



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Limit theorems on random matrices and finite free probability [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	藤江, 克徳
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15735号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/92266
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Katsunori_Fujie_review.pdf, 審査の要旨



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏 名 藤江 克徳

	主 査	准教授	長谷部 高広
審査担当者	副 査	教 授	洞 彰人
	副 査	教 授	坂井 哲

学 位 論 文 題 名

Limit theorems on random matrices and finite free probability
(ランダム行列と有限自由確率論に関する極限定理)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

ランダム行列の研究においては固有値や固有ベクトルの統計的性質を調べるのが基本的な課題となっている。このとき、行列サイズ無限大の極限を取ると解析が容易になることが多い。その理由の一つが自由確率論が利用できることである。一方で、自由確率論的な手法を有限サイズのランダム行列に対して展開する試みもあり、その一つが「有限自由確率論」という分野である。藤江克徳氏はランダム行列、自由確率論、有限自由確率論に関する研究成果を出版済みの二つの論文[FH22], [FU23]と、プレプリント[AFU23]に基づいて、学位論文にまとめている。

[FH22]について。回転不変なランダム行列の主小行列の経験固有値分布と、元の行列の経験固有値分布とのずれを解析した。この結果は Goel--Yao の論文の冒頭で **Conjecture (folklore theorem)** として述べられているもので、これまできちんと書かれた証明はなかったようである。おそらく専門家の間ではあまり考えられていなかったであろう自由確率論を用いた証明を与えており、証明の過程においても、今後の応用が広がりうる公式を証明している。

[FU23]について。有限自由確率論では、ランダム行列の固有多項式の期待値を解析することが中心課題となっている。藤江氏はまず独立同分布かつ回転不変な正定値ランダム行列の積の固有多項式の期待値を研究し、行列の個数を増やしていった極限（行列サイズは一定）で、大数の法則に相当する定理を示した。

[AFU23]について。回転不変かつ独立なランダム行列の多項式の固有多項式の期待値について、行列の個数あるいは行列サイズを無限大にする極限を解析している。いくつかの結果は新しいものであり、いくつかは既に先行研究で得られていたものである。既知の結果については、異なる観点からの証明を与えており、今後の当該分野の研究に有用になり得る手法を含んでいる。

以上により、この論文の著者は北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。