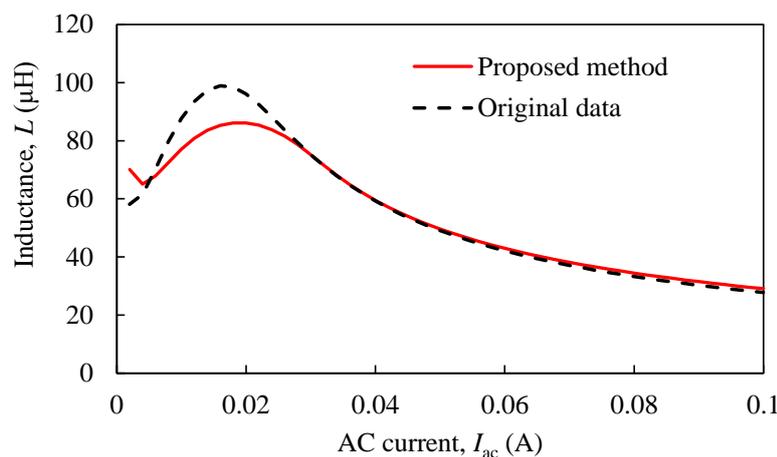


図 5.9  $L_{ac} - I_{peak}$ 特性 ©2019 IEEE

表 5.3 同定結果のパラメータ ©2019 IEEE

identified from $L$ characteristics	
$A$	0.82
$\sigma_1$	29.52
$\sigma_2$	21.60
$\mu_r^{\text{out}}$	173.06

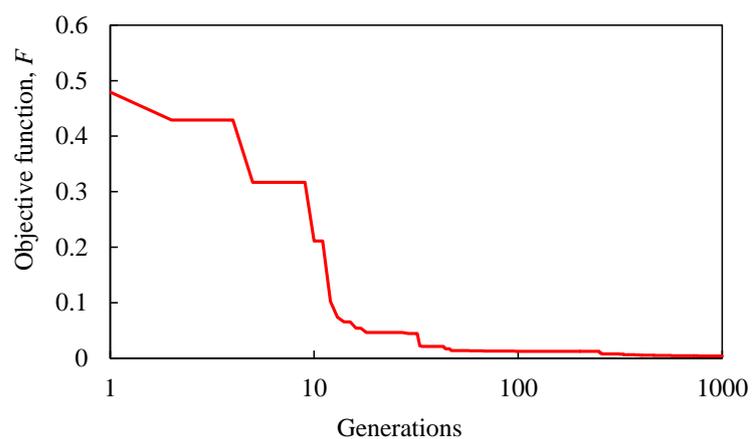


図 5.10 遺伝的アルゴリズムの収束過程 ©2019 IEEE

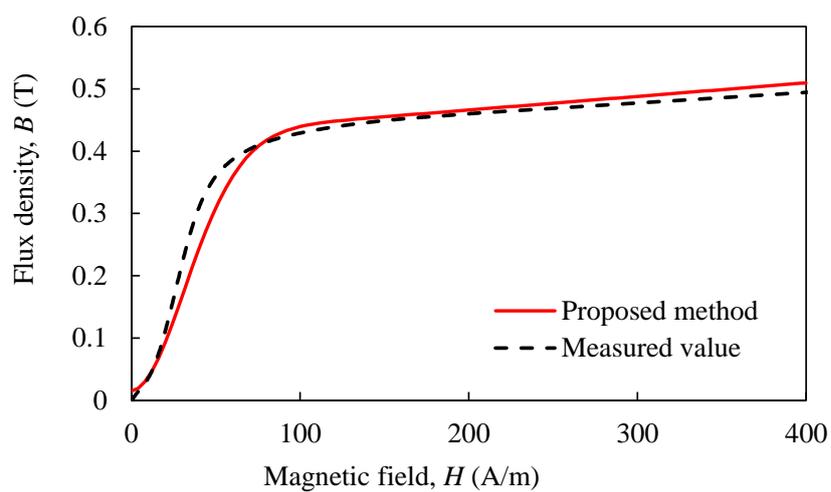


図 5.11 同定した初期磁化曲線 ©2019 IEEE

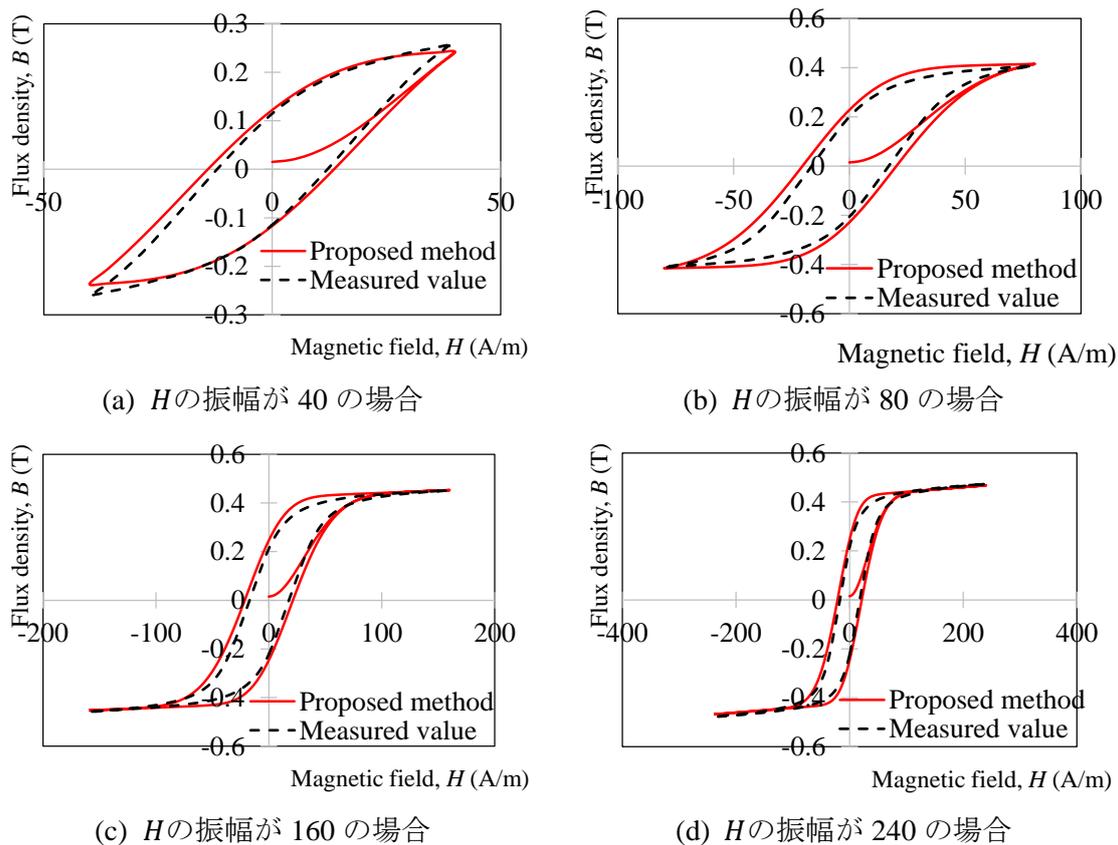


図 5.12 同定した BH ループ ©2019 IEEE

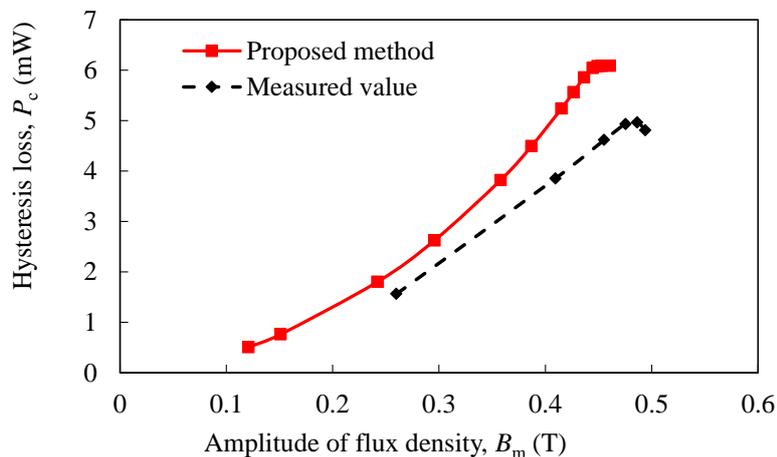


図 5.13 磁束密度の振幅に対するヒステリシス損 ©2019 IEEE

### 5.4.3 解の一意性の検証

BH特性がインダクタンス特性から一意に同定できるかを検証する。式(5.7)のプライザツハ分布関数を仮定すると、BH特性は4つのパラメータ( $A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}$ )により再現される。これらのパラメータがインダクタンス特性から一意に決定されるかを確認するために、ランダムに生成された異なる初期集団から追加で5つの同定を行った。同定されたパラメータと目的関数 $F$ の最終値の値を表5.4にまとめる。表5.4より、同定されたそれぞれのパラメータの値がどれもほぼ等しいことから、ここで考察されたデータでは解の一意性が存在すると結論付けることができる。解の一意性の理論的な証明は今後の検討課題である。

表 5.4 6回分の同定結果のパラメータと残差 ©2019 IEEE

	#1	#2	#3	#4	#5	#6
$A$	0.82	0.82	0.81	0.83	0.82	0.81
$\sigma_1$	29.52	29.66	28.98	30.06	29.43	29.42
$\sigma_2$	21.60	21.61	21.56	21.65	21.45	21.53
$\mu_r^{\text{out}}$	173.06	173.94	173.27	173.83	173.95	174.30
Final $F$	$3.99 \times 10^{-3}$	$3.99 \times 10^{-3}$	$3.72 \times 10^{-3}$	$4.39 \times 10^{-3}$	$3.89 \times 10^{-3}$	$3.86 \times 10^{-3}$

## 5.5 まとめ

インダクタの磁性コアに用いられるフェライトの磁気特性をインダクタのインダクタ特性から同定する新しい手法を提案した。本手法を用いればBHループ測定用の特別な測定器が不要とため、有益な手法である。今回の数値解析例では提案手法の同定結果は満足が得られるものであった。陰関数の分布関数への提案手法の拡張と一意性の理論的な証明は今後の研究課題である。

## 参考文献

- [5.1] K. Watanabe, *et al.*, “Optimization of Inductors Using Evolutionary Algorithms and Its Experimental Validation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46 no. 8, pp. 3393-3396, 2010.
- [5.2] T. Matsuo and M. Shimasaki, “An identification method of play model with input-dependent shape function,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no. 10, pp. 3112-3114, 2005.
- [5.3] Y. Takeda, *et al.*, “Iron Loss Estimation Method for Rotating Machines Taking Account of Hysteretic Property,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 3, pp. 1-4, 2015.
- [5.4] IWATSU, “B-H Analyzer SY-8218 / SY-8219”,  
[https://www.iti.iwatsu.co.jp/en/products/sy/sy8218\\_top\\_e.html](https://www.iti.iwatsu.co.jp/en/products/sy/sy8218_top_e.html).
- [5.5] F. Preisach, “Über die Magnetische Nachwirkung,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, pp. 277-302, 1935.
- [5.6] G. Bertotti, “Hysteresis in Magnetism,” *Academic Press*, 1998.
- [5.7] E. Della Torre., “Magnetic Hysteresis,” *IEEE Press*, 1999.

## 第6章 材料ばらつきを考慮した

### 設計最適化手法

ロバスト最適化は、実問題における材料のばらつき、組立公差による幾何学的ばらつき、物性の経時変化などによる不確実性に起因する変動に対してロバストな最適解を求めるものである。本章では、共分散行列適応進化戦略を用いた磁気デバイスの新しいロバスト最適化手法を提案する。本手法では、計算量を増やすことなく、近傍個体の局所平均を用いて目的関数の期待値を評価する。第5章で求めた材料モデルを利用して、BH特性の不確かさを考慮した磁気デバイスのトポロジー最適化に提案手法を適用し、従来手法と比較することで、手法の有効性を議論する。

#### 6.1 背景

材料のばらつき、組み立て公差による寸法のばらつき、経時的な物性の変化などに起因する不確実性により、システム・デバイスの特性が大きく損なわれることがある。このような不確実性を考慮せずに最適化を行うと、変動に対して頑強な解を得ることができない。不確定要素による変動に対して頑強な解を得るためには、ロバスト最適化が必要である。ロバスト最適化の基本的な手法として、目的関数の評価を繰り返して期待値を求めるモンテカルロ法がある[6.1][6.2]。この方法を用いることで、ばらつきに対して高いロバスト性を持つ解を得ることができるが、目的関数の評価を何度も繰り返す必要があるため、計算コストが膨大になってしまう。そのため、計算負荷を増大させないロバストな最適化手法が求められている。確率的最適化手法の中で最も広く使われている遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, 以下 GA)には、計算負荷を増やさずにロバスト解を求めるロバスト GA (Robust GA, 以下 RGA) というアルゴリズムが存在する[6.2]-[6.4]。RGA では、各個体のパラメータ値を変化させて期待値を得るのではなく、確率分布に従って一つのパラメータ値を生成し、それを用いて個体の評価を行う。GA では世代ごとに個体が生成されるため、その個体のパラメータに異なる変化を与えて評価する。これにより、不確実性による特性のばらつきを効果的に表現している。つまり、モンテカルロ法では空間平均により特性の期待値を求めるのに対して、RGA では時間(世代)平均により特性の期待値を求める。

一方、共分散行列適応進化戦略(Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy, 以下 CMA-ES) [6.5]の探索性能は、実問題において GA を上回ることが確認されている[6.6][6.7]。また、CMA-ES の推奨個体数は、最適化変数の数を  $n$  としたとき、 $\log n$  に比例して増加するだけだが、GA の推奨個体数は  $n$  に比例して増加する。したがって、高次元の最適化問

題では、CMA-ESの方がGAよりも有効であり、今後広く利用されることが期待される。しかし、CMA-ESを用いてロバスト解を得るための有効な手法は存在しない。そこで本研究では、CMA-ESを用いて、製造公差や環境変化による材料特性の変化や、材料特性の変動に対してロバストな解を求める手法、ロバスト CMA-ES (Robust CMA-ES, 以下 RCMA-ES)を提案する。

本研究では手法の検証のため、RCMA-ESを用いて材料のばらつきを考慮した設計最適化問題を解く。現実の問題では同物質の材料でも製造条件や加工方法により材料の特性値がばらつくことが発生するため[6.8][6.9]、材料のばらつきを考慮してデバイス形状を最適化することが重要である。設計最適化は、パラメータ最適化とトポロジー最適化に分類することができる。パラメータ最適化は設計者があらかじめ設計パラメータを設定する必要があるが、トポロジー最適化は設計パラメータを設定する必要がなく、斬新な形状を作り出すことが可能である。

本章では、磁気デバイスの設計のために、CMA-ESをベースにしたロバスト最適化手法である RCMA-ES を提案する。提案手法を材料のばらつきを考慮した磁気シールドのパラメータ最適化及びトポロジー最適化と、アクチュエータのトポロジー最適化に適用した。提案手法をCMA-ES、GA、RGAの最適化結果と比較することで、提案手法の有効性を検証した。

## 6.2 Robust CMA-ES

CMA-ESは、多変量正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{m}, \sigma^2 \mathbf{C})$ から個体を生成し、それらの個体の評価値を使用して、より良い個体が生成される分布に更新する進化的アルゴリズムである。ここで、 $\mathbf{m}$ ,  $\sigma$ ,  $\mathbf{C}$  はそれぞれ平均ベクトル、ステップ サイズ、および共分散行列である。 $\mathbf{m}$ と $\mathbf{C}$ は次のように更新される[6.5]。

$$\begin{aligned} \mathbf{m}^{(g+1)} &= \mathbf{m}^{(g)} + \sigma c_m \sum_{i=1}^{\lambda} w_i \mathbf{x}_{i,\lambda}^{(g+1)} \\ \mathbf{C}^{(g+1)} &= \mathbf{C}^{(g)} + c_{\mu} \sum_{i=1}^{\lambda} w_i \left( \mathbf{x}_{i,\lambda}^{(g+1)} \mathbf{x}_{i,\lambda}^{(g+1)t} - \mathbf{C}^{(g)} \right), \end{aligned} \tag{6.1}$$

ここで、 $c_m$ と $c_{\mu}$ は進化の速度を決める定数である。また、 $\mathbf{x}_{i,\lambda}$ は $\lambda$ 個の個体のうち、 $i$ 番目の最適な個体を表す。 $w_i$ は各個体の重みであり、 $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_{\lambda}$ のように優れた個体ほど大きな重みを与える。CMA-ESの基本的な処理方法は、以下の通りである。

- i. ハイパーパラメータを設定する。
- ii. 正規分布から個体を生成する。
- iii. 個体を評価する。
- iv. 正規分布の $\mathbf{m}$ と $\mathbf{C}$ を更新する。
- v. ii から iv を繰り返す。

CMA-ES のフローチャートを図 6.1 (a)に示す。CMA-ES に基づくロバスト最適化を実現するために、2つの手法を検討した。

### 6.2.1 提案手法 1

提案手法 1 では、RGA と同様に個体を評価する際に変数にばらつきを加えて目的関数  $E$  を評価する。最終世代では変動を加えずに個体評価を行い、最も評価値の良い個体が結果として選択する。提案手法 1 のフローチャートを図 6.1 (b)に示す。

### 6.2.2 提案手法 2

提案手法 2 では、計算量を増やすことなく、以下の手順で CMA-ES の個体評価時にロバスト性を考慮する。

- i. 提案手法 1 と同様に変数にばらつきを加えて個体  $\mathbf{x}_i^{(g)}$  の目的関数値  $E_i$  を算出する。
- ii. 図 6.2 (a)に示すように、 $g$  世代と  $g-1$  世代における個体  $\mathbf{x}_i^{(g)}$  と  $\mathbf{x}_j^{(g-1)}$  の距離  $D_j$  を以下から算出する。

$$D_j = \left\| \mathbf{x}_j^{(g-1)} - \mathbf{x}_i^{(g)} \right\|^2 \quad (6.2)$$

- iii.  $k$  最近傍法に基づき、図 6.2 (b)に示すように、 $\mathbf{x}_i^{(g)}$  に最も近い  $N_k$  個の近傍個体  $\mathbf{x}_k^{(g-1)}$ ,  $k = 1, \dots, N_k$  を選択する。
- iv. 下記式で定義される  $E_i^{ave}$  を計算する。

$$E_i^{ave} = \frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} E_k^{(g-1)}, \quad (6.3)$$

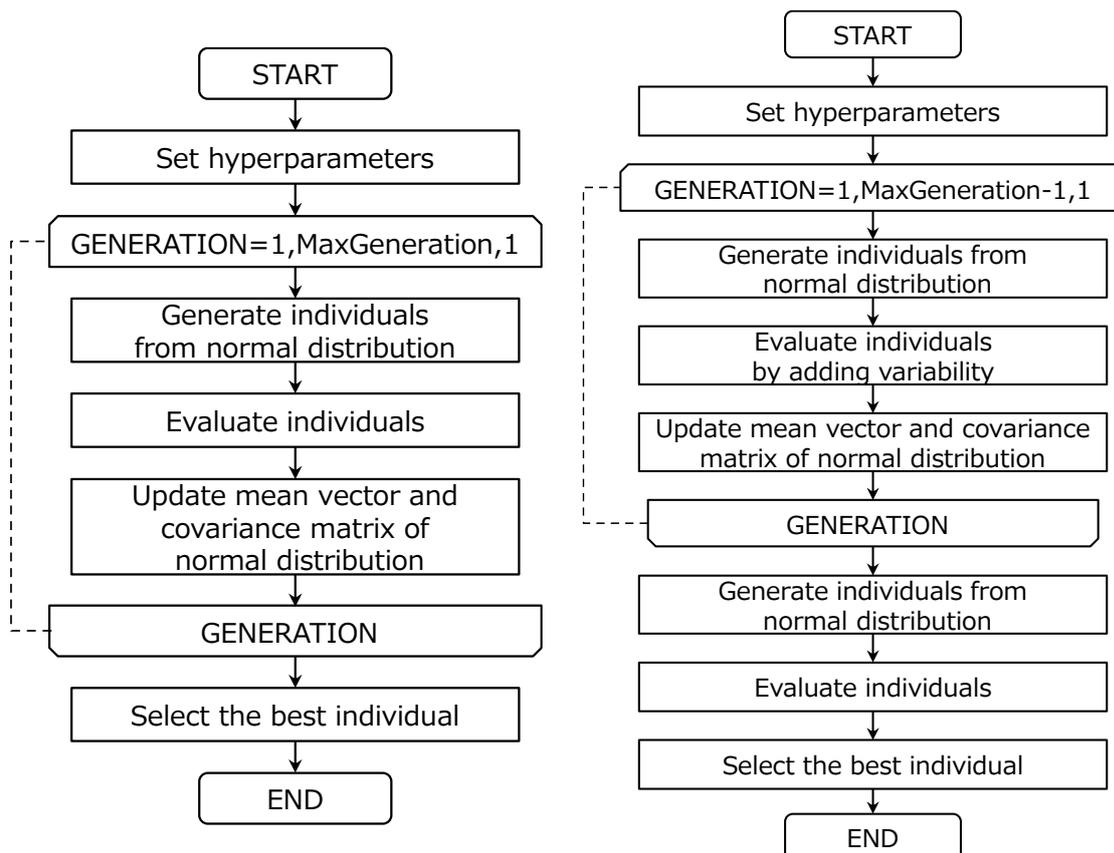
ここで、 $E_k^{(g-1)}$  は  $\mathbf{x}_k^{(g-1)}$  における目的関数の値である。

- v. 目的関数の値を次のように更新する。

$$E_i^{(g)} = \alpha E_i + (1 - \alpha) E_i^{ave}, \quad (6.4)$$

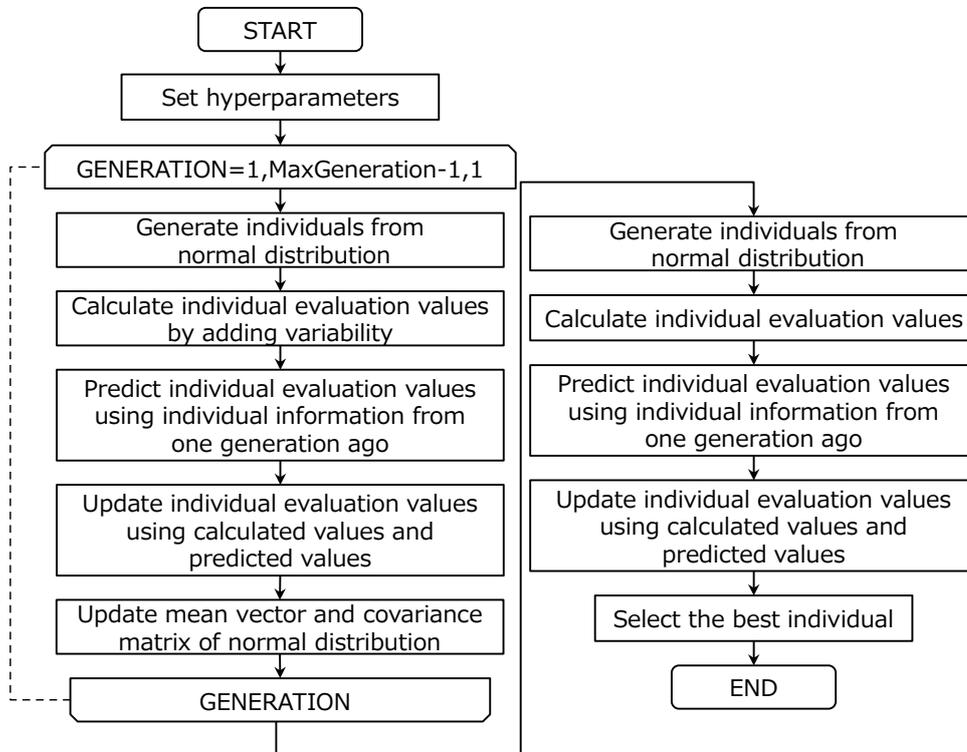
ここで、 $\alpha$  は  $0 \leq \alpha \leq 1$  を満たす重み係数である。

最終世代では、個体の評価をばらつきなく行い、評価値が最も良い個体が結果として選択する。以上の処理は、前世代における近傍個体の局所平均からロバスト性を測定することを目的としている。提案手法 2 のフローチャートを図 6.1 (c)に示す。また、本アルゴリズムがより単純である一方で、前世代ではなく現在の世代の近傍個体を用いて同様のロバスト性評価を行うことも可能である。



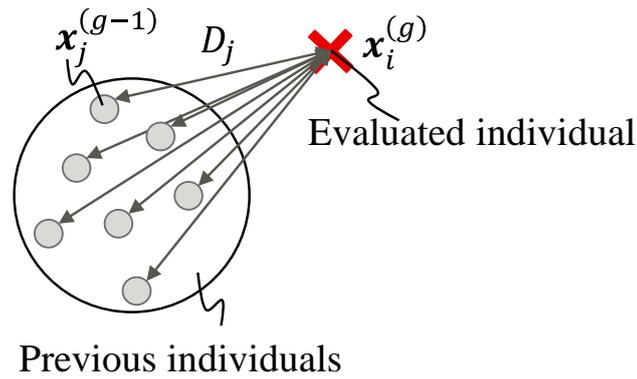
(a) CMA-ES

(b) 提案手法 1



(c) 提案手法 2

図 6.1 CMA-ES と提案手法のフローチャート ©2023 IEEE



(a) 距離の計算

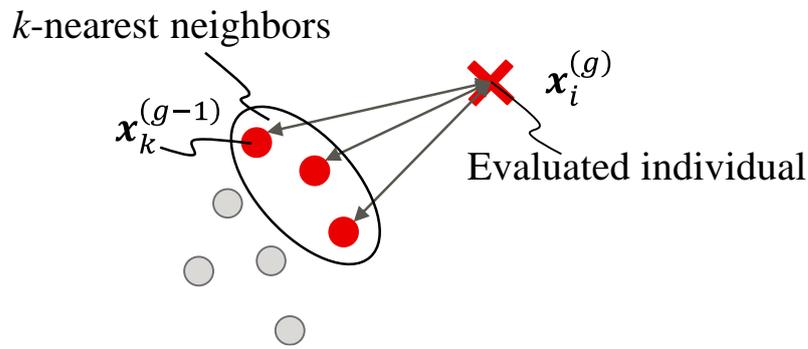
(b)  $k$  近傍個体の選択

図 6.2 提案手法 2 の概要 ©2023 IEEE

### 6.2.3 テスト問題による提案手法の検証

提案手法 1,2 を以下の 2 つの簡単なテスト問題[6.3]に適用し、その有効性を検証した。

1) 関数  $f_a$  [6.3]:1 つの幅広いピークと 1 つの急なピークを持つ下記関数で考える。

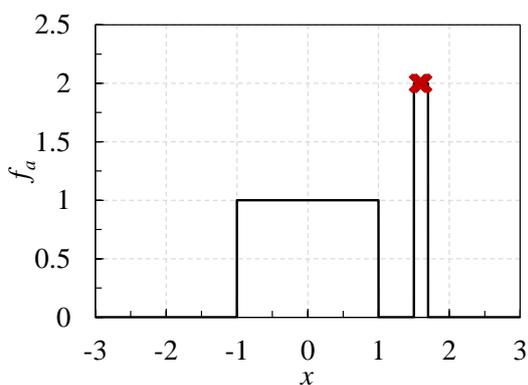
$$f_a(x) = \begin{cases} 1: & -1 \leq x \leq 1 \\ 2: & 1.5 \leq x \leq 1.7 \\ 0: & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (6.5)$$

ここで、パラメータ  $x$  の範囲は  $-3 \leq x \leq 3$  とした。提案手法でばらつきを考慮して目的関数を評価する際は、 $x$  にガウスノイズ  $\delta$  を加えて関数  $f_a(x + \delta)$  を評価した。ここで、 $\delta \sim \mathcal{N}(0, 0.4)$  とした。通常の CMA-ES、RGA、提案手法 1、提案手法 2 で乱数を変化させてそれぞれ 10 回最適化を実施した。解析条件を表 6.1 にまとめる。最適化結果を図 6.3 に示す。図 6.3 (a) より、CMA-ES の解はすべて大域的最適解 ( $1.5 \leq x \leq 1.7, f_a = 2$ ) になっていることがわかる。図 6.3 (c) から、提案手法 1 の最適化結果は、大域的最適解 ( $1.5 \leq x \leq 1.7, f_a = 2$ ) とロバスト解 ( $-1 \leq x \leq 1, f_a = 1$ ) の間に解が分布していることが確認できる。提案手法 1 のように単純に評価関数の評価時にばらつきを加えたのみでは、CMA-ES の正規分布の更新がうまくいかなくなり、収束性が悪くなったと考えられる。一方、RGA

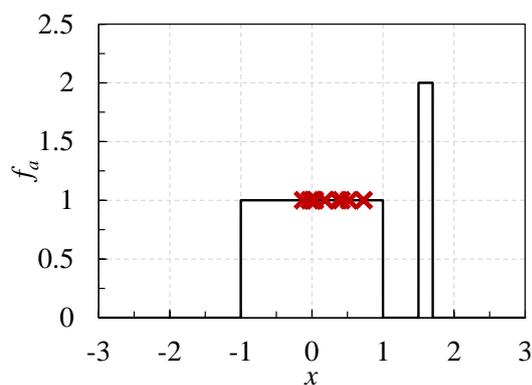
と提案手法 2 の解は、いずれもピークの範囲が広いロバスト解領域( $-1 \leq x \leq 1, f_a = 1$ )であることがわかる。RGA は時間(世代)平均により個体の期待値を求めることができ、提案手法 2 は前世代の近傍個体による局所平均から期待値を得ることができるため、それぞれのアルゴリズムはロバスト解に解が収束したと考えられる。

表 6.1 テスト問題 1(関数 $f_a$ )の解析条件 ©2023 IEEE

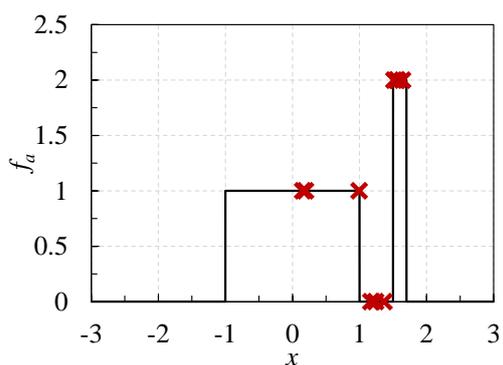
	CMA-ES	Proposed method 1	Proposed method 2	RGA
Individual	200	200	200	60
Generation	300	300	300	1000
$N_k$	-	-	3	-
$\alpha$	-	-	0.5	-
Crossover rate	-	-	-	0.8
Mutation rate	-	-	-	0.1



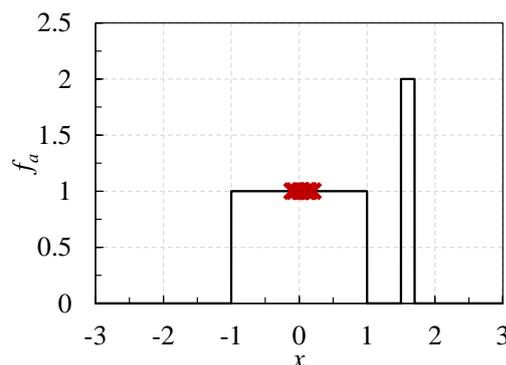
(a) CMA-ES



(b) RGA



(c) 提案手法 1



(d) 提案手法 2

図 6.3 テスト問題 1(関数 $f_a$ )の最適化結果 ©2023 IEEE

2) 関数 $f_b$  [6.3][6.10]:  $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で5つのピークを持つ下記問題について考える。

$$f_b = \begin{cases} e^{-2(\log 2)\left(\frac{x-0.1}{0.8}\right)^2} |\sin(5\pi x)|^{0.5}: & 0.4 < x \leq 0.6 \\ e^{-2(\log 2)\left(\frac{x-0.1}{0.8}\right)^2} \sin^6(5\pi x): & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (6.6)$$

ここで、パラメータ $x$ の範囲は $0 \leq x \leq 1$ とした。提案手法で考慮するばらつきは $\delta \sim \mathcal{N}(0, 0.065)$ とした。通常のCMA-ES、RGA、提案手法1、提案手法2で乱数を変化させてそれぞれ10回最適化を実施した。解析条件を表6.2にまとめる。最適化結果を図6.4に示す。CMA-ESは、大域的最適解である左から1番目のピークに9つの解があり、左から2番目のピークに1つの解がある。同様に、提案手法1では、1つ目のピーク付近に9つの解があり、2つ目のピークに1つの解がある。提案手法1は評価時のばらつきを考慮しているため、解が1つ目のピークから少しずれて分布していると考えられる。また、提案手法1では、ロバスト解である左から3つ目のピークに解が存在しない。したがって、提案手法1ではロバスト解を見つけることができない。一方で、RGAと提案手法2は、全ての解が第3のピーク付近に分布しており、少なくとも単純な問題に対しては、ロバスト最適化に有効であると判断できる。

以上のことから、提案手法2をRCMA-ESとして採用し、次の設計最適化に用いる。

表 6.2 テスト問題 2(関数 $f_b$ )の解析条件 ©2023 IEEE

	CMA-ES	Proposed method 1	Proposed method 2	RGA
Individual	100	100	100	100
Generation	300	300	300	300
$N_k$	-	-	3	-
$\alpha$	-	-	0.5	-
Crossover rate	-	-	-	0.9
Mutation rate	-	-	-	0.2

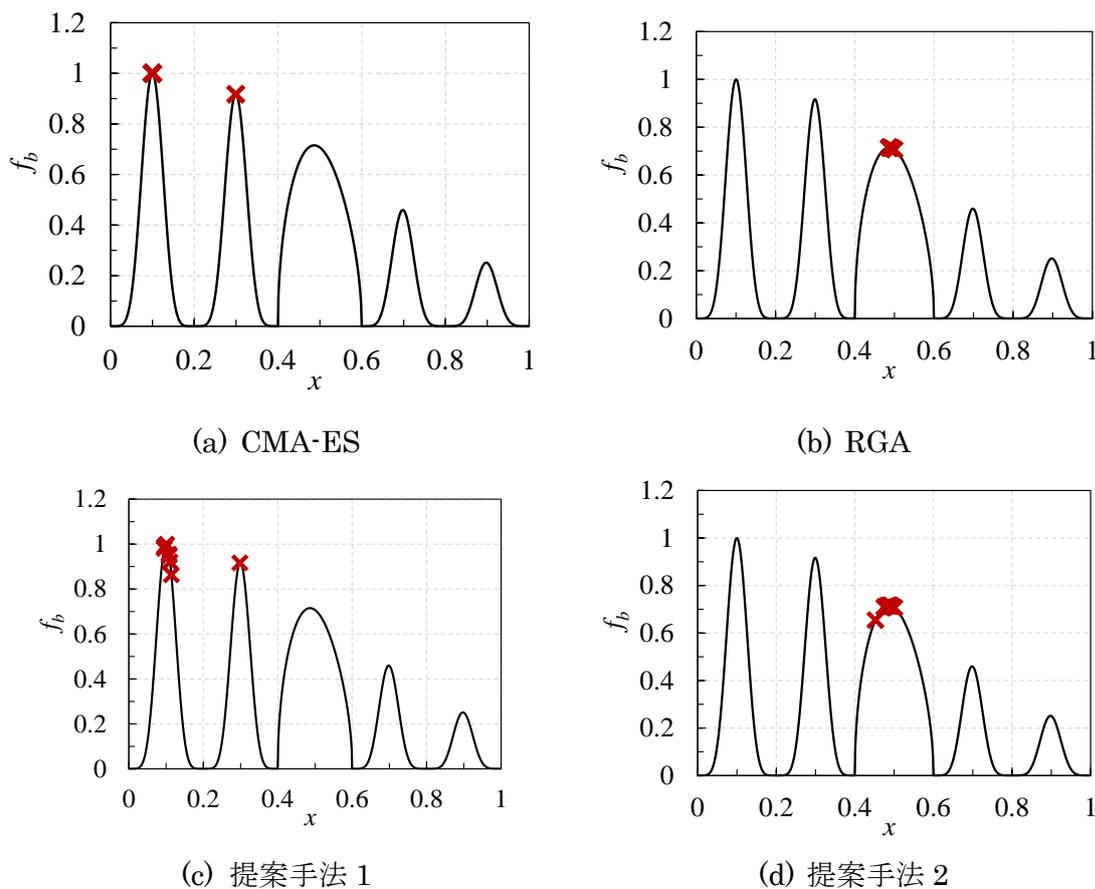


図 6.4 テスト問題 2(関数 $f_b$ )の最適化結果 ©2023 IEEE

### 6.3 材料モデル

#### 6.3.1 プライザツハモデル

BH 特性のばらつきを表現するために、プライザツハモデルを使用する。これは有限要素解析で広く用いられているヒステリシスモデルで、基本ヒステリシスループを積み重ねることで磁化特性を表現することができる。プライザツハモデルでは、磁化  $M$  を以下のように表現する[6.11][6.12]。

$$M = \iint_D K(H_u, H_v) dH_u dH_v + M_{min}, \tag{6.7}$$

ここで、 $H_u$ ,  $H_v$ ,  $K$ ,  $M_{min}$ は、それぞれ基本ヒステリシスループの上下の閾値、分布関数、 $M$ の最小値を示す。さらに、 $D$ は $-H_s \leq H_v \leq H_u \leq H_s$ を満たすプライザツハ平面上の三角形領域である。

### 6.3.2 材料特性のばらつきの考慮

本研究では材料ばらつきを考慮するために、式(6.7)のプライザッハ分布関数 $K(H_u, H_v)$ を下記3つのパラメータ $(A, \sigma_1, \sigma_2)$ を含む楕円指数をもつガウス分布と仮定した[6.12][6.13]。

$$K = \frac{A}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp \left[ -\frac{\left(\frac{H_u - H_v}{2}\right)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{\left(\frac{H_u + H_v}{2}\right)^2}{2\sigma_2^2} \right]. \quad (6.8)$$

また、磁束密度 $\mathbf{B}$ は次のように表される。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r^{\text{out}} \mathbf{H} + \mathbf{M}, \quad (6.9)$$

ここで、 $\mu_r^{\text{out}}$ は飽和領域の比透磁率である。また、 $\mathbf{M}$ は式(6.7)に基づいてプライザッハモデルから求めたものである。式(6.8)(6.9)の未知変数 $(A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}})$ を同定することにより任意のBH曲線を表現することができる。本研究では、第5章(文献[6.13])で実測値から同定した値 $(A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}}) = (0.81, 23.44, 24.50, 170.21)$ を基準値として使用した。また、材料パラメータ $(A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}})$ にばらつきを持たせて初期磁化曲線を生成すると図6.5のようなばらつきを含む初期磁化曲線を得ることができる。ここで、材料パラメータ $(A, \sigma_1, \sigma_2, \mu_r^{\text{out}})$ の値は平均を基準値、標準偏差を基準値の10%としたガウス分布で生成した。

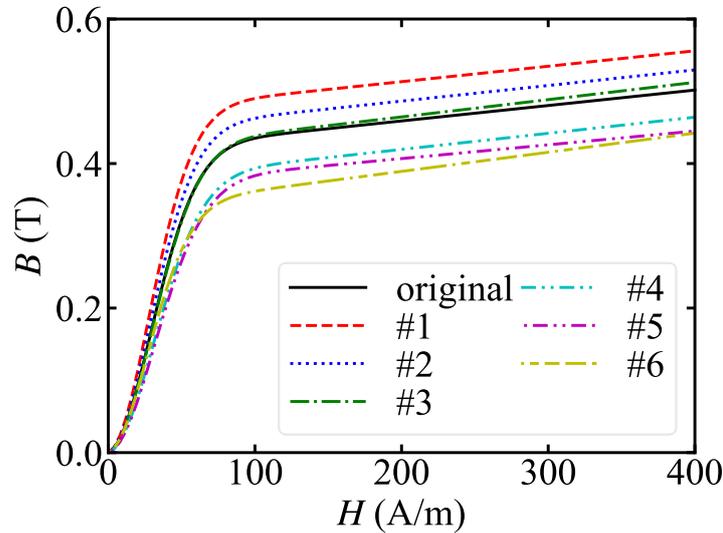


図 6.5 基準の初期磁化曲線(original)とばらつきを考慮して作成した6つの初期磁化曲線(#1-#6) ©2023 IEEE

## 6.4 パラメータ最適化

### 6.4.1 最適化問題

図 6.6 (a)に示す 2 次元磁気シールドシステムの最適化を検討した。この最適化の目的は、コイルから発生する磁束がターゲット領域に侵入するのを、できるだけ少ない磁性体で防ぐことである。図 6.6 (b)に示すように、設計領域に 6 つの設計パラメータ  $x$  を設定し、2 重磁気シールド形状についてパラメータ最適化を行った。ここで、 $x_1 + x_3 + x_5 \leq 50$ 、 $x_2 + x_4 + x_6 \leq 50$ とした。対象領域の平均磁束密度の大きさ  $B_{ave}^T$  を  $B_{ref}$  以下に保ちながら、磁性体の面積  $S_{mag}$  を最小化する問題とした。ここで、 $B_{ref}$  の大きさは 0.16 mT (設計領域がすべて空気の場合の  $B_{ave}^T$  の大きさの 0.145%) とした。すると、最適化問題は以下のように表現される。

$$F = \frac{1}{S_{mag}^{all}} S_{mag} \rightarrow \min., \tag{6.10}$$

$$\text{sub. to } B_{ave}^T \leq B_{ref},$$

ここで、 $S_{mag}^{all}$  は設計領域がすべて磁性体の場合の面積である。制約条件をペナルティ項  $P$  として導入すると下記の目的関数  $E$  となる。

$$E = F + P \rightarrow \min.$$

$$P = \begin{cases} C_1 \left| \frac{B_{ave}^T - B_{ref}}{B_{ref}} \right| + C_2, & \text{if } B_{ave}^T > B_{ref} ,, \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \tag{6.11}$$

ここで、ペナルティ項の重みである  $C_1, C_2$  はともに 1 と設定した。

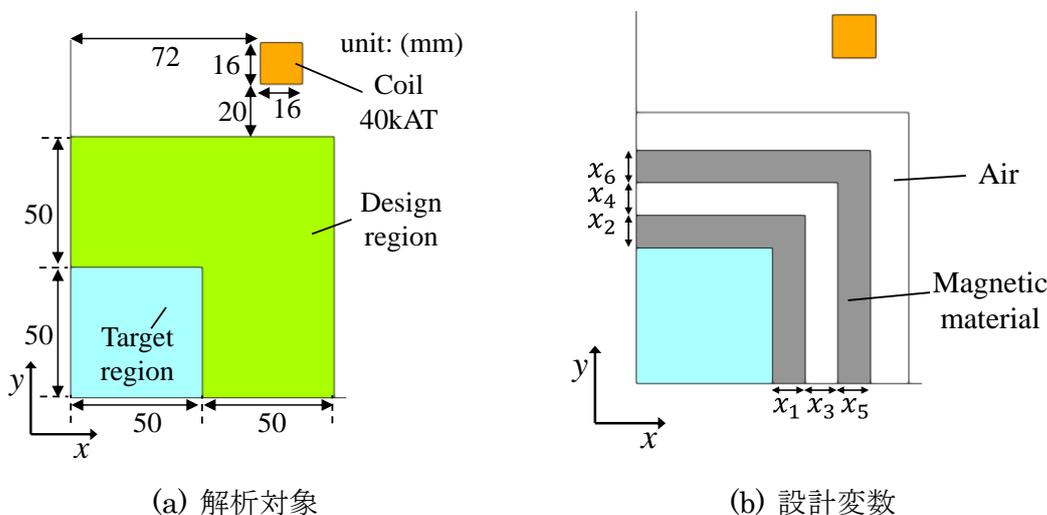


図 6.6 磁気シールドの最適化モデル(1/4 モデル) ©2023 IEEE

### 6.4.2 最適化結果

CMA-ES、RCMA-ES、GA、RGA を用いて式(6.11)を解き、設計パラメータである $x$ の大きさを求めることで磁性体形状のパラメータ最適化を行った。ここで、材料モデルは 6.3.2 節に示したモデルを用いた。また、解析条件を表 6.3 に示す。それぞれの手法で乱数を変えて、5回ずつ最適化を実施し、目的関数 $E$ が最小になる結果を採用した。最適化結果を図 6.7 に示す。CMA-ES と比較して、RCMA-ES で得られた内側のシールドは $x$ 軸方向に厚くなっていることがわかる。また、RGA を用いて得られた外側のシールドは、GA を用いて得られた外側のシールドよりも $x$ 軸方向が厚くなっている。目的関数 $E$ の値は、通常的手法である CMA-ES と GA が、ロバスト手法である RCMA-ES と RGA よりも良い値となっている。

図 6.7 に示す得られた最適化結果の形状に対して、材料パラメータにばらつきを持たせて有限要素法を 500 回実施した。その結果を表 6.4 にまとめる。CMA-ES と GA を用いて得られた解に比べ、RCMA-ES と RGA により得られた解は、平均値および偏差が小さく、ロバストな解であることがわかる。図 6.8 (a)に $E$ の密度分布を示す。RCMA-ES と RGA の分布は、CMA-ES と GA と比較して、小さい $E$ 領域でよりシャープにピークがあることが分かる。また、図 6.8 (b)に $B_{ave}^T$ の密度分布を示す。RCMA-ES と RGA で得られた解は、CMA-ES や GA と比べ、多くの領域で制約条件を満たしている。このことより、RGA と RCMA-ES の最適化形状は、磁気シールドを厚くし、磁性体面積を少し犠牲にすることで、材料に対するロバスト性を高めていることがわかる。

以上から、RGA と RCMA-ES を用いることで、パラメータ最適化において、計算負荷を増大させることなく、材料変動の変動に対してロバストな解を得られることが分かった。パラメータ最適化では、変数数が比較的少ないため、収束に十分な世代数を確保することができる。これに対し、トポロジー最適化では、通常、最適化変数の数が多くなる。トポロジー最適化におけるこれらの手法の性能については、次節で説明する。

表 6.3 解析条件(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE

	CMA-ES	RCMA-ES	(R)GA
Individual	60	60	60
Generation	600	600	600
$N_k$	-	3	-
$\alpha$	-	0.5	-
Crossover rate	-	-	0.9
Mutation rate	-	-	0.1

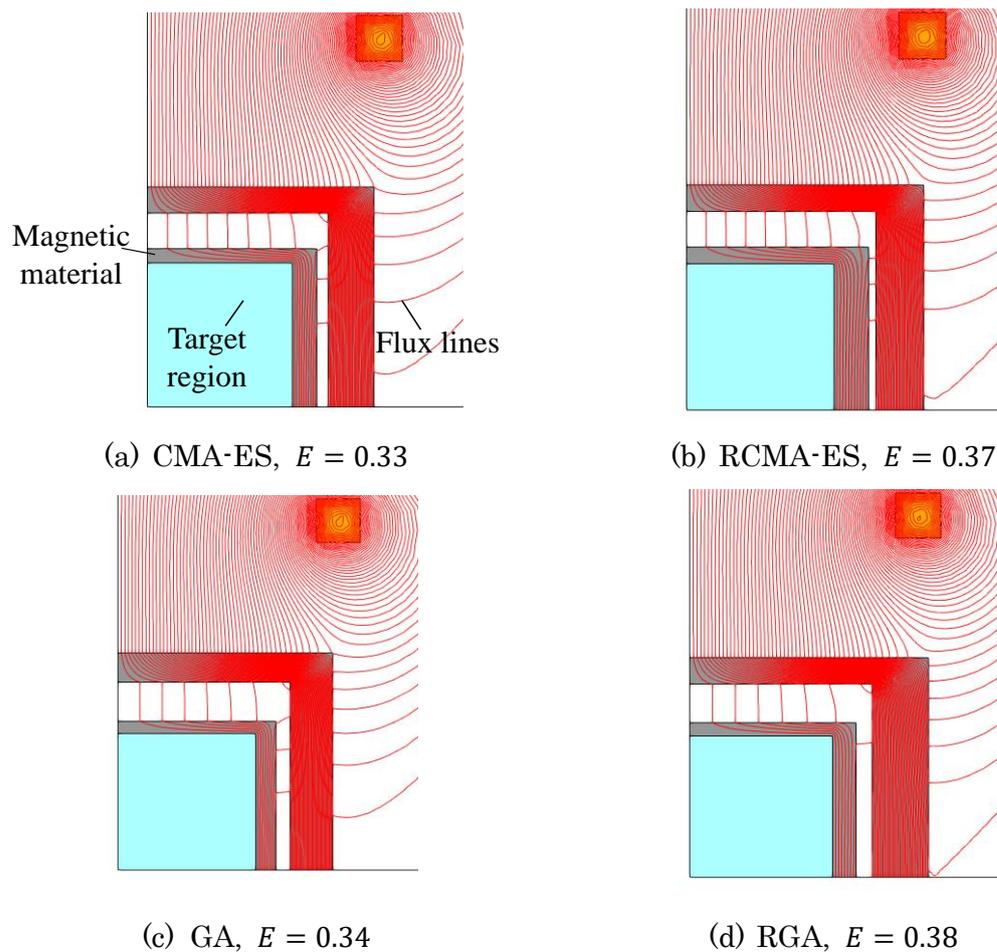


図 6.7 最適化結果(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE

表 6.4 目的関数 $E$ のばらつき性の検証(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023

IEEE

	CMA-ES	RCMA-ES	GA	RGA
mean	1.93	0.85	1.97	0.88
std	2.29	1.12	2.36	1.17
min	0.33	0.37	0.34	0.38
max	13.56	8.20	13.95	8.63

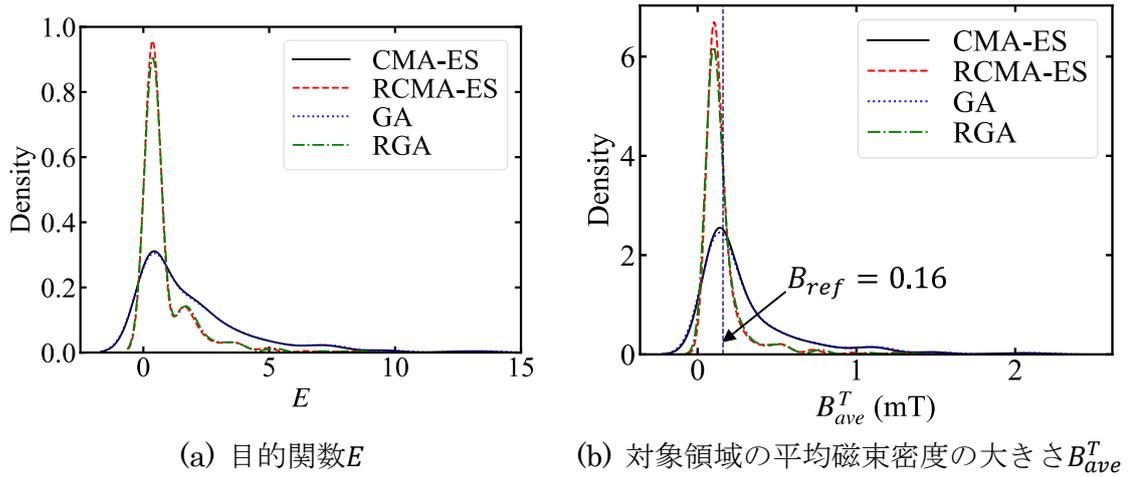


図 6.8 密度分布(磁気シールドのパラメータ最適化) ©2023 IEEE

## 6.5 トポロジー最適化

### 6.5.1 定式化

次に、提案手法をトポロジー最適化に適用することを考える。ここでは、トポロジー最適化として、NGnet on-off 法[6.14]を使用する。この方法では、以下の形状関数の出力から設計領域の物性を決定する。

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{N_G} w_i b_i(\mathbf{x}), b_i(\mathbf{x}) = G_i(\mathbf{x}) / \sum_{j=1}^{N_G} G_j(\mathbf{x}) \quad (6.12)$$

ここで、 $w_i, \mathbf{x}, N_G, G_j(\mathbf{x})$  はそれぞれ、重み係数、位置ベクトル、ガウス関数の数とガウス関数である。要素 $e$ の材料情報を $y(\mathbf{x}_e, \mathbf{w}) \geq 0 (< 0)$ の場合は磁性体(空気)とする。ここで、 $\mathbf{x}_e$ は要素の重心位置ベクトルである。このトポロジー最適化手法は、電気モータ[6.15]-[6.17]やワイヤレス電力伝送装置[6.18]の設計に有効であることが示されている。

### 6.5.2 磁気シールドの最適化結果

6.4 節に示した磁気シールドの設計最適化問題をトポロジー最適化で解いた。ここで、図 6.9 に示すように設計領域に 96 個のガウス関数を配置した。CMA-ES、RCMA-ES、GA、RGA を用いて式(6.11)を解き、式(6.12)のガウス関数の重み $w$ の大きさを求めることで磁性体形状のトポロジー最適化を行った。解析条件は表 6.5 にまとめる。最適化は、乱数を変えてそれぞれの手法で 5 回ずつ行い、目的関数  $E$  が最小となる結果を採用した。最適化結果を図 6.10 に示す。CMA-ES の結果は薄い 2 つのシールドがある形状となっている。RCMA-ES の形状は、シールドが CMA-ES に比べ厚く、内側のシールドと外側のシールドが下部で結合している。この形状は、下部の結合部分により、磁性体の厚みを大き

くし、磁気飽和を緩和していると考えられる。また、目的関数  $E$  は CMA-ES が最も良く、材料のばらつきを考慮しなければ、CMA-ES で得られた最適な形状が目的に合った最も良い形状であると考えられる。さらに、図 6.10 (a)の目的関数の値は図 6.7 (a)より小さな値となっており、トポロジー最適化を行うことによって、パラメータ最適化では探索できなかったよりよい形状を探索できたことがわかる。

次に、最適化結果の形状の材料ばらつきに対するロバスト性の検証を行った。図 6.10 に示すに示す得られた最適化結果の形状に対して、材料パラメータにばらつきを持たせて有限要素法を 500 回実施し、目的関数  $E$  の値を評価した。結果を表 6.6 にまとめた。表 6.6 に示すように、RCMA-ES は他の手法で得られた値よりも平均値および偏差値が小さく、ロバストな解であることがわかる。なお、RGA は平均値と標準偏差の値が大きく、ロバストな解を得ることができなかった。図 6.11 (a)に  $E$  の密度分布を示す。RCMA-ES の分布は  $E$  が小さい領域で最も鋭いピークを持っているのに対し、CMA-ES の分布は最も低いピークであることがわかる。これは、CMA-ES は  $E$  の値が最も小さくなる解に収束するが、材料のばらつきに強く影響されるロバスト性が低い解であることを示している。また、図 6.11 (b)に  $B_{ave}^T$  の密度分布を示す。RCMA-ES は他の手法に比べ、より広い領域で制約を満たしていることがわかる。RCMA-ES の最適化結果の形状は、磁性体面積を少し犠牲にして、材料に対するロバスト性を高めていることがわかる。

以上より、提案手法である RCMA-ES はトポロジー最適化に対して計算負荷を増大させることなくロバストな解を提供するのに対し、RGA はこの問題に対して有効でないことが分かった。トポロジー最適化は変数数が多いため、RGA では個体数に対して十分な世代数を確保できず、時間(世代)平均による個体の期待値を求めることができなかったため、ロバスト解にならなかったと考えられる。

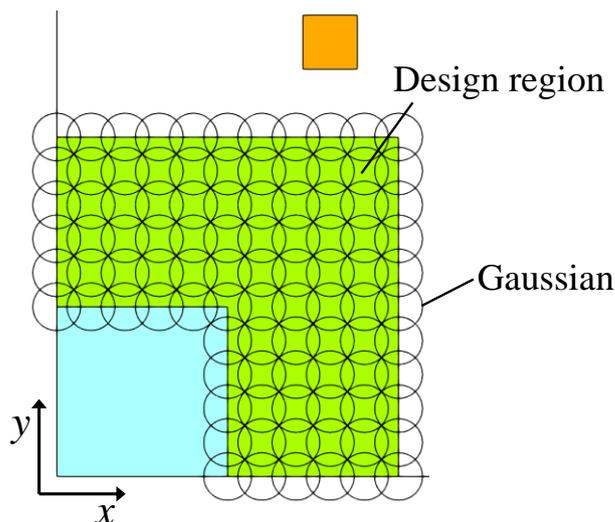


図 6.9 ガウス関数の配置 ©2023 IEEE

表 6.5 解析条件(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

	CMA-ES	RCMA-ES	(R)GA
Individual	180	180	180
Generation	300	300	300
$N_k$	-	3	-
$\alpha$	-	0.8	-
Crossover rate	-	-	0.8
Mutation rate	-	-	0.3

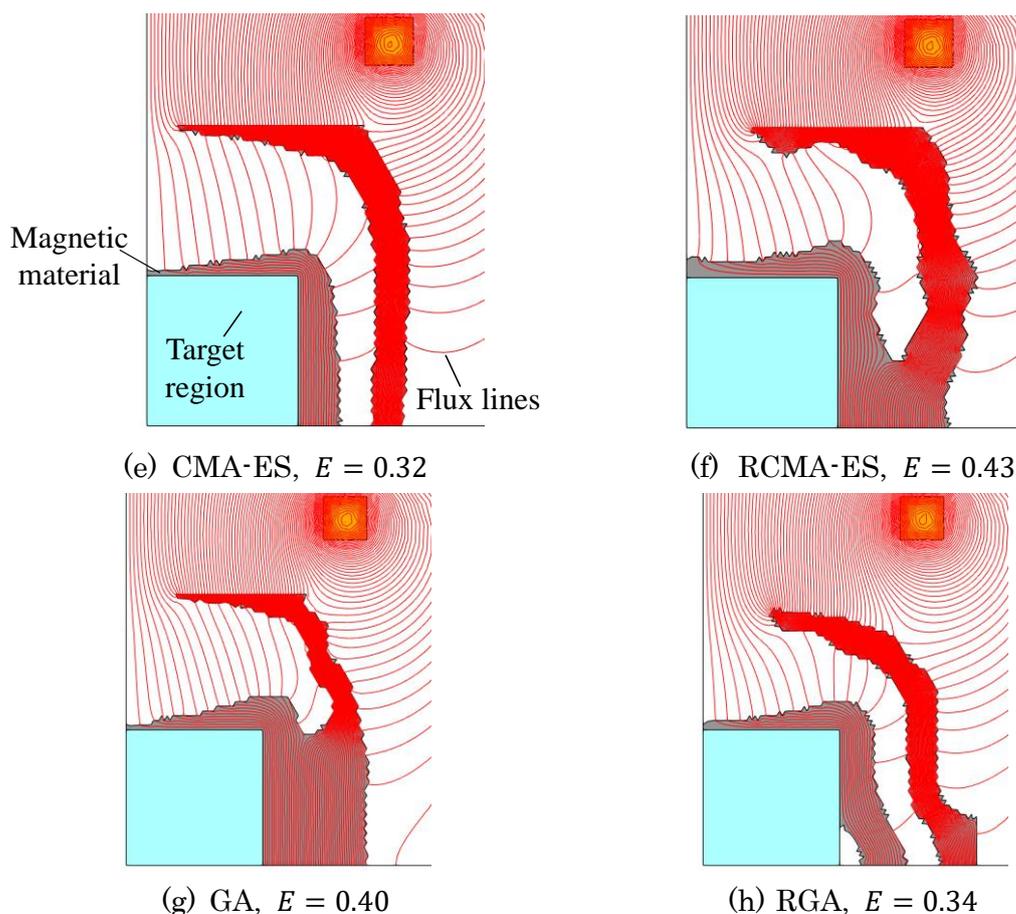


図 6.10 最適化結果(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

表 6.6 目的関数 $E$ のばらつき性の検証(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023

	IEEE			
	CMA-ES	RCMA-ES	GA	RGA
mean	1.75	0.86	1.37	1.40
std	2.08	0.84	1.27	1.62
min	0.32	0.43	0.40	0.34
max	12.64	6.29	8.38	10.48

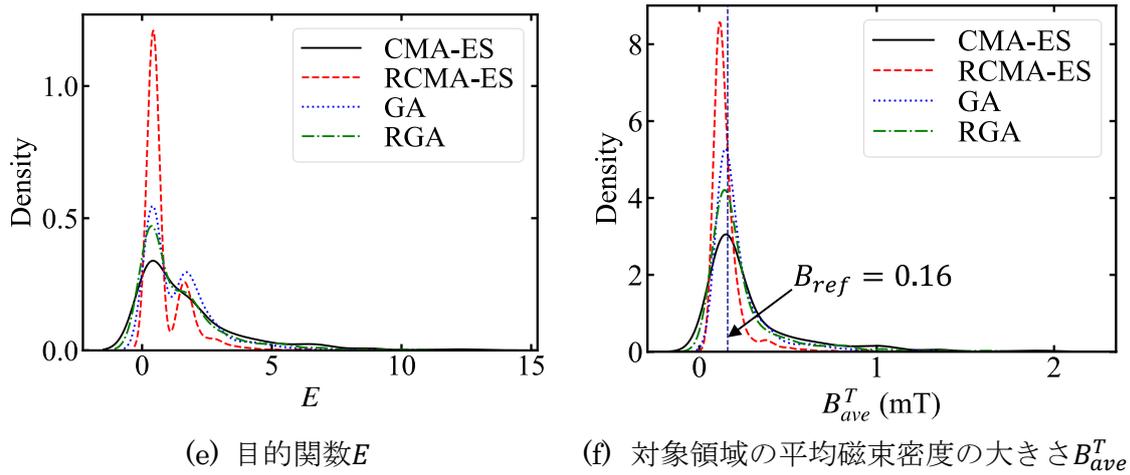


図 6.11 密度分布(磁気シールドのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

### 6.5.3 アクチュエータの最適化問題

次に、図 6.12 (a)に示すアクチュエータのトポロジー最適化問題[6.19]を考える。ここで、図 6.12 (b)に示すように、設計領域内に 181 個のガウス関数を配置した。この問題の目的は、できるだけ少ない磁性材料を用いて、エアギャップ内の磁気エネルギーを最大化することである。本最適化では、ギャップへの磁気エネルギーの大きさに関わる対象領域の平均磁束密度の大きさ $B_{ave}^T$ を $B_{ref}$ 以上に保ちながら、磁性体の面積 $S_{mag}$ を最小化する問題として考える。ここで、 $B_{ref}$ の大きさは 80 mT (初期形状の $B_{ave}^T$ の大きさの 187 倍)とした。最適化問題は以下のように表現される。

$$F = \frac{1}{S_{mag}^{all}} S_{mag} \rightarrow \min., \quad (6.13)$$

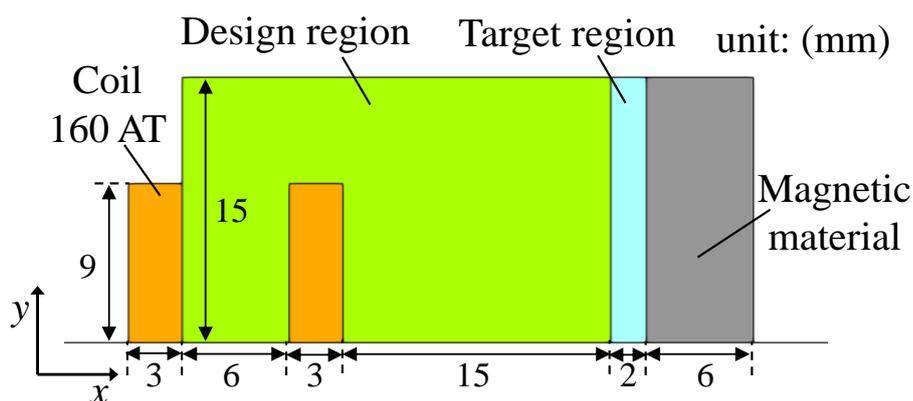
$$\text{sub. to } B_{ave}^T \geq B_{ref},$$

ここで、 $S_{mag}^{all}$ は設計領域がすべて磁性体の場合の面積である。制約条件をペナルティ項 $P$ として導入すると下記の目的関数 $E$ となる。

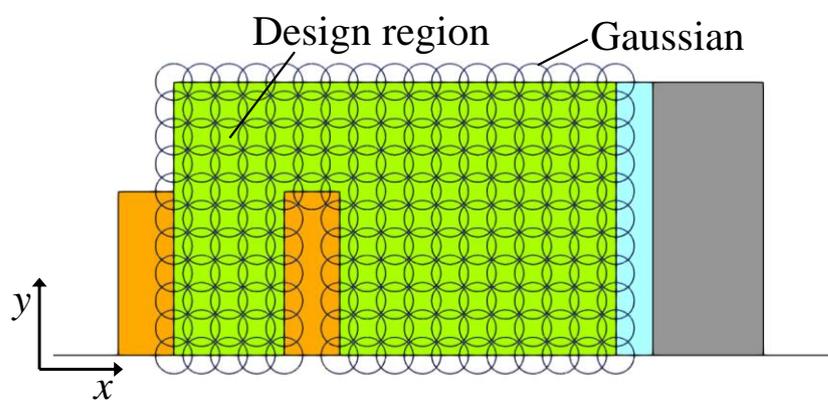
$$E = F + P \rightarrow \min.$$

$$P = \begin{cases} C_1 \left| \frac{B_{ave}^T - B_{ref}}{B_{ref}} \right| + C_2, & \text{if } B_{ave}^T < B_{ref}, \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \quad (6.14)$$

ここで、ペナルティ項の重みである $C_1, C_2$ はそれぞれ 50, 1 とした。



(a) 解析対象



(b) ガウス関数の配置

図 6.12 アクチュエータの最適化モデル(1/2 モデル) ©2023 IEEE

### 6.5.4 アクチュエータの最適化結果

CMA-ES、RCMA-ES、GA、RGA を用いて式(6.14)を解き、式(6.12)のガウス関数の重み  $w$  の大きさを求めることで磁性体形状のトポロジー最適化を実施した。解析条件は表 6.7 に示す。最適化は、乱数を変えてそれぞれの手法で 5 回ずつ行い、目的関数  $E$  が最小となる結果を採用した。最適化結果を図 6.13 に示す。CMA-ES に対応する最適化形状は、コイルか対象領域まで磁性体が伸び、ギャップを覆うように扇状に形成されており、ギャップ内の磁場が均一化されていることがわかる。また、RCMA-ES で得られた最適化形状は、CMA-ES で得られた最適化形状よりも厚みが増している。

次に、最適化結果の形状の材料ばらつきに対するロバスト性の検証を行った。図 6.13 に示す得られた最適化結果の形状に対して、材料パラメータにばらつきを持たせて有限要素法を 500 回実施し、目的関数  $E$  の値を評価した結果を表 6.8 とその密度分布を図 6.14 に示す。磁気シールドの場合と同様に、RCMA-ES は他の手法で得られた値よりも平均値と偏差の大きさが小さく、ロバストな解であることがわかる。また、図 6.14 (b)に  $B_{ave}^T$  の

密度分布を示す。RCMA-ES は他の手法に比べ、より広い領域で制約を満たしていることがわかる。

以上より、提案手法である RCMA-ES は、材料ばらつきを伴うアクチュエータトポロジー最適化に対しても、計算負荷を増大させることなく、ロバストな解を提供することがわかった。

表 6.7 解析条件(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

	CMA-ES	RCMA-ES	(R)GA
Individual	240	240	240
Generation	400	400	400
$N_k$	-	3	-
$\alpha$	-	0.7	-
Crossover rate	-	-	0.8
Mutation rate	-	-	0.3

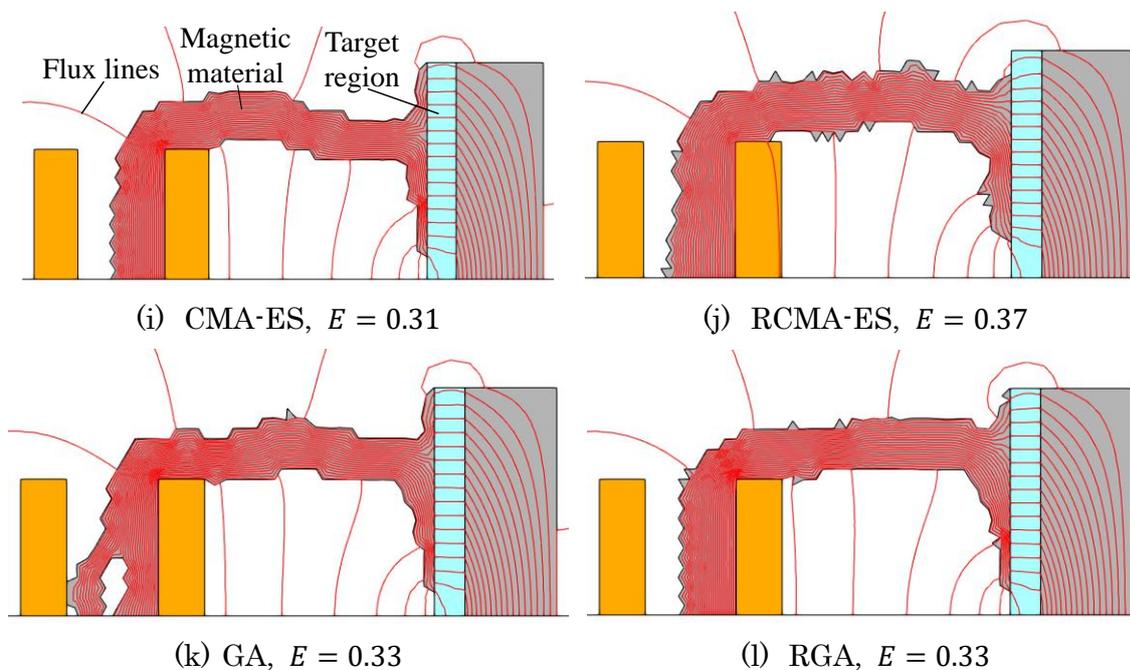


図 6.13 最適化結果(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

表 6.8 目的関数Eのばらつき性の検証(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023

	IEEE			
	CMA-ES	RCMA-ES	GA	RGA
mean	1.55	1.13	1.56	1.41
std	1.50	1.16	1.49	1.41
min	0.31	0.37	0.33	0.33
max	7.27	6.09	7.27	6.96

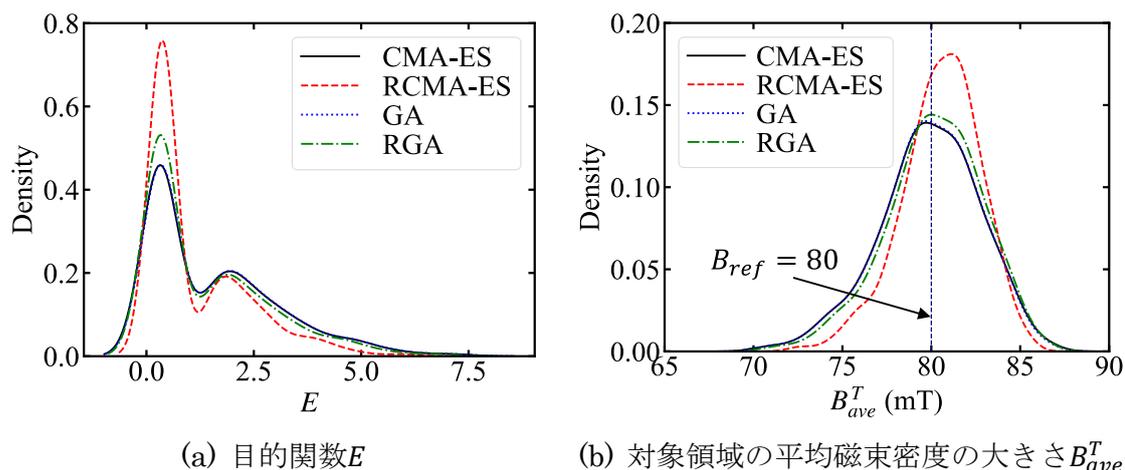


図 6.14 密度分布(アクチュエータのトポロジー最適化) ©2023 IEEE

## 6.6 第6章まとめ

以下に、第6章で述べたことをまとめる。本章では、磁気デバイスのロバスト設計手法を提案した。本手法では、前世代の近傍個体の局所平均を用いて、計算量を増やすことなく目的関数の期待値を評価する。提案手法を用いることで、磁気デバイスのロバスト設計最適化を実現できる。また、磁気シールドのパラメータ最適化・トポロジー最適化、磁気アクチュエータのトポロジー最適化について、提案手法である RCMA-ES の性能を GA、RGA、CMA-ES と比較した。提案手法は、特に設計変数の数の多いトポロジー最適化に有効であることを示し、提案手法を用いることで材料ばらつきの影響を受けにくいロバストな最適形状を得ることができた。

## 参考文献

- [6.1] G. Steiner, A. Weber, and C. Magele, "Managing uncertainties in electromagnetic design problems with robust optimization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 1094-1099, 2004.
- [6.2] T. Yamazaki, A. Maruo, A. Hasone, J. Taniguchi and H. Igarashi, "Study on Sequence Problem Optimization Using Variation-Robust Multi-Objective Optimization Genetic Algorithm Design," *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, vol. 16, no. 5, pp. 1-10, October 2022.
- [6.3] S. Tsutsui and A. Ghosh, "Genetic algorithms with a robust solution searching scheme," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 3, pp. 201-208, 1997.
- [6.4] T. Maruyama and H. Igarashi, "An Effective Robust Optimization Based on Genetic Algorithm," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 6, pp. 990-993, June 2008.
- [6.5] N. Hansen and A. Ostermeier, "Completely Derandomized Self-Adaptation in Evolution Strategies," *Evolutionary Computation*, vol. 9, no. 2, pp. 159-195, June 2001.
- [6.6] T. Sato, M. Fujita, M. Okubo, and H. Ishizuka, "A Topology Optimization of Hydroelectric Generator Using Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy," *2020 23rd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2020, pp. 571-576.
- [6.7] T. Sato and M. Fujita, "A Data-Driven Automatic Design Method for Electric Machines Based on Reinforcement Learning and Evolutionary Optimization," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 71284-71294, 2021.
- [6.8] A. Maruo and H. Igarashi, "Analysis of Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite Using Discrete Element Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, pp. 1-5, 2019.
- [6.9] H. Sato, A. Maruo and H. Igarashi, "Analysis of nonlinear magnetic properties of soft magnetic composite using 2D and 3D discrete element methods," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 64, no. 1-4, pp. 483-492, 2020.
- [6.10] K. Deb and D. E. Goldberg, "An investigation of niche and species formation in genetic function optimization," in *Proc. Int. Conf. Genetic Algorithms*, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 42-50.
- [6.11] F. Preisach, "Über die Magnetische Nachwirkung," *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, pp. 277-302, 1935.
- [6.12] E. Della Torre., "Magnetic Hysteresis," *IEEE Press*, 1999.
- [6.13] A. Maruo, H. Igarashi, Y. Sato, and K. Kawano, "Identification of Magnetization Characteristics of Material From Measured Inductance Data," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, pp. 1-5, 2019.
- [6.14] T. Sato, K. Watanabe, and H. Igarashi, "Multimaterial topology optimization of electric machines based on normalized Gaussian network," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, pp. 1-4, Mar. 2015.

- [6.15] S. Hiruma, M. Ohtani, S. Soma, Y. Kubota, and H. Igarashi, "Novel Hybridization of Parameter and Topology Optimizations: Application to Permanent Magnet Motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 7, 8204604, 2021.
- [6.16] Y. Otomo, H. Igarashi, T. Sato, Y. Suetsugu, and E. Fujioka, "2.5-D Multi-Phase Topology Optimization of Permanent Magnet Motor Using Gaussian Basis Function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 58, no. 9, 8205404, 2022.
- [6.17] H. Sasaki, Y. Hidaka and H. Igarashi, "Prediction of IPM Machine Torque Characteristics Using Deep Learning Based on Magnetic Field Distribution," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 60814-60822, 2022.
- [6.18] Y. Otomo and H. Igarashi, "A 3-D Topology Optimization of Magnetic Cores for Wireless Power Transfer Device," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, 8103005, 2019.
- [6.19] S. Park and S. Min, "Design of Magnetic Actuator With Nonlinear Ferromagnetic Materials Using Level-Set Based Topology Optimization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 2, pp. 618-621, 2010.



## 第7章 結論

本研究では、磁気デバイス設計の高度化・実用化を目的として、磁気デバイスの設計最適化技術を開発した。磁気デバイスの設計最適化を行うにあたり、従来法では下記の課題が存在した。

- ・ 社会のニーズの多様化・高度化に伴い、磁気デバイスの設計最適化問題の設計変数が増え、膨大な組合せ問題が発生していること。また、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンを使用することが有効であると考えられるが、イジングマシンを用いて、磁気デバイスの設計最適化問題を解く手法が十分に議論されていないこと。
- ・ 磁気デバイスの解析には初期磁化曲線やヒステリシス特性が必要であるが、磁性材料のBH特性測定には特別な測定器を必要とすること。さらに、磁気飽和領域を測定することは困難であること。
- ・ 材料特性のばらつきを考慮せずに設計最適化を行うと、材料特性の変動に弱い形状に解が収束してしまい、実用的でない解となってしまうこと。

本研究ではこれらの従来法における課題を解決するため、イジングマシンを用いた磁気デバイスの最適設計手法、材料特性の同定手法、材料ばらつきを考慮した設計最適化手法の開発を行った。以下に各内容の詳細を示し、最後に今後の展望を述べる。

### 7.1 イジングマシンを用いた最適設計

第2章から第4章では、組合せ最適化問題を解くことに特化した計算機であるイジングマシンを用いた磁気デバイスの最適設計手法を確立するために、イジングマシンを用いた磁石配列の最適化手法、イジングマシンを用いたコイルと磁石の同時最適化手法及びイジングマシンを用いた磁気デバイスのトポロジー最適化手法を提案した。本検討により得られた知見は下記の通りである。

- ・ イジングマシンを用いた平面磁石の高速最適化手法を提案した。イジングマシンを用いて最適化問題を解くために、平面磁石の最適化問題を QUBO 形式に定式化した。イジングマシンを用いて最適化することで、中心に  $x$  軸方向の磁石があり、その周りを水平方向に磁化した台形磁石が取り囲む構造の磁石配置が得られた。従来の2次元ハルバッハ配列と異なり、提案手法により得られた磁石配置は非磁化の領域が存在しなく、磁束の大きさが17%アップした。本問題において、従来法である焼きなまし法と比較して、より良い結果が得られた。また、観測点を増やした解析を行うことで、提案手法により得られた最適磁石配列を振動発電機に適用した際の振動発電機の電圧を向上させることができることが確認できた。

- ・ イジングマシンを用いた磁石配列最適化手法を拡張して、イジングマシンを用いた振動発電機のコイルと磁石の高速同時最適化手法を提案した。最適化問題は、量子アニーリングでも有効な QUBO 問題として定式化され、イジングマシンを用いて最適化することができた。提案手法を用いたコイルと磁石同時最適化結果は固定コイルに対する磁石の最適化と比較して、出力電圧が向上することを示した。さらに、最適配列はコイルと磁石のギャップ幅に強く依存することがわかった。
- ・ イジングマシンを用いるために、永久磁石と磁気コアのトポロジー最適化に対して、QUBO 定式化を提案した。さらに、提案した定式化は、量子アニーリングにも有効である。最適化された永久磁石形状により、所定の磁気誘導分布の生成に成功した。また、磁化と磁気コアのトポロジーを繰り返し決定することで、提案手法を用いて最適な磁気シールド形状を得ることができた。

## 7.2 材料特性の同定手法

第 5 章では、測定が容易なインダクタのインダクタンス特性からインダクタのコアの磁気特性を同定する新しい手法を提案した。本検討により得られた知見は下記の通りである。

- ・ インダクタの磁性コアに用いられるフェライトの磁気特性をインダクタのインダクタンス特性から同定する新しい手法を提案した。本手法を用いれば BH ループ測定用の特別な測定器が不要とため、有益な手法である。今回の数値解析例では提案手法の同定結果は満足が得られるものであった。

## 7.3 材料ばらつきを考慮した設計最適化手法

第 6 章では、磁気デバイスの設計の実問題適用を目指し、材料特性のばらつきを考慮したロバスト設計最適化手法を提案した。本検討により得られた知見は下記の通りである。

- ・ CMA-ES を用いたロバスト最適化手法である RCMA-ES を提案した。本手法では、前世代の近傍個体の局所平均を用いて、計算量を増やすことなく目的関数の期待値を評価する。第 5 章で求めた材料モデルと提案手法を用いることで、磁気デバイスのロバスト設計最適化を実現した。また、磁気シールドのパラメータ最適化・トポロジー最適化、磁気アクチュエータのトポロジー最適化について、提案手法である RCMA-ES の性能を GA、RGA、CMA-ES と比較した。提案手法は、特に設計変数の数の多いトポロジー最適化に有効であることを示し、提案手法を用いることで材料ばらつきの影響を受けにくいロバストな最適形状を得ることができた。

## 7.4 今後の展望

イジングマシンを用いた最適設計では、磁石配列、磁石とコイル、磁気コアの形状をイジングマシンにより高速最適化することに成功した一方で、現在は実際のデバイスへの適用事例が不足しているため、適用事例を増やしていく必要があると考えている。また、実問題適用を考えると、熱や力学特性も同時に最適化することが望ましいので、熱や力学特性の最適化を QUBO 形式に定式化して、磁気の問題と同じようにイジングモデルで扱えるように検討する必要がある。適用する問題に応じて、考慮する特性を選択できるようにしておくとともにさらに手法の有効性が向上すると考えられる。

材料特性の同定手法では、測定が容易なインダクタのインダクタンス特性からインダクタのコアの磁気特性を同定することに成功した一方で、様々な材料に対応できるような表現能力向上のため、陰関数の分布関数への提案手法の拡張の実現の必要があると考えている。また、本研究では解析的に解の一意性を解析的に示したが、手法の改善のためには理論的な証明も必要である。

材料ばらつきを考慮した設計最適化手法では、材料特性のばらつきを考慮したロバスト設計を実現したが、製造まで考慮すると形状のばらつきなどその他ばらつきの影響の考慮も必要となると考えている。また、今回ばらつきの大きさはガウス分布に従っていると仮定し、仮定した大きさのばらつきを加えたが、実際のばらつきを最適化に反映させる仕組みが必要であると考えている。さらに、今回は連続値の最適化のため RCMA-ES を用いたが、離散値の最適化を行うために、イジングマシンを用いた最適設計手法をロバスト化への拡張も検討する必要がある。



## 謝辞

本研究の遂行にあたり、多くの方々にお世話になりました。ここに厚く感謝の意を表します。

研究生生活において、常に温かいご指導を賜り、その全般にわたって終始熱心にご指導いただきました、北海道大学大学院情報科学研究院五十嵐一教授に厚く御礼申し上げます。また、日頃から数々の有益なご助言を頂きました野口聡准教授に拝謝致します。

北海道大学大学院情報科学院小笠原悟司教授、北裕幸教授には論文に関し非常に有益なご助言をいただきました。心より感謝申し上げます。

本研究の実施にあたりまして、富士通株式会社の皆様には博士課程進学にあたり多大な理解をいただきました。特に、岩井大介氏、宮島豊生氏、遠藤康浩氏、大島弘敬氏、添田武志氏、實宝秀幸氏、山崎貴司氏、下川聡氏には博士課程への後押しや研究に対するご助言をしていただき大変お世話になりました。ここに厚く御礼を申し上げます。

そして、遠隔のやり取りにも関わらず円滑に事務処理をしていただきました事務補佐員の齊藤尚代氏、技術職としてご尽力いただきました今井適氏に厚く御礼申し上げます。

さらに、明るい雰囲気のもとで研究させて頂き、数々のご助言、ご協力を頂きました同研究室の皆様へ御礼申し上げます。特に、同研究室卒業生である佐藤孝洋氏、佐藤佑樹氏、佐々木秀徳氏、比留間真悟氏、大友佳嗣氏、石田智和氏には研究やプライベートにおいても様々なご助言をいただき心より感謝申し上げます。

また、学会参加に伴い、様々な大学の先生方に非常にお世話になりました。特に、山形大学の神谷淳教授、東京工科大学の生野壮一郎教授には、研究に関してご助言をいただいただけでなく、様々なことをご教授いただきました。ここに心より感謝いたします。

最後に、様々な場面で応援してくれ、暖かく見守り続けてくれた両親、家族に心から感謝いたします。

令和5年1月 丸尾 昭人



## 研究業績

### 論文(査読付学会誌等)

1. T. Sugisawa, A. Maruo, S. Kanie and H. Igarashi, “Wireless Sensor Using Electromagnetic Vibration Energy Harvester,” *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 26, no. 2, pp. 407-412, 2018.
2. A. Maruo and H. Igarashi, “Magnetic circuit modeling of chaotic vibration energy harvester,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 59, no. 2, pp. 567-575, March 2019.
3. A. Maruo, H. Igarashi, Y. Sato and K. Kawano, “Identification of Magnetization Characteristics of Material From Measured Inductance Data,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, pp. 1-5, June 2019.
4. A. Maruo and H. Igarashi, “Analysis of Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite Using Discrete Element Method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, pp. 1-5, June 2019.
5. A. Maruo, H. Igarashi, H. Oshima and S. Shimokawa, “Optimization of Planar Magnet Array Using Digital Annealer,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 56, no. 3, pp. 1-4, March 2020.
6. H. Sato, A. Maruo and H. Igarashi, “Analysis of nonlinear magnetic properties of soft magnetic composite using 2D and 3D discrete element methods,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 64, no. 1-4, pp. 483-492, December 2020.
7. A. Maruo, T. Soeda and H. Igarashi, “Topology Optimization of Electromagnetic Devices Using Digital Annealer,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 58, no. 9, pp. 1-4, Sept. 2022.
8. T. Yamazaki, A. Maruo, A. Hasone, J. Taniguchi and H. Igarashi, “Study on Sequence Problem Optimization Using Variation-Robust Multi-Objective Optimization Genetic Algorithm Design,” *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, vol. 16, no. 5, pp. 1-10, October 2022.
9. A. Maruo and H. Igarashi, “Robust Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy: Optimal Design of Magnetic Devices Considering Material Variation,” *IEEE Access*, submitted.

### 論文(査読付国際会議プロシーディング)

1. A. Maruo, H. Oshima and H. Igarashi, “Design Optimization of Coils and Magnets in Vibration Energy Harvester Using Digital Annealer,” *2020 IEEE 19th Biennial Conference*

*on Electromagnetic Field Computation (CEFC)*, 2020, pp. 1-4.

## 講演(国際会議)

1. A. Maruo, T. Sugisawa, H. Igarashi, “Magnetic Circuit Model of Vibration Energy Harvester Based on Electromagnetic Induction,” 35th Japan Society for Simulation Technology Annual Conference (JSST2016), Kyoto, Japan, October, 16.
2. A. Maruo, T. Sugisawa, H. Igarashi, “Magnetic circuit modeling of chaotic vibration energy harvester,” ISEM2017, O-SAM-3:2, Chamonix-Mont-Blanc, France, September, 2017.
3. A. Maruo, H. Igarashi, “Optimization of Planar Magnet Array for Vibration Energy Harvester,” OIPE2018, P22, Hall in Tirol and Innsbruck, Austria, September, 2018.
4. A. Maruo, H. Igarashi, “Modeling of Soft Magnetic Composite Using Cell Automaton,” JSST2018, OS2-3, Hokkaido, Japan, September, 2018.
5. A. Maruo, H. Igarashi, “Analysis of Magnetic Properties of Soft Magnetic Composite Using Discrete Element Method,” CEFC2018, MO2-1, Hangzhou, China, October, 2018.
6. A. Maruo, H. Igarashi, Y. Sato, K. Kawano, “Identification of Magnetization Characteristics of Material from Measured Inductance Data,” CEFC2018, TAP3-4, Hangzhou, China, October, 2018.
7. A. Maruo, H. Igarashi, H. Oshima and S. Shimokawa, “Optimization of Planar Magnet Array Using Digital Annealer,” COMPUMAG 2019, Paris, France, 2019.
8. A. Maruo H. Oshima, H. Igarashi, “Design Optimization of Coils and Magnets in Vibration Energy Harvester Using Digital Annealer”, CEFC2020, 974, Online, Nov. ,2020.
9. A. Maruo, T. Soeda and H. Igarashi, “Topology Optimization of Electromagnetic Devices Using Digital Annealer,” COMPUMAG 2021, PC-A1, CMP-149, Online, January, 2021.

## 講演(国内会議)

1. 丸尾昭人, 杉澤健, 五十嵐一:「磁気回路法による非線形振動系の解析」, 非線形問題の解法と可視化に関する研究会, 岐阜, 7月, 2016.
2. 丸尾昭人, 五十嵐一:「電磁誘導型振動発電機の磁気回路モデルの検討」, 計算力学講演会, OS24-1-148, 大阪, 9月, 2017.
3. 杉澤健, 丸尾昭人, 五十嵐一:「電磁誘導型振動発電機を用いた無線センサー」, 第26回 MAGDA コンファレンス, P-A22, 石川, 10月, 2017.
4. 丸尾昭人, 五十嵐一:「圧粉磁心の複素透磁率の粒子形状依存性」, 平成30年電気学会全国大会, 5-129, 福岡, 3月, 2018.
5. 丸尾昭人, 五十嵐一:「離散要素法と有限要素法を用いた圧粉磁心の磁気特性解析」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-18-057, RM-18-076, 三重, 8月, 2018.
6. 丸尾昭人, 五十嵐一:「振動発電機のための平面磁石配置の最適設計」, 平成30年

- 電気学会 電子・情報・システム部門大会, MC3-1, 北海道, 9月, 2018.
7. 丸尾昭人, 五十嵐一:「粒子法を用いた圧粉磁心のモデリングと電磁界解析」, 非線形問題の解法と可視化に関する研究会, 岐阜, 1月, 2019.
  8. 丸尾昭人, 大島弘敬, 五十嵐一:「デジタルアニーラを用いた薄型 SPM モータの3次元磁石配置最適化」, 電気学会静止器回転機合同研究会, 京都, SA-20-017, RM-20-017, 1月, 2020.
  9. 丸尾昭人, 大島弘敬, 五十嵐一:「デジタルアニーラを用いた振動発電デバイスの設計最適化」, 令和2年電気学会全国大会, 東京, 3月, 2020.
  10. 丸尾昭人, 添田武志, 五十嵐一:「デジタルアニーラを用いた電気機器のトポロジー最適化」, 令和3年電気学会全国大会, オンライン, 3月, 2021.
  11. 丸尾昭人, 添田武志, 五十嵐一:「ガウス過程回帰と多目的遺伝的アルゴリズムを用いた逐次近似多目的最適化手法」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2021年春季研究発表会, オンライン, 3月, 2021.
  12. 丸尾昭人, 添田武志, 山崎 貴司:「遺伝的アルゴリズムを用いた全体最適化手法の検討」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2021年春季研究発表会, オンライン, 3月, 2021.
  13. 丸尾昭人, 實宝秀幸:「デジタルアニーラによる分子類似度評価を用いた高精度クラスタリング」, 第82回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン, 9月, 2021.
  14. 丸尾昭人, 本間健司, 藤原海都, 臼井祐生, 吉永昌史, 實宝秀幸:「リチウム二次電池用固体電解質の組成&プロセス条件最適化」, 第83回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン, 9月, 2022.
  15. 丸尾昭人, 實宝秀幸, 添田武志:「遺伝的アルゴリズムを用いた大規模混合物設計最適化手法」, 日本応用数理学会 2022年度年会, オンライン, 9月, 2022.
  16. 丸尾昭人, 山崎貴司, 猪谷宜彦, 羽染あや乃, 五十嵐一:「材料ばらつきを考慮したコスト-製造性多目的トポロジー最適化」, MAGDA2022, 鹿児島, 11月, 2022.

## 受賞

1. 「JSST2016 Student Presentation Award」受賞, 2017年1月26日
2. 「William Wheeler Prize(ウィリアム・ウィラー賞)」受賞, 2017年3月25日
3. 「JSST2017 Encouragement Award」受賞, 2017年10月26日
4. 「平成30年静止器研究会 優秀奨励賞」受賞, 2019年2月6日
5. 「平成30年度 北海道大学情報科学研究科 研究科長賞」受賞, 2019年3月25日

