



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Various maximum principles for elliptic equations on unbounded domains [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	安孫子, 啓介
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15729号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/91866
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Keisuke_Abiko_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏 名 安孫子 啓介

主 査 准教授 浜向 直
審査担当者 副 査 特任教授 神保 秀一
 副 査 特任教授 栄 伸一郎

学 位 論 文 題 名

Various maximum principles for elliptic equations on unbounded domains
(非有界領域上の楕円型方程式に対する種々の最大値原理)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

安孫子氏の本学位論文では、非有界領域上の完全非線形・楕円型偏微分方程式を扱っています。その方程式の粘性解に対する、いくつかのタイプの新しい最大値原理を、安孫子氏は確立しました。

第1章では、非線形動的境界値問題の粘性劣解に対する、フラグメン・リンデレーフの定理を証明しました。この定理は、方程式の粘性劣解に、空間遠方での適当な増大条件を課せば、その劣解が非正となることを主張するものです。動的境界条件とは、未知関数の時間微分を含む境界条件のことです。従来、半空間上で、動的境界条件が線形の場合に限れば、石毛・中川 (2016) によりフラグメン・リンデレーフの定理が得られていましたが、安孫子氏は、領域がエピグラフで、動的境界条件が非線形の場合へと同定理を拡張しました。いわゆるホップの補題の証明に現れる補助関数を、粘性解の定義における試験関数に上手く組み入れて用いたことが証明の鍵となりました。この結果では方程式に一樣楕円性を課していますが、より弱い方向楕円性の下でも、楕円性を有する方向に垂直なスラブ状領域においては同定理が成り立つという結果も、本論文で示しました。

第2章では、方程式の1階微分の項に関する増大度が優1次かつ劣2次である場合に、粘性優解に対するアダマールの三円定理と、リュービル型定理を証明しました。完全非線形方程式に対するこれらの定理は、1階微分の項に関する増大度がちょうど1次の場合には、Capuzzo Dolcetta・Cutri (2003) による先行研究で知られていました。証明では、方程式の球対称解と粘性優解との比較が鍵になります。1次増大の場合には、球対称解の満たす方程式が1階の線形常微分方程式に帰着されるため、解が明示的に得られますが、本論文の場合では、解は陰的に定まるパラメータを含む形で求まります。安孫子氏は、まずこの解を用いてアダマールの三円定理を導き、そして解を適切に評価することで、リュービル型定理が成り立つための、方程式の構造に関する十分条件を明らかにしました。さらに、同定理の主張が成り立たない、すなわち非自明な優解が存在するための条件も得ました。

最大値原理は、偏微分方程式の解の形状や挙動、正則性を解析するための基盤となる性質です。非有界領域上の完全非線形方程式に対して、先行結果の少なかった動的境界条件や優1次増大の問題に対して、安孫子氏は新規性のある成果を得ました。同時に、粘性解の解析における新たな手法も提示しました。よって、本論文の著者である安孫子啓介氏は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格のあるものと認めます。