



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Asymptotic analysis of mean curvature flow equations via games [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	三栖, 邦康
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15736号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/92221">https://hdl.handle.net/2115/92221</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Kuniyasu_Misu_review.pdf, 審査の要旨



## 学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 三栖 邦康

審査担当者 主査 准教授 浜向 直  
副査 特任教授 神保 秀一  
副査 特任教授 栄 伸一郎

### 学位論文題名

Asymptotic analysis of mean curvature flow equations via games  
(ゲームを用いた平均曲率流方程式の漸近解析)

#### 博士学位論文審査等の結果について (報告)

三栖氏の本学位論文では、界面 (物質の異なる二相を隔てる曲面) の運動を記述する方程式、特に駆動力付きの平均曲率方程式の初期値問題を扱っています。その粘性解の漸近挙動 (長時間挙動) を、初期値問題に対応するゲームを構築し、その値関数を調べる方法で解析しています。ここで考えるゲームとは、Kohn・Serfaty (2006) で導入されたある二人零和ゲームを拡張したものです。ゲームに対応して定まる値関数の極限が初期値問題の粘性解を特徴付けるため、その値関数の評価が、粘性解の挙動を解析するための鍵になります。このことを利用し、三栖氏はいくつかの新しい結果を確立しました。

第1章では、平均曲率流方程式の障害物問題を考えています。まず、この障害物問題に対するゲーム解釈を、障害物がない場合のゲームを拡張して得ました。そして、確立したゲームにおけるプレイヤーの戦略を調べて値関数を評価することで、粘性解の漸近挙動を明らかにしました。結果の1つとして、初期界面と障害物が適切な関係を満たす場合に、界面が障害物の凸包に収束することを証明しました。

第2章と第3章では、空間変数について不連続な外力項が付いた、特異・退化放物型方程式を扱っています。このような外力項を持つ方程式は、供給源のある結晶成長現象を記述します。外力項の不連続性ゆえ、従来の粘性解の理論を、そのまま適用することはできません。第2章では、そのような初期値問題に対する、粘性解の一意性と存在を証明しました。主結果は粘性解に対する弱比較定理です。外力項の不連続性に関する適切な仮定の下で確立しました。また、外力項がある集合の特性関数として与えられる場合に、弱比較定理が使えるための、その集合の幾何的な形状に関する十分条件も与えました。第3章では、駆動力付きの平均曲率流方程式の場合に、粘性解の漸近形を調べています。第2章の結果が適用できる特性関数を外力項とする場合に、初期値問題の粘性解が、対応する楕円型方程式のディリクレ境界値問題の粘性解に収束することを証明しました。また、この結果が適用できないような特性関数の場合の解の漸近挙動を、ゲーム解釈を導入して調べました。ある非自明解の漸近的な成長速度について、既知の評価を改良しました。

三栖氏が本論文で考察した Kohn・Serfaty 型のゲームでは、値関数の表現が複雑なため、そこから粘性解の性質を引き出す先行結果はあまりありませんでした。プレイヤーの戦略を解析して値関数の精密な評価を導き、解の漸近解析に結び付けた点は、本論文の新規性として特筆すべきことです。三栖氏の研究成果は、粘性解の基礎理論、そして界面運動の理解という応用、これらの両方に貢献するものです。よって、本論文の著者である三栖邦康氏は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格のあるものと認めます。