



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Critical points for the spread-out models of self-avoiding walk, lattice trees and lattice animals [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	河本, 野恵
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第15730号
Issue Date	2024-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/92471">https://hdl.handle.net/2115/92471</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	doctoral thesis
File Information	Noe_Kawamoto_abstract.pdf, 論文内容の要旨



# 学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称 博士(理学) 氏名 河本 野恵

## 学位論文題名

### Critical points for the spread-out models of self-avoiding walk, lattice trees and lattice animals

(有限記憶自己回避歩行, 格子木, 格子動物の臨界点について)

本学位論文では「拡散型の有限記憶自己回避歩行, 格子木, 格子動物の臨界点」を「レース展開」と呼ばれる手法を用いて, 考察している. 有限記憶自己回避歩行とは, 体積排除制限を, ある有限時間だけ記憶しているような経路のことを指し, 格子動物は有限のエッジで構成される連結集合のことを指す. また格子木は格子動物のうち, 自己ループが存在しないようなものである. これらは, 分岐ポリマーの統計力学モデルとして知られている. 一般に, 統計力学モデルにおいて定義される物理量の振る舞いは, 例えば温度や気圧などを表すパラメータに支配される. 興味深いのは, パラメータを変化させたとき, ある値を境に, それらの物理量が発散するなどの特異的な振る舞いを見せることである. この境になる値を臨界点という. これらの現象は, 相転移や臨界現象などと呼ばれており, 現在の統計力学の関心の中核を成している. 統計力学モデルにおいて定義される物理量として帯磁率がある. この帯磁率は臨界点を境に, 収束, または発散という定性的に全く異なる振る舞いを見せるのだが, これは代表的な臨界現象の一つである.

レース展開とは, 高次元における統計力学モデルの臨界現象の解析に非常に有用な手法の一つである. 実際, 上で定義した3つの統計力学モデルも含めた様々なモデルにおいて, 十分高次元では臨界現象が平均場臨界現象(相互作用が平均化されたモデルにおいて観察される臨界現象)に退化するという重要な事実は, レース展開を用いて証明された.

本学位論文では, 学位申請者が著者・共同著者である二つの論文[1][2]の結果をまとめ, 考察している. 論文[1]では, 有限記憶自己回避歩行の臨界点について扱った. 有限記憶自己回避歩行の臨界点は, 経路が記憶しなければならない時間を表すパラメータの無限極限をとったときに, 自己回避歩行と呼ばれる, 体積排除制限をすべての時間記憶していなければならない経路のモデルの臨界点に収束することが知られている. 学位申請者は[1]で, この二つの臨界点の差が, 時間のパラメータの $-(d-2)/2$ 乗 ( $d$ は次元を表す) の速さで0に収束することを, レース展開を用いて証明した. 論文[2]では, 格子木, 格子動物の臨界点について扱った. レース展開によって得られる基本的な事実を用いて, この二つのモデルの臨界点の値と平均場の値  $1/e$  からの誤差を正確に評価することで, 主要誤差の係数の値まで求めることができた. 論文[2]は, 北海道大学の坂井哲教授との共同研究である.

参考文献:

[1] N. Kawamoto. Rate of convergence of the critical point of the memory- self-avoiding walk in dimensions  $d > 4$ . on arXiv: <https://arxiv.org/abs/2306.13936>.

[2] N. Kawamoto and A. Sakai. Spread-out limit of the critical points for lattice trees and lattice animals in dimensions  $d > 8$ . *Combin. Probab. Comput.* <https://doi.org/10.1017/S096354832300038X>.