



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	An Investigation Into Addition of Classical Negation to First-Order and Generalized Intuitionistic Logic [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	豊岡, 正庸
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(文学)
Dissertation Number	甲第16062号
Issue Date	2024-06-28
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/92947
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Masanobu_Toyooka_abstract.pdf, 論文内容の要旨



学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学）

氏名： 豊 岡 正 庸

学位論文題名

An Investigation Into Addition of Classical Negation to First-Order and Generalized Intuitionistic Logic

（一階および一般化された直観主義論理に対する古典的否定の追加に関する探究）

・本論文の観点と方法

本論文は、直観主義一階述語論理および一般化された直観主義論理に対する、古典的否定の追加を証明論・意味論の双方の観点から研究している。古典的否定とは、真理値によりその意味論が与えられる古典論理における否定である。一方、数学者ブラウワーにより 20 世紀初頭に提唱された直観主義論理は、古典論理で妥当となる排中律（どんな論理式 A についても A か A の否定が成り立つ）を拒否することに大きな特徴があり、異なる否定概念をもつ。その後、数学の哲学のみならず、論理学の哲学や言語哲学においても、直観主義論理を擁護する論者が現れ、古典論者との間に議論が行われてきた。こうした議論において、それぞれの論理の擁護者がどのように相手の論理を理解しているか、また理解すべきか、を論理的に探求する手段として、古典論理と直観主義論理の双方を含む一つの論理（以後、「古典論理と直観主義論理の組み合わせ」とよぶ）を考える、という手法があげられる。しかし、二つの論理を単純に組み合わせると「古典的否定と直観主義論理の否定が同値になる」という困難があることが Popper (1948)により指摘されているため、組み合わせ方自体が探求の対象となる。本論文は、古典的否定を、Humberstone (1979)に由来する「オーソドックスな否定」と De (2013) による「経験的否定」という異なる充足条件をもつ二つの否定の観点から捉え、古典論理と直観主義論理の組み合わせ方を探求している。その際、「すべて」や「ある」といった量化子が含まれる一階述語論理のレベル、さらには、直観主義論理をさらに弱めた（「下位」の）論理のレベル、の双方で二つの否定の追加について考察している。

・本論文の内容

本論文は 7 章からなる。第 1 章はオーソドックスな否定および経験的否定について説明したうえで、本論文で取り扱われる次の三つのテーマが提示され、その背景、及び、先行研究がまとめられる。

- (1) オーソドックスな否定と経験的否定の追加という観点からの古典一階述語論理と直観主義一階述語論理の組み合わせ
- (2) 下位直観主義論理の定領域クリプキ意味論による一階述語論理拡大に対するオーソドックスな否定と経験的否定の追加
- (3) 下位直観主義論理のクリプキ意味論よりも一般化された意味論フレームワークでの、オーソドックスな否定と経験的否定の追加

第 2 章は第 3 章以降の技術的準備として、古典論理と直観主義論理、および両者の関係についての既知の事実を説明している。

第 3 章は (1) に関するものであり、オーソドックスな否定の追加により得られる、一階述語論理レベルでの古典論理と直観主義論理の組み合わせ FOC+J を研究している。論理 FOC+J はすでに Lucio (2000)で定義され、論理的帰結関係（「推件」とよばれる）を推論単位とする推件計算が同論文で与えられている。しかし、同論文の推件計算の為には通常の推件概念の拡張が必要となる。第 3 章では、通常の推件概念（「前提の全てを仮定すると結論のどれかが成立する」）を用いた FOC+J

に対する推件計算が与えられる。また、推件計算で最も重要な定理の一つであるカット除去定理が示され、その系としてクレイグ補間定理や命題論理断片の決定可能性が示されている。さらに、FOC+J の命題論理断片（以後、C+J とよぶ）について、del Cerro & Herzig (1996) が定めたヒルベルト公理系が妥当な論理式を十全に捉えられないという意味で意味論的に不完全であることも示される。

第4章も(1)に関連するものであり、C+J が、論理学の哲学および言語哲学の議論に対し、どのように応用可能かが論じられる。具体的には、C+J の推件計算に対して、Restall (2009)および Takano (2018)の手法を用いて、論理式の意味の証明論的な分析がなされる。論理式の意味の証明論的な分析は、真理やモデル、妥当性といった概念を用いずに論理式の意味を分析する試みであり、ウィットゲンシュタインの意味-使用説の論理学の言語への実装として知られる。こうした意味の分析の試みはもともと Dummett (1991)などで、直観主義論理に対してなされることが多かったが、Rumfitt (2000)など古典論理に対する研究も存在する。第4章では、古典論理と直観主義論理の命題論理レベルの組み合わせ C+J にも、論理式の意味の証明論的な分析が可能であることが示される。

第5章は主に(2)に関する。下位直観主義論理は直観主義命題論理のクリプキ意味論から条件を落として得られる弱められた論理群（直観主義命題論理それ自体も含む）を指す。下位直観主義論理に対するオーソドックスな否定および経験的否定の追加はすでに De & Omori (2016)などでなされているが、これらの論理の一階述語論理への拡大はこれまでなされていなかった。第5章では、これらの定領域クリプキ意味論を用いた一階述語論理への拡張を行い、証明論として樹状推件計算とヒルベルト公理系を与えている。Kashima (1999)にその端緒の一つをもつ、樹状推件計算は、推件を樹状に並べる推件計算であり、ヒルベルト公理系を見出し、その意味論的完全性の証明を容易にする技術的利点がある。本論文でも樹状推件計算の技法が応用される。本章のヒルベルト公理系は De & Omori (2016)で定義されたヒルベルト公理系の拡大となる。

第6章は(3)に関する。下位直観主義論理で最も弱い論理は、直観主義論理のクリプキ意味論から全ての条件を落とすことで得られるが、必然性・可能性を扱う様相論理と同様、近傍意味論と呼ばれる意味論を考えることで、さらに弱い論理を考えることが可能である。類似した試みはすでに Shirmommadzadeh Maleki & de Jongh (2017) によりなされており、第6章ではこの試みをもとに新しい意味論的帰結関係を定めることで、新しい論理 WSJ を定義し、ヒルベルト公理系を証明論として与えている。これを基盤に、オーソドックスな否定および経験的否定の WSJ の近傍意味論への追加を行い、対応するヒルベルト公理系を双方に与えている。

第7章では、結論として、第3章から第6章において得られた研究成果がまとめられる。また、本論文で考察されてきた様々な論理群において、オーソドックスな否定と経験的否定にどのような類似点と相違点が存在するかが提示される。最後に、今後の研究の方向性が述べられる。