



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Geometry of timelike minimal surfaces in the three-dimensional Heisenberg group [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	清原, 悠貴
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15731号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/92251
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Hiroataka_Kiyohara_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 清原 悠貴

主査 教授 古畑 仁
審査担当者 副査 教授 井ノ口 順一
副査 准教授 小林 真平

学位論文題名

Geometry of timelike minimal surfaces in the three-dimensional Heisenberg group
(3次元ハイゼンベルグ群における時間的極小曲面の幾何)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

3次元ユークリッド空間における極小曲面や平均曲率一定曲面の研究は、古くから変分問題、1変数複素関数論、可積分系や様々な解析学と結びついて深化し、現在も重要な研究対象と考えられている。これらは、外在空間 (アンビエント空間) をユークリッド空間から異なる空間に取りかえることで新たな研究対象として発展してきた。外在空間が定曲率空間の場合の研究を経て、現在、サー斯顿による3次元のモデル空間としてあらわれる等質空間へ研究を拡張する試みがなされている。とくに、外在空間が自然なリーマン計量をもったハイゼンベルク群の場合の研究 (べき零幾何) が重要である。一方、外在空間の計量を不定値計量に変える試みもなされてきた。とくに、時間的曲面の場合は、前述の設定で有効だった1変数複素関数論がそのままの形で使えないこともあって、別種のアイデアを必要とする。本学位論文は、この2つの方向の発展が結びつく重要な設定で、すなわち、自然な左不変ローレンツ計量をもつ3次元ハイゼンベルク群を外在空間とする時間的曲面を対象として、主に可積分系の手法を用いて新たに得たつぎの成果をまとめている。なお、この論文には、小林真平との共著として出版済みの内容を一部含んでいる。

まず、前半では、Abresch-Rosenberg 微分の上記の設定における対応物を、重複素構造を用いて構成した。また、法ガウス写像という概念を通して、ミンコフスキー空間の時間的平均曲率一定曲面との関連を明らかにした。問題の曲面の極小性と法ガウス写像のローレンツ調和性が同値であることを導き、Sym-Bobenko 型、Dorfmeister-Pedit-Wu 型表現公式を得て曲面を構成する方法を与えた。後半では、Abresch-Rosenberg 微分の対応物の重複素的大きさが消える時間的極小曲面を決定した。これは従来の設定では対応物が見いだせない新しい対象として興味深い。ミンコフスキー空間の中の特別な線織面 (null scroll) の類似物と解釈できることを明らかにし、その構成法を与えた。

このように著者は、自然な擬リーマン計量をもつ3次元等質空間における曲面論に新たな知見を得、微分幾何学 (数学) に貢献するところ大なるものがある。よって、この論文の著者は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。