



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Formal Truth as Provability : Proof-Theoretic Studies [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	林, 大智
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(文学)
Dissertation Number	甲第16167号
Issue Date	2024-09-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/93289
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Daichi_Hayashi_review.pdf, 審査の要旨



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学）

氏名： 林 大智

審査委員	主査	教授	佐野	勝彦
	副査	准教授	宮園	健吾
	副査	教授	佐藤	知己
	副査	准教授	黒川	英徳（金沢大学）

学位論文題名

Formal Truth as Provability: Proof-Theoretic Studies
(証明可能性としての形式的な真理：証明論的研究)

・当該研究領域における本論文の研究成果

本論文の第一の成果は、Friedman-Sheard (1987) による 9 つの真理理論 (A から I) のうちの 5 つの真理理論の証明論的強さを測る証明論的順序数 (の上限) を、証明論的手法により一様に示している点にある (第 3 章)。真理理論 D については Halbach (1994) により、残りの 4 つの真理理論については Leigh-Rathjen (2010) により特定がなされた。しかし、Leigh-Rathjen (2010) による 4 つの真理理論について、本論文は証明論的順序数の正当化の議論に反例があることを指摘し、その瑕疵が修正可能であることを明らかにしている。その鍵となる発想は、一部の推論規則が無限個の前提をもつ無限的推件計算において、再帰的に記述できる証明図に関心を絞る、という点にある。さらにこの発想を真理理論 D にも適用することで、Halbach (1994) の結果の別証明を与えている。

本論文の第二の成果は、Krivine (2001, 2003, 2009) による古典的実現可能性概念に対して公理化を与えることで、計算可能性に依拠した合成的な真理理論が展開できることを明らかにした点である (第 4 章)。Krivine による古典的実現可能性は、排中律が一般には成立しない直観主義論理上の算術に対して Kleene が与えた実現可能性概念を、古典論理上へ拡張したものであるが、realizers (証明に対応) に加えて refuters (反例に対応) という概念が必要となる。本論文では、Krivine の成果をペアノ算術上に制限した単純版に対して公理化を与え、その公理化のどのような拡張で合成的な真理理論が展開可能かを明らかにしている。真理概念に自己言及を許すことで Friedman-Sheard による真理理論 D が得られる発想を、古典的実現可能性概念にも適用し、自己言及を許した実現可能性概念に関する定理も証明している。

本論文の第三の成果は、フレーゲ構造と呼ばれる数学的構造を公理化した点である (第 5 章)。フレーゲによる算術の基礎研究にラッセルパラドックスが指摘されたのは有名であるが、Aczel (1980) によるフレーゲ構造は、元来のフレーゲの発想がどの程度整合的に展開できるかを明らかにするために提案された数学的構造である。学位申請者は、この数学的構造の既知の公理化に対して、真理述語の繰り返し適用に対応する universe という概念を導入し、その概念に対応する公理を追加することで拡張を行なっている。それに加え、「命題概念」の公理化、「最小」不動点の公理化などいくつかの手法を採用することにより、公理的真理理論においてこれまでのところ最も強力な証明論的強さを持つ公理系を定式化し、その証明論的強さを確定した。

なお、本論文第 3 章の内容の一部は、査読付国際学術誌 *Studia Logica* に採録されており、本論文第 4 章の内容は、査読付き国際会議論文として出版されている。また、本論文第 5 章の内容の一部は査読付国際学会で発表済みである。こういった事実は、学位申請者の研究が関連国際学会

において一定の評価を得ていることを示している。

・学位授与に関する委員会の所見

審査委員会では、本論文の主要な成果が、いずれも数理論理学や公理的真理理論に対する重要な貢献であり、優れた研究業績であるという高い評価がなされた。しかし、専門用語の説明が非専門家向けに不親切である点に加えて、以下の三つの問題点も指摘された。(1) Friedman-Sheard (1987)で真理概念が真理と形式的証明可能性の間に位置すると述べられている点と、申請者がいう「証明可能性としての真理」との違いは何か。(2) 真理概念は実質的内容を持たないとする真理のデフレ主義と真理述語が実質的な役割を果たす公理的真理理論との関連は何か。(3) 真理述語の公理化が存在論的仮定を減ずる、という Halbach の立場を申請者は引用しているが、フレーゲ構造で universe 概念の導入をした際には新たな存在者が要請される点で不整合ではないか。口頭試問においては、(1)と(2)について、学位申請者から適切な説明がなされた。(3)については、universe 概念の導入に必要な真理述語の階層化の発想が問題になりうる可能性が回答されたが、この点は学位申請者が今後とも考察を続ける必要がある課題と委員会では判断した。その他の疑問点についても、本論文の学術論文としての価値を本質的に損なうものではないと本委員会では判断した。

以上の審査の結果、審査委員会は全員一致で、学位申請者に博士（文学）の学位を授与することが妥当であるとの結論に達した。