



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Characteristic polynomials of isometries of even unimodular lattices and dynamical degrees of automorphisms of K3 surfaces [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	高田, 佑太
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15732号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/92131">https://hdl.handle.net/2115/92131</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Yuta_Takada_review.pdf, 審査の要旨



# 学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 高田 佑太

審査担当者 主査 特任教授 岩崎 克則  
副査 教授 朝倉 政典  
副査 教授 松本 圭司  
副査 准教授 跡部 発

## 学位論文題名

Characteristic polynomials of isometries of even unimodular lattices and  
dynamical degrees of automorphisms of K3 surfaces  
(偶ユニモジュラー格子の等長変換の固有多項式と K3 曲面の自己同型の力学的次数)

### 博士学位論文審査等の結果について (報告)

本論文は、(i) ユニモジュラー偶格子の自己同型の固有多項式として実現される整数係数多項式を特徴づける、(ii) K3 曲面の正則自己同型の力学次数 —その対数が位相的エントロピーを与える— として実現される 22 次以下の Salem 数を特徴づける、という二つの課題について論じている。論文では、先ず課題 (i) に関する整数論的な一般論を展開し、その結果を課題 (ii) に応用して興味深い結果を得ている。

上記の問題は Gross と McMullen (2002) により提起された。彼らは、整数係数多項式が既約の場合に、(i) に対する十分条件を与え、(ii) への応用として、任意の 22 次不分岐 Salem 数が K3 曲面自己同型の力学次数として実現可能であることを示した。既約の場合、最近、Bayer-Fluckiger と Taelman (2020) が整数論の局所大域原理に基づく手法を導入し、(i) に対する必要十分条件を与えた。その結果、22 次 Salem 数の場合には (ii) に対する必要十分条件も得られた。この場合は、局所と大域の間の障害は生じない。

一方、多項式が可約の場合は、(i) について、局所と大域の間に障害が生じ得ることから、障害群・障害写像の概念を導入し、どのような条件の下で各素点ごとに与えられた対象が大域的な持ち上げを許容するかを考察する必要がある。そのための理論は Bayer-Fluckiger の一連の研究 (2015, 2020~2022) でかなりの程度まで構築された。その結果 (ii) についても、次数 4, 6, 8, 12, 14, 16 の任意の Salem 数が非射影的 K3 曲面自己同型の力学次数として実現可能であることが示された。しかし、次数 10, 18, 20 の場合は未解決となっていた。その要因の一つは、多項式が +1 対称の場合しか扱われていなかったことにある。実際、(i) の固有多項式は、必要条件として  $\pm 1$  対称のいずれかの対称性を満たさなければならないが、必ずしも +1 対称であるとは限らないことに注意する。

そこで本論文では、課題 (i) について、 $\pm 1$  対称の両方の場合を統括する理論を構築することに成功した。これは、主に素数 2 における局所的な分析を精密に行うこと等を通して、障害群・障害写像のより明確な再定式化に到達したことによる成果である。さらに障害写像の組織的な計算方法も展開している。この結果、(ii) においても、次数 20 の任意の Salem 数が非射影的 K3 曲面自己同型の力学次数として実現可能であることが示された。また次数 10, 18 の Salem 数についても、同様の実現可能性の必要十分条件を、その最小多項式と円分多項式の関係として記述することができた。これらの結果は、格子自己同型の整数論、及び K3 曲面上の力学系の分野に新しい知見をもたらすものである。

よって、この論文の著者は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。