



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	The flavor structures on magnetized orbifold models and 4D modular symmetric models [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	菊地, 涉太
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15741号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/92280">https://hdl.handle.net/2115/92280</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Shota_Kikuchi_abstract.pdf, 論文内容の要旨



# 学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称 博士(理学) 氏名 菊地 渉太

## 学位論文題名

The flavor structures on magnetized orbifold models and 4D modular symmetric models  
(磁化オービフォルドモデルと4次元モジュラー対称モデルにおけるフレーバー構造)

近年、ヒッグス粒子の発見により素粒子物理学の標準模型が確立された。標準模型はこれまでの実験結果と高い精度で整合している。しかしながら、素粒子物理学には標準模型では説明のできない問題も残っている。フェルミオンの3世代(フレーバー)構造の起源はそのような未解決問題の一つである。アップセクタークォーク、ダウンセクタークォークおよび荷電レプトンの質量には大きな階層性が存在する。一方でニュートリノは極端に小さな質量を持つ。さらに弱い相互作用におけるクォークの世代間混合は小さいが、レプトンの混合は大きい。また、混合におけるCP対称性の破れも観測されている。これらの実験値を再現するために標準模型は22個のパラメータの微調整を要する。特に、質量階層性の再現には階層的な値を持ったパラメータが必要である。したがって、微調整(fine-tuning)なしでフレーバー構造を説明することは現代素粒子物理学における重要な課題の一つといえる。

フレーバー構造へのアプローチとして、高エネルギー理論からのトップダウンアプローチと標準模型を拡張するボトムアップアプローチの2つがある。本研究では両アプローチからフレーバー構造の再現を試みた。

まずトップダウンアプローチでは、超弦理論のトーラスコンパクト化およびオービフォルドモデルを研究した。超弦理論は10次元時空を予言する。したがって余剰6次元空間はコンパクト化されていなければならない。本研究では6次元コンパクト空間が3つの2次元空間に分解されると仮定し、そのうち一つの2次元空間が $T^2/\mathbb{Z}_2$  twisted オービフォルドであるケースに焦点を当てた。このオービフォルドモデルでは幾何学的対称性としてモジュラー対称性が存在し、ゼロモード波動関数はモジュラー形式として振る舞う。離散的な真空期待値等の選び方によって多くの3世代ゼロモード波動関数が実現できるが、それらの組み合わせによって合計6,460個のクォーク・レプトンフレーバーモデルが得られた。しかしながら、質量階層性や混合角などのフレーバー構造の特徴的な実験値に起因する再現困難性により、フレーバーモデルの多くはフレーバー実験値と整合しないと分かった。そこで本研究ではクォーク・レプトンおよびヒッグス場のゼロモード波動関数のゼロ点(波動関数の値が0になる座標)に注目した。ゼロ点は幾何に依存した情報であり、波動関数の重なり積分である湯川行列の構造の判別に用いることができる。結果、特定のゼロ点のパターンを持つフレーバーモデルにおいて、フレーバー実験値の再現困難性を避けられる質量行列が得られることが判明した。我々はそのようなフレーバーモデルを分類し、フレーバー実験値再現の数値計算例を示した。なお、波動関数のゼロ点は幾何に依存した情報であり、 $T^2/\mathbb{Z}_2$  twisted オービフォルドモデルに限らず、その他の幾何にも応用できる可能性がある。

また、我々は $(T^2 \times T^2)/\mathbb{Z}_2$  permutation オービフォルドおよびその $\mathbb{Z}_2$  twisted オービフォルドモデルについても研究した。さらに $S$ ,  $ST$ ,  $T$ 変換の symmetric points である $\tau = i$ ,  $\omega$ ,  $i\infty$ における湯川行列の構造についても研究した。結果、 $T^2/\mathbb{Z}_2$  twisted オービフォルドモデルにおける湯川行列は symmetric points において、ある種のテクスチャー構造を持つことが分かった。

ボトムアップアプローチでは、4次元モジュラー対称モデルにおけるフレーバー構造を研究した。なお、4次元モジュラー対称モデルは超弦理論のトーラスコンパクト化モデルといった高エネルギー理論の低エネルギー有効理論として得られる可能性があることに言及しておく。このモ

デルでは superpotential はモジュラー対称性を持ち、フェルミオン場は有限モジュラー群の 3 次元表現として振る舞う。フェルミオンの質量行列はモジュラー形式によって記述される。モジュラー形式は symmetric points 近傍において、residual charges に依存した階層的な値をとることが示されている。この性質を用いることで、質量行列に現れる結合定数による fine-tuning なしでフレーバー構造の質量階層性を導出できる可能性がある。実際、クォークの質量階層性は residual  $Z_N$  symmetry ( $N \geq 6$ ) により導出できる。同様に  $Z_3 \times Z_3 \times Z_3$  といった residual symmetry の積でも導出可能である。そのような residual symmetry を持つモデルとして、まず我々は  $\Gamma_6$  モジュラー対称性を持つクォークフレーバーモデルを考えた。Residual  $Z_6$  symmetry を得るため  $\tau = i\infty$  近傍を想定し、fine-tuning を避けるため結合定数を  $\pm 1$  に限定した。さらに、解析の簡単化のため  $\Gamma_6$  singlets のみを用いた。結果、fine-tuning なしでクォークの質量比および混合角を導出できるモデルを見つけることができた。同様の手法で  $A_4 \times A_4 \times A_4$  モジュラー対称性を持つクォークフレーバーモデルも調べた。その際、クォークの質量比および混合角に加え、modulus  $\tau$  によって引き起こされる CP 対称性の破れについても議論した。結果として、クォークの質量階層性と整合する CP 対称性の破れには non-universal moduli が必要であるという示唆が得られた。

最後に、Siegel モジュラー形式を構築した。Siegel モジュラー形式は複数の moduli パラメータを持つ。4 次元モジュラー対称モデルでは質量行列はモジュラー形式によって記述されるが、Siegel モジュラー形式を用いたモデルビルディングはまだ発展途上にある。一方で、4 次元モジュラー対称モデルでの結果の示唆として CP 対称性の破れには non-universal moduli が好まれた。したがって Siegel モジュラー形式にはクォークの質量階層性および CP 対称性の破れを同時再現できる可能性がある。本研究では  $T^6$  上のゼロモード波動関数より Siegel モジュラー形式を構築した。超弦理論のオービフォルドモデルで言及したように  $T^2$  上の波動関数は単一の modulus で記述されるモジュラー形式として振る舞うが、 $T^6$  上の波動関数は Siegel モジュラー形式として振る舞う。実際、波動関数の座標依存性をなくすことで Siegel モジュラー形式を得ることができる。我々は  $\tilde{\Delta}(96)$  の Siegel モジュラー形式を構築し、クォークフレーバー再現モデルの数値計算例を示した。その例では、3 つの moduli パラメータのうち一つは質量階層性の導出に寄与し、もう一つは CP 対称性の破れに寄与することで質量階層性と CP 対称性の破れの同時再現に成功していることが分かった。したがって Siegel モジュラー形式を用いたモジュラー対称モデルの持つフレーバー構造再現可能性を具体例より提示できたといえる。