



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	A Study on Mixed Precision Iterative Refinement using Low Precision Krylov Methods [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	ZHAO, Yingqi
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第15998号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/91763
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	ZHAO_Yingqi_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (情報科学) 氏名 ZHAO Yingqi

審査担当者 主 査 准教授 深谷 猛
 副 査 教 授 棟朝 雅晴
 副 査 教 授 飯田 勝吉
 副 査 客員教授 岩下 武史 (北海道大学情報基盤センター)

学位論文題名

A Study on Mixed Precision Iterative Refinement using Low Precision Krylov Methods

(低精度クリロフ部分空間法を用いた混合精度反復改良法に関する研究)

物理シミュレーションをはじめとする、多種多様な科学技術計算において、線形計算技術は必要不可欠な基盤技術となっている。特に、大規模疎行列を係数とする連立一次方程式の求解は多数の場面で必要とされており、求解技術の高速化が常に強く求められている。一方、従来、科学技術計算では倍精度浮動小数点演算が一般的に用いられてきた。しかし、近年、半導体の微細化や省電力化の限界等の理由により、プロセッサや計算機システムの倍精度演算の性能向上が鈍化している。また、AI・機械学習分野では、必ずしも倍精度の計算精度を必要とせず、単精度や半精度の演算が使われる場合も多い。このような状況を踏まえて、最新の GPU をはじめとする計算機ハードウェアでは、倍精度の演算性能よりも単精度や半精度の演算性能が相対的に向上する傾向にある。したがって、線形計算技術に関して、これらの低精度演算を活用し、計算の高性能化を図ることは、今日における重要な研究課題の一つである。

本論文は、大規模疎かつ非対称な係数行列を持つ連立一次方程式に対して、低精度クリロフ部分空間法を用いた反復改良法に関する研究成果をまとめたものであり、以下の貢献が認められる。第一に、代表的な既存手法の一つで、数学的に反復改良法と等価な構造を持つ、リスタート付き GMRES 法 (通称:GMRES(m) 法) の混合精度版アルゴリズムに関して、詳細な数値実験を通して様々な観点から手法の性能を検証し、その有効性を明らかにした。混合精度型 GMRES(m) 法は、いくつかの先行研究で議論されているが、その挙動や有効性に関して不明な点が多く残っており、本論文において、実アプリケーションで本手法を利用する際に有益となる知見を新たに報告した。第二に、先の結果を踏まえた上で、低精度の BiCGSTAB 法を用いた混合精度型反復改良法を新たに提案し、数値実験により、その有効性を示した。従来の認識では、低精度の BiCGSTAB 法は混合精度型反復改良法に適していないとされていたが、本論文により、一定の問題に対して有効に動作し、さらに、混合精度型 GMRES(m) 法よりも高速となることが明らかとなった。この成果は、混合精度型数値解法の開発における新たな可能性を示唆する、という点においても大きな意味を持つ。加えて、これら二つの研究における数値実験は共通の設定 (テスト問題や条件) となっており、両者の結果を比較することで、より深い考察を得ることができる点も、本論文の貢献の一つである。

本論文の構成は以下のとおりである。

第 1 章では、本研究の背景、研究目的および貢献、論文の構成が述べられており、本研究で目指す混合精度型アルゴリズムの在り方などが示されている。

第2章では、本論文の土台となる基盤技術と関連研究が記述されている。

第3章では、混合精度型 GMRES(m) に関する研究内容が述べられている。最初に、混合精度型アルゴリズムが自然に導出される過程を説明し、次に、解法に対する理論的な分析を述べている。その後、様々な観点に基づいた実施した詳細な数値実験の結果を報告し、結果に対する考察を述べている。

第4章では、低精度 BiCGSTAB 法を用いた混合精度型解法に関する研究内容が述べられている。まず、BiCGSTAB 法の概要を述べ、次に、反復改良法を土台として、低精度 BiCGSTAB 法を用いた混合精度型解法を提案している。その後、第3章と同様に、解法に対する理論的な分析結果と数値実験結果の両方について示し、提案手法の有効性を議論している。

第5章では、本論文の結果が総括され、今後の研究課題や展望が議論されている。

これを要するに、著者は、非対称な大規模疎行列を係数とする連立一次方程式に対して、低精度クリロフ部分空間法を用いた混合精度型反復改良法に関して、アルゴリズムの開発や性能評価を体系的に行い、有効な解法を新たに提案するとともに、実アプリケーションでの利用に際して有益となる知見を明らかにしたものであり、線形計算技術に対して貢献するところ大なるものがある。よって、著者は、博士(情報科学)の学位を授与される資格あるものと認める。