



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	トポロジー最適化と人工知能技術を融合したモータ設計の高度化に関する研究
Author(s)	佐藤, 駿輔
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(情報科学)
Dissertation Number	甲第16021号
Issue Date	2024-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k16021
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/94189
Type	doctoral thesis
File Information	Hayaho_Sato.pdf



SSI-DT46225021

博士論文

トポロジー最適化と人工知能技術を融合したモータ設計の高度化
に関する研究

佐藤 駿輔



HOKKAIDO
UNIVERSITY

2024 年 2 月

北海道大学 大学院情報科学院
システム情報科学コース

本論文は北海道大学大学院情報科学院に
博士 (情報科学) 授与の要件として提出した博士論文である。

佐藤 駿輔

審査委員： 主査 五十嵐 一 教授
副査 野口 聡 教授
北 裕幸 教授
近野 敦 教授

Copyright © 2024 by Hayaho Sato. All rights reserved.

トポロジー最適化と人工知能技術を融合したモータ設計の高度化 に関する研究*

佐藤 駿輔

概要

近年の環境問題を背景として、電気機器の高性能化・高効率化が今まで以上に求められるようになってきている。中でも、永久磁石モータに代表されるモータは日本産業用電力エネルギー消費の過半を占めると言われており、その高性能化・高効率化が社会的に重要な課題である。

このような設計を達成するために、さまざまな形状最適化技術が研究されてきた。中でも、トポロジー最適化は従来必要とされていた寸法パラメータの設計が不要であり、人間の知見を超える新規的な形状が得られる可能性があるため、近年注目を集めている。

しかし、トポロジー最適化を含む形状最適化にはいくつかの課題が存在する。

I. 機器の基本パラメータの考慮が不可能：形状最適化は機器の部品形状のみを最適化対象としているが、実際には機器の性能はより基本的なパラメータ（機器の体格や極数など）にも左右される。これら基本パラメータと部品形状を同時に最適化することで、より革新的な機器が得られる可能性が残されている。以降、このような最適化を統合最適化と呼称する。

II. 計算コストの増大：形状最適化によく用いられる遺伝的アルゴリズムなどの確率的最適化手法は、勾配計算が不要であり大域的探索能力が高いという利点を有する。一方で、多数の形状を数値解析する必要がある。数値解析手法としては有限要素法（FEM: Finite Element Method）が一般的に用いられているが、これを繰り返し適用することは計算コストの増大につながり、設計工程の長期化を引き起こす。このような問題に対して、FEMを高速な他のモデル（機械学習モデルなど）に置き換える代理モデル法が既に知られているが、その適用範囲の限界は未だ不明であり、トポロジー最適化や統合最適化を含むより高度な設計のためには更なる研究が必要不可欠である。

一方で、近年では人工知能（AI: Artificial Intelligence）技術が急速に発達しており、画像認識や自然言語処理、ゲームなど、いくつかの分野で人間を超える性能を既に発揮している。この技術をモータの最適設計に応用することで、上記の課題点を解決できると考えた。

以上を踏まえて本研究では、形状最適化、特にトポロジー最適化の手法に、AI技術を融合させた、モータ設計の高度化手法を提案する。モータの統合最適化によって革新的構造の発見が見込めることを示す。また、深層学習を用いた代理モデル法により、モータ設計の高度化・高

* 北海道大学大学院情報科学院 システム情報科学コース 博士論文, SSI-DT46225021, 2024 年 2 月 13 日。

速化を目指す。

I. に示した課題を解決するために、ゲーム AI などで行われる木探索技術を適用する。囲碁などのゲーム AI では、ゲームの各盤面を木構造のノードに対応させ、木探索の要領でノードを調べることで最善手を探索・決定する。ゲームプレイと電気機器設計のアナロジーから、木構造のノードに機器の基本パラメータを対応させることで、最適な基本パラメータの選択が可能となると考えられる。選択した基本パラメータのもとでトポロジー最適化を実施し、その結果を木構造に記録する。この操作を繰り返すことで、最適な基本パラメータと部品形状の組み合わせが得られる。本手法を永久磁石モータの多目的最適化に適用する。

また、II. に示した課題を解決するためには代理モデル法を適用する。代理モデル法にはオフライン学習法とオンライン（適応的）学習法の2つの学習法が存在する。オフライン学習法では、事前に集めたデータセットを用いた強力な性能予測器を構築することで、後段の主最適化を高速化する。本手法は高速化倍率が高い一方で、その性能は収集したデータに大きく依存する。一方、オンライン学習法では、最適化の最中に得られたデータを用いて予測器を逐次構築し、最適化に適用する。本手法の高速化倍率はオフライン学習法ほど高くはないが、事前最適化によるデータ収集が不要である。この両手法をモータの形状最適化に適用し、比較を行う。

一方、トポロジー最適化は問題の次元が高く、代理モデル法を適用したとしても、次元の高さに由来する計算コストや問題の難しさは解消できない。これに対し、深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダを適用することで、多様なモータ形状を低次元の潜在空間上で表現することができ、低コストなトポロジー最適化を実現することができる。本手法を多様なモータ形状に適用する。

キーワード: トポロジー最適化, 永久磁石モータ, 木探索, 代理モデル, 深層学習

Research on advanced motor design by integrating topology optimization and artificial intelligence techniques[†]

Hayaho Sato

Abstract

In recent years, environmental issues have led to an ever-increasing demand for higher performance and efficiency in electrical equipments. Among them, motors such as permanent magnet motors are said to account for more than half of the electric energy consumption for industry in Japan, making higher performance and efficiency an important social issue.

Various shape optimization techniques have been studied to meet this demand. Among them, topology optimization has been attracted much attention in recent years because it does not require the design of dimensional parameters that were previously necessary, and it has the potential to produce novel shapes that exceed human knowledge.

However, shape optimization, including topology optimization, has several challenges.

I. Inability to consider basic parameters of the device: Shape optimization targets only the geometry of the device components, but in reality, the performance of the device also depends on more basic parameters (such as the size of the device and the number of poles). Simultaneous optimization of these basic parameters and shape of components can lead to more innovative devices. Hereafter, we refer to this type of optimization as integrated optimization.

II. Increased computational cost: Stochastic optimization methods such as genetic algorithms, which are often used for shape optimization including topology optimization, have the advantage of not requiring gradient computation and having high global search ability. On the other hand, they require numerical analysis of a large number of shapes. The finite element method (FEM) is commonly used as a numerical analysis method. However, repeated application of this method increases the computational cost and lengthens the design process. Although surrogate model methods that replace FEM with other fast models such as machine learning models are already known as remedy for such problems, the limits of their applicability are still unknown, and further research is essential for more advanced design, including topology optimization and integrated optimization.

On the other hand, Artificial Intelligence (AI) technology has been rapidly advancing in recent years, and has already demonstrated superior performance over humans in several fields, such

[†] Doctoral Dissertation, Course of Systems Science and Informatics, Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University, SSI-DT46225021, February 13, 2024.

as image recognition, natural language processing, and playing games. This technology can be applied to the optimal design of motors to solve the above issues.

Based on the above, this study proposes an advanced method of motor design that combines shape optimization, especially topology optimization, with AI technology. It is shown that integrated optimization of motors can lead to the discovery of innovative structures. In addition, we aim to improve and accelerate the motor design by using surrogate model methods based on deep learning.

To solve the problem described in I., a tree search technique which is known as game AI technique is applied. In AI for games such as Go, each board situation of the game corresponds to a node in a tree structure, and the best move is searched and determined by examining the nodes in the manner of tree search. By drawing an analogy between game play and electrical equipment design, by mapping the basic parameters of the equipment to the nodes of a tree structure, it is possible to select the optimal basic parameters. Topology optimization is performed based on the selected parameters, and the results are recorded in the tree structure. By repeating this process, the optimal combination of basic parameters and shape of components can be obtained. This method is applied to the multi-objective optimization of a permanent magnet motor.

To solve the problem described in II, the surrogate model methods are applied. There are two types of learning methods in the surrogate model method: offline learning and online (adaptive) learning. The offline learning method speeds up the main optimization stage by building a powerful performance predictor using the dataset preliminary collected. While this method has a high speedup ratio, its performance is highly dependent on the collected data. On the other hand, the online learning method uses data obtained during the optimization process to successively build predictors and apply them to the optimization. The speedup ratio for this method is not as high as the offline learning method, but it does not require data collection through pre-optimization. A comparison of the results by these two methods is presented.

On the other hand, topology optimization is a high-dimensional problem, and even if the surrogate model method is applied, the computational cost and difficulty of the problem due to the high dimensionality cannot be solved. On the other hand, the variational autoencoder, one of deep generative model, can be applied to represent a wide variety of motor geometries in a low-dimensional latent space to achieve low-cost topology optimization. This method is applied to various motor geometries.

Keywords: Topology optimization, permanent magnet motor, tree search, surrogate model, deep learning

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	2
1.2.1	モンテカルロ木探索を用いた統合最適化	2
1.2.2	代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化	3
1.2.3	深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化	3
1.3	本論文の構成	3
第 2 章	モータの基礎理論および形状最適化	5
2.1	モータの基礎理論	5
2.1.1	2次元有限要素法の定式化	5
2.1.2	有限要素法によるモータ解析	7
2.1.3	モータの各特性の計算方法	9
2.2	形状最適化	13
2.2.1	形状最適化概要	13
2.2.2	代表的な形状最適化法	15
2.2.3	多目的最適化法 (NSGA-II)	19
2.3	数値実験：形状最適化法の比較検討	22
2.3.1	最適化問題	22
2.3.2	最適化結果	23
2.4	総括	26
第 3 章	モンテカルロ木探索を用いた統合最適化	29
3.1	概要	29
3.2	多目的統合最適化	30
3.2.1	統合最適化における木構造	31
3.2.2	多目的統合最適化のアルゴリズム	31
3.3	数値実験	34
3.3.1	最適化設定：2 目的	35

3.3.2	最適化結果：2 目的	38
3.3.3	最適化設定：3 目的	41
3.3.4	最適化結果：3 目的	41
3.3.5	総括	42
第 4 章	代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化	45
4.1	概要	45
4.2	代理モデル法	47
4.2.1	代理モデル法概要	47
4.2.2	ニューラルネットワーク	48
4.2.3	多ケース解析を要する形状最適化のオンライン学習法	49
4.3	数値実験	52
4.3.1	最適化設定	52
4.3.2	最適化結果	54
4.4	代理モデルの予測結果の説明可能性	59
4.5	総括	60
第 5 章	深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化	61
5.1	概要	61
5.2	潜在空間トポロジー最適化	62
5.2.1	変分オートエンコーダ (VAE)	62
5.2.2	潜在空間トポロジー最適化法	63
5.2.3	モンテカルロドロップアウト (MC dropout)	64
5.3	数値実験	65
5.3.1	VAE 学習設定	65
5.3.2	VAE 学習結果	66
5.3.3	最適化設定	66
5.3.4	最適化結果	68
5.3.5	最適化結果：別条件下	70
5.4	総括	71
第 6 章	結論	75
6.1	総括	75
6.1.1	モータの基礎理論および形状最適化 (第 2 章)	75
6.1.2	モンテカルロ木探索を用いた統合最適化 (第 3 章)	75
6.1.3	代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化 (第 4 章)	76
6.1.4	深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化 (第 5 章)	76
6.2	今後の展望	76

参考文献	77
研究業績	81
謝辞	85

目 次

2.1	永久磁石モータモデル (8 極 48 スロットの 1/8 部分モデル)	7
2.2	周期境界条件	8
2.3	スライド境界条件	9
2.4	永久磁石同期モータの磁束ベクトル図	10
2.5	モータの ST 特性例	11
2.6	モータの (i_d, i_q) — ϕ_d 特性および (i_d, i_q) — ϕ_q 特性例	12
2.7	永久磁石の磁気特性例	13
2.8	形状最適化のフローチャート	14
2.9	パラメータ最適化	15
2.10	トポロジー最適化 (NGnet on/off 法)	16
2.11	マルチフェーズトポロジー最適化 (NGnet on/off 法)	18
2.12	パラメータ・トポロジー同時最適化	19
2.13	多目的最適化における解集団例	20
2.14	NSGA-II における集団の更新	21
2.15	パラメータ最適化のパレート解の進化履歴 ($\beta = 30\text{deg}$)	24
2.16	パラメータ・トポロジー同時最適化のパレート解の進化履歴 ($\beta = 30\text{deg}$)	24
2.17	形状最適化 300 世代目におけるパレート解 ($\beta = 30\text{deg}$)	25
2.18	形状最適化 300 世代目におけるパレート解 ($\beta = 60\text{deg}$)	25
2.19	パレート解形状例 ($\beta = 30\text{deg}$) 上段がパラメータ最適化, 下段がパラメータ・トポロジー同時最適化の結果	26
3.1	ゲーム AI における木の例	30
3.2	モータ統合最適化の木構造	31
3.3	統合最適化アルゴリズム: 選択	32
3.4	統合最適化アルゴリズム: 最適化	32
3.5	統合最適化アルゴリズム: 逆伝搬	33
3.6	パレート解の個数に基づくスコア	34
3.7	最適化モータモデル	35

3.8	永久磁石パラメータ	35
3.9	パレート解の進化履歴	37
3.10	探索回数 $t = 20$ における最終パレート解	38
3.11	最終パレート解の形状例（図中黒線は磁束線を表す）	38
3.12	各極数の訪問回数	39
3.13	最終パレート解における各基本パラメータの内訳（極数および永久磁石形状種）	40
3.14	形状最適化（8 極機，位相角 60 度，V 字，1 層配置）との比較	40
3.15	形状最適化（8 極機，位相角 60 度，V 字，1 層配置）との比較（拡大図）	41
3.16	パレート解の進化履歴：3 目的	42
3.17	最終パレート解の形状例：3 目的	42
4.1	オフライン学習法とオンライン学習法	46
4.2	代理モデル法概要	47
4.3	NN 概要	48
4.4	代理モデルによる多ケース解析の高速化	50
4.5	ST 特性の計算を含むトポロジー最適化のフローチャート	51
4.6	代理モデル（NN）構成	54
4.7	ST 特性最適化パレート解（全 FEM 解析）	55
4.8	ST 特性最適化パレート解形状例	55
4.9	ST 特性最適化パレート解特性例	56
4.10	ST 特性最適化パレート解（オフライン学習法）	56
4.11	ST 特性最適化パレート解（オンライン学習法）	57
4.12	ST 特性最適化パレート解（オンライン学習法・間引き有）	57
4.13	代理モデルの検証データに対する予測結果（オフライン学習法）	58
5.1	潜在空間トポロジー最適化概要	63
5.2	モンテカルロドロップアウト概要	65
5.3	VAE 構成（エンコーダ部）	67
5.4	代理モデル NN 構成	68
5.5	損失関数の収束履歴	68
5.6	潜在空間上の学習データ分布	69
5.7	潜在空間で表現された画像データ例	70
5.8	潜在空間トポロジー最適化パレート解	71
5.9	パレート解形状例（ $(\sigma_{\text{thres}} = 0.50)$ ）	72
5.10	潜在空間トポロジー最適化パレート解（条件 2）	73
5.11	パレート解形状例（ $(\sigma_{\text{thres}} = 0.50)$ （条件 2））	74

表 目 次

2.1	NSGA-II アルゴリズム 記号一覧	20
2.2	モータ解析設定	22
2.3	最適化設定	22
3.1	モータ解析設定	36
3.2	統合最適化設定	36
4.1	モータ解析設定	53
4.2	最適化設定	53
4.3	代理モデル設定	54
4.4	計算時間	58
5.1	VAE 学習設定	66
5.2	モータ解析設定	69
5.3	潜在空間トポロジー最適化設定	71
5.4	計算時間	72
5.5	モータ解析設定 (条件 2)	73

第 1 章

序論

本章ではまずはじめに，本研究の研究背景を述べる．続いて，本研究の研究目的を述べ，最後に本論文の構成について述べる．

1.1 研究背景

近年の環境問題を背景として，電気機器の高性能化・高効率化が社会的に重要な課題となつて久しい．中でも，永久磁石モータをはじめとするモータ（回転機）は日本産業用電力エネルギー消費の過半を占めるといわれている [1]．近年の電気自動車の普及もあいまって，モータの性能向上は社会発展に不可欠と言える．また，モータに求められる性能は用途によって多岐にわたる．以上のことから，モータの最適設計を達成する計算手法が強く求められている．

このような要求を満足する設計手法として，形状最適化法が従来から研究されてきた [2]．形状最適化法では，モータの形状を表現するパラメータを定義した上で，1. パラメータを変化させ，2. 変化後形状を数値解析することで性能を評価し，3. 評価結果から性能が改善する方向を推定して 1. に戻る，というプロセスの繰り返して最適な形状を導く．一連の手順には勾配法や確率的最適化法（遺伝的アルゴリズムなど）がよく用いられる．勾配法は計算コストが低く局所探索能力に優れるという利点を有するが，局所解に陥りやすく，また勾配の導出が必要という欠点を有する．確率的最適化法は必要な解析ケース数が多く計算コストが高いという欠点を有するが，勾配の導出が不要である他，大域的探索能力に優れている．近年では後者の手法が採用されることも多く，本研究でも確率的最適化法を主なターゲットとする．

形状最適化法の中でも，トポロジー最適化法が近年注目を集めている．トポロジー最適化では設計領域の自由変形を行う．したがって，従来の形状最適化（パラメータ最適化）とは異なり，原理的に寸法パラメータの設計が不要である．このことから，人間の知見を超える新規的な形状が得られる可能性がある．中でも正規化ガウシアンネットワーク（NGnet: Normalized Gaussian network）on/off 法 [3] は高い自由度と，結果形状の製造可能性を両立するとして，近年では盛んに研究されている．

しかし，トポロジー最適化を含む形状最適化にはいくつかの課題が存在する．

I. 機器の基本パラメータの考慮が不可能：形状最適化は機器の部品形状のみを最適化の対象とする。しかし、実際には機器の性能はより基本的なパラメータ（モータの場合、体格や極数、永久磁石の形状種など）にも大きく左右される。したがって、飛躍的な性能の向上のためには、部品形状のみならず、機器の基本パラメータを考慮した最適化が望ましい。以降、このような最適化を統合最適化と呼称する。

II. 計算コストの増大：前述の通り、確率的最適化法には大域的探索能力に優れるという利点があり、近年では多くの適用例が存在する。一方で、多数の形状を数値解析する必要がある。数値解析手法としては有限要素法（FEM: Finite Element Method）が一般的に用いられているが、これを繰り返し適用することは計算コストの増大、ひいては設計工程の長期化を引き起こす。この問題の対処法として、FEM を高速な他のモデル（機械学習モデルなど）に置き換える代理モデル法が知られている。代理モデル法の有効性は様々な研究で示されているが、その適用範囲の限界はいまだ不明であり、トポロジー最適化や統合最適化を含むより高度な設計のためには更なる研究が必要不可欠である。

その一方で、近年では深層学習を含む人工知能（AI: Artificial Intelligence）技術が急速に発達しており、画像認識や自然言語処理、ゲームなど、いくつかの分野で人間を超える性能を既に発揮している。この技術をモータの最適設計に応用することで、上記の課題点を解決し、更なるモータ設計の高度化を実現できると考えた。

1.2 研究目的

本研究の目的は、形状最適化、特にトポロジー最適化の手法に AI 技術を融合させ、モータ設計の高度化・高速化を実現することである。前節で述べた問題点を解決するため、以下の3つの手法について検討・提案を行う。

- モンテカルロ木探索を用いた統合最適化
- 代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化
- 深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化

1.2.1 モンテカルロ木探索を用いた統合最適化

I. に示した課題を解決するために、ゲーム AI などで行われるモンテカルロ木探索（MCTS: Monte Carlo Tree Search）を適用する。囲碁などのゲームをプレイする AI では、ゲームの各盤面を木構造のノードに対応させ、ノードを逐次選択する木探索の要領で勝率の高い手を調べることで、次の手を決定する。ここで、ゲームプレイと電気機器設計のアナロジーから、ゲームの盤面を機器の基本パラメータに、勝率をモータの性能値に、それぞれ対応させることで、最適な基本パラメータの選択が MCTS の枠組みで可能となると考えられる。選択した基本パラメータのもとでトポロジー最適化を実施し、その結果を木構造に記録する。以上の操作を繰り返す。

返すことで、最適な基本パラメータと部品形状の組み合わせが得られる。MCTS は基本的に単目的最適化の計算に用いられるが、本検討ではこれを多目的の統合最適化に拡張する。本手法を永久磁石モータの多目的最適化に適用し、その有効性を明らかにする。

従来の木探索を用いた機器最適化では、トポロジー最適化は導入されておらず、部品形状の選定や最適化に人間の知見が必要であった。トポロジー最適化を導入した統合最適化により、従来手法では得られなかった革新的なモータ形状がゼロベースで得られる。これにより、モータの飛躍的な性能の向上が期待される。また、これを多目的最適化に拡張することで、トレードオフの関係にある解集団を一度の計算で得ることが可能となる。

1.2.2 代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化

II. に示した課題を解決するためには代理モデル法を用いる。特に、本検討では 2 つの代理モデルの学習法、すなわちオフライン学習法とオンライン（適応的）学習法の比較に主眼を置く。オフライン学習法では、事前にランダムに生成した、あるいは FEM に基づく最適化によって生成したデータを用いて、強力な性能予測器を構築することで、後段の主最適化を高速化する。本手法では最適化倍率が高い一方で、その性能は事前最適化に大きく依存する。また、事前に学習していないドメインの最適化への転用が難しい（ただし、ファインチューニングなどの手法で追加学習させることは可能である）。一方、オンライン学習法では、最適化の最中に得られたデータを用いて予測器を逐次構築し、最適化に適用する。本手法の高速化倍率は一般にオフライン学習法より低いものの、事前最適化によるデータ収集が不要であり、様々な問題に柔軟に適用できる。モータの形状最適化に上記の 2 手法を適用し、得られた結果を比較する。

1.2.3 深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化

先述の代替モデル法によって、形状最適化を高速化することが可能である。一方で、NGnet on/off 法によるトポロジー最適化はパラメータ最適化と比べて、高次元問題の傾向にある。これは、細かな形状を表現するために多数の基底関数を設けるためであり、場合によっては次元が 100 を超える最適化問題を解かなければならない。これに対し、深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE: Variational Auto Encoder）を用いることで、入力したモータの形状情報を低次元の潜在空間に埋め込むことができる。したがって、潜在空間上で代理モデルを構築することで、低コストなトポロジー最適化を潜在空間上で実現することができる。多様なモータ形状に対して本手法を適用し、有効性を示す。

1.3 本論文の構成

以下、本論文の内容を各章ごとに概説する。

第 1 章 序論

本研究の研究背景を述べる．続いて，本研究の研究目的を述べ，最後に本論文の構成について述べる．

第 2 章 モータの基礎理論および形状最適化

本研究の対象となるモータの基礎理論，および形状最適化について述べる．種々の形状最適化手法をモータ最適化問題に適用し，比較を行う．

第 3 章 モンテカルロ木探索を用いた統合最適化

モンテカルロ木探索を用いた，基本パラメータと部品形状の統合最適化について述べる．本章では，モータの多目的最適化への適用例について述べる．

第 4 章 代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化

代理モデル法，特にオフライン学習法とオンライン学習法を用いたトポロジー最適化の高速化について述べる．

第 5 章 深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化

深層生成モデルの一種である VAE を用いた，潜在空間上におけるトポロジー最適化について述べる．

第 6 章 結論

本論文の総括および本研究の今後の展望を述べる．

第 2 章

モータの基礎理論および形状最適化

本章では、本研究の対象となるモータ（特に、同期永久磁石モータ）の基礎理論、および形状最適化について述べる。種々の形状最適化手法をモータ最適化問題に適用し、比較を行う。

2.1 モータの基礎理論

本節では、モータの基礎理論について述べる。有限要素法（FEM: Finite Element Method）を用いたモータ解析について述べたのち、モータの各種性能値の計算方法を示す。

2.1.1 2次元有限要素法の定式化

FEM では、解析領域を三角形などの要素（メッシュ）を用いて離散化し、その節点や辺に未知数を与え要素内のポテンシャル分布を単純な関数で近似する。これにより、場の支配方程式（微分方程式）を連立方程式に帰着して数値的に解く。本研究では 2 次元の FEM について述べる。

2 次元の静磁場の支配方程式は Maxwell の方程式から、以下の形で与えられる [4],[5]。

$$\nabla \cdot (\nu \nabla A_z) = -J_z. \quad (2.1)$$

ここで、 A_z はベクトルポテンシャルの z 成分、 J_z は電流密度の z 成分、 ν は磁気抵抗を表す。ここで、残差を領域全体の重み付き積分の意味で 0 にする重み付き残差法を適用することで、

$$\int_{\Omega} w \nabla \cdot (\nu \nabla A_z) dS = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.2)$$

を得る。ここで、 Ω は解析領域を、 w は重み関数を表す。この式に、ベクトル公式

$$\varphi \nabla \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \nabla \varphi - \nabla \cdot (\varphi \mathbf{a}), \quad (2.3)$$

を適用し、

$$\int_{\Omega} \nu \nabla A_z \cdot \nabla w dS - \int_{\Omega} \nabla \cdot (w \nu \nabla A_z) dS = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.4)$$

を得る．さらに，左辺第 2 項にガウスの発散定理を適用し，

$$\int_{\Omega} \nu \nabla A_z \cdot \nabla w dS - \int_{\Gamma} w \nu \nabla A_z \cdot \mathbf{n} dl = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.5)$$

を得る．この形式は，元の式から微分の階数が落ちているという意味で弱形式と呼ばれる．ここで， Γ は Ω 境界を表し， $\mathbf{n}$ は境界 Γ の単位法線ベクトルである．しかし，固定境界条件と自然境界条件を課すことで第 2 項は 0 となるため，最終的に，

$$\int_{\Omega} \nu \nabla A_z \cdot \nabla w dS = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.6)$$

が FEM で解くべき方程式として得られる．

FEM では，領域 Ω を要素分割することで離散化し，(2.6) 式を連立方程式に帰着して解く．ここでは，節点 i 上では 1 でその他の節点上では 0 となるような補間関数 N_i を用いて， A_z を

$$A_z = \sum_{i=1}^{n_d} N_i A_i, \quad (2.7)$$

と表す．ここで， A_i は節点 i 上での未知ベクトルポテンシャルを表す（節点数は，三角形要素では $n_d = 3$ ，四角形要素では $n_d = 4$ ）．したがって，要素内の A_z は A_i の単純な関数として表され， A_i を求めることで場全体の分布を知ることができる．

(2.7) 式を (2.6) 式に代入し，重み関数 w に補間関数 N_i を用いるガラーキン法を適用すると，

$$\int_{\Omega} \nu \nabla N_i \cdot \sum_{j=1}^{n_d} \nabla N_j A_j dS = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.8)$$

となる．式 (2.8) を行列形式で書くと，例えば $n_d = 3$ のとき，

$$\int_{\Omega} \nu \begin{pmatrix} \nabla N_1 \cdot \nabla N_1 & \nabla N_1 \cdot \nabla N_2 & \nabla N_1 \cdot \nabla N_3 \\ \text{sym.} & \nabla N_2 \cdot \nabla N_2 & \nabla N_2 \cdot \nabla N_3 \\ & & \nabla N_3 \cdot \nabla N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} dS = \int_{\Omega} -w J_z dS, \quad (2.9)$$

となる．各要素内で (2.9) 式を計算し，全体行列 K の対応する番号位置に足し合わせることで，連立方程式

$$[K]\{A\} = \{J\}, \quad (2.10)$$

を得る．ここで， $\{A\}$ と $\{J\}$ は A_i および J_z からなるベクトルである．この連立方程式を解くことで，未知数である A_i を得る．(2.10) 式は N_i の性質から一般に疎行列であり，ICCG 法などの疎行列ソルバーを使用することで，効率的に解くことが可能である．

また，モータの特性計算では磁気抵抗 ν の非線形性を考慮する必要がある．この場合，例えば (2.10) 式にニュートンラプソン法を適用し，各要素に割り当てられた ν の値を更新しながら繰り返し方程式を解くことで，非線形性を考慮した解を得ることができる．

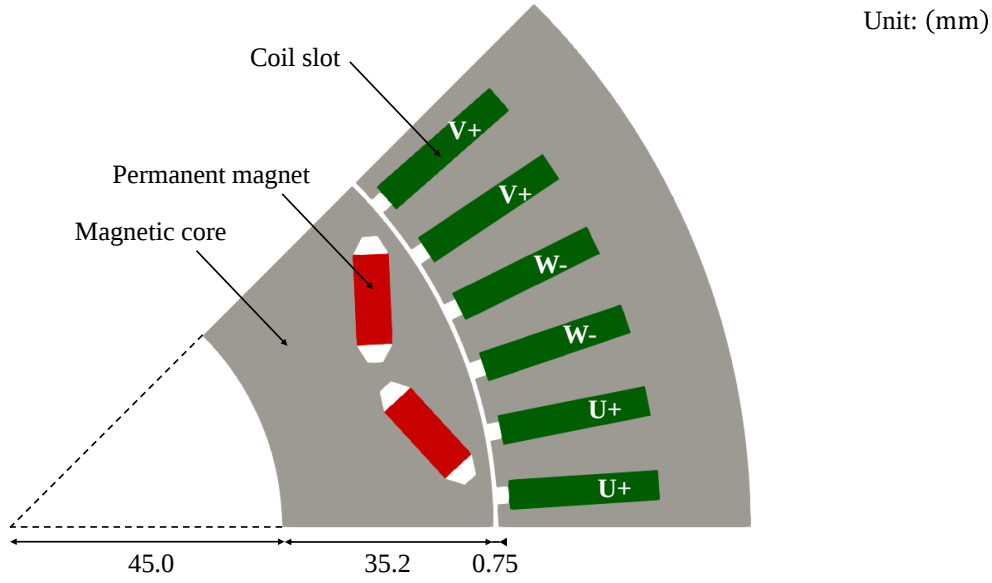


図 2.1 永久磁石モータモデル (8 極 48 スロットの 1/8 部分モデル)

2.1.2 有限要素法によるモータ解析

ここでは、FEM によるモータ解析手法について述べる [6]。図 2.1 に本節で取り扱う永久磁石モータモデルを示す [7], [8], [9]。

永久磁石を含む領域の解析

領域内に永久磁石が存在する永久磁石モータの解析では、磁化ベクトル $\mathbf{M}$ を用いて、

$$\int_{\Omega} \nu \nabla N_i \cdot \sum_{j=1}^{n_d} \nabla N_j A_j dS = \int_{\Omega} -w J_z dS + \int_{\Omega} \nu N_i \cdot (\nabla \times \mathbf{M}) dS, \quad (2.11)$$

が FEM 方程式として得られる。(2.11) 式を同様に離散化して方程式を解くことで、ベクトルポテンシャル A_i を得る。

入力三相交流の計算

本研究では同期モータを主に取り扱う。同期モータにおいて、入力する電流は回転子角度と同期した三相交流であり、以下の式で記述される。

$$i_u = I \sin(\omega_e t + \beta), \quad (2.12)$$

$$i_v = I \sin(\omega_e t + \beta - \frac{2}{3}\pi), \quad (2.13)$$

$$i_w = I \sin(\omega_e t + \beta + \frac{2}{3}\pi), \quad (2.14)$$

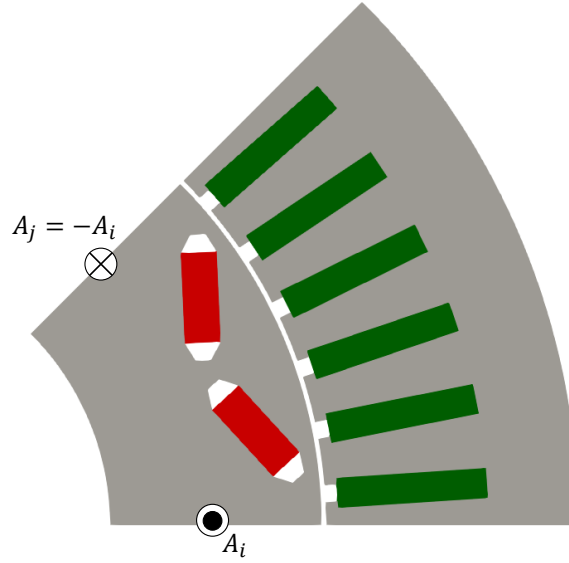


図 2.2 周期境界条件

ここで, I, ω_e, β は電流波高値, 電気角速度, 電流 (進み) 位相角を表す. 同期モータにおいては, 機械角速度を ω とすると, $\omega_e = \frac{p}{2}\omega$ の関係性がある (p は極数). なお, 機械角速度に関しては分周回転数 (rpm) N の形で書くことも多い.

図 2.1 には, 各コイルスロットがどの相に対応しているかを記載している. “-” がついている相では, I の符号を負にして計算する. なお, 図 2.1 のようなコイルの巻き方を分散巻と呼ぶ.

周期境界条件

本論文で取り扱うモータでは, 場の分布に極数分の反周期性が存在する. したがって, モータ全体のモデルを解析する必要は無く, p 極機であれば全体の $1/p$ 領域を解析することで, モータの性能を計算することができる. このとき, 場の分布に反周期性を課すために, 周期境界条件を境界上に設ける. すなわち, 図 2.2 のように, 境界上の節点 i と, 節点 i に対応する反対側の境界上の節点 j について,

$$A_j = -A_i, \quad (2.15)$$

を条件として課す.

スライド境界条件

モータのトルクや磁束量を計算するためには, 図 2.3 のように固定子に対して回転子の位置関係を変化させながら場の計算を行う必要がある. このとき, 刻一刻と変化するメッシュの位置関係を考慮しなければならない, 回転子を動かすたびにメッシュを再生成することもできるが, 計算コストの増大を招く. 一方, 回転子表面のスライドする境界上にスライド境界条件を与えることで, メッシュの再生成をすることなく任意の回転子角度における解析が可能とな

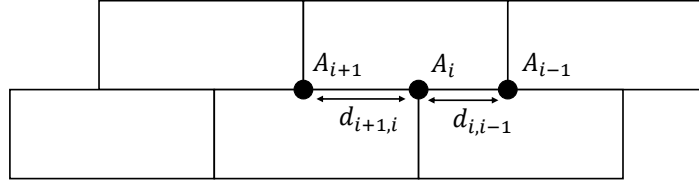


図 2.3 スライド境界条件

る。スライド境界上の節点を i とすると、スライド境界条件は、

$$A_i = \frac{d_{i+1,i}A_{i-1} + d_{i,i-1}A_{i+1}}{d_{i+1,i-1}}. \quad (2.16)$$

ここで、 $d_{k,l}$ は節点 k と節点 l の距離を表す。ただし、インデックス i は水平方向からの角度順で並んでいると仮定する。

2.1.3 モータの各特性の計算方法

ここでは、FEM の解析結果からモータの各特性を計算する手法について述べる。

平均トルクおよびトルクリプル

モータの重要な特性の一つにトルクがある。FEM の結果からトルクを計算する手法は主に 2 種類存在する。

- 節点力法
- 解析式から計算する手法

節点力法では、FEM の結果得られた磁束密度分布と磁気抵抗から、回転子領域の各節点に働く力を計算する。節点力を合計することで、トルク T を計算する。

節点力法において、 T は以下の式で計算される。

$$T = \sum_{\Omega} r_i f_i \cdot t_i, \quad (2.17)$$

$$f_i = - \int_{\Omega} \mathbf{T} \cdot \nabla N_i dS. \quad (2.18)$$

ここで、 r_i, f_i, t_i は節点 i の中心からの距離、節点力、単位接線ベクトルを表す。また、 $\mathbf{T}$ はマクスウェルの応力テンソルであり、2次元の場合は次式で表される。

$$\mathbf{T} = \frac{\nu}{2} \begin{pmatrix} B_x^2 - B_y^2 & 2B_x B_y \\ 2B_x B_y & B_y^2 - B_x^2 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

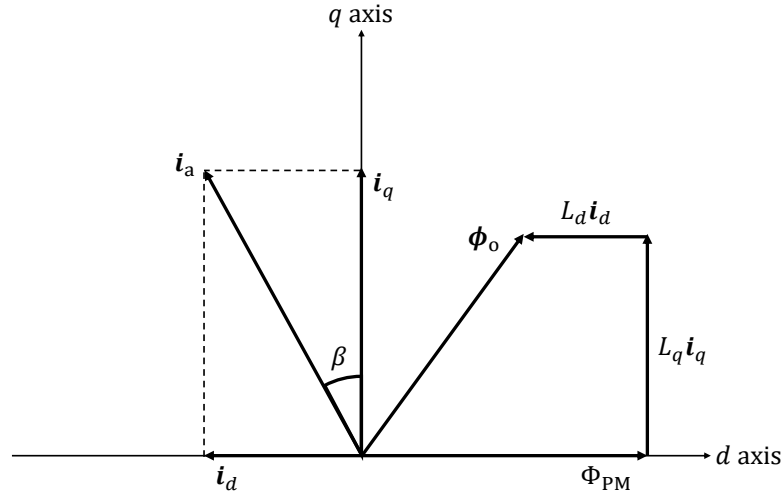


図 2.4 永久磁石同期モータの磁束ベクトル図

B_x, B_y は磁束密度の x, y 方向成分であり, FEM によって得られる. (2.17) 式の計算を回転子領域 Ω で行うことで, トルク T を得る. ただし, (2.17) 式で得られるのは解析対象の面に発生するトルクであるため, モータ全体で発生するトルクを得るためには T にモデルの周期数 ($1/p$ モデルであれば, p) と積層厚を乗じる必要がある.

なお, 一般に回転子に働くトルクは一定ではなく, 回転子角度 θ_m あるいは時刻 t の依存性を有する. トルクを評価する場合, その平均値と変動量の両方で評価することが多い. 平均値を平均トルク T_{avg} , 変動量をトルクリプル T_{rip} と呼び, それぞれ以下の式で計算する.

$$T_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^{n_t} T(\theta_{mi}), \quad (2.20)$$

$$T_{\text{rip}} = \max_i T(\theta_{mi}) - \min_i T(\theta_{mi}). \quad (2.21)$$

ここで, θ_{mi} は n_t 点に分割した回転子角度の i 番目の値である. トルクは角度方向に周期性を有するため, 1 周期分を n_t 点に分割し, 各 θ_{mi} において $T(\theta_{mi})$ を FEM に基づいて計算し, T_{avg} および T_{rip} を求める.

一方, 解析式から計算する手法では, 電気角に合わせて回転する dq 座標に座標系を変換した後, 電機子電流ベクトル i_a と電機子鎖交磁束ベクトル ϕ_o の外積から導出される以下の式でトルク T を計算する.

$$T = \frac{p}{2} (\phi_d i_q - \phi_q i_d). \quad (2.22)$$

ここで, ϕ_d, ϕ_q, i_d, i_q はそれぞれ, d, q 軸鎖交磁束量および d, q 軸電流値である. 磁束量は FEM

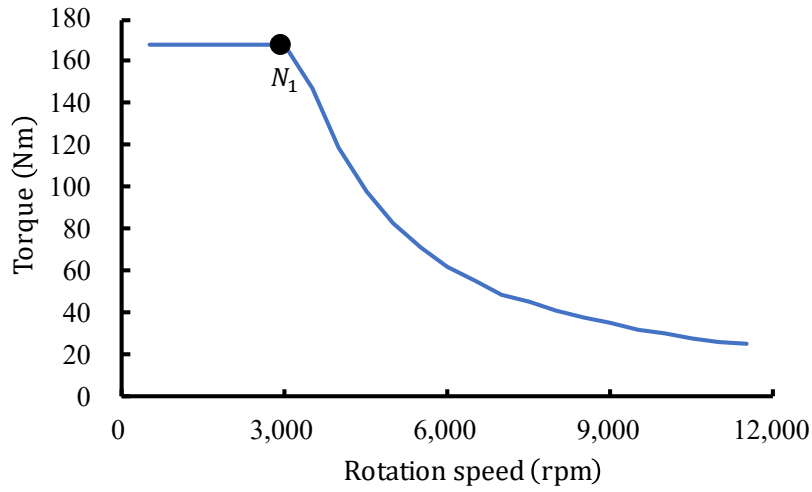


図 2.5 モータの ST 特性例

で得られた場から直接計算できる。また,

$$i_d = -\sqrt{\frac{3}{2}} I \sin \beta, \quad (2.23)$$

$$i_q = \sqrt{\frac{3}{2}} I \cos \beta, \quad (2.24)$$

である。

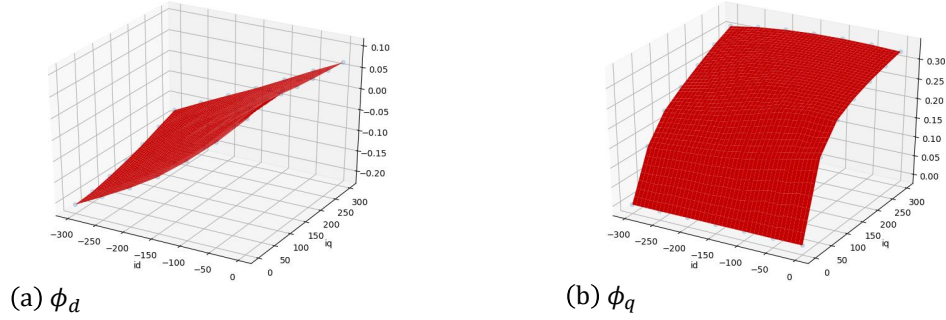
また, $\phi_d = \Phi_{PM} + L_d i_d$, $\phi_q = L_q i_q$ であるため, (2.22) 式は以下の形で書くことが多い。

$$T = \frac{p}{2} \{ \Phi_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \}. \quad (2.25)$$

ただし, Φ_{PM}, L_d, L_q はそれぞれ, 永久磁石鎖交磁束量および d, q 軸インダクタンスである。ここで, 第 1 項は永久磁石によって発生するトルクであり, マグネットトルクと呼ぶ。一方, 第 2 項はモータのインダクタンス差によって発生するトルクであり, リラクタンストルクと呼ぶ。永久磁石が回転子内に埋め込まれている埋め込み型永久磁石 (IPM: Interior Permanent Magnet) モータでは, この両方のトルクが有効活用される。諸量の関係は図 2.4 のようなベクトル図で描くことができる。なお, 理論上は (2.25) 式より, $\beta = 0\text{deg}$ のときにマグネットトルクが最大, $\beta = 45\text{deg}$ のときにリラクタンストルクが最大となり, また関数の形状から T が最大値となる β は $0 - 45\text{deg}$ の範囲に存在することがわかる。しかし, 実際には後述する磁気飽和の影響により, T が最大値となる β が 45deg を超えることもある。

速度－トルク特性

モータを運転するときの一つの選択肢として, 理想的にはトルクが最大となる電流および電流位相角 (以下, まとめて電流条件と呼ぶ) を設定することが考えられる。このうち, 電流値

図 2.6 モータの (i_d, i_q) — ϕ_d 特性および (i_d, i_q) — ϕ_q 特性例

は供給インバータの上限値に、位相角は (2.22) 式または (2.25) 式でトルクを最大にする値に設定すればよい。しかし、実際には鎖交磁束に起因する誘起電圧が供給インバータの許容値を超えてしまうため、そのような設定が不可能な場合がある。このとき、鎖交磁束が弱まる様に電流を制御する必要がある。誘起電圧は回転速度に比例するため、回転数を上昇させるほど鎖交磁束を弱めていく必要があり、したがってトルクも回転速度に従い低下していく。この関係性をモータの速度—トルク (ST: Speed-Torque) 特性と呼ぶ。

図 2.5 に ST 特性の例を示す。回転数 N_1 までは誘起電圧がデバイスの上限值を超えないため、トルクが最大となる電流条件が選択される。これを最大トルク制御と呼ぶ。回転数を上げていくと、誘起電圧を下げるために鎖交磁束を弱める電流条件が選択される。これを弱め磁束制御と呼ぶ。

FEM の結果と解析式に基づいて ST 特性を計算する手法について述べる。まず、誘起電圧 V_o は以下の式で計算される。

$$V_o = \omega_e \phi_o, \quad (2.26)$$

$$\phi_o = \|\phi_o\| = \sqrt{\phi_d^2 + \phi_q^2}. \quad (2.27)$$

したがって、FEM によって ϕ_d, ϕ_q を求め、 V_o が許容値を超えない範囲で最大の T を各回転数で解析式から求めることで、ST 特性を計算することができる。

ここで、 ϕ_d, ϕ_q は磁気飽和に起因する i_d, i_q, θ_m 依存性を有することに注意しなければならない。このうち、 θ_m 依存性は平均トルクを計算する上では無視できるため、本研究でも i_d, i_q 依存性のみ考慮する。したがって、ST 特性を計算するときは、予め供給インバータの最大電流値以下の範囲で (i_d, i_q) — ϕ_d 特性および (i_d, i_q) — ϕ_q 特性を求めておき、想定した回転数において V_o が許容値を超えない範囲で最大の T を求める必要がある。図 2.6 に永久磁石モータの (i_d, i_q) — ϕ_d 特性および (i_d, i_q) — ϕ_q 特性例を示す。実用上は、 (i_d, i_q) 平面上の格子点における ϕ_d, ϕ_q を求め、中間値を線形補間する、あるいは点群を曲面近似することが考えられる。

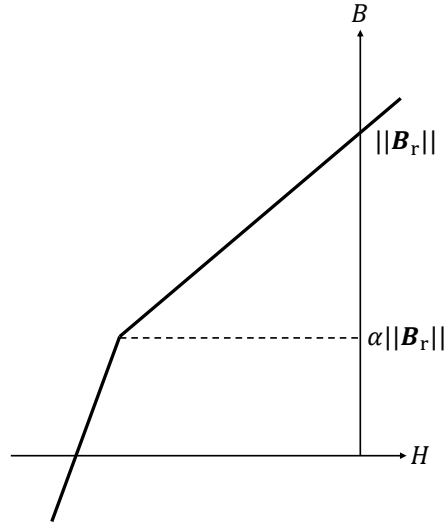


図 2.7 永久磁石の磁気特性例

永久磁石の不可逆減磁

永久磁石モータの運転において、永久磁石の不可逆減磁に注意を払う必要がある。不可逆減磁とは、永久磁石がその特性を失うことであり、不可逆減磁の発生はモータ性能の悪化を招く。図 2.7 に永久磁石の磁気特性（減磁特性）の例を示す。この図において、運転点がクニック点（磁気特性を表す曲線の変曲点）を下回ったとき、不可逆減磁が発生したと判定される。

FEM に基づいて不可逆減磁を判定する手法について述べる [10]。FEM によって場を求めると、磁束密度 $\mathbf{B} = \{B_x, B_y\}$ を永久磁石内で計算することができる。この $\mathbf{B}$ と永久磁石が有する残留磁束密度 $\mathbf{B}_r$ との内積から、以下の条件式で判定を行う。

$$\frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_r}{\|\mathbf{B}_r\|} < \alpha \|\mathbf{B}_r\|. \quad (2.28)$$

ここで、 α はクニック点となる磁束密度の $\mathbf{B}_r$ に対する割合である。

2.2 形状最適化

本節では、形状最適化について述べる。

2.2.1 形状最適化概要

形状最適化とは、対象となる機器などの形状を最適化アルゴリズムにしたがって変化させることで、目的関数の意味で優れた解を得る手法である [2]。

図 2.8 に形状最適化の典型的なフローチャートを示す。機器形状が設計変数 $\mathbf{w}$ で表現されて

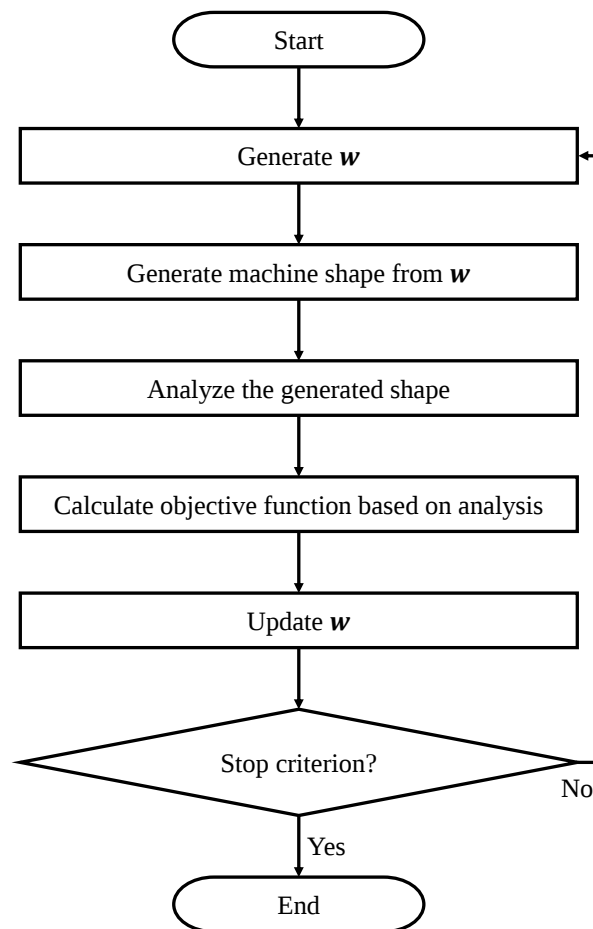


図 2.8 形状最適化のフローチャート

いるとする（例えば、後述するパラメータ最適化において、 w は部品の長さや角度などで構成される）。形状最適化では、 w で表現される形状を生成し、その形状を解析（本研究では、FEM による数値解析）することで、事前に規定した目的関数のもとで評価する。評価後、最適化アルゴリズムに従って、より優良な形状が存在すると考えられる方向に w を更新する。以上の手順を規定回数あるいは終了基準を満たすまで繰り返すことで、目的関数の意味で優れた形状を得ることができる。目的関数が 1 つである最適化を単目的最適化、複数である最適化を多目的最適化と呼ぶ。また、目的関数に加えて、形状が満たさなければならない制約条件（使用する材料の最大量など）を考慮することもある。

最適化アルゴリズムには様々な種類が存在するが、特にモータの最適化では勾配法と確率的最適化法の 2 つが良く用いられる。

勾配法では目的関数の w に関する勾配方向に、毎ステップ w を更新する。本手法は 1 ス

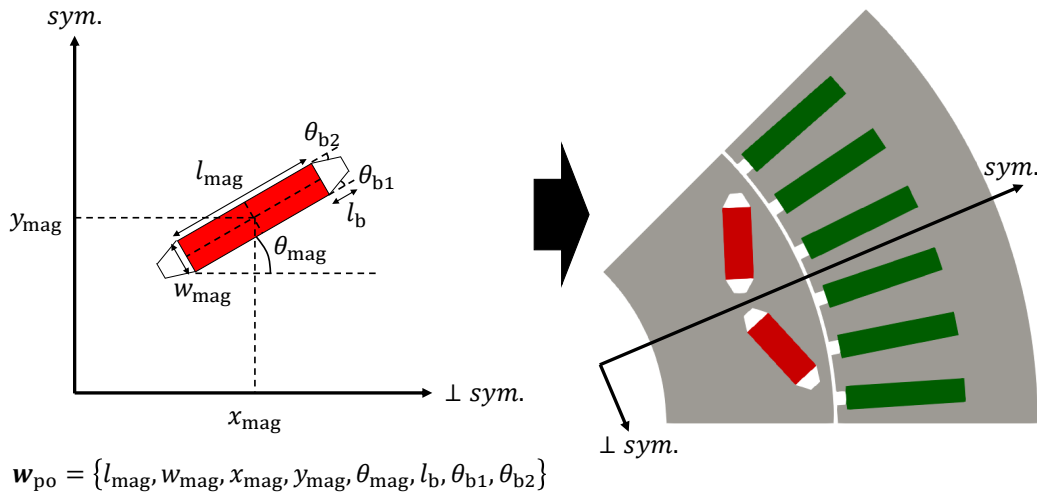


図 2.9 パラメータ最適化

トップ当たりの計算コストが低く局所探索能力に優れるという利点を有するが、局所解に陥りやすく、また勾配の導出が必要という欠点がある。

確率的最適化法では、毎ステップ多数の異なる $\mathbf{w}$ を確率的に生成し、それらの評価結果を次ステップの $\mathbf{w}$ の生成に利用する。なお、一つひとつの $\mathbf{w}$ を個体、個体群をまとめて集団と呼ぶ。確率的最適化法では多数の形状を毎ステップ解析する必要があるため、計算コストが高い。これは特に $\mathbf{w}$ が高次元のとき顕著である。また、アルゴリズムによっては局所探索能力にやや欠ける。一方、勾配の導出が不要であり、大域的探索能力に優れているという利点を有する。さらに、多目的最適化への拡張も比較的容易である。本研究ではこれらの利点に着目して、確率的最適化法を最適化アルゴリズムに用いる。確率的最適化法の代表的な手法としては、遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) が挙げられる。

本節ではまず、代表的な形状最適化法（形状の表現法）について述べる。次に、形状を進化させる多目的最適化アルゴリズムについて述べる。

2.2.2 代表的な形状最適化法

ここでは、代表的な形状最適化法（形状の表現法）について述べる。

パラメータ最適化

図 2.9 にパラメータ最適化の概要を示す。パラメータ最適化では、 $\mathbf{w}$ に形状の幾何情報を割り当てる。図の例では、 $\mathbf{w} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, x_{\text{mag}}, y_{\text{mag}}, \theta_{\text{mag}}, l_b, \theta_{b1}, \theta_{b2}\}$ の 8 変数が、フラックスバリア（永久磁石磁束の還流を防ぐ空気領域）を両端に備えた V 字型永久磁石の形状を表現している。なお、図 2.1 の形状もこの 8 変数で表現されている。なお、モータは通常対称軸 sym.

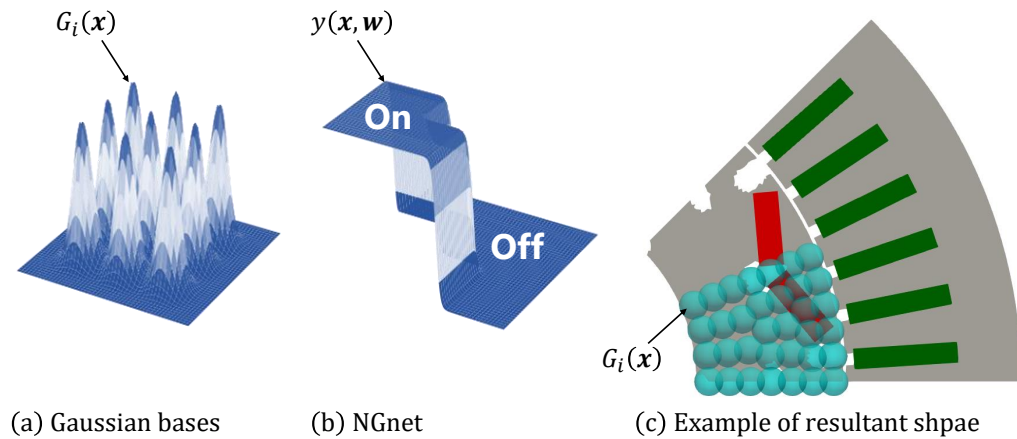


図 2.10 トポロジー最適化 (NGnet on/off 法)

を有しており、設計領域の形状を対称軸で折り返して 1 極分の形状とする。これは以降の形状最適化法でも同様である。

パラメータ最適化の利点として、事前に規定した幾何情報の範囲で解が得られることが挙げられる。したがって、予め優良な形状に見当がついている場合や、製造上の理由で単純な形状に部品を制限したい場合はパラメータ最適化が適している。

しかし、「規定した範囲の形状が得られる」という利点は、「新規的な形状が得られにくい」という欠点とも言える。特に概念設計のフェーズにおいて、従来の知見を超えるような新規的な形状を得たい場合には、パラメータ最適化では不十分である。後述のトポロジー最適化はこの欠点を克服する手法として知られる。

トポロジー最適化 (NGnet on/off 法)

トポロジー最適化では、対象の形状を自由変形させることで最適な形状を見出す、構造解析などの分野でよく知られている手法である。最も原理的なトポロジー最適化法として on/off 法が知られている。on/off 法では、設計対象領域を微小なセルに分割し、各セルの on/off, すなわち、材料を割り当てるか否かを直接 w として扱う。本手法により、設計者の知見を超える新規的な形状が期待される。しかし、本手法では領域内に無数の空孔がチェッカーボードのように表れやすく、形状が製造可能性に欠ける。この問題に対して、空孔を除去し滑らかな材料境界を得るフィルタリング [11] などが有効である。

一方、この欠点を根本的に克服した手法として、正規化ガウシアンネットワーク (NGnet: Normalized Gaussian network) on/off 法が近年提案され、注目を集めている [3]。図 2.10 に NGnet on/off 法の概要を示す。本手法では、NGnet と呼ばれる空間的に滑らかな形状関数

$y(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ で形状を表現する.

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{N_G} w_i b_i(\mathbf{x}), \quad (2.29)$$

$$b_i(\mathbf{x}) = \frac{G_i(\mathbf{x})}{\sum_{k=1}^{N_G} G_k(\mathbf{x})}, \quad (2.30)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2.31)$$

ここで, $\mathbf{x}$ は設計領域内の位置ベクトルである. また, $G_i(\mathbf{x})$ は 2 次元ガウス基底関数, $b_i(\mathbf{x})$ はその正規化形であり, 平均 $\boldsymbol{\mu}_i$, 標準偏差 σ_i である. NGnet on/off 法では通常, 全ての G_i に同じ標準偏差を与え, N_G 個の G_i を設計領域内に密に (標準偏差程度の範囲である程度重なりが生じるように) 配置する (図 2.10(c) の例では, $N_G = 34$ であり, 円の中心座標が平均, 半径が標準偏差を表す).

この $y(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ の符号を参照して, 各微小セル e の材料 M_e は,

$$M_e = \begin{cases} \text{On (core)} & (y(\mathbf{x}_e, \mathbf{w})) > 0, \\ \text{Off (air)} & (y(\mathbf{x}_e, \mathbf{w})) \leq 0, \end{cases} \quad (2.32)$$

と決定される ($\mathbf{x}_e$ は微小セル e の中心位置ベクトル). NGnet on/off 法では, 重み係数 $\mathbf{w} = \{w_i\}$ の値によって $y(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ が変化し, 従って材料分布が変化する. このことから, NGnet on/off 法によるトポロジー最適化は, $\mathbf{w}$ に関するパラメータ最適化に帰着する.

本手法の利点として, 形状の自由度と製造可能性を両立していることが挙げられる. すなわち, パラメータ最適化では得られない新規的な形状が得られる可能性があり, また単純 on/off 法と比べて滑らかな材料境界が自然に得られやすい. このことから, 近年ではモータのみならず様々な機器に適用されている.

一方, トポロジー最適化はパラメータ最適化と比べて $\mathbf{w}$ が高次元の傾向にあるという欠点を有する. NGnet on/off 法の場合, 十分複雑な形状を得るために G_i を数十程度配置することが多い. これは最適化の難しさに直結する. 更に, モータの最適化においては磁性体コアの形状をトポロジー最適化で決定することが多いが, この方法では永久磁石を修正することができない. 永久磁石をも修正したい場合, 後述するマルチフェーズトポロジー最適化やパラメータ・トポロジー同時最適化が有効である.

なお, トポロジー最適化法には他にも様々な種類が存在する. 代表的な手法に, 密度法やレベルセット法が存在する [2] が, これらは勾配法に基づくため, ここでは割愛する.

マルチフェーズトポロジー最適化 (NGnet on/off 法)

永久磁石をも修正する手法として, NGnet on/off 法の拡張により 3 つ以上の材料状態 (フェーズ) を取り扱う手法が提案されている [3], [12]. 本手法では, 配置した G_i に対して 2 通りの重み係数 $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ を適用することで, 2 通りの NGnet $y_1 = y(\mathbf{x}, \mathbf{w}_1), y_2 = y(\mathbf{x}, \mathbf{w}_2)$ を計算する.

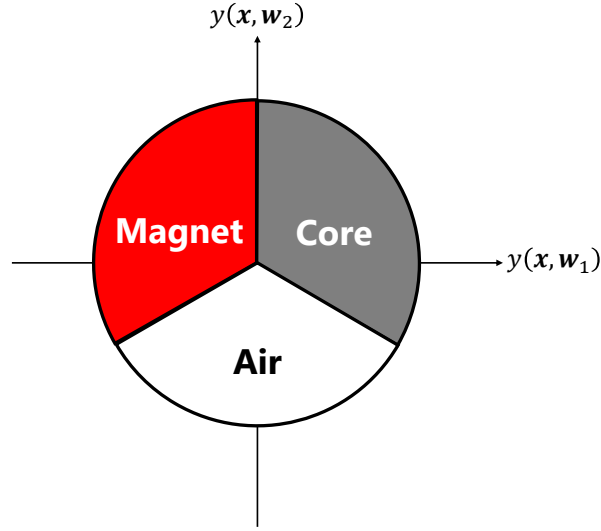


図 2.11 マルチフェーズトポロジー最適化 (NGnet on/off 法)

そして, y_1 と y_2 の値の組み合わせによって, 3 つ以上の状態を表現する. 例えば, 3 材料を表現する材料チャートを図 2.11 に示す. 微小セル e の材料種は $y_1 = y(\mathbf{x}_e, \mathbf{w}_1)$, $y_2 = y(\mathbf{x}_e, \mathbf{w}_2)$ の値をこの材料チャートに当てはめることで決定する. なお, 材料チャート上の各材料 (色) の面積はランダムに $\mathbf{w}$ を割り当てた際にその材料が得られる期待値に, 隣接関係は実際の材料分布の隣接関係に反映される. 特に, 後者については形状表現能力に大きく影響する [12].

本手法では, 永久磁石と磁性体コアの形状自由度が極めて高く, 新規的な解が期待される. 一方, 同じ G_i を用いたトポロジー最適化と比べて 2 倍の設計変数 $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2\}$ が必要となるため, 最適化が高次元問題となりやすく, 困難である.

なお, より高い自由度で材料状態を表現するために, 3 通り以上の重み係数を設定することも原理的に可能である. これは例えば, 永久磁石の磁化方向をも考慮するような, 複雑な材料分布を最適化する場合に活用できる [13].

パラメータ・トポロジー同時最適化

永久磁石モータにおけるパラメータ・トポロジー同時最適化 [14] では, 永久磁石の形状を寸法パラメータで, 磁性体コアの形状を NGnet on/off 法で決定する. 図 2.12 に概要を示す. 永久磁石の設計変数を $\mathbf{w}_{\text{po}}$, 設計領域に配置した G_i の重み係数を $\mathbf{w}_{\text{to}}$ とすると, パラメータ・トポロジー同時最適化の設計変数は $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_{\text{po}}, \mathbf{w}_{\text{to}}\}$ と表される. 図の例では, V 字磁石を $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, x_{\text{mag}}, y_{\text{mag}}, \theta_{\text{mag}}\}$ の 5 変数で, 磁性体コアのトポロジーを 34 基底 ($N_G = 34, \mathbf{w}_{\text{to}} \in \mathbb{R}^{34}$) でそれぞれ表現している.

パラメータ・トポロジー同時最適化は両手法の利点を併せ持つ. すなわち, 製造コストの高い永久磁石は単純な幾何情報を保ちつつ修正でき, 磁性体コアはトポロジー最適化によって高

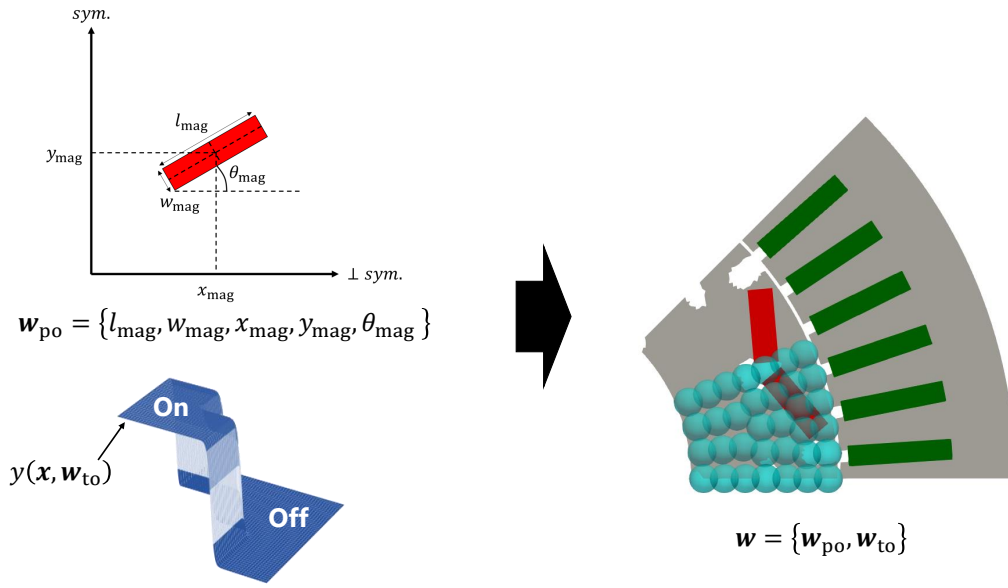


図 2.12 パラメータ・トポロジー同時最適化

い自由度で設計できる．また，マルチフェーズトポロジー最適化と比べて，材料表現がシンプルであり， $\mathbf{w}$ の次元も比較的強く抑えられる．

2.2.3 多目的最適化法 (NSGA-II)

ここでは，本研究で主に扱う多目的最適化，特に多目的 GA の一種である NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) [15] について述べる．本研究では，NSGA-II に従って $\mathbf{w}$ を変化させることで，優良な形状群を得る．

優越関係とパレート解

まず，多目的最適化で用いられる概念である優越関係とパレート解について述べる．多目的最適化では，複数の目的関数 $f_i(\mathbf{w})$ を同時に考慮して最適化を行う．また，制約条件 $h_j(\mathbf{w})$ を課すこともある．多目的最適化問題はこれらを用いて以下のように定義される．

$$\min. f_i(\mathbf{w}), \quad (i = 1, \dots, N_f) \quad (2.23)$$

$$\text{sub. to } h_j(\mathbf{w}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, N_h). \quad (2.24)$$

ここで， N_f, N_h はそれぞれ目的関数と制約条件の数である．

図 2.13 に目的関数空間における集団の例を示す ($N_f = 2$ の場合)．マーカーで示した一つひとつの点がある $\mathbf{w}$ の目的関数値に対応している．以降，個体 (x) の設計変数を $\mathbf{w}^{(x)}$ と表す．

ここで，任意の i について $f_i(\mathbf{w}^{(x)}) < f_i(\mathbf{w}^{(y)})$ が成立するとき，「x は y に (強く) 優越する」という．特に，どの個体にも優越されない個体群をパレート解と呼ぶ．図 2.13 においては，個体 (a) は個体 (b) に優越している．また，後述の NSGA-II ではランクの概念を導入し，パレー

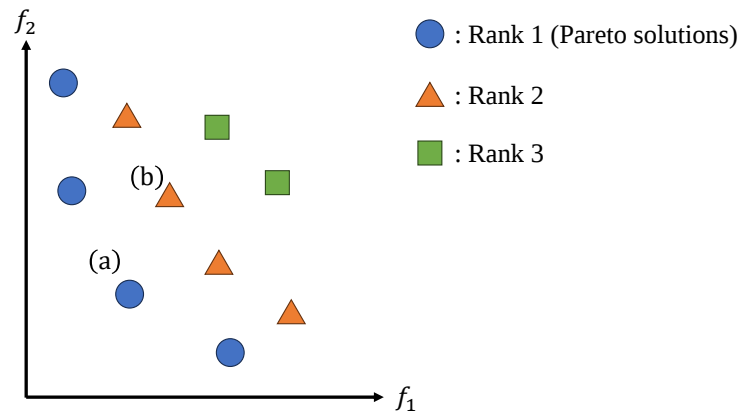


図 2.13 多目的最適化における解集団例

表 2.1 NSGA-II アルゴリズム 記号一覧

記号	説明
g	世代
g_{Max}	世代の最大値
$\mathcal{P}_g$	世代 g における集団
$\mathcal{C}_g$	世代 g における子個体群
$\hat{\mathcal{P}}_g$	世代 g に存在する全個体 ($\hat{\mathcal{P}}_g = \mathcal{P}_g \cup \mathcal{C}_g$)
$\mathcal{F}_k$	ランク k である個体群
n_p	集団サイズ ($n_p = \mathcal{P}_g $)
n_c	子個体数 ($n_c = \mathcal{C}_g $)
d	NSGA-II における混雑度

ト解をランク 1, ランク 1 の個体群を取り除いたときパレート解である個体群をランク 2, ランク 1 と 2 の個体群を取り除いたときパレート解である個体群をランク 3, ... と定義している. 図 2.13 においては, 円で示した個体群はどの他の個体にも優越されないためランク 1 (パレート解), 三角で示した個体群はランク 1 の解以外には優越されないためランク 2, 四角で示した個体群はランク 3 である.

NSGA-II

NSGA-II[15] は多目的 GA の一種で, 個体のランク付けを高速に行う非優越ソートと, 個体間の距離を評価する混雑度ソートに基づいて, 個体の取捨選択を行うアルゴリズムである. 以

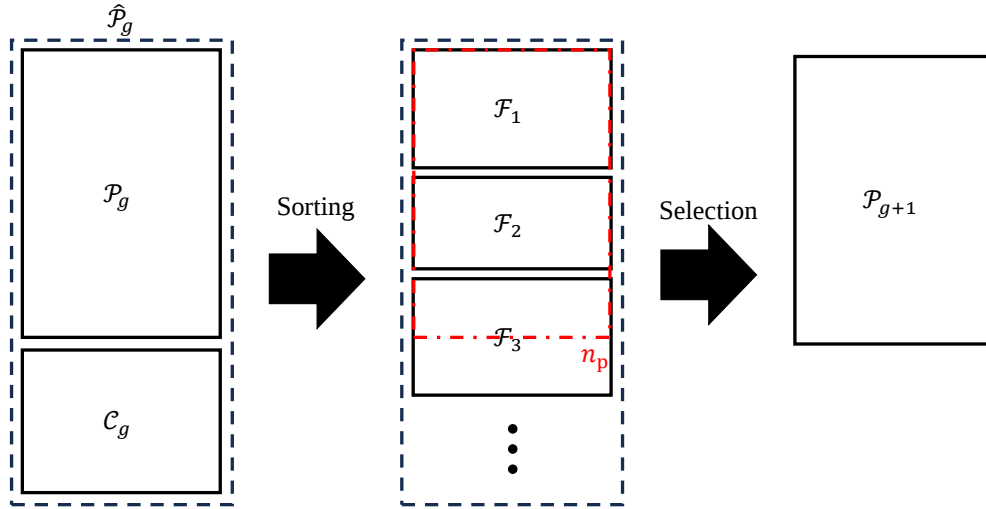


図 2.14 NSGA-II における集団の更新

下, NSGA-II のアルゴリズムを示す. アルゴリズム中の記号の意味は表 2.1 にまとめた. なお, GA は自然界における生物の進化に着想を得たアルゴリズムである. NSGA-II に限らず GA では, 最適化ステップのことを世代, 設計変数のことを遺伝子と呼ぶ.

1. $g = 1$.
2. 初期解集団 P_g をランダム生成する.
3. P_g から C_g を交叉・突然変異により生成する. 交叉や突然変異には適当なアルゴリズムを用いる.
4. $\hat{P}_g = P_g \cup C_g$ を構築する.
5. 非優越ソートにより, ランク付けされた個体群 F_k を構築する.
6. $|P_{g+1}| = n_p$ となるように F_k から個体を選択し, P_{g+1} として次世代に残す. 個体を選ぶ際には k が小さい (= ランクの優れた) 個体から順に選択する. また, 同ランク内では, 混雑度 d の小さいものから順に選択する. 選択されなかった個体は消去する.
7. $g \geq g_{\text{Max}}$ ならば, 終了する. そうでなければ, $g \leftarrow g + 1$ として 3. に戻る.

図 2.14 に, NSGA-II における集団の更新の概要を示す.

制約付き NSGA-II における優越関係

先述の通り, 多目的最適化では制約条件を考慮する場合がある. 本研究では, 制約付き NSGA-II のアルゴリズムに基づき, 制約条件の存在下における個体 x, y 間の優越関係を以下のように再定義する. ただし, 制約条件違反量の総和を $res(\mathbf{w})$ と定義する ($res(\mathbf{w}) \geq 0$ であり, 等号成立は全ての制約条件を満たすとき).

表 2.2 モータ解析設定

設定名	値
電流波高値 I (A)	$170\sqrt{2}$
電流位相角 β (deg)	{30, 60}
コイル巻き数 (turns)	10
磁性体コア材料種 (-)	50A400
積層厚さ (mm)	50.0
永久磁石残留磁束密度 $\ \mathbf{B}_r\ $ (T)	1.25

表 2.3 最適化設定

設定名	値
最大世代数 g_{Max}	300
集団サイズ n_p	200
子個体数 n_c	100
初期解集団の生成法	一様乱数
交叉アルゴリズム	SBX

1. もし $\text{res}(\mathbf{w}^{(x)}) = 0$ かつ $\text{res}(\mathbf{w}^{(y)}) = 0$ ならば, 制約条件無しの優越関係に従う. すなわち, 任意の i について $f_i(\mathbf{w}^{(x)}) < f_i(\mathbf{w}^{(y)})$ が成立するとき, x は y に優越する.
2. もし $\text{res}(\mathbf{w}^{(x)}) = 0$ かつ $\text{res}(\mathbf{w}^{(y)}) > 0$ ならば, f_i にかかわらず x は y に優越する.
3. もし $\text{res}(\mathbf{w}^{(x)}) > 0$ かつ $\text{res}(\mathbf{w}^{(y)}) > 0$ ならば, res の大きさに優越関係を決定する. すなわち, $\text{res}(\mathbf{w}^{(x)}) < \text{res}(\mathbf{w}^{(y)})$ のとき, f_i にかかわらず x は y に優越する.

以上のように優越関係を定義することで, 実行可能解 ($\text{res}(\mathbf{w}) = 0$ なる解) を次世代に残しつつ, 実行不可能解 ($\text{res}(\mathbf{w}) > 0$ なる解) 同士で優越関係を決定することが可能となり, より $\text{res}(\mathbf{w})$ が小さくなる方向に集団が進化することが期待される.

2.3 数値実験：形状最適化法の比較検討

本節では, これまでに述べた最適化手法について, 永久磁石モータへの適用例を示す.

2.3.1 最適化問題

ここでは, 図 2.1 の回転子形状を最適化対象とする. 最適化問題を以下の通り定義する.

$$\min. f_1(\mathbf{w}) = -T_{\text{avg}} \quad (\text{Nm}), \quad (2.35)$$

$$\min. f_2(\mathbf{w}) = S \quad (\text{mm}^2), \quad (2.36)$$

$$\text{sub. to } \begin{cases} h_1(\mathbf{w}) = N_{\text{core}} \leq 1 & (-), \\ h_2(\mathbf{w}) = S_{\text{demag}} \leq 0.05 \times S & (\text{mm}^2), \\ h_3(\mathbf{w}) = d_{\text{disp}}^{\text{Max}} \leq 1.0 \times 10^{-1} & (\text{mm}), \\ h_4(\mathbf{w}) = \sigma_{\text{Mises}}^{\text{Max}} \leq 200 & (\text{MPa}). \end{cases} \quad (2.37)$$

ここで、 T_{avg} は平均トルクであり最大化（負の値の最小化）され、 S は永久磁石面積であり最小化される。また、各制約条件の意味は以下の通り。

- $h_1(\mathbf{w})$ ：磁性体コアの数 N_{core} が 1 になるように制約。すなわち、磁性体コアは分離してはならない。
- $h_2(\mathbf{w})$ ：減磁した永久磁石面積 S_{demag} は全体の 5% 以下でなければならない。ここでは安全方向に考えて、減磁判定時には定格電流 I の 1.5 倍の電流を印加し、位相角は 60 度に設定した。

加えて、高速回転（ここでは、12000rpm）時の磁性体コアの機械的強度を保つため、以下の制約を加える。

- $h_3(\mathbf{w})$ ：最大変位 $d_{\text{disp}}^{\text{Max}}$ は 0.1mm 以下でなければならない。
- $h_4(\mathbf{w})$ ：最大ミーゼス応力 $\sigma_{\text{Mises}}^{\text{Max}}$ は 200MPa 以下でなければならない。

ただし、 $d_{\text{disp}}^{\text{Max}}, \sigma_{\text{Mises}}^{\text{Max}}$ は回転子磁性体コアの構造解析によって計算する [16]。これにより、高速回転時の破断を防ぐ回転子構造を得る。モータ解析設定を表 2.2 に示す。ここでは β に 2 通りの値を設定し、それぞれで得られるパレート解について議論する。

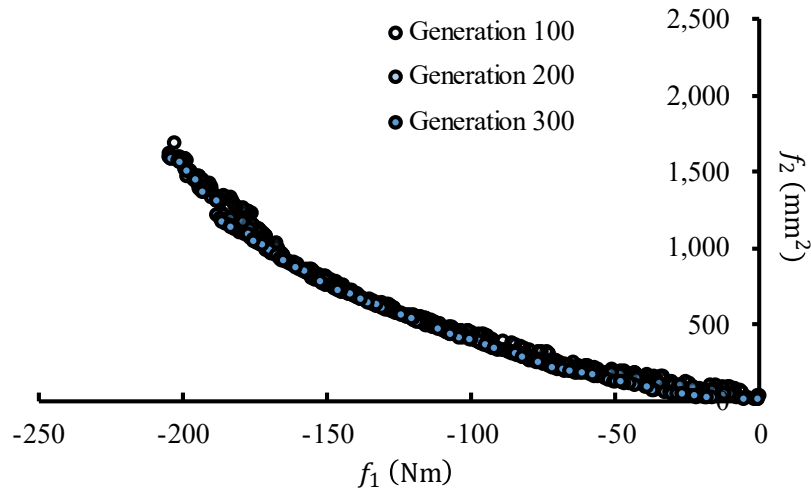
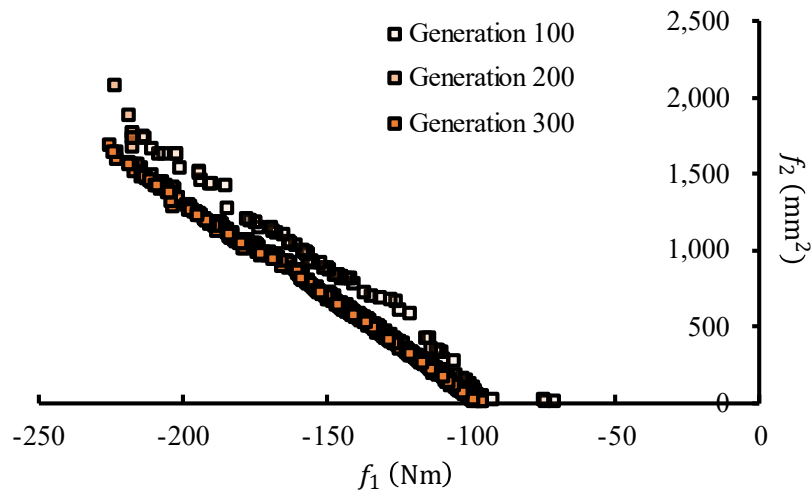
ここでは、パラメータ最適化とパラメータ・トポロジー同時最適化との比較を行う。パラメータ最適化の設定は図 2.9 に示したものと同様に、 $\mathbf{w} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, x_{\text{mag}}, y_{\text{mag}}, \theta_{\text{mag}}, l_{\text{b}}, \theta_{\text{b1}}, \theta_{\text{b2}}\}$ の 8 変数で形状を表現する。また、パラメータ・トポロジー同時最適化の設定は図 2.12 に示したものと同様に、 $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_{\text{po}}, \mathbf{w}_{\text{to}}\}$ 、ただし $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, x_{\text{mag}}, y_{\text{mag}}, \theta_{\text{mag}}\}$ 、 $\mathbf{w}_{\text{to}} \in \mathbb{R}^{34}$ の計 39 変数で形状を表現する。

最適化アルゴリズムは制約付き NSGA-II とした。表 2.3 に最適化設定を示す。

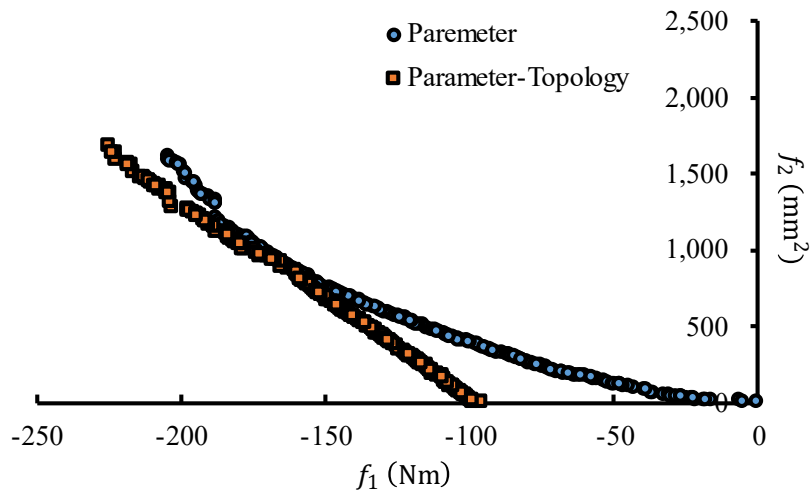
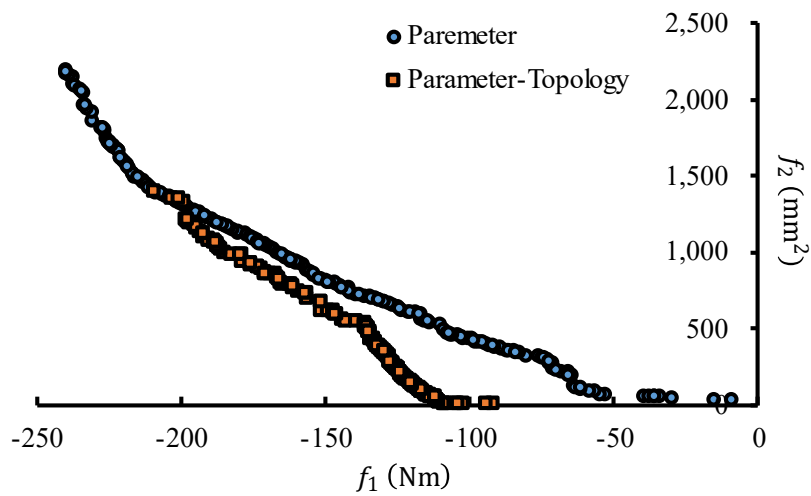
2.3.2 最適化結果

図 2.15 に $\beta = 30\text{deg}$ におけるパラメータ最適化のパレート解の進化履歴を、図 2.16 にパラメータ・トポロジー同時最適化のパレート解の進化履歴を、それぞれ示す。図においては、左下方向に解が進むほど 2 つの目的関数の意味で優れた解となる（パレートフロント方向）。いずれも、300 世代程度でパレート解に動きが無くなったため、収束したと判断した。

図 2.17 に $\beta = 30\text{deg}$ におけるパレート解の比較を、図 2.18 に $\beta = 60\text{deg}$ におけるパレー

図 2.15 パラメータ最適化のパレート解の進化履歴 ($\beta = 30\text{deg}$)図 2.16 パラメータ・トポロジー同時最適化のパレート解の進化履歴 ($\beta = 30\text{deg}$)

ト解の比較を、それぞれ示す。図から、基本的にパラメータ・トポロジー同時最適化ではパラメータ最適化のパレート解を超える解集団が得られていることが分かる。これは、パラメータ・トポロジー同時最適化では磁性体コアのトポロジーを基本的に自由に設計できるためと考えられる。特に、永久磁石面積 S が小さい領域においては、パラメータ最適化では得られないような高トルクなモータが得られた。これは、 S が小さい領域においてはリラクタンストルクが支配的となり、パラメータ・トポロジー同時最適化では高リラクタンストルクを達成する磁

図 2.17 形状最適化 300 世代目におけるパレート解 ($\beta = 30\text{deg}$)図 2.18 形状最適化 300 世代目におけるパレート解 ($\beta = 60\text{deg}$)

性体コア形状が得られるためと考えられる。ただし、図 2.18 の高 T_{avg} 領域においては、パラメータ・トポロジー同時最適化ではパレート解が得られなかった。これは、パラメータ・トポロジー同時最適化では設計変数 w の次元が高く、今回の最適化では大域的最適解にたどり着けなかったためと考えられる。

図 2.19 に $\beta = 30\text{deg}$ におけるパラメータ最適化とパラメータ・トポロジー同時最適化のパレート解のうち、同程度の S を有する解の形状を示した。両手法間で大きく異なる点として、

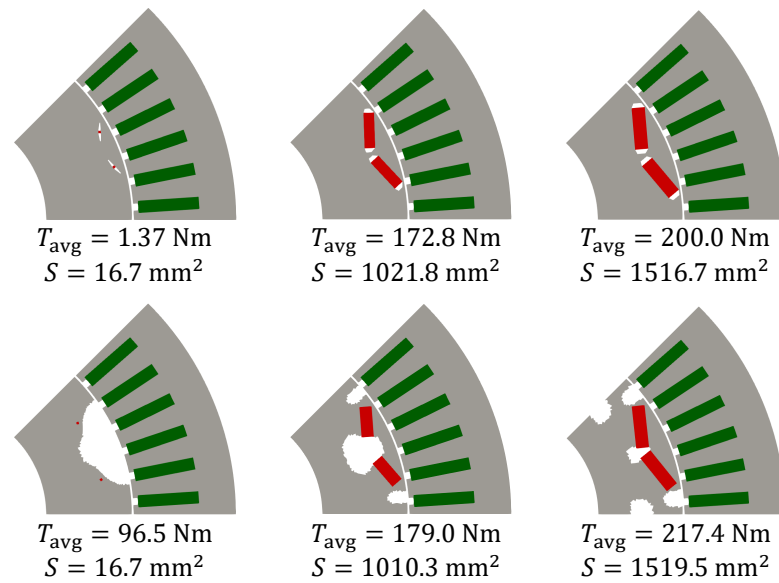


図 2.19 パレート解形状例 ($\beta = 30\text{deg}$) 上段がパラメータ最適化, 下段がパラメータ・トポロジー同時最適化の結果

パラメータ・トポロジー同時最適化では比較的大きなフラックスバリアが得られていることが挙げられる。これにより、 d 軸（本モータモデルでは、 22.5 度方向）と q 軸（ 0 度方向）に大きなインダクタンス差 $L_d - L_q$ が生じ、したがって大きなリラクタンストルクを生じていると考えられる。これは特に S が小さい場合に顕著であり、パラメータ最適化では $S = 16.7\text{mm}^2$ においてはほとんどトルクが得られていない一方で、パラメータ・トポロジー同時最適化では同程度の S でも 100Nm 程度のトルクが得られた。以上のことから、パラメータ・トポロジー同時最適化はパラメータ最適化に対して、形状の自由度と得られるパレート解における優位性を有するといえる。

2.4 総括

本章では、本研究の対象となるモータ（特に、同期永久磁石モータ）の基礎理論、および形状最適化について述べた。また、種々の形状最適化手法を簡単なモータ最適化問題に適用し、比較を行った。比較の結果、パラメータ・トポロジー同時最適化はパラメータ最適化に対して、形状の自由度と得られるパレート解における優位性を有するといえることが分かった。

一方、数値実験から、異なる電流位相角 β では異なるパレート解が得られることが分かった。また、今回の最適化では V 字型の永久磁石を仮定したが、I 字型・U 字型など、永久磁石の形状種には自由度が存在し、それぞれで得られるモータの性能値は異なる。このように、モータの性能はその形状以外の基本的なパラメータにも左右される。これら基本パラメータを考慮しつつ回転子形状を最適化する、統合最適化については次の第 3 章で述べる。

また、いずれの形状最適化法においても、確率的最適化に基づく場合は多数の形状を解析す

る必要があり、計算コストの増大は免れない。これを解消するために、第4章では代理モデル法を活用する。また、トポロジー最適化をベースとした手法では最適化の次元が高くなる傾向にある。第5章では深層生成モデルを用いて、トポロジー最適化を低次元化する手法を導入する。

第 3 章

モンテカルロ木探索を用いた統合最適化

本章では、モンテカルロ木探索（MCTS: Monte Carlo Tree Search）を用いた、基本パラメータと部品形状の統合最適化について述べる。本章では、モータの多目的最適化への適用例について述べる。

3.1 概要

モータの特性改善のため、形状最適化が従来から研究されてきた。形状最適化では、モータの形状を規定する設計変数を最適化アルゴリズムに従って変化させることで、優良な形状を見出す。

しかし、従来の形状最適化では部品形状を最適化の対象としており、モータ自体を規定する基本的な離散パラメータ（以下、このようなパラメータを基本パラメータと呼ぶ）を取り扱うことが不可能である。モータにおける基本パラメータとして、極数や永久磁石の形状種などが主に挙げられる。また、電流位相角を最適化前に決める場合も多く、これを離散化して基本パラメータと見なすこともできる。モータの性能はこのような基本パラメータにも左右されるため、真に最適な全体構造を得るためには形状最適化のみでは不十分であると言える。

これに対し近年では、基本パラメータと部品形状を同時に最適化する手法が提案されている [17], [18]。ここでは、このような手法を統合最適化法と総称する。統合最適化法において、基本パラメータを取り扱うために木探索の概念が導入される。木探索は、木構造を有するデータから所望のデータを効率よく発見するためのアルゴリズムである。この手法は近年ではゲーム AI に用いられていることで知られている。ゲーム AI においては、木の各ノードが各盤面に対応しており、ある親ノードから展開される子ノードは親ノードから手を 1 つ進めた盤面に対応するノードとなる。図 3.1 に三目並べにおける木の例を示す。ゲーム AI には、木探索を行い勝率の高い手を導き出すことで、ゲームを有利に進める機能が搭載されている。

ここで、ゲーム AI と機器設計のアナロジーについて考える。前述の通り、ゲーム AI では

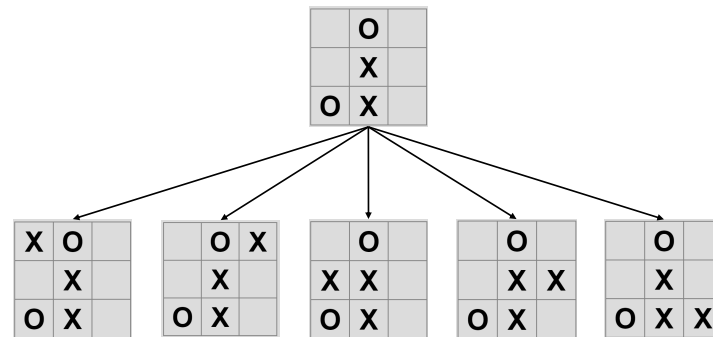


図 3.1 ゲーム AI における木の例

ノードを盤面と見なし、複数の選択肢から勝率の高い手を選択する。また、モータを含む電気機器の設計においては、基本パラメータの選択肢から要求仕様を満たすようなパラメータを選択する。従って、ゲーム AI における「盤面」は「基本パラメータ」に、「勝率」は「要求仕様の満足度」に対応させることができる。以上のアナロジーにより、木探索の手法を機器設計に応用することができ、統合最適化が実現できる。このアイデアに基づいて、木探索ベースの統合最適化法が提案され、研究が進められている。

木探索法の代表的なものに、囲碁や将棋などのゲーム AI “AlphaGo”[19] に用いられている MCTS[20] がある。MCTS では、今までの経験（探索の履歴）から勝率の高い手を計算するとともに、未探索の手をバランスよく訪問する選択方針（UCB: Upper Confidence Bound）[21] が導入されている。これにより、膨大な手の選択肢を効率よく探索する。これはモータ設計においても有効であると考え、本研究では MCTS に基づいた統合最適化法について述べる。

本章では、統合最適化法を永久磁石モータの多目的最適化 [22], [23] に適用する。通常は単目的の下で用いられる MCTS を多目的に拡張するため、パレート解に基づいた評価方法を導入する。従来の形状最適化法と比較を行い、得られる解の多様性について議論する。

3.2 多目的統合最適化

本節では、多目的統合最適化について述べる。

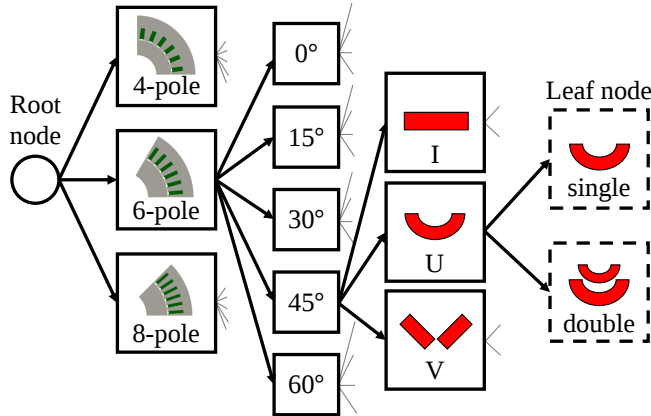


図 3.2 モータ統合最適化の木構造

3.2.1 統合最適化における木構造

図 3.2 に、本章で用いる木構造を示す。統合最適化においては、木構造の深さ k に考慮する k 番目の基本パラメータを割り当て、深さ k のノード群には k 番目基本パラメータの候補値 $s_{k,i}$ を割り当てる。図中においては根ノード側から順に、極数 p 、電流位相角 β 、永久磁石の形状種、永久磁石の層数を各深さに割り当てた。この割り当てにより、根ノードから葉ノードに向かってパスを 1 つ選択する操作が、基本パラメータの候補から 1 通り選択する操作に対応する。

3.2.2 多目的統合最適化のアルゴリズム

ここでは、多目的統合最適化のアルゴリズムについて述べる。

アルゴリズム概要

以下、MCTS に基づく多目的統合最適化のアルゴリズムを示す。ここで、各ノード i は UCB 計算のための訪問回数 n_i およびスコア（選択肢としての優良さを表す指標） v_i を持つ。

1. 探索回数 $t = 1$.
2. 全てのノードについて、 $n_i = 0$, $v_i = 0$ とする。
3. 現在ノード p を根ノードに設定する。
4. 選択：現在ノード p の子ノード c から 1 つ選択し、 $p \leftarrow c$ とする。選択するノードは、

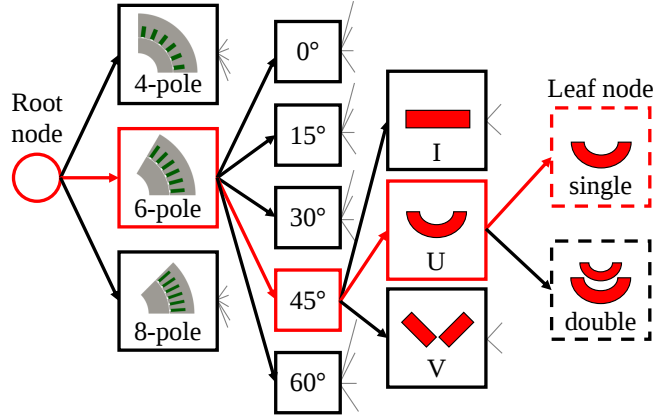


図 3.3 統合最適化アルゴリズム：選択

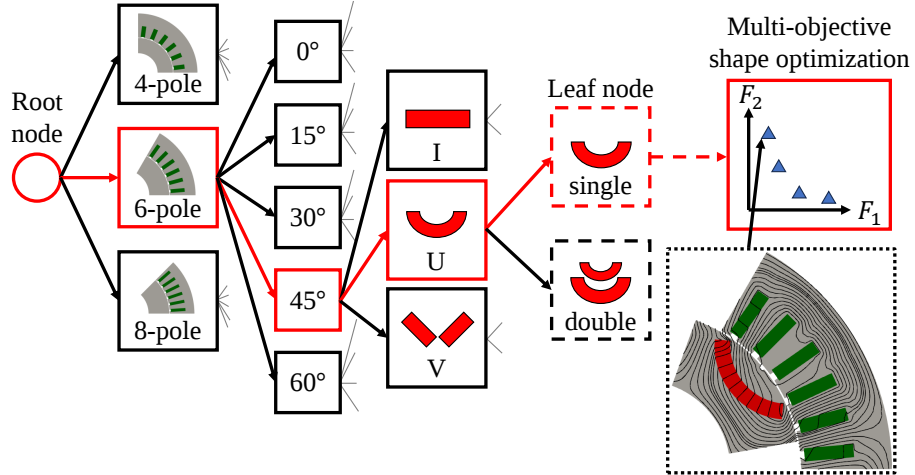


図 3.4 統合最適化アルゴリズム：最適化

以下の UCB 関数 $P(p, c)$ が子ノードの中で最大のものとする。

$$P(p, c) = v_i + C \sqrt{\frac{\ln n_p}{n_c}}. \quad (3.1)$$

UCB 式の意味は以下の通り。第 1 項はこれまでの経験（探索履歴）に基づいてスコアが高いノードを優先的に訪問する，という方針を反映している（この方針は「活用」と呼ばれる）。一方で，第 2 項は（相対的な）訪問回数が小さいノードは未知であるとして

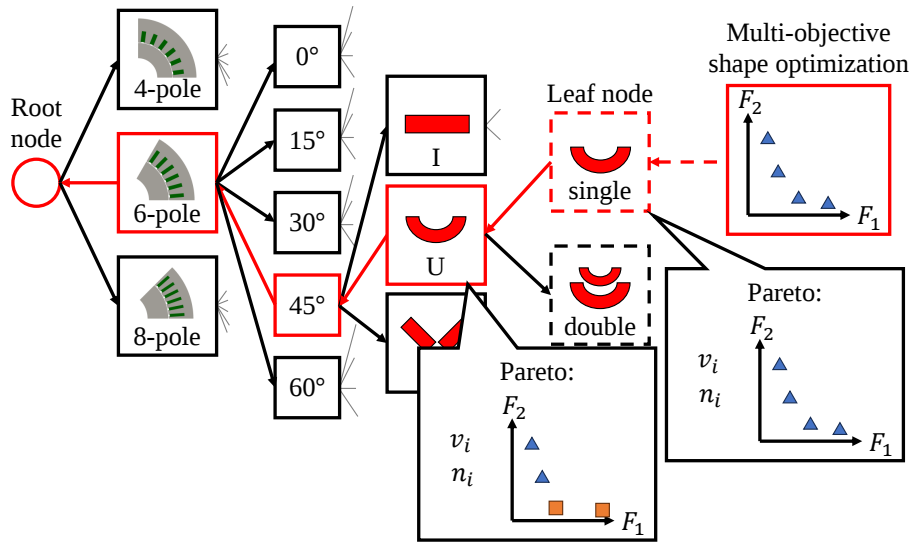


図 3.5 統合最適化アルゴリズム：逆伝搬

広域的に訪問する，という方針を反映している（この方針は「探索」と呼ばれる）．この「活用」と「探索」のバランスは定数 C で調整される．

5. もし c が葉ノードのいずれかであれば，6. に進む．そうでなければ，4. に戻る．
6. 最適化：根ノードから葉ノードに向かって選択されたパスに対応する基本パラメータの組み合わせから，モータモデルを生成し，その回転子形状を多目的最適化する．
7. 逆伝搬：得られたパレート解を葉ノードに保存し，後述する方法でスコア v_i を更新する．また，訪問回数 $n_i \leftarrow n_i + 1$ とする．同じ操作を選択したノードについて，葉ノードから根ノードに向かって行う．また，パレート解の逆伝搬時には各ノード内に既に保存されたパレート解と合わせて非優越ソートを実行し，その結果パレート解である解のみ保存する．
8. $t \geq t_{\text{Max}}$ ならば，終了する．そうでなければ， $t \leftarrow t + 1$ として 3. に戻る（ t_{Max} は探索回数の最大値）．

図 3.3 から図 3.5 に，各操作の概要を示す．以上の操作を規定回数 t_{Max} 繰り返すことで，根ノードに徐々にパレート解が蓄積されていく．また，(3.1) 式の選択方針により，膨大な基本パラメータの組み合わせから優良なものを効率的に発見することができる．最終的に，根ノードに蓄積されたパレート解を多目的統合最適化で得られたパレート解とする．

パレート解に基づくスコア

先述の多目的統合最適化のアルゴリズムにおいては，スコア v_i の評価が必要である．評価方法として例えば，各ノードに蓄積されたパレート解で囲まれた領域の面積（一般にはハイパーボリューム）をそのまま v_i とすることが考えられる [24]．しかし，モータの最適化においては

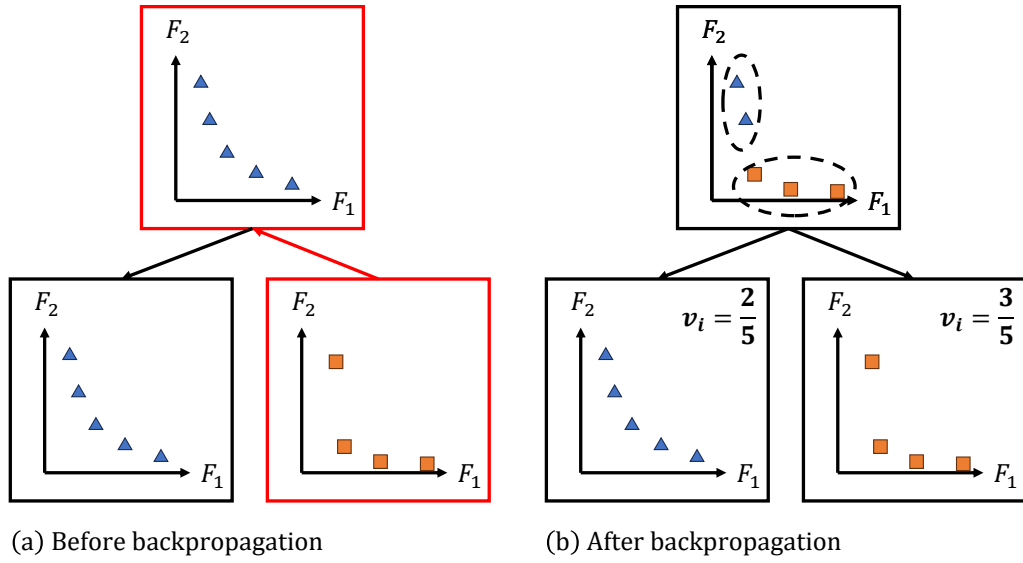


図 3.6 パレート解の個数に基づくスコア

ハイパーボリュームに基づく方法は好ましくない特徴を有する．すなわち，ある目的関数が極端に悪いパレート解を含む場合にもハイパーボリューム，すなわち v_i が高く評価されてしまうという特徴である．そのような解は工学的な優位性を持たないため，別の評価方法が望まれる．また，単目的最適化の目的関数を切り替えながら探索することも考えられるが，切り替えのスケジューリングが必要である．

ここでは，統合最適化を多目的に直接拡張する手法として，パレート解の個数に基づく評価方法を導入する [23]．図 3.6 に本手法の概要を示す．本手法では，ノード i のスコア v_i をその親ノード p を参照して，以下のように定義する．

$$v_i = \frac{N_{\text{pareto}}(i, p)}{\sum_{j=1}^{n_{\text{child}}(p)} N_{\text{pareto}}(j, p)} \quad (3.2)$$

ここで， $N_{\text{pareto}}(i, p)$ はノード i のパレート解のうち，親ノード p においてもパレート解として保存されている解の数を示す．また， $n_{\text{child}}(p)$ はノード p の子ノードの数である．したがって，本手法では親ノード p におけるパレート解の割合で v_i を決定する．図 3.6 においては，左側のノードのパレート解は親ノードにおいて 2 つ生存しているため $v_i = 2/5$ ，右側のノードのパレート解は 3 つ生存しているため $v_i = 3/5$ となる．以上の評価方法により，統合最適化を多目的に拡張する．

3.3 数値実験

本節では，多目的統合最適化を永久磁石モータ（図 2.1 をベースとした）に適用した結果を示す．ここでは，2 目的の最適化と 3 目的の最適化とをそれぞれ実行する．

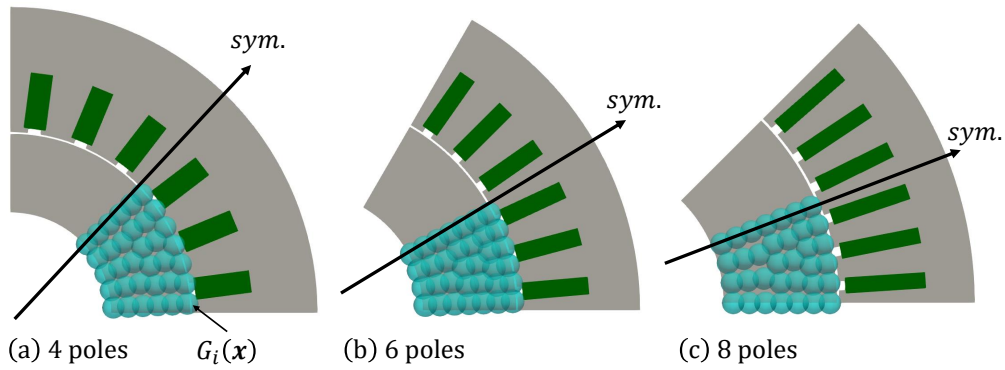


図 3.7 最適化モータモデル

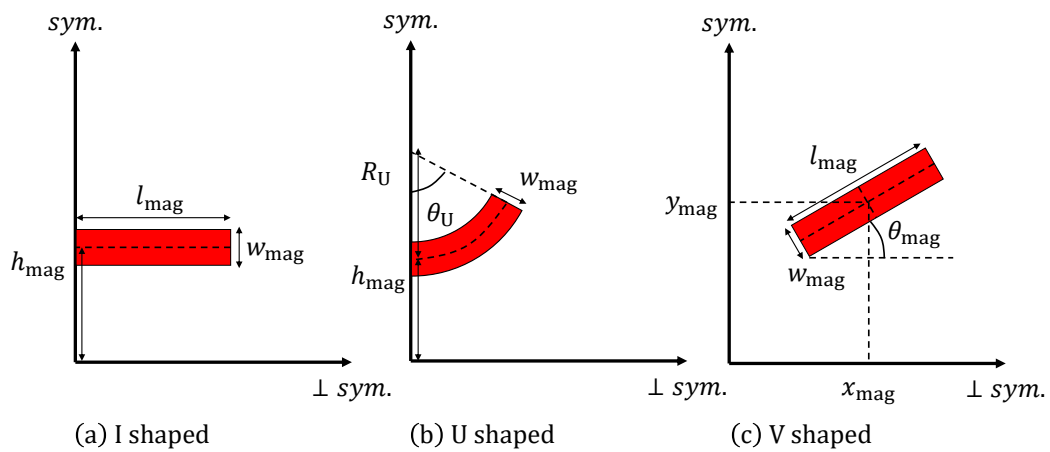


図 3.8 永久磁石パラメータ

3.3.1 最適化設定：2 目的

ここでは、図 3.7 の回転子形状を最適化対象とする．最適化問題を以下の通り定義する．

表 3.1 モータ解析設定

設定名	値
スロット数 (–)	$6p$
電流波高値 I (A)	$170\sqrt{2}$
コイル巻き数 (turns)	$20 (p = 4), 13 (p = 6), 10 (p = 8)$ ※
磁性体コア材料種 (–)	50A400
積層厚さ (mm)	50.0
永久磁石残留磁束密度 $\ \mathbf{B}_r\ $ (T)	1.25

※ コイル巻き数は、極数間で電流密度が一定になるように設定。

表 3.2 統合最適化設定

設定名	値
最大世代数 g_{Max}	300
集団サイズ n_p	200
子個体数 n_c	100
初期解集団の生成法	一様乱数
交叉アルゴリズム	SBX
最大探索回数 t_{Max}	20
探索バランス C	2.0

$$\min. f_1(\mathbf{w}) = -T_{\text{avg}} \quad (\text{Nm}), \quad (3.3)$$

$$\min. f_2(\mathbf{w}) = S \quad (\text{mm}^2), \quad (3.4)$$

$$\text{sub. to } \begin{cases} h_1(\mathbf{w}) = N_{\text{core}} \leq 1 & (-), \\ h_2(\mathbf{w}) = S_{\text{demag}} \leq 0.05 \times S & (\text{mm}^2), \\ h_3(\mathbf{w}) = d_{\text{disp}}^{\text{Max}} \leq 1.0 \times 10^{-1} & (\text{mm}), \\ h_4(\mathbf{w}) = \sigma_{\text{Mises}}^{\text{Max}} \leq 200 & (\text{MPa}), \\ h_5(\mathbf{w}) = \max\left(\frac{S_1}{S_2}, \frac{S_2}{S_1}\right) \geq 0.8 & (-). \end{cases} \quad (3.5)$$

ここで、 T_{avg} は平均トルクであり最大化（負の値の最小化）され、 S は永久磁石面積であり最小化される。また、各制約条件の意味は以下の通り。

- $h_1(\mathbf{w})$ ：磁性体コアの数 N_{core} が 1 になるように制約。すなわち、磁性体コアは分離してはならない。
- $h_2(\mathbf{w})$ ：減磁した永久磁石面積 S_{demag} は全体の 5% 以下でなければならない。ここでは安全方向に考えて、減磁判定時には定格電流 I の 1.5 倍の電流を印加し、位相角は 60

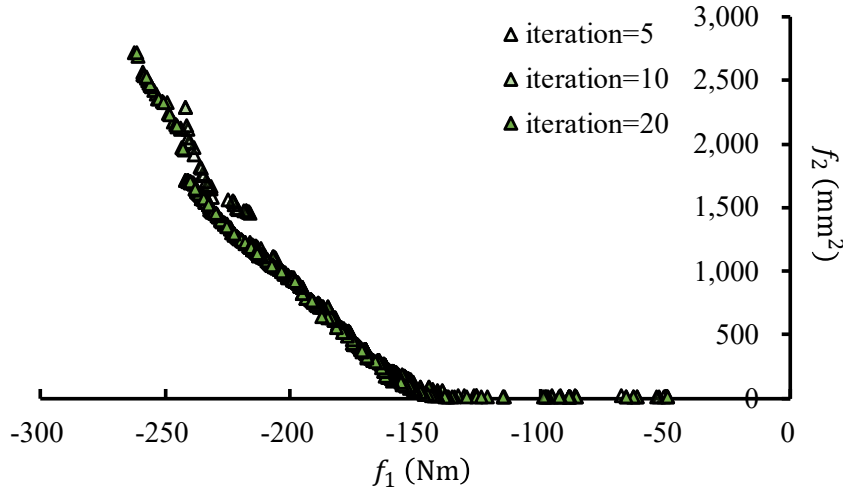


図 3.9 パレート解の進化履歴

度に設定した.

- $h_3(\mathbf{w})$: 最大変位 $d_{\text{disp}}^{\text{Max}}$ は 0.1mm 以下でなければならない.
- $h_4(\mathbf{w})$: 最大ミーゼス応力 $\sigma_{\text{Mises}}^{\text{Max}}$ は 200MPa 以下でなければならない.
- $h_5(\mathbf{w})$: 永久磁石の層数が 2 であるときにのみ考慮する. 1 層目の永久磁石面積 S_1 と 2 層目の永久磁石面積 S_2 の比率は 0.8 以上でなければならない. これにより, 永久磁石形状の進化が片方の永久磁石に偏ることを防ぐ [25].

モータ解析設定を表 3.1 に示す.

ここでは, 回転子形状を正規化ガウシアンネットワーク (NGnet: Normalized Gaussian network) on/off 法に基づいたパラメータ・トポロジー同時最適化で決定する. ガウス基底関数 G_i の配置および標準偏差は図 3.7 の円の位置と半径で示した通りであり, ここでは全て 34 基底である. また, 永久磁石パラメータ $\mathbf{w}_{\text{po}}$ の設定を図 3.8 に示す. I 字磁石は $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, h_{\text{mag}}\}$ の 3 変数, U 字磁石は $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{w_{\text{mag}}, h_{\text{mag}}, R_{\text{U}}, \theta_{\text{U}}\}$ の 4 変数, V 字磁石は $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{l_{\text{mag}}, w_{\text{mag}}, x_{\text{mag}}, y_{\text{mag}}, \theta_{\text{mag}}\}$ の 5 変数でそれぞれ表現する. また, 層数が 2 の場合は, パラメータを 2 セット定義して最適化する. 例えば I 字磁石 2 層の場合は, $\mathbf{w}_{\text{po}} = \{l_{\text{mag}1}, w_{\text{mag}1}, h_{\text{mag}1}, l_{\text{mag}2}, w_{\text{mag}2}, h_{\text{mag}2}\}$ の計 6 変数を最適化する (添え字は何層目の永久磁石を表現するパラメータかを示している).

最適化アルゴリズムは制約付き NSGA-II とした. 表 3.2 に木探索の設定を含めた統合最適化設定を示す.

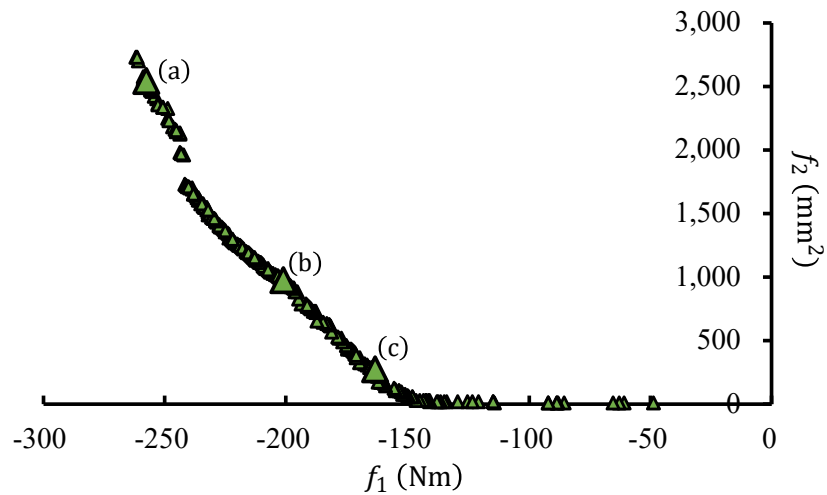
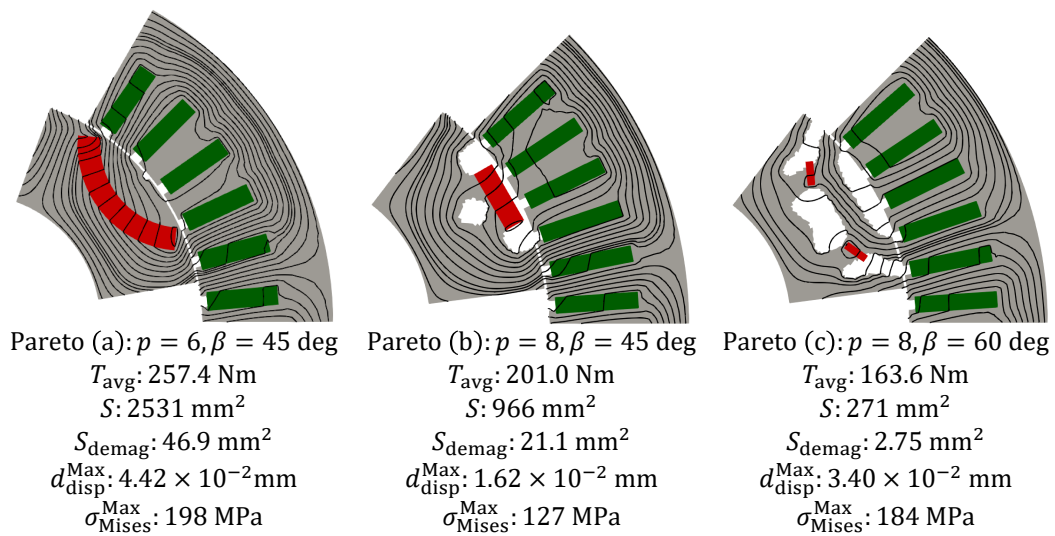
図 3.10 探索回数 $t = 20$ における最終パレート解

図 3.11 最終パレート解の形状例（図中黒線は磁束線を表す）

3.3.2 最適化結果：2 目的

図 3.9 に、多目的統合最適化において根ノードに蓄積されたパレート解の進化履歴を示す。探索を繰り返すことで徐々にパレート解が更新されていることが分かる。 $t = 20$ においてパレート解はほぼ更新されなくなったため、収束したと判断した。

図 3.10 に $t = 20$ における最終パレート解を、図 3.11 にパレート解 (a), (b), (c) の形状と詳

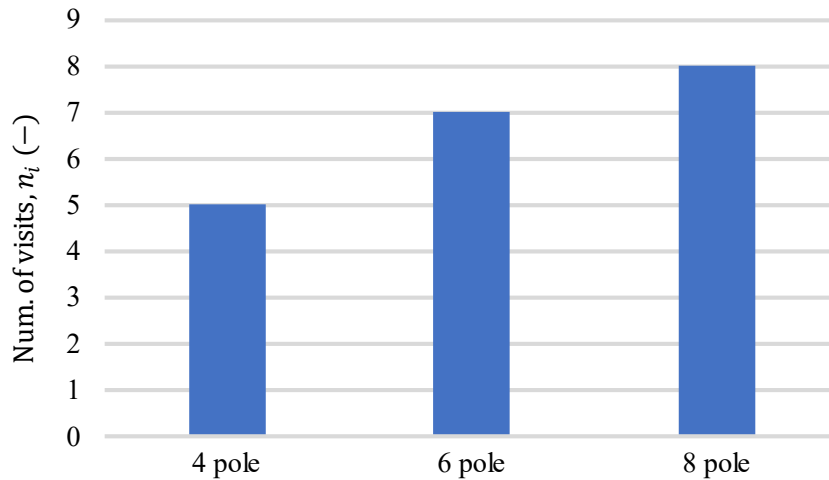


図 3.12 各極数の訪問回数

細を，それぞれ示す．多目的統合最適化によって，多様な基本パラメータと回転子形状からなる幅広いパレート解が得られた．解 (a) はトルクに偏重した解であり，大きな U 字磁石で回転子形状が埋め尽くされていることがわかる．解 (b) は f_1, f_2 のバランスが良い解であり，I 字磁石が回転子表面に配置された特徴的な形状を有する．解 (c) は永久磁石をほとんど用いない形状となっており，大きなフラックスバリアに起因するリラクタンストルクを積極的に活用していると考えられる．

図 3.12 に各極数に対応するノードの訪問回数 ($t = 20$ 回中) を示す．(3.1) 式の UCB 関数の特長により，目的関数の意味で優れたノードは訪問されやすい．図 3.12 の傾向から，本最適化の条件下では 6 極機および 8 極機が優れた性能を持つと判断できる．

図 3.13 に最終パレート解 (図 3.10) における，各基本パラメータの内訳 (極数 p および永久磁石形状種) を示す．極数に関しては，6 極機と 8 極機でパレート解のほとんどを占めていることがわかる．この傾向は図 3.12 から推測されたものと一貫性を有しており，この結果から (3.2) 式に基づいたスコアの評価方法が機能していることを確認した．また，永久磁石形状種に関しては比較的幅広い設定値を取ることがわかった．なお，今回の統合最適化では全てのパレート解において永久磁石の層数が 1 であった．これは，最適化対象としたモータモデル (図 3.7) では回転子領域が比較的狭く，2 層の永久磁石を上手く活用する形状が得られなかったためと考えられる．また，応力制約のため，微小リブが発生しやすい 2 重配置は制約の意味で不利であると考えられる．一方で，最適化対象や条件によっては 2 層の永久磁石が統合最適化の最適解として現れることが先行研究で明らかになっている [18], [23]．

図 3.14 と 3.15 に，基本パラメータを {8 極機，位相角 60 度，V 字，1 層配置} に固定した形状最適化によるパレート解と，本章の数値実験 (統合最適化) によるパレート解との比較を

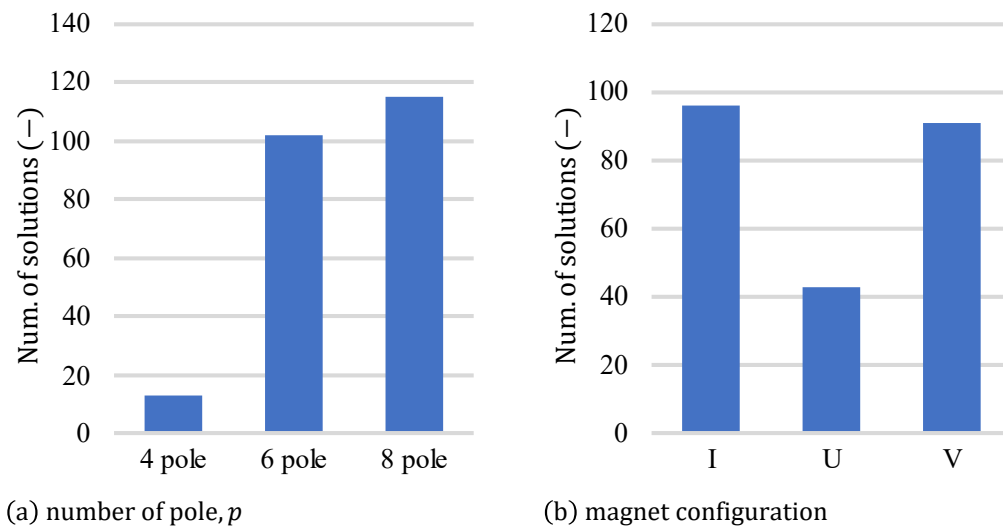


図 3.13 最終パレート解における各基本パラメータの内訳（極数および永久磁石形状種）

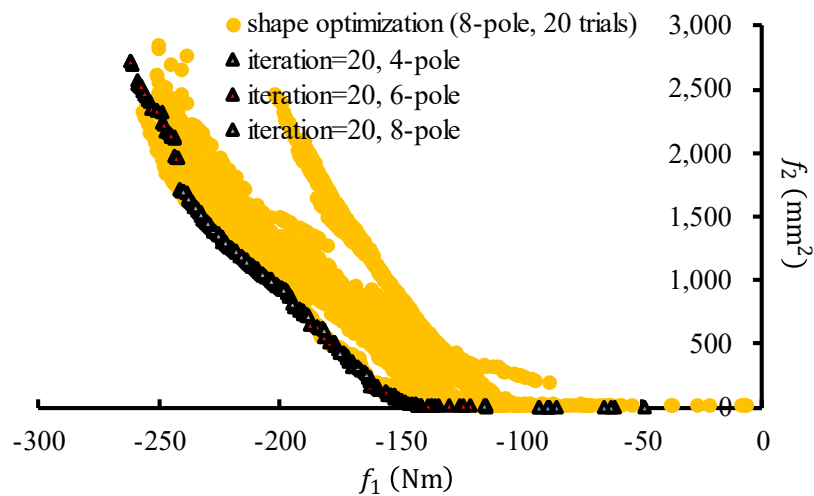


図 3.14 形状最適化（8 極機，位相角 60 度，V 字，1 層配置）との比較

示す。ただし，両手法の計算量を揃えるため，形状最適化は異なるシード値で 20 回実行した結果をまとめて表示した。また，統合最適化によるパレート解は $t = 20$ における最終パレート解を極数別に表示した。統合最適化により，8 極機モデルの形状最適化では得られない範囲のパレート解が得られた。そのような範囲の解の基本パラメータは主に 6 極機であり，これにより統合最適化を用いて基本パラメータを考慮する有効性が示された。

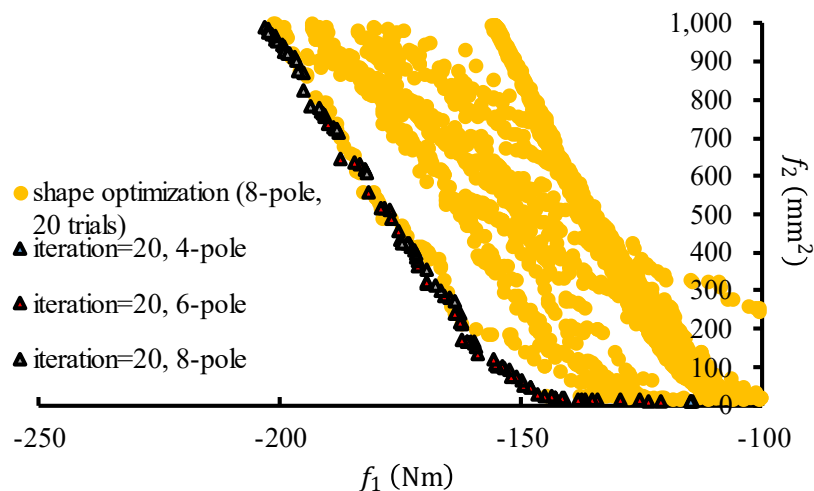


図 3.15 形状最適化（8 極機，位相角 60 度，V 字，1 層配置）との比較（拡大図）

3.3.3 最適化設定：3 目的

多目的統合最適化法は 3 目的以上の最適化への適用も容易である．ここでは，以下の 3 目的最適化問題を考える．

$$\min. f_1(\mathbf{w}) = -T_{\text{avg}} \quad (\text{Nm}), \quad (3.6)$$

$$\min. f_2(\mathbf{w}) = T_{\text{rip}} \quad (\text{Nm}), \quad (3.7)$$

$$\min. f_3(\mathbf{w}) = S \quad (\text{mm}^2). \quad (3.8)$$

本問題では先述の 2 目的に加え，トルクリプル T_{rip} の最小化を考慮する．その他の設定は 2 目的のものに従う．

3.3.4 最適化結果：3 目的

図 3.16 にパレート解の進化履歴を示す．2 目的と同様に，探索を繰り返す毎にパレート解が更新されていき， $t = 20$ において収束の傾向を見せた．

図 3.17 に $t = 20$ における最終パレート解の形状例を示す．多目的統合最適化により，高い平均トルクを達成しつつ，トルクリプルと永久磁石量を抑えた解が得られた．また，2 目的のときと同様に多様な基本パラメータと回転子形状からなる幅広いパレート解が得られているため，設計者は要求仕様に従って解を選択することができる．

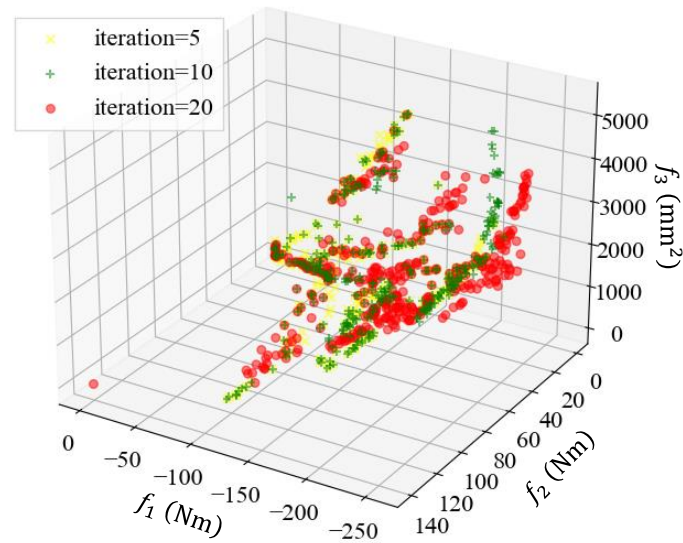


図 3.16 パレート解の進化履歴：3 目的

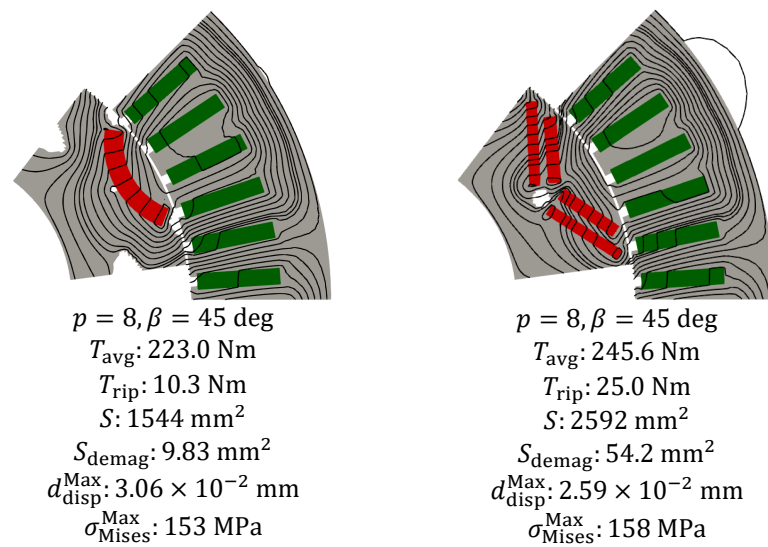


図 3.17 最終パレート解の形状例：3 目的

3.3.5 総括

本章では，基本パラメータと部品形状を同時に最適化する，統合最適化について述べた．統合最適化を多目的に拡張するため，パレート解の個数に基づく評価方法を導入した．永久磁石モータの2目的および3目的最適化の数値実験により，多様な基本パラメータと回転子形状からなる幅広いパレート解が得られることがわかった．

統合最適化では繰り返し形状最適化を実施するため、計算コストが高くなる傾向にある。これを解消するには、既存の設計データを利活用することが考えられる。また、形状最適化部分に代理モデル法を導入することも考えられる。これらの手法の融合は今後の課題である。

第 4 章

代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化

本章では、代理モデル法、特にオフライン学習法とオンライン学習法を用いたトポロジー最適化の高速化について述べる。

4.1 概要

モータの形状最適化、特に正規化ガウシアンネットワーク (NGnet: Normalized Gaussian network) on/off 法によるトポロジー最適化は、モータの性能改善のために近年では多くの適用例が存在する。一方で、本手法は遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) などの確率的最適化法に基づくために、計算コストが高いという課題点を有する。確率的最適化法では、最適化の各ステップにおいて多数の個体（設計変数 $\boldsymbol{w}$ ）を生成し、その個体の性能を解析する必要がある。モータの性能解析には有限要素法 (FEM: Finite Element Method) が一般に用いられるが、これを繰り返し実行することは計算コストの増大につながり、ひいては設計工程の長期化を引き起こす。

このような問題の解決法として、FEM などの高コストなモデルを別の低コストなモデル（代理モデル）に置き換える、代理モデル法が従来より知られている。代理モデル法では、対象のデータ（学習データ）に基づいて代理モデル（多くの場合、機械学習モデル）を構築し、計算に利用する。形状最適化においては、最適化計算のうち FEM による性能解析を代理モデルに置き換えることで、高速化を達成する。代理モデルとしては線形回帰を始めとして、クリギング [26]、応答曲面 [27]、ニューラルネットワーク (NN: Neural Network) [28] などが用いられる。また、近年では深層学習技術の発展とビッグデータの一般化により、深層 NN モデルを代理モデルとする手法が数多く提案されている。

ここでは、代理モデル法の 2 つの分類について述べる。すなわち、オフライン学習法とオンライン学習法（適応的学習法）である。両手法の概要を図 4.1 に示す。

オフライン学習法とは、主目的とする最適化（以降、主最適化と呼ぶ）の前に学習データを

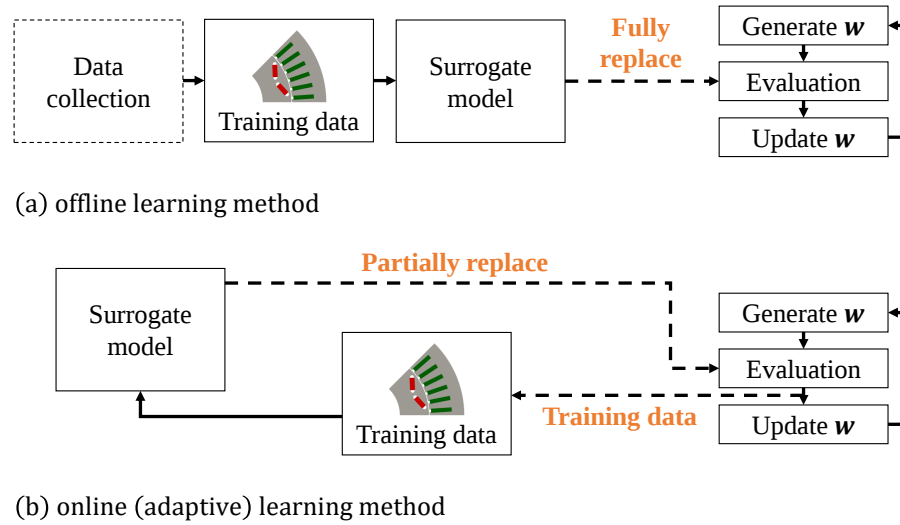


図 4.1 オフライン学習法とオンライン学習法

収集し、主最適化に利活用する手法である [29], [30]. 本手法に基づいた形状最適化は基本的に FEM 解析を要しない（ただし、代理モデルの精度を検証するために補助的に用いることはある）。したがって、後述するオンライン学習法と比べて高速化倍率が高く、一度作成した代理モデルを繰り返し使うことで高い有効性を発揮する。その一方、代理モデルの精度は学習データに強く依存する。特に、高次元かつ非線形の最適化問題に対する代理モデルを高精度に構築することは一般に難しい。このような状況においては、代理モデルが低精度で誤って高い評価をしてしまうような領域にパレート解が収束することがある。これを本章では「ミスリーディング問題」と呼称する。また、最適化問題が学習データの範囲から大幅に変化した場合、学習データないし代理モデルを再構築する必要がある。

一方、オンライン学習法は事前の学習データの収集を行わない [31], [32]. 代わりに、主最適化の過程で生成されるデータを用いて、最適化の毎ステップで逐次代理モデルを構築・更新し、FEM 解析を部分的に代理モデルで置き換える。オンライン学習法はその特性上、FEM 解析をある程度行うことを前提としている。そのため、高速化倍率はオフライン学習法ほど高くない。その一方で、最適化に合わせて代理モデルを構築するため、事前計算無しに柔軟に適用することが可能である。また、本質的にミスリーディング問題を引き起こしにくい。

本章では、トポロジー最適化における両学習法の比較に主眼を置く。ここでは計算コストが特に高い、永久磁石モータの速度—トルク（ST: Speed-Torque）特性の改善を目的としたパラメータ・トポロジー最適化を代理モデル法により高速化する。

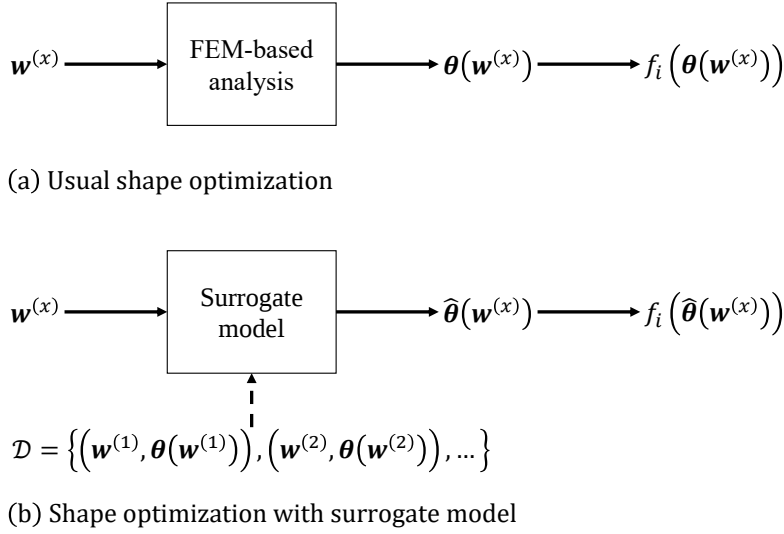


図 4.2 代理モデル法概要

4.2 代理モデル法

本節では、代理モデル法の概要について述べる．特に、本研究で代理モデルとして用いる NN の理論、および ST 特性の計算に必要な多ケース解析を削減するためのオンライン学習法について述べる．

4.2.1 代理モデル法概要

図 4.2 に代理モデル法の概要を示す．通常、形状最適化では設計変数 $\mathbf{w}^{(x)}$ を FEM による解析に通すことで、その $\mathbf{w}^{(x)}$ に対応する目的関数値 $f_i(\mathbf{w}^{(x)})$ を得る．一方で、代理モデル法では、FEM の代わりに低コストな代理モデルに基づいて $f_i(\mathbf{w}^{(x)})$ を得る．すなわち、代理モデルは「FEM による数値解析という関数」を近似するものである、と見なすことができる．

ここでは、目的関数 f_i は FEM によって計算されるパラメータ θ から計算できるものとする ($f_i = f_i(\theta)$)．パラメータ θ は例えば、平均トルク T_{avg} やトルクリプル T_{rip} 、あるいは d, q 軸磁束 ϕ_d, ϕ_q からなる．また、 θ は $\mathbf{w}^{(x)}$ によって変化する ($\theta = \theta(\mathbf{w}^{(x)})$)．このとき、代理モデルは学習データ $\mathcal{D} = \{(\mathbf{w}^{(1)}, \theta(\mathbf{w}^{(1)})), (\mathbf{w}^{(2)}, \theta(\mathbf{w}^{(2)})), \dots\}$ から $\theta(\mathbf{w}^{(x)})$ を近似（予測）すればよい．以下、このようなパラメータの予測値をハット付きで示す（例： $\hat{\theta}$ ）．

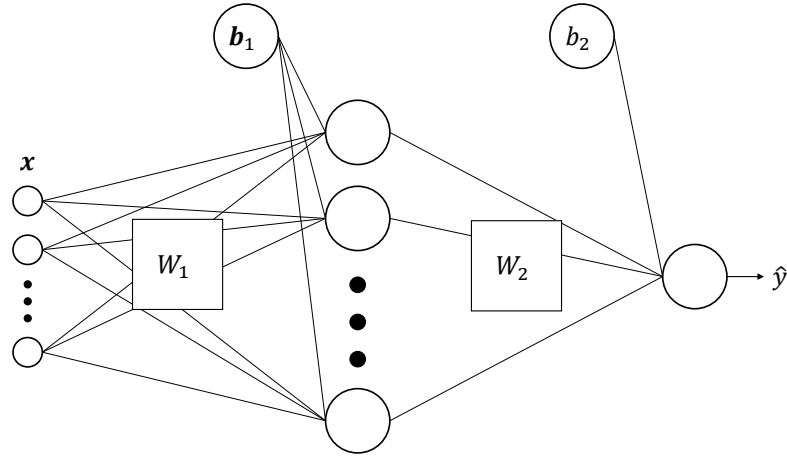


図 4.3 NN 概要

4.2.2 ニューラルネットワーク

NN は生物の神経細胞ネットワークを単純化したモデルであり，入力に対して線形変換（重み付き和）と非線形変換を繰り返すことで任意の関数を表現する．図 4.3 に隠れ層 1 層，1 出力の回帰型 NN の模式図を示す．入力ベクトルを $\mathbf{x}$ ，隠れ層ベクトルを $\mathbf{z}$ ，出力を $\hat{y}$ ，入力と隠れ層の間の重み係数とバイアスを W_1, b_1 ，隠れ層と出力の間の重み係数とバイアスを W_2, b_2 とすると，NN の計算は以下の式で表される [33]．

$$\mathbf{z} = a(W_1 \mathbf{x} + b_1), \quad (4.1)$$

$$\hat{y} = W_2 \mathbf{z} + b_2. \quad (4.2)$$

ここで， $a(\cdot)$ は活性化関数と呼ばれる任意の関数であり，通常は非線形関数である． $a(\cdot)$ には例えば， $\tanh$ (hyperbolic tangent) 関数やシグモイド関数，ReLU(Rectified Linear Unit) $a(z) = \max(0, z)$ が用いられる．

NN では，入力データと出力データのペア $(\mathbf{x}, y)$ について，損失関数 $L(y, \hat{y})$ （回帰問題では，平均二乗誤差など）を最小化するようにパラメータ W_i, b_i の値を最適化する．この計算は勾配法で実施することができる．勾配 $\frac{\partial L}{\partial W_i}, \frac{\partial L}{\partial b_i}$ を効率的に計算するため，誤差逆伝搬法が一般的に用いられる．誤差逆伝搬法では，微分の連鎖律

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x}, \quad (4.3)$$

を利用して， L に対する微分値を出力から入力へ向かって逆方向に伝搬させる．例えば，出力層について $\frac{\partial L}{\partial \hat{y}}$ が計算できたとすると（例えば，平均二乗誤差関数の微分は解析的に計算が可

能), W_2, b_2 について,

$$\frac{\partial L}{\partial W_2} = \frac{\partial L}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial W_2}, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_2} = \frac{\partial L}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial b_2}, \quad (4.5)$$

が (4.2) 式から解析的に計算できる. この計算を W_1, b_1 についても適用する. 最終的に得られた勾配を用いて, 勾配法

$$W_i^{t+1} \leftarrow W_i^t - \alpha \frac{\partial L}{\partial W_i^t}, \quad (4.6)$$

を適用することで, 更新後のパラメータ W_i^{t+1}, b_i^{t+1} を得る (t は NN パラメータの更新回数).

NN の利点として, 比較的高次元・非線形な関数の近似に対して強いという点が挙げられる. また, 分類・回帰の両方に柔軟に適用でき, 多出力にすることも容易である.

更に, 近年では NN の層を非常に深く重ね, ビッグデータ (一般的に用いられるよりも非常に大量のデータセット) で学習させることで, 従来の機械学習モデルを大きく超える性能を発揮できることが判明し, この深層学習技術は各界に大きなインパクトを与えた. トポロジー最適化の代理モデル法においても, 深層学習モデルを用いることで最適化の性能を損なうことなく高速化が達成できることがわかっている. 一方で, 深層学習モデルでは学習コストが高く, 並列計算に優れた GPU (Graphics Processing Unit) を用いなければ現実的な計算時間で学習が終わらないケースも多い. これは特にオンライン学習法において大きなボトルネックとなるため, 本研究は単純な (浅い) NN を用いた代理モデル法を対象とした. GPU を利用できるケースでは, 本研究の手法を深層 NN を用いた代理モデルに基づいて適用することも可能である.

4.2.3 多ケース解析を要する形状最適化のオンライン学習法

モータの性能計算においては, 多ケース解析を要する場合がある. 代表的なものが ST 特性を計算する場合である. 第2章で述べた通り, モータの ST 特性は解析式

$$T = \frac{p}{2} (\phi_d i_q - \phi_q i_d). \quad (4.7)$$

で計算するが, このとき誘起電圧 V_o

$$V_o = \omega_e \phi_o, \quad (4.8)$$

$$\phi_o = \|\phi_o\| = \sqrt{\phi_d^2 + \phi_q^2}. \quad (4.9)$$

が許容量 V_{lim} を超えない範囲で i_d, i_q を選択する. ここで, ϕ_d, ϕ_q は i_d, i_q 依存性を有するため, ST 特性を計算するには予め供給電流の範囲内の i_d, i_q について ϕ_d, ϕ_q を計算しておく必要がある. 例えば, (i_d, i_q) 平面上の格子点における ϕ_d, ϕ_q を求め, 中間値を線形補間することが考えられるが, 十分な精度で計算するためには数十点, 場合によっては 100 を超える点において ϕ_d, ϕ_q を計算する必要がある. この多ケース解析の実行のため, ST 特性は計算コストが特

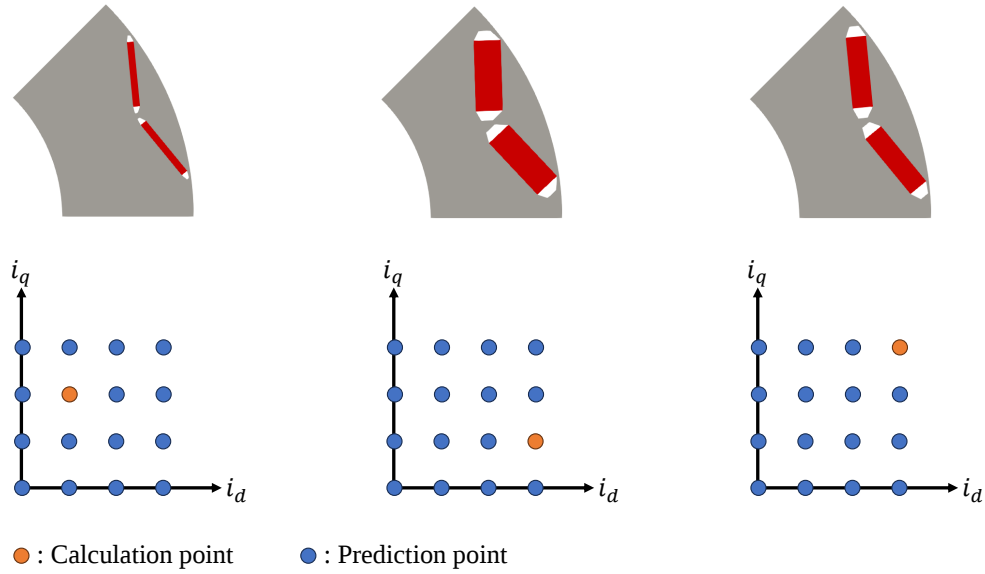


図 4.4 代理モデルによる多ケース解析の高速化

に高いといえる．この計算をトポロジー最適化の過程で全て実行することは計算の長期化を引き起こす．

ここでは，多ケース解析を要する形状最適化（トポロジー最適化）のため，オンライン学習法を適用することを考える．図 4.4 に代理モデルによる多ケース解析の高速化法の概要を示す．オンライン学習法においては，最適化の過程で代理モデルを構築する．したがって，図のように，まず各形状についてランダムな 1 点（橙色の円）の i_d, i_q で $\phi_d = \phi_d(\mathbf{w}, i_d, i_q)$, $\phi_q = \phi_q(\mathbf{w}, i_d, i_q)$ を計算し，収集したデータを用いて形状 $\mathbf{w}$ と i_d, i_q のペアから ϕ_d, ϕ_q を予測する代理モデルを構築する．そして，構築した代理モデルにより残りの点（青色の円）における ϕ_d, ϕ_q を予測することで全点における ϕ_d, ϕ_q が得，ST 特性を計算する．これにより，1 形状あたりの解析ケース数は 1 ケースのみとなり，高速化が期待される．

図 4.5 に ST 特性の計算を含むトポロジー最適化のフローチャートを示す．全体のフローチャートは通常のトポロジー最適化と同様である．”Multi-case analysis”において，(a) の全 FEM では全ての i_d, i_q 格子点で解析を行い，点間を線形補間することで全領域での ϕ_d, ϕ_q を得る．一方，(b) のオフライン学習法では，事前に構築した代理モデルを用いて全ての i_d, i_q 格子点で ϕ_d, ϕ_q を予測し，線形補間を行う．これにより，FEM による解析無しにトポロジー最適化を実施する．

これとは対照的に，(c) のオンライン学習法では先述のアルゴリズムにしたがって 1 点のみの i_d, i_q 格子点で解析を行い，代理モデルを構築したのち，残りの点の ϕ_d, ϕ_q を予測する．また，解析データは毎世代ストレージ D に保存し，次世代以降の代理モデルの構築にも利用する．これにより，世代を重ねるごとに高精度な代理モデルが構築されていく．

以下，ST 特性を含む最適化のオンライン学習法の詳細なアルゴリズムを示す．

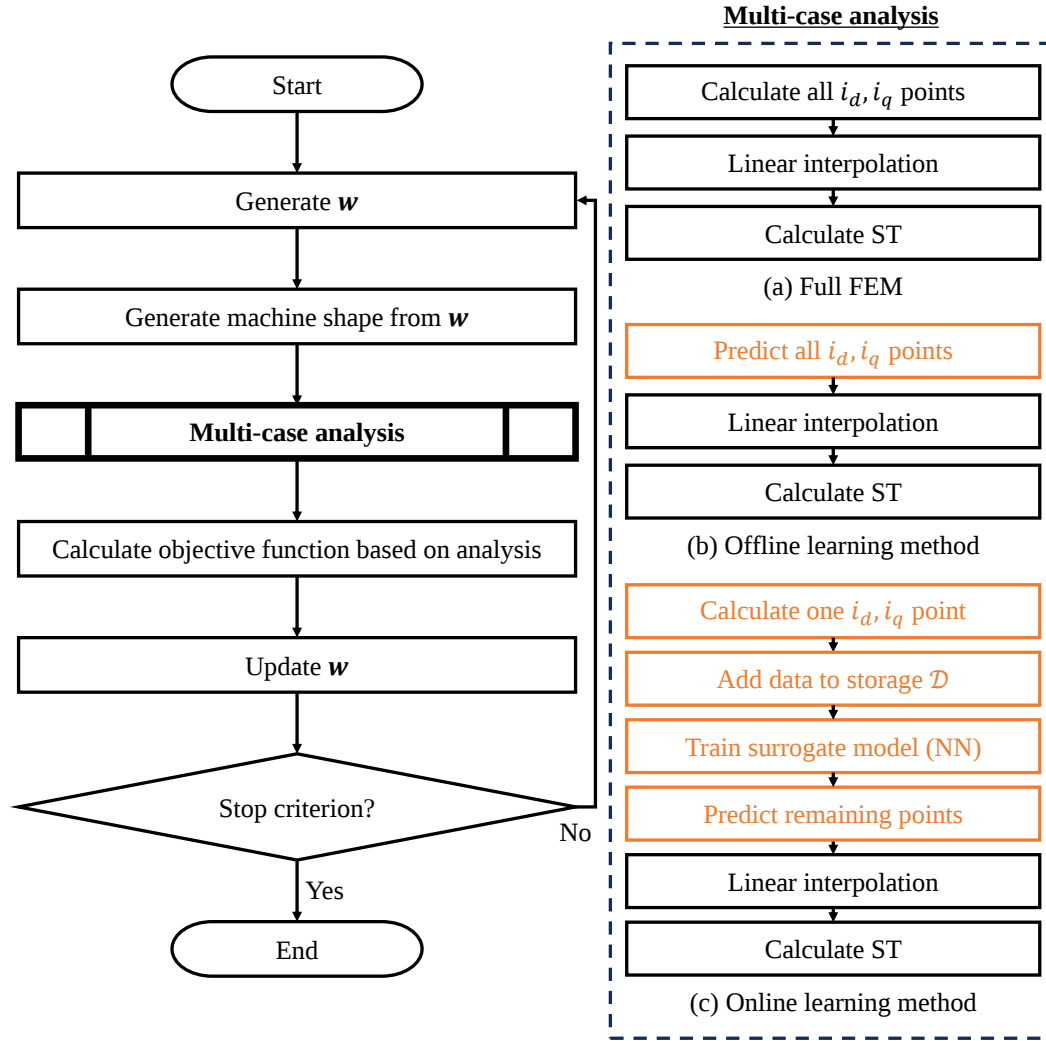


図 4.5 ST 特性の計算を含むトポロジー最適化のフローチャート

1. 学習データのストレージ $\mathcal{D}$ を初期化する ($\mathcal{D} = \emptyset$).
2. 世代数 $g = 1$.
3. 最適化アルゴリズム (ここでは, NSGA-II) に従って, 子個体 $\mathbf{w}^{(x)}$ の生成を行う.
4. 生成した全ての $\mathbf{w}^{(x)}$ について, ランダムな格子点 i_d, i_q における ϕ_d, ϕ_q を計算する.
5. 入力データ $\{\mathbf{w}^{(x)}, i_d, i_q\}$ と出力データ $\phi_d = \phi_d(\mathbf{w}^{(x)}, i_d, i_q), \phi_q = \phi_q(\mathbf{w}^{(x)}, i_d, i_q)$ のペアを $\mathcal{D}$ に加える.
6. $\mathcal{D}$ を用いて代理モデル $\mathcal{M}$ を構築する. なお, 代理モデルとして NN を用いる場合, 今までの計算過程で構築した NN の重みとバイアスを初期値として与えて学習を行う (初回の学習はランダムな重みとバイアスを初期値として与える).
7. 構築した $\mathcal{M}$ を用いて, 全格子点 i_d, i_q における ϕ_d, ϕ_q を予測する.
8. 点間を線形補間する.

9. 子個体 $\mathbf{w}^{(x)}$ の ST 特性および目的関数値 f_i の計算を、線形補間した ϕ_d, ϕ_q の値に基づいて行う。
10. 個体の淘汰を行い、集団 $\mathcal{P}_{g+1}$ を得る。
11. 集団の再評価：再評価頻度を $g_{\text{re-eval}}$ とする。もし $g \% g_{\text{re-eval}} = 0$ なら、 $\mathcal{P}_{g+1}$ 内の全ての個体を $\mathcal{M}$ に基づいて再評価（目的関数値の再計算）する。
12. 終了基準を満たしていれば、最適化を終了する。そうでなければ、 $g \leftarrow g + 1$ として、2. に戻る。

なお、11. の集団の再評価は、「最適化の過程で代理モデルを更新する」というオンライン学習法の特徴を活かしている。すなわち、更新前の代理モデルで評価された可能性のある個体群を、更新後の代理モデルで再評価し、高い精度を得る意味を持つ。

また、オンライン学習法では、必ずしも毎世代解析を行う必要は無いと考えられる。すなわち、解析を行い代理モデルを構築した世代から数世代の間は、ストレージ D に保存されたデータに近い形状が子個体として生成される可能性が高い。このような個体に対しては、代理モデルを更新せずに高精度で予測が可能である。したがって、このような世代では解析を「間引き」し、代理モデルのみの評価とすることが考えられる。本手法についても後述の数値実験で検討する。

4.3 数値実験

本節では、永久磁石モータ（図 2.1）回転子の ST 特性に関するパラメータ・トポロジー同時最適化を全 FEM 解析、オフライン学習法、オンライン学習法、オンライン学習法・間引き有の 4 つの手法で実施する。

4.3.1 最適化設定

最適化問題を以下の通り定義する。

$$\min. f_1(\mathbf{w}) = -T_{\text{avg}}(N_1) \quad (\text{Nm}), \quad (4.10)$$

$$\min. f_2(\mathbf{w}) = S \quad (\text{mm}^2), \quad (4.11)$$

$$\text{sub. to } h_1(\mathbf{w}) = T_{\text{avg}}(N_i) \geq T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i) (i = 1, 2), \quad (4.12)$$

ここで、 $T_{\text{avg}}(N_i)$ は回転数 N_i における最大トルクを表しており、 N_i における誘起電圧上限値を超えない範囲で最大のトルクとする。制約条件は、指定した回転数において最大トルクが参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$ を超えていなければならない、という条件を表している。表 4.1 に解析設定を示す。ここでは、格子点を 0–300A の範囲で i_d, i_q の各方向に 50 A 間隔で 7 点ずつ、計 49 点配置した。

次に、各種手法の設定を示す。

表 4.1 モータ解析設定

設定名	値
d 軸電流 i_d 範囲 (A)	$\{-300, 250, \dots, 0\}$
q 軸電流 i_q 範囲 (A)	$\{0, 50, \dots, 300\}$
コイル巻き数 (turns)	10
磁性体コア材料種 (–)	50A400
積層厚さ (mm)	50.0
永久磁石残留磁束密度 $\ \mathbf{B}_r\ $ (T)	1.25
誘起電圧上限値 V_o^{lim} (V)	400
指定回転数 N_i (rpm)	$\{1000, 10000\}$
トルク参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$	$\{100.0 (N_i = 1000), 20.0 (N_i = 10000)\}$

表 4.2 最適化設定

設定名	値
最大世代数 g_{Max}	300
集団サイズ n_p	200
子個体数 n_c	100
初期解集団の生成法	一様乱数
交叉アルゴリズム	SBX

- 全 FEM 解析：各形状に対して計 49 点の格子点全てにおいて ϕ_d, ϕ_q を計算し、ST 特性の計算を行う。
- オフライン学習法：全 FEM 解析で得られたデータを用いて代理モデルを構築し、FEM 解析を全て代理モデルによる予測に置き換える。ここではオンライン学習法との比較のため、1 形状あたりランダムで選んだ 1 点の i_d, i_q で計算された ϕ_d, ϕ_q を学習データとして扱う。データを 8:2 の割合で訓練: 検証データに分割し、学習に用いた。
- オンライン学習法：前節で示したアルゴリズムに従い、代理モデルを構築・更新しながら最適化を行う。
- オンライン学習法・間引き有：オンライン学習法のアルゴリズムに加え、1 世代おきに解析をスキップして代理モデルのみの評価を行う。スキップした世代では代理モデルの更新は行わない。

NN の構成を図 4.6 に、学習などの設定を表 4.3 に示す。オフライン学習法においては、過学習を抑制するために各層に確率 0.2 のドロップアウト（ノードをランダムに非活性化する手法）を適用した。また、入力データは標準化し、出力データはデータの範囲を揃えるために最小値 0・最大値 1 で正規化した。

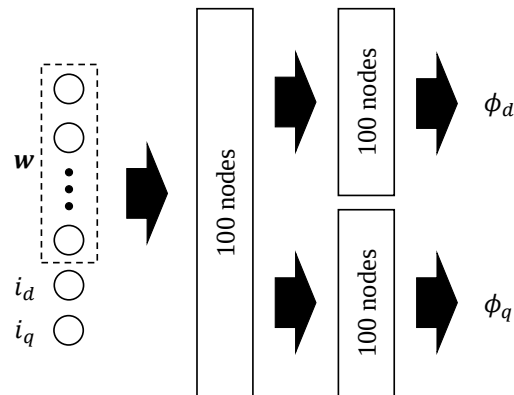


図 4.6 代理モデル (NN) 構成

表 4.3 代理モデル設定

設定名	値
学習エポック数	100
オンライン学習法：再学習時エポック数	5
バッチサイズ	64
学習アルゴリズム	AdamW[34]
学習率	0.001
活性化関数	ReLU
損失関数	平均二乗誤差
オンライン学習法：再評価頻度 $g_{\text{re-eval}}$	10

なお，ここでは簡単のため，制約条件として ST 特性のみを考慮している．減磁率などに制約を掛ける場合，制約条件式を評価する代理モデルを別途構築することが考えられる．また，オンライン学習法適用時には，1 点の解析に加えて制約条件を評価する FEM 解析を行うことが考えられる．ST 特性の評価を含む最適化において解析時間の大部分を占めるのは格子点の評価であるため，制約条件を評価しても計算時間は大幅には増加しないと考えられる．

4.3.2 最適化結果

図 4.7 に全 FEM 解析法で得られたパレート解を示す．以降，本結果を基準として残りの 3 手法の定性的な評価を行う．

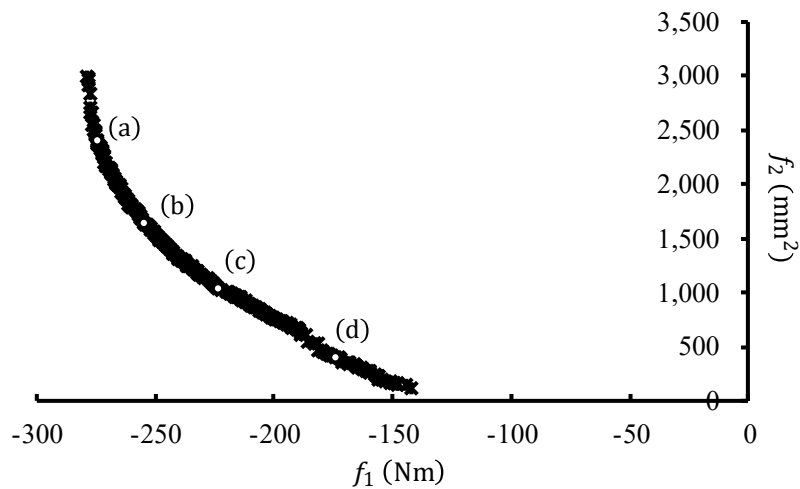


図 4.7 ST 特性最適化パレート解（全 FEM 解析）

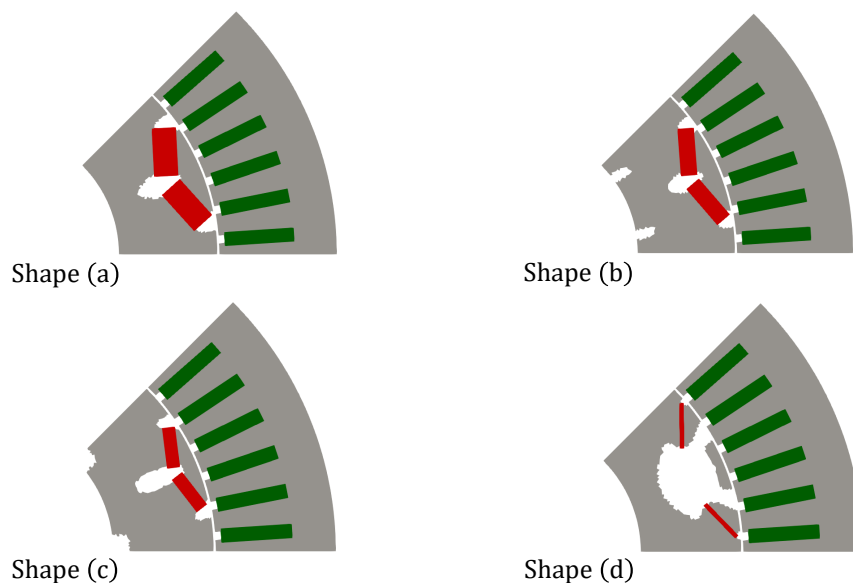


図 4.8 ST 特性最適化パレート解形状例

図 4.8 に図 4.7 の (a) から (d) の解に対応するモータ形状を示す。永久磁石面積が小さい解では永久磁石が薄く・フラックスバリアが大きくなる傾向にあり、これによりリラクタンストルクを最大限活用していると考えられる。なお、本最適化では回転子磁性体コアの結合制約を考慮していないため、磁性体コアが複数に分かれている場合がある。このような形状を実製造に用いるためには、後処理的にブリッジを追加するなどの処理を行う。

図 4.9 に解 (a) から (d) の ST 特性を示す。いずれの解においても、指定回転数 N_i で最大ト

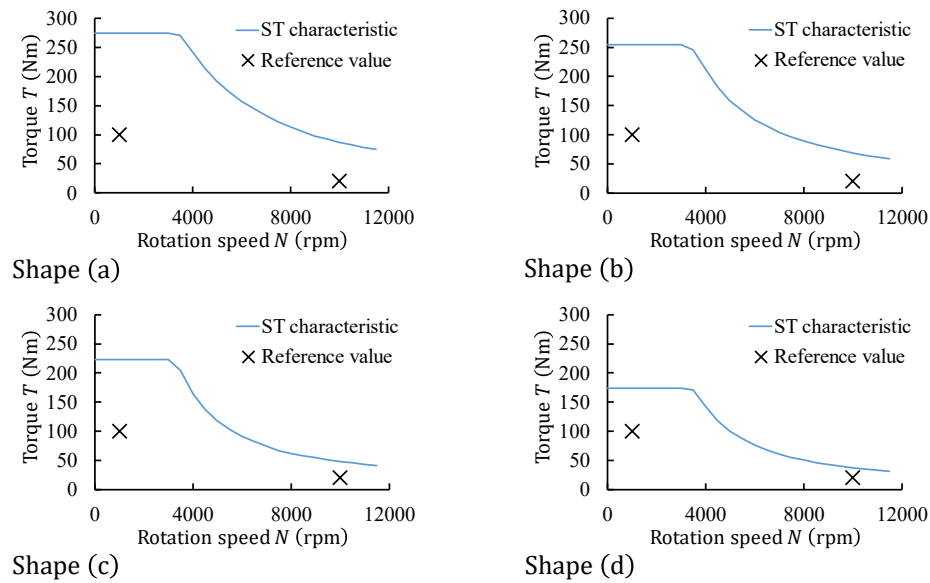


図 4.9 ST 特性最適化パレート解特性例

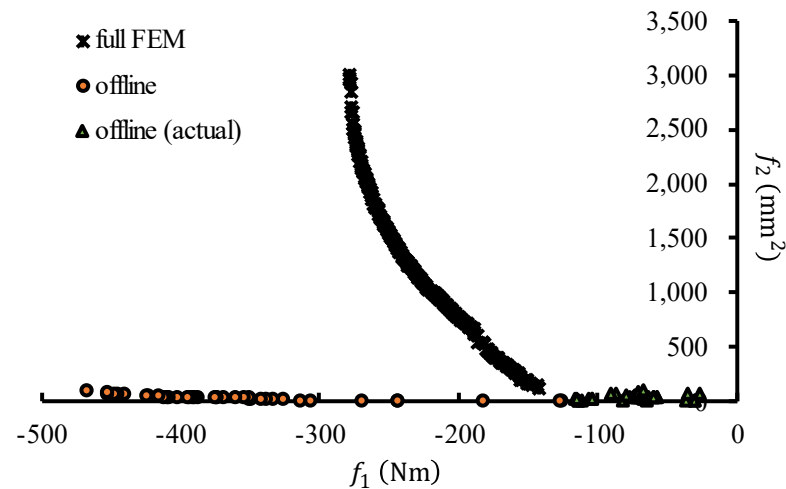


図 4.10 ST 特性最適化パレート解（オフライン学習法）

ルクが参照値を超えており、制約をクリアする解集団が得られていることが分かった。

図 4.10, 4.11, 4.12 にオフライン学習法, オンライン学習法, オンライン学習法・間引き有の各手法で得られたパレート解を, それぞれ示す. 比較のため, 全 FEM 解析の場合のパレート解 (“full FEM”) を同時に示している. また, 凡例“(actual)”は各手法で得られたパレート解を全 FEM 解析で再評価した結果を示している. なお, オフライン学習法では事前に代理モデルを構築し, 検証データで精度検証を行った. 構築後の代理モデルの検証データに対する予測

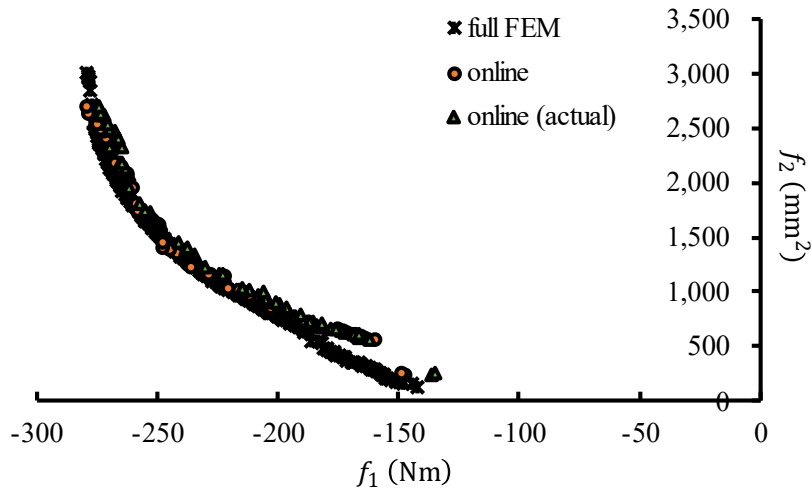


図 4.11 ST 特性最適化パレート解（オンライン学習法）

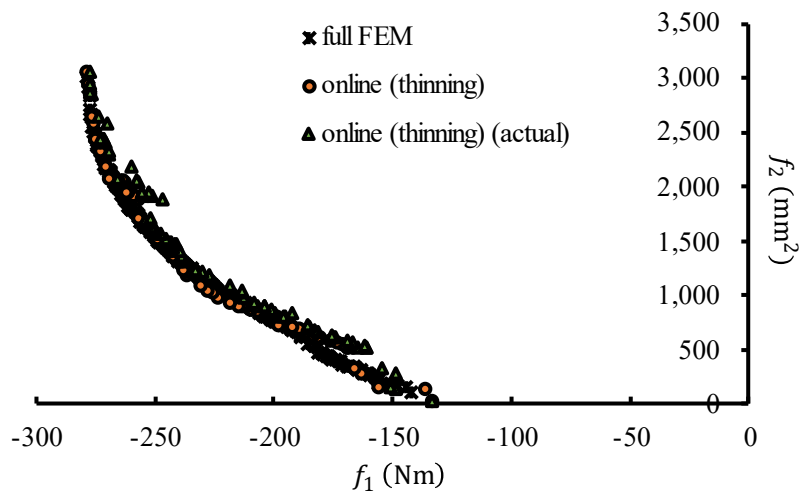


図 4.12 ST 特性最適化パレート解（オンライン学習法・間引き有）

結果は図 4.13 に示しており、 ϕ_d, ϕ_q の両方に対して良好な精度であった。

まずオフライン学習法（図 4.10）では、得られたパレート解（“offline”）は全 FEM 解析のパレート解を非現実的なほど上回っている。これらの解を FEM で再評価すると“offline (actual)”のような結果となり、代理モデルの検証データに対する予測精度は良好だったにもかかわらずパレート解に対する予測精度は不良であった。これは、冒頭で述べたミスリーディング問題のため、最適化中の集団が代理モデルの精度が悪く誤って良い目的関数値を与えてしまうような

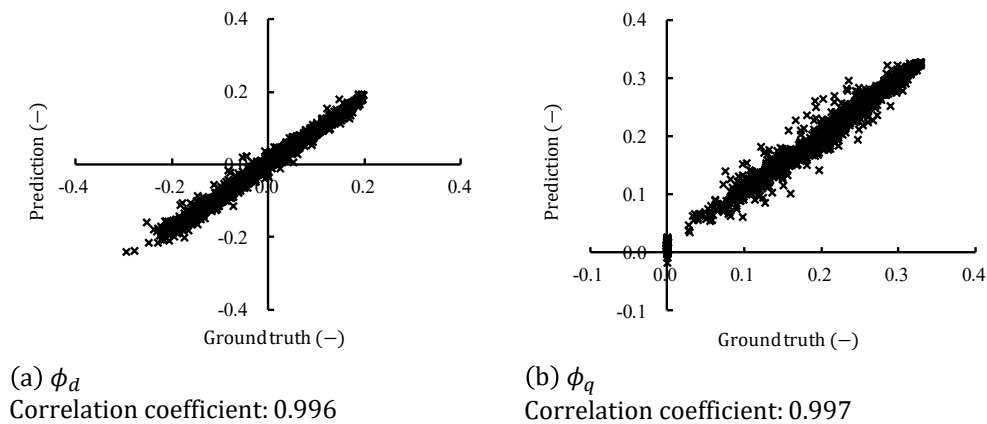


図 4.13 代理モデルの検証データに対する予測結果（オフライン学習法）

表 4.4 計算時間

手法	計算時間 (s)	(i) に対する高速化倍率
(i) 全 FEM 解析	14220	-
(ii) オフライン学習法	718	19.8
(iii) オンライン学習法	4432	3.21
(iv) オンライン学習法・間引き有	2531	5.62

※ 計算環境：Intel(R) Xeon(R) Gold 6134 x4(クロック周波数 3.20GHz, 8 コア 16 スレッド x4CPU, 全 64 スレッド)

領域に収束したためと考えられる。これは、本最適化の次元が 39 次元であり設計空間が膨大であることが要因であるといえる。

ミスリーディング問題を回避するための手法としては、解の範囲を限定する、解の不確実性を評価する、などが考えられる。特に、深層生成モデルを用いた次元圧縮によって解の範囲を限定しつつ効率的に最適化を行う方法について、第 5 章で検討する。

次に、オンライン学習法（図 4.11）では、得られたパレート解（“online”）は部分的に全 FEM 解析に劣るものの、全体的に同等程度のパレート解となった。また、再解析後（“online (actual)”）においても解の劣化は見られず、したがってオンライン学習法によるパレート解は精度が高いといえる。これは、最適化の過程で得られたデータを用いて代理モデルを構築しており、代理モデルの適用可能範囲を超えた予測が生じにくいためと考えられる。

また、オンライン学習法・間引き有（図 4.12）でも同様の傾向が見られた。したがって、1 世代おきに解析をスキップしたとしても、代理モデルは精度を保つことが分かった。

表 4.4 に、各手法の最適化に要した計算時間と、全 FEM 解析法に対する高速化倍率を示す。(ii) オフライン学習法を用いることで、最適化を約 20 倍に高速化できた。しかし、精度の良い解が得られなかったことは前述の通りである。また、本計算時間には学習データの収集や、代理モデルの学習時間は含まれていないことに留意する必要がある。一方、(iii) オンライン学習法や (iv) オンライン学習法・間引き有では、これらの計算時間が全て含まれている。

次に、(iii) オンライン学習法では、解析ケース数は 49 から 1 に減少したものの、高速化倍率は 3.21 倍に留まった。これは、最適化計算にはモータのメッシュ生成・メッシュの読込・ST 特性の計算・代理モデルの学習など、格子点の計算以外にも時間を要する処理を含んでいるためと考えられる。したがって、オンライン学習法は FEM の計算コストがその他に比べて非常に高い場合において特に有効であると考えられる。

(iv) オンライン学習法・間引き有では、(iii) オンライン学習法から更に高速化が実現され、倍率は 5.62 倍となった。間引きの効果はスキップ幅を増加させるほど大きくなるが、その場合はパレート解の精度が保証できなくなると考えられる。したがって高速化倍率とパレート解の精度の間にはトレードオフの関係があると予想される。

4.4 代理モデルの予測結果の説明可能性

本章では、代理モデル法によるトポロジー最適化の高速化について述べてきた。代理モデルによって高速化が達成された一方で、代理モデルが形状のどのような特徴に基づいて予測を行っているかについて説明することは難しい。人工知能の分野では、このような説明可能性を有する AI を説明可能 AI (XAI: eXplainable AI) と呼ぶ [35]。トポロジー最適化においても代理モデルに説明可能性を付与することで、代理モデル自体の信頼性の向上、および形状に関する知見の抽出などが見込まれる。

深層学習（画像認識）の分野で知られる GradCAM[36] をトポロジー最適化のモータ形状データに適用した例 [37] では、入力したモータ形状のうち平均トルクに寄与する領域の可視化を行っている。加えて、平均トルクに寄与する領域を設計領域から除外することで、効率的なトポロジー最適化を実現した。また、ゲーム理論で知られる Shapley 値 [38] を利用した NGnet on/off 法 [39] では、代理モデルの予測結果に高い寄与を持つ領域に存在するガウス基底関数を抽出し、後段の最適化に利用するという形で XAI が活用されている。

文献 [40] では、入力モータ形状を部分的に変化させた際の特性（平均トルク・トルクリブル・最大ミーゼス応力）の変化を代理モデルに予測させることで、トポロジー最適化によって得られた形状の各部分の重要度を可視化する方法が提案された。この方法は例えば、トポロジー最適化後のモータ形状を修正し、特性を改善することに利用できる。

4.5 総括

本章では、代理モデル法、特にオフライン学習法とオンライン学習法を用いたトポロジー最適化の高速化について述べた。ST 特性の評価を含む高コストなトポロジー最適化について、オンライン学習法を活用することで、事前計算無しに最大で 5.62 倍の高速化を実現できた。また、オンライン学習法を用いた場合はミスリーディング問題による誤った評価は見られなかった。

オンライン学習法の有効性の検証のため、様々なモータモデルで検討を行う必要がある。また、定量的に集団の状態を評価して間引く世代を設定することができれば、より効率的な高速化が見込まれる。このような手法の検討も今後の課題といえる。さらに、本章ではモータにおける多ケース解析の例として ST 特性を挙げたが、他にもトルクリプル・鉄損の評価においても多ケース解析が必要である。これらを対象としたオンライン学習法の適用可能性の調査も行いたい。

第 5 章

深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化

本章では、深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE: Variational Auto Encoder）を用いた、潜在空間上におけるトポロジー最適化について述べる。

5.1 概要

トポロジー最適化を含む形状最適化の高速化のため、代理モデル法が従来から用いられてきた。代理モデル法では、設計変数を入力として目的関数値あるいは目的関数値のパラメータを予測する、代理モデルを構築する。代理モデルには一般に有限要素解析よりも高速な機械学習モデルが用いられる。有限要素解析の代わりに代理モデルに基づいて目的関数値を計算することで、最適化の高速化が実現される。

しかし、トポロジー最適化の場合、代理モデル法を用いたとしても最適化が困難な場合がある。これは、トポロジー最適化では一般に設計変数の次元が高いためである。例えば、第 2 章で説明した正規化ガウシアンネットワーク（NGnet: Normalized Gaussian network）法では十分複雑な形状を表現するために設計変数を数十次元に設定することが多い。このような設計空間上において高精度な代理モデルを構築することは、必要データ量が非常に多いことから困難である。この場合、代理モデルの精度が保証されず、最適化が上手くいかないことが多い。特に、代理モデルの精度が低く誤って高い評価を与えてしまう領域に最適解が収束する、ミスマッピング問題が発生する可能性が否定できない。

これに対し、近年では深層生成モデルによる次元圧縮を活用したモータの形状最適化法が提案されている [42], [43], [44]。深層生成モデルとは深層ニューラルネットワークモデルのうち、入力データの分布を学習し、学習した分布からデータをサンプリングできるモデルを指す。データのサンプリングにより、学習データに分布上似たデータを「生成」できるため、深層生成モデルと呼ばれる。代表的な深層生成モデルとして、VAE が存在する [45]。VAE は入力データを低次元の空間（これを潜在空間と呼ぶ）に埋め込み、潜在空間から元のデータ次元

に復元するという構造を有する．入力データは低次元の空間で表現され，VAE は次元圧縮の役割を果たす．形状最適化においては，モータの形状情報（設計変数，あるいは，モータの断面画像）を入力データとして扱うことで，多様なモータ形状を低次元の潜在空間で表現することができる．一度潜在空間を構築すれば，潜在空間上のベクトルを設計変数として最適化を行うことで，入力データとその類似形状を統一的に最適化することが可能となる．

本章では，VAE を用いた潜在空間トポロジー最適化法について述べる [44]．本手法では，パラメータ・トポロジー同時最適化で収集した断面画像データを入力として扱い，それらの画像を低次元の潜在空間で表現する．潜在空間上で ST 特性に関する最適化を行い，得られた潜在空間上の解を画像データに復元することで，ST 特性が最適化された最適形状群を得る．加えて，先述のミスリーディング問題を回避するために，ニューラルネットワーク（NN: Neural Network）のランダムなノードを非活性化するドロップアウトを利用した，モンテカルロドロップアウト（MC dropout: Monte Carlo dropout）法を適用する [46]．

5.2 潜在空間トポロジー最適化

本節では，VAE の概要，および VAE を用いた潜在空間トポロジー最適化法について述べる [45]．

5.2.1 変分オートエンコーダ（VAE）

VAE においては，データ $X = \{\mathbf{x}^{(i)}\}$ は潜在変数 $\mathbf{z}$ を介して生成されると仮定する．ここで， $\mathbf{z}$ の分布をベイズ推定することを考える． $\mathbf{z}$ の事前分布を $p_{\theta}(\mathbf{z})$ とする（ θ は分布パラメータ）．ここで，事前分布は $\mathbf{z}$ の分布に対する仮定（事前知識）を意味する．VAE では通常，事前分布に標準正規分布を仮定する．

ベイズ推定により，データ $X = \{\mathbf{x}^{(i)}\}$ で更新された事後分布 $p_{\theta}(\mathbf{z}|X)$ は，

$$p_{\theta}(\mathbf{z}|X) = \frac{p_{\theta}(X|\mathbf{z})p_{\theta}(\mathbf{z})}{p_{\theta}(X)}, \quad (5.1)$$

と計算できる．しかし，(5.1) 式を解析的に計算することは一般には不可能である．そのため，VAE では事後分布 $p_{\theta}(\mathbf{z}|X)$ を NN で近似することを考える．

以降は単一のデータ $\mathbf{x}$ について表記する．近似分布を $q_{\phi}(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ としたとき，VAE では例えば以下のような生成課程を仮定する．

$$(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}) = \text{Encoder}_{\phi}(\mathbf{x}), \quad (5.2)$$

$$q_{\phi}(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{z}|\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}), \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})^2 I). \quad (5.3)$$

ただし， $\mathcal{N}$ は正規分布， I は単位行列をそれぞれ表す．すなわち，近似分布に共分散が全て 0 である正規分布を仮定し，その平均 $\boldsymbol{\mu}$ と標準偏差 $\boldsymbol{\sigma}$ は Encoder（ $\mathbf{x}$ を入力とする NN）で計算する．同様に Decoder（ $\mathbf{z}$ を入力とし，元のデータ $\mathbf{x}$ を復元する NN）を構築することで，

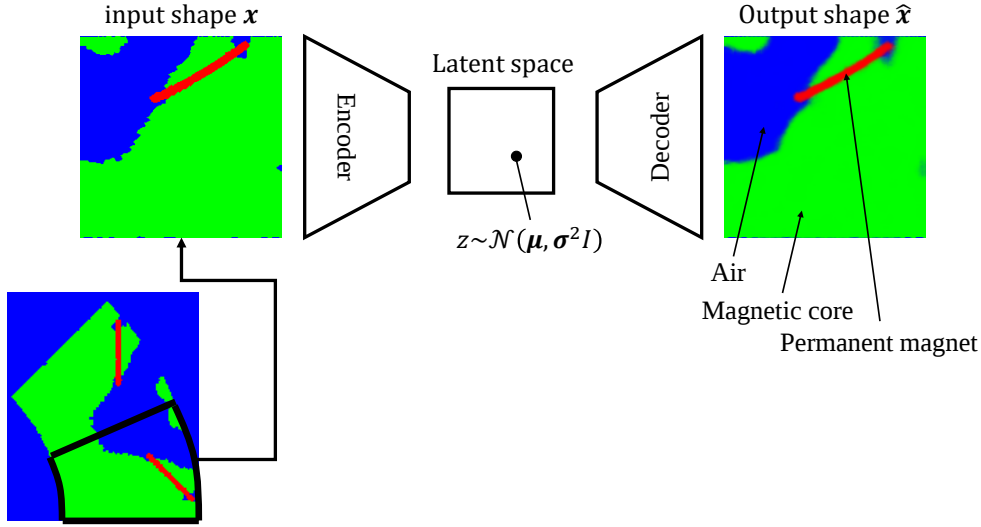


図 5.1 潜在空間トポロジー最適化概要

モデル全体を NN で表現することができ、その学習は通常の NN と同様に行うことができる（ただし、誤差逆伝搬法を適用するため、確率的な計算過程 (5.3) 式を計算グラフから除外する Reparameterization trick を適用する必要がある）。

このとき、損失関数 $L(\mathbf{x})$ は KL divergence $D_{\text{KL}}(\cdot \| \cdot)$ と復元誤差 $L_{\text{recon}}(\mathbf{x}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}^{(i)})$ を用いて ($\hat{\mathbf{x}}^{(i)}$ はデータ $\mathbf{x}^{(i)}$ を入力したときのデコーダの出力を表す) ，

$$L(\mathbf{x}^{(i)}) = D_{\text{KL}}(q_{\phi}(\mathbf{z} | \mathbf{x}^{(i)}) \| p_{\theta}(\mathbf{z})) + L_{\text{recon}}(\mathbf{x}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}^{(i)}), \quad (5.4)$$

で表される。ここで、KL divergence は 2 つの分布の「疑距離」と解釈される。すなわち、(5.4) 式では近似された事後分布 $q_{\phi}(\mathbf{z} | \mathbf{x}^{(i)})$ が事前分布 p_{θ} に近づくように「正則化」していると考えられる、ここで、事前分布と事後分布を上記の形で仮定したとき、 $D_{\text{KL}}(q_{\phi}(\mathbf{z} | \mathbf{x}^{(i)}) \| p_{\theta}(\mathbf{z}))$ は、

$$D_{\text{KL}}(q_{\phi}(\mathbf{z} | \mathbf{x}^{(i)}) \| p_{\theta}(\mathbf{z})) = -\frac{1}{2} \sum_{d=1}^{d_{\text{latent}}} \left(1 + \log \left(\sigma_d^{(i)^2} \right) - \mu_d^{(i)^2} - \sigma_d^{(i)^2} \right) \quad (5.5)$$

と計算できる (d_{latent} は潜在空間の次元)。また、復元誤差はエンコーダに入力したデータ $\mathbf{x}$ とデコーダの出力データ $\hat{\mathbf{x}}$ の誤差である (0/1 の画像データの場合、バイナリクロスエントロピー)。以上の損失関数を用いて学習を行うことで、潜在変数 $\mathbf{z}$ に標準正規分布に近づけつつ、入力を復元するような VAE モデルが得られる。また、潜在変数は近似分布 q_{ϕ} から生成されるため、入力データに似たデータを潜在空間上で生成することが可能となる。

5.2.2 潜在空間トポロジー最適化法

図 5.1 に、VAE を用いた潜在空間トポロジー最適化法の概要を示す [44]。本手法では、データ $\mathbf{x}$ にモータ形状の RGB 画像データ（正確には、1/8 モデルの回転子半領域を正方画像に変

換したもの)を用い、前述の VAE モデルを用いて潜在空間を構築する。潜在空間次元 d_{latent} を元の設計空間 $\mathbf{w}$ 次元よりも低く設定することで、モータ形状を次元圧縮して表現する。このように構築された潜在空間上のベクトル $\mathbf{z}$ を設計変数と見なし最適化することで、潜在空間上でトポロジー最適化を実現する。

潜在空間上で最適化を行うため、潜在空間ベクトル $\mathbf{z}$ から目的関数値 $f_i(\mathbf{z})$ を計算する必要がある。ここでは、第 4 章で述べた代理モデル法（オフライン学習法）を適用し、 $\mathbf{z}$ を入力としてモータ性能値を予測することで $f_i(\mathbf{z})$ を計算する。本章では ST 特性の最適化を考えるため、 d, q 軸磁束量 ϕ_d, ϕ_q を予測すればよい。ここでは計算の簡単のため、 ϕ_d, ϕ_q を以下に示す 2 次の多項式で近似する [42], [47]。

$$\phi_d(i_d, i_q) = \beta_{d,1} + \beta_{d,2}i_d + \beta_{d,3}i_q + \beta_{d,4}i_d^2 + \beta_{d,5}i_di_q + \beta_{d,6}i_q^2, \quad (5.6)$$

$$\phi_q(i_d, i_q) = \beta_{q,1} + \beta_{q,2}i_d + \beta_{q,3}i_q + \beta_{q,4}i_d^2 + \beta_{q,5}i_di_q + \beta_{q,6}i_q^2. \quad (5.7)$$

このように近似すると、 i_d, i_q 平面上の ϕ_d, ϕ_q の値を得るためには、多項式の係数 $\boldsymbol{\beta}_d = \{\beta_{d,j}\}^T, \boldsymbol{\beta}_q = \{\beta_{q,j}\}^T$ を予測すればよいことになる。加えて、後述する最適化において永久磁石面積 S を評価するために、 S も代理モデルの予測対象とする。代理モデルに NN を用いることにすれば、その出力は $\mathbf{p} = \{\boldsymbol{\beta}_d^T, \boldsymbol{\beta}_q^T, S\}$ となる。また、代理モデルに NN を用いる場合、VAE を構築と代理モデル NN の学習を同時に行うことができる [48]。このとき、モデル全体の損失関数は、

$$L(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{p}^{(i)}) = D_{\text{KL}}(q_{\phi}(\mathbf{z}|\mathbf{x}^{(i)})||p_{\theta}(\mathbf{z})) + L_{\text{recon}}(\mathbf{x}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}^{(i)}) + wL_{\text{MSE}}(\mathbf{p}^{(i)}, \hat{\mathbf{p}}^{(i)}), \quad (5.8)$$

となる。ここで、 $L_{\text{MSE}}(\mathbf{p}^{(i)}, \hat{\mathbf{p}}^{(i)})$ は平均二乗誤差を表す（ $\hat{\mathbf{p}}^{(i)}$ は代理モデル NN の予測値）。また、 w は損失関数の重み係数を表す。この損失関数を用いてモデル全体を学習させ、潜在空間トポロジー最適化を代理モデル NN に基づいて行う。

5.2.3 モンテカルロドロップアウト (MC dropout)

冒頭で述べた通り、オフライン学習法を適用する場合、解が代理モデルの精度の低い領域に収束するミスリーディング問題が発生することがある。これは潜在空間トポロジー最適化においても同様である。これを抑制するため、ここでは MC dropout 法による予測の不確実性の評価を行う [46]。

図 5.2 に MC dropout の概要を示す。MC dropout 法では、通常では NN 学習時にのみ適用されるドロップアウトを予測時にも適用する。このとき、複数回予測を行うことで、ランダムなドロップアウトにより異なる予測値が得られる。この方法で得られた予測値群の標準偏差を評価することで、予測の不確実性を評価することができる。MC dropout 法は直感的には、十分学習できていないデータや学習データには存在しないようなデータに対しては、ドロップアウトを変更した際の予測値がばらつきやすいことを利用していると解釈できる。

ここでは、解 i に対する j 番目の予測値 $\hat{p}_j^{(i)}$ について平均 $\mu_{\text{MC}}(\hat{p}_j^{(i)})$ と標準偏差 $\sigma_{\text{MC}}(\hat{p}_j^{(i)})$ を MC dropout 法によって計算する。このうち、平均はそのまま予測値として用いる。また、解 i

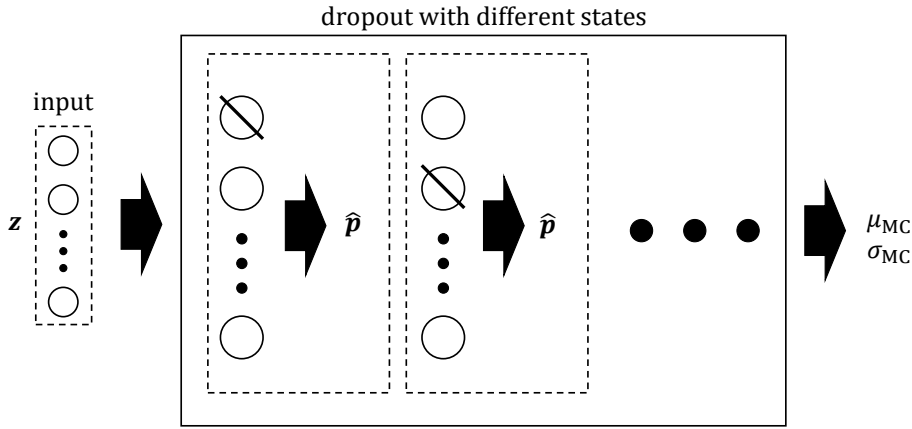


図 5.2 モンテカルドロップアウト概要

の標準偏差について、以下の条件を満たした場合にその解を淘汰する。

$$\sigma_{MC}(\hat{p}_j^{(i)}) > \sigma_{thres} \quad (j = 1, \dots, 13). \quad (5.9)$$

ここで、 σ_{thres} は閾値である。後述の数値実験では、異なる σ_{thres} に対するパレート解の変化について議論する。

5.3 数値実験

本節では、第 4 章と同様に永久磁石モータ（図 2.1）回転子の ST 特性に関するパラメータ・トポロジー同時最適化を潜在空間上で行う。

5.3.1 VAE 学習設定

まず、VAE および代理モデル NN の学習を行った。学習データは第 4 章の数値実験において、全 FEM 解析法で収集したものの内、150 世代目以降で得られたデータを用いた（全 9273 データ）。これは、最適化の前半では空孔を多く有する工学的に無意味な形状が生成されやすく、VAE の学習に悪影響を及ぼすためである。

VAE には畳み込みニューラルネットワーク（CNN: Convolutional Neural Network）をベースとした構成を用いた [49]。図 5.3 に VAE 構成の概要（エンコーダ部）を示す。本構成では、入力 RGB（3 チャンネル）画像を 64 チャンネルに拡張した後、画像サイズ（ここでは 224x224）を変更せずに畳み込み処理をする部分と画像サイズを半減させる部分を繰り返す。最終的に縮小した画像を 1 次元ベクトルに変換し（“Flatten”）、全結合型の NN に入力して潜

表 5.1 VAE 学習設定

設定名	値
学習エポック数	100
バッチサイズ	64
学習アルゴリズム	Adam[41]
学習率	0.001
活性化関数	ReLU
損失関数重み係数 w	10.0
代理モデル NN ドロップアウト率	0.2

在空間の μ, σ を得る。なお、デコーダ部の構成は図 5.3 を逆転させたものとなる。すなわち、潜在空間ベクトル $\mathbf{z}$ を逆畳み込み処理を用いて徐々に拡張し、最終的に元の画像と同じサイズ・チャンネル数に復元する。

また、代理モデル NN の構成を図 5.4 に示す。代理モデル NN は潜在空間ベクトル $\mathbf{z}$ を入力し、 $\mathbf{p} = \{\beta_d^T, \beta_q^T, S\}$ を出力する。

最後に、学習設定を表 5.1 に示す。特に、MC dropout を適用するため、代理モデル NN には確率 0.2 のドロップアウトを導入した。また、出力データはその範囲を揃えるため標準化した。

5.3.2 VAE 学習結果

図 5.5 に、潜在空間次元を 2, 4, 8 で設定した際の VAE 学習の損失関数の収束履歴を示す。潜在空間次元を高く設定するほど、最終的な損失関数値は低くなる傾向にあった。これは、潜在空間次元が元データの次元に近いほど情報が保存されるためと考えられる。一方で、最適化の効率化の面で言えば、潜在空間次元は低いほうが望ましい。以降の検討では、潜在空間次元を 4 で設定した。

図 5.6 に、潜在空間上の学習データの分布を示す（潜在空間次元は 4）。各変数 z_i について、標準正規分布に近い分布が得られており、損失関数 (5.8) 式に基づいた学習の効果が表れているといえる。

図 5.7 に、潜在空間において 3 軸目 z_3 と 4 軸目 z_4 を固定し、 z_1, z_2 を変化させた際の復元画像を一覧で示す。潜在空間上で連続的に変化する形状群が得られた。これは、VAE によって潜在空間上のデータ分布を学習できたことを示している。また、VAE ではモータ形状として成立していないような画像も得られる場合があるが、このような画像に対応する解は学習データには存在しないことから、前述の MC dropout 法で除外できると期待される。

5.3.3 最適化設定

潜在空間トポロジー最適化問題を以下の通り定義する。

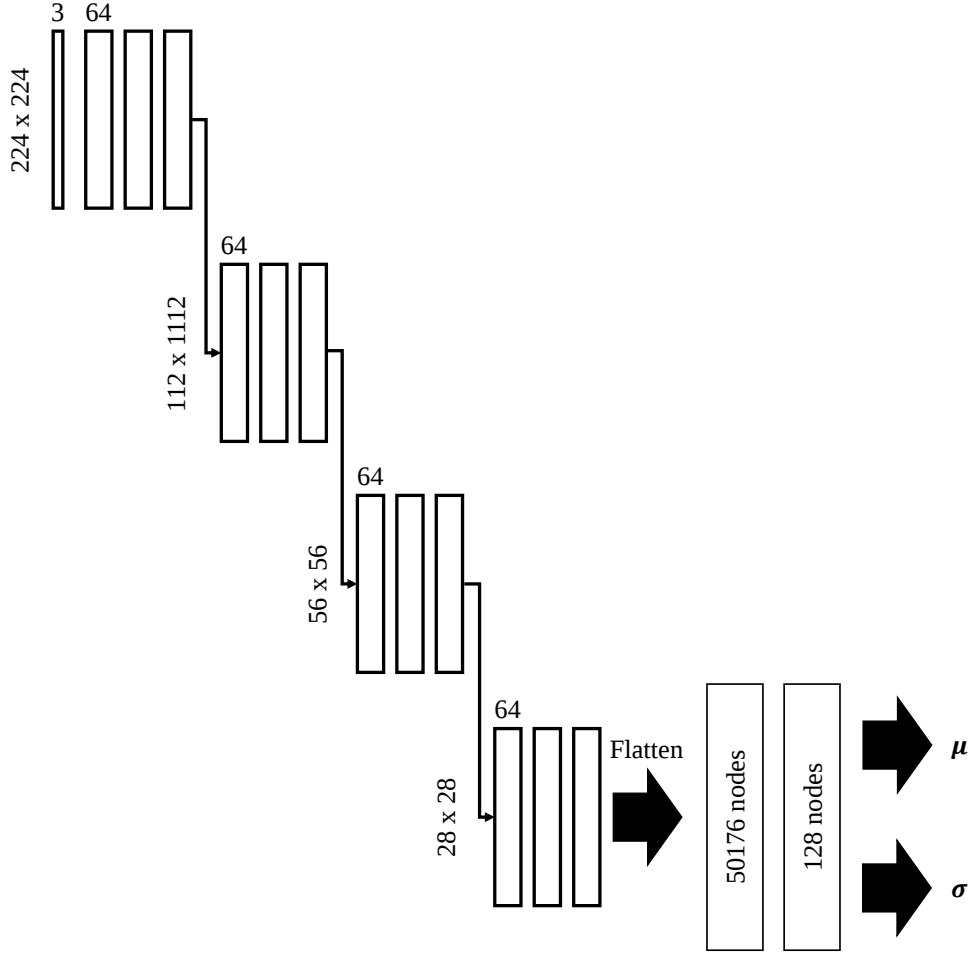


図 5.3 VAE 構成 (エンコーダ部)

$$\min. f_1(\mathbf{z}) = -T_{\text{avg}}(N_1) \quad (\text{Nm}), \quad (5.10)$$

$$\min. f_2(\mathbf{z}) = S \quad (\text{mm}^2), \quad (5.11)$$

$$\text{sub. to } h_1(\mathbf{z}) = T_{\text{avg}}(N_i) \geq T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i) (i = 1, 2), \quad (5.12)$$

最適化問題は第4章と同様に、ST特性の最適化を含む。ただし、目的関数 f_1, f_2 および制約条件 h_1 は全て代理モデル NN に基づいて計算する。モータ解析設定を表 5.2 に示す。また、最適化設定を 5.3 に示す。本最適化は潜在空間ベクトル $\mathbf{z}$ に関する最適化である。VAE および代理モデル NN には 5.3.2 節で構築したものをを用いた。ここでは潜在空間次元は 4 であり、これまでの最適化に比べて次元が低いことから、 g_{Max}, n_p, n_c を小さく設定した。

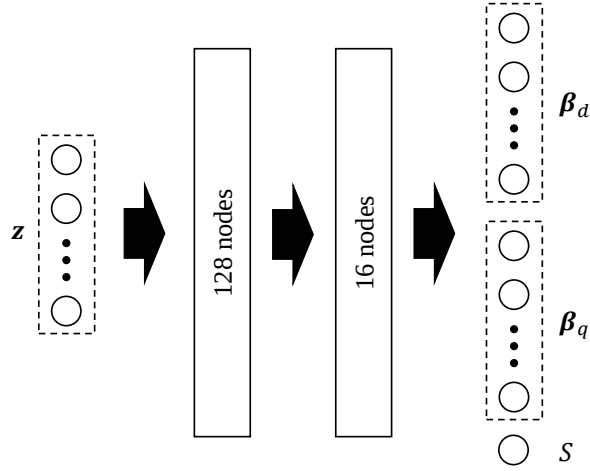


図 5.4 代理モデル NN 構成

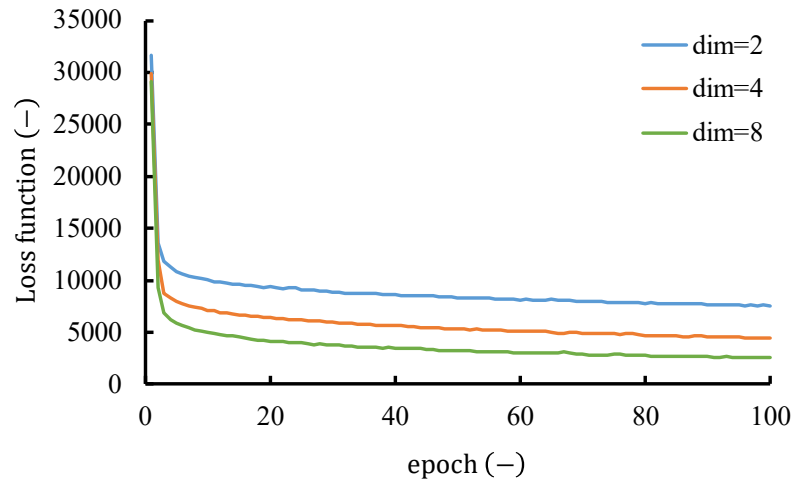


図 5.5 損失関数の収束履歴

5.3.4 最適化結果

図 5.8 に潜在空間トポロジー最適化で得られたパレート解を示す．ここで，凡例は σ_{thres} ごとに得られた解を表示している．また，比較のため，第 4 章の全 FEM 解析最適化で得られた解を表示している (“full FEM”)．MC dropout を適用しない場合 (“w/o MC dropout”), 第 4 章オフライン学習法と同様にパレート解が明らかに逸脱した範囲に分布した．一方， $\sigma_{\text{thres}} = 0.50$

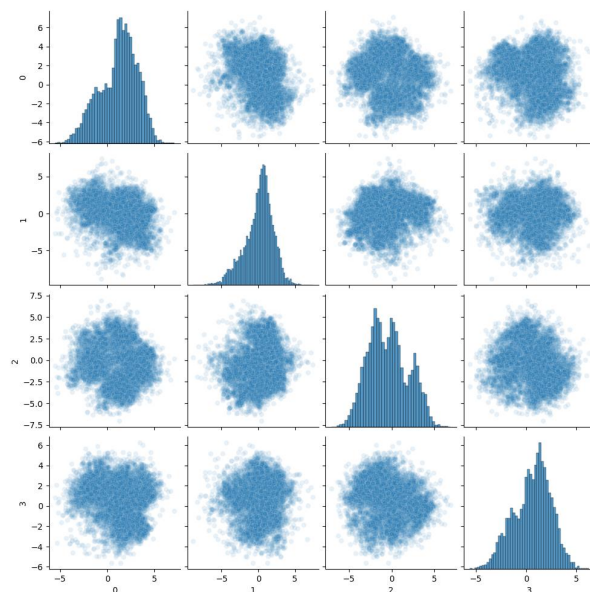


図 5.6 潜在空間上の学習データ分布

表 5.2 モータ解析設定

設定名	値
d 軸電流 i_d 範囲 (A)	$\{-300, 250, \dots, 0\}$
q 軸電流 i_q 範囲 (A)	$\{0, 50, \dots, 300\}$
コイル巻き数 (turns)	10
磁性体コア材料種 (–)	50A400
積層厚さ (mm)	50.0
永久磁石残留磁束密度 $\ \mathbf{B}_r\ $ (T)	1.25
誘起電圧上限値 V_o^{lim} (V)	400
指定回転数 N_i (rpm)	$\{1000, 10000\}$
トルク参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$	$\{100.0 (N_i = 1000), 20.0 (N_i = 10000)\}$

に設定した場合，full FEM に近いパレート解が得られた．このことから，MC dropout によって解を信頼性の高い範囲に限定できることがわかった．さらに $\sigma_{\text{thres}} = 0.30$ に設定すると，さらにパレート解の範囲が狭まった．このことから， σ_{thres} の値によって解の範囲をコントロールでき，パレート解の多様さと信頼性はトレードオフの関係にあることが予想される．

図 5.9 にパレート解として得られた $\mathbf{z}$ をデコーダで画像に復元した例を示す ($\sigma_{\text{thres}} = 0.50$)．第 4 章の同条件の最適化で見られた特徴 (図 4.8) を有する形状群が同様に得られた．これらの形状は，例えば有限要素メッシュに投影することで設計情報として活用することができる．

表 5.4 に計算時間の比較を示す．潜在空間トポロジー最適化では第 4 章全 FEM 解析から 122.2 倍の高速化を達成した．これは，次元が低いことで最適化アルゴリズムや代理モデル自

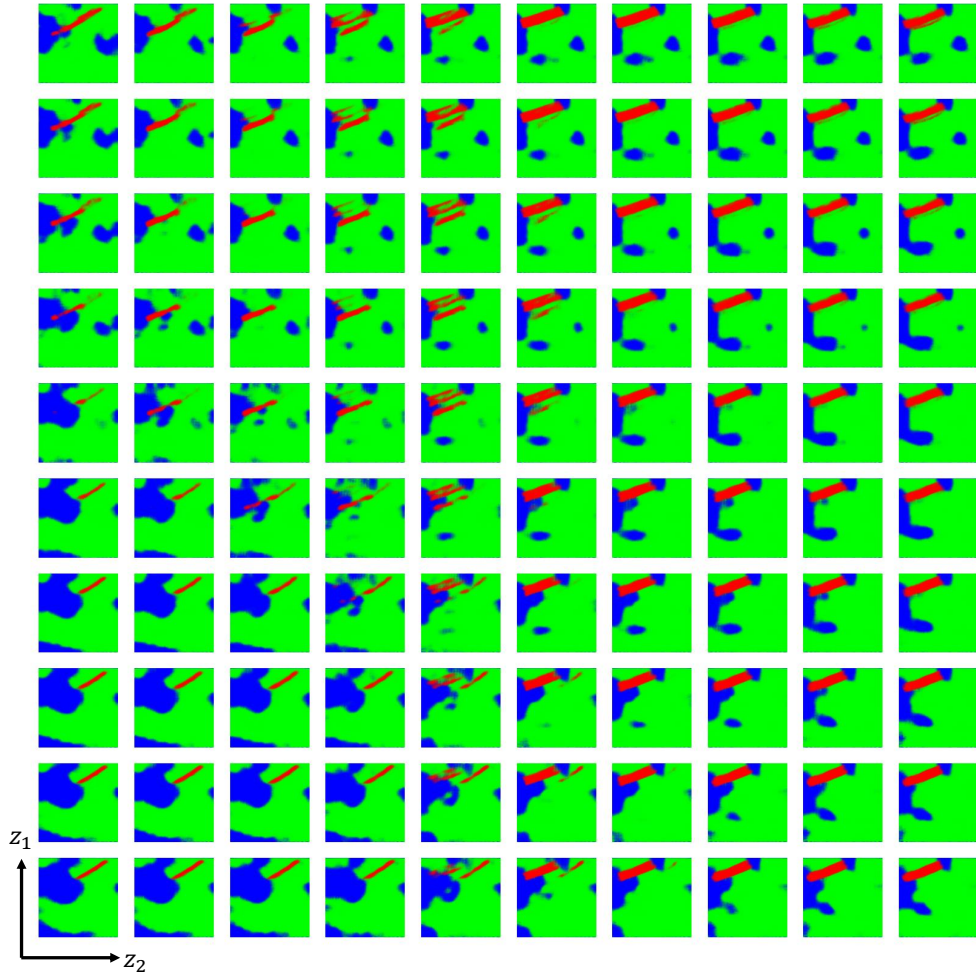


図 5.7 潜在空間で表現された画像データ例

体の計算コストが低くなった他，世代数や集団サイズを元の問題設定よりも小さく設定できたためと考えられる．以上の結果から，VAE を用いた次元圧縮と MC dropout を用いた不確実性の評価により，低コストなトポロジー最適化が実現したといえる．

5.3.5 最適化結果：別条件下

ここで，オフライン学習法における代理モデルの転用について述べる．本最適化は ST 特性を対象としているが，ST 特性の参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$ として様々な値を設定することもできる．表 5.5 に変更後の条件（以降，条件 2 として参照）を示す．ここでは参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$ として，これまでよりも高い値を設定した．

図 5.10 に潜在空間トポロジー最適化で得られたパレート解を示す．図 5.8 と同様に，MC dropout の設定に従って異なる範囲のパレート解が得られた．

表 5.3 潜在空間トポロジー最適化設定

設定名	値
最大世代数 g_{Max}	100
集団サイズ n_p	100
子個体数 n_c	50
初期解集団の生成法	一様乱数
交叉アルゴリズム	SBX
潜在空間次元	4

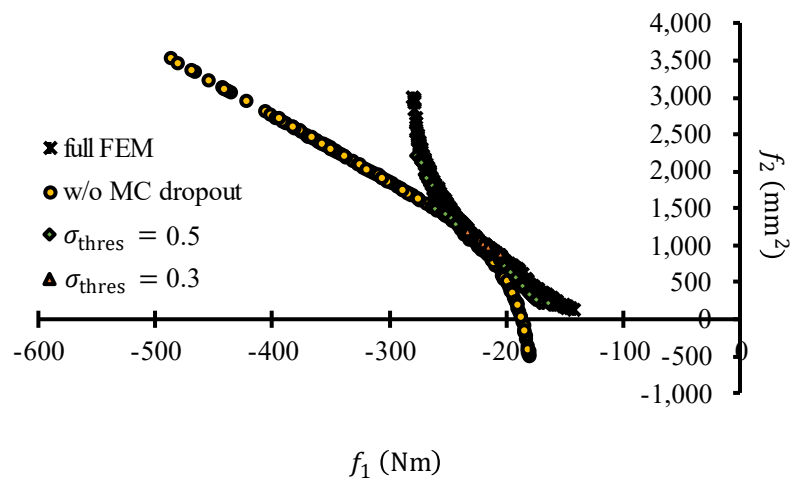


図 5.8 潜在空間トポロジー最適化パレート解

図 5.11 にパレート解として得られた $\mathbf{z}$ をデコーダで画像に復元した例を示す ($\sigma_{\text{thres}} = 0.50$)。先ほどの同様の特徴を有する形状が得られた。ただし、場合によっては形状が崩壊したような画像が得られる場合もある。一方で、このような明らかに成立していない形状は後処理的に除外することも可能である。以上の結果から、一度構築した代理モデルを用いて、異なる最適化問題を解くことができるといえる。ただし、解の精度検証のため、得られたパレート解形状を高精度な FEM 解析で評価する必要があることに留意する。

5.4 総括

本章では、深層生成モデルの一種である VAE を用いた、潜在空間上におけるトポロジー最適化について述べた。VAE により学習データ形状の潜在空間表現を得ることで、潜在空間上で

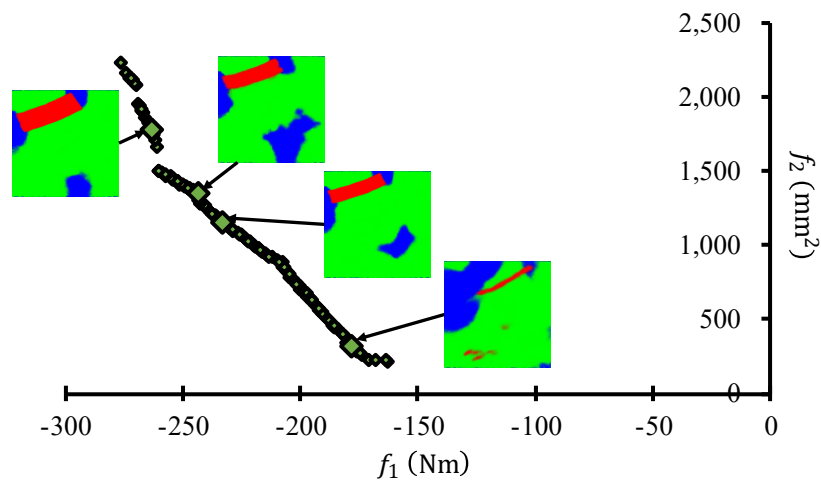
図 5.9 パレート解形状例 ($\sigma_{\text{thres}} = 0.50$)

表 5.4 計算時間

手法	計算時間 (s)	(i) に対する高速化倍率
(i) 全 FEM 解析	14220	-
(ii) 潜在空間トポロジー最適化 ($\sigma_{\text{thres}} = 0.50$)	116	122.2

※ 計算環境：Intel(R) Xeon(R) Gold 6134 ×4(クロック周波数 3.20GHz, 8 コア 16 スレッド ×4CPU, 全 64 スレッド)

トポロジー最適化を実現した。また、MC dropout を用いた解の不確実性の評価により、より信頼性の高い限定された範囲でパレート解を得ることができた。本手法は通常のトポロジー最適化よりも 122.2 倍高速であった。今後の展望として、より多様な形状を潜在空間に埋め込み最適化することが挙げられる。また、現状では崩壊画像の発生を完全には抑制できない。そのため、VAE や代理モデルの構成・学習の最適化が望まれる。得られた画像を自動的に形状データに変換するアルゴリズムの開発も必要と考える。

表 5.5 モータ解析設定 (条件 2)

設定名	値
d 軸電流 i_d 範囲 (A)	$\{-300, 250, \dots, 0\}$
q 軸電流 i_q 範囲 (A)	$\{0, 50, \dots, 300\}$
コイル巻き数 (turns)	10
磁性体コア材料種 (–)	50A400
積層厚さ (mm)	50.0
永久磁石残留磁束密度 $\ \mathbf{B}_r\ $ (T)	1.25
誘起電圧上限値 V_o^{lim} (V)	400
指定回転数 N_i (rpm)	$\{1000, 10000\}$
トルク参照値 $T_{\text{avg}}^{\text{ref}}(N_i)$	$\{150.0 (N_i = 1000), 50.0 (N_i = 10000)\}$

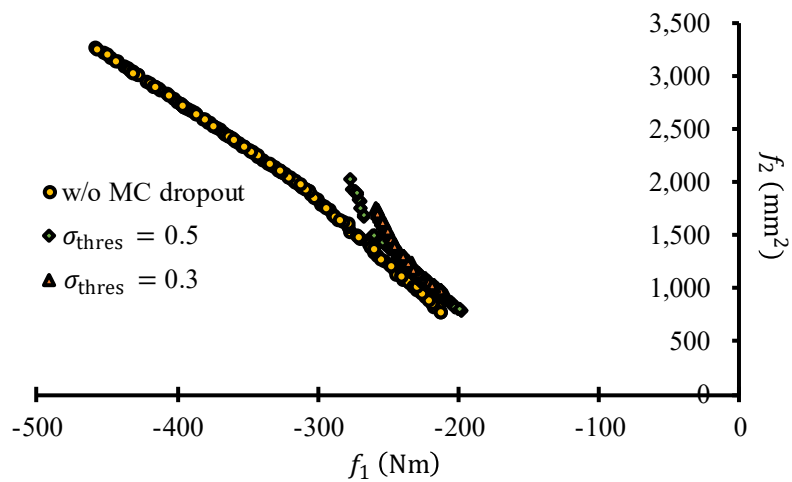


図 5.10 潜在空間トポロジー最適化パレート解 (条件 2)

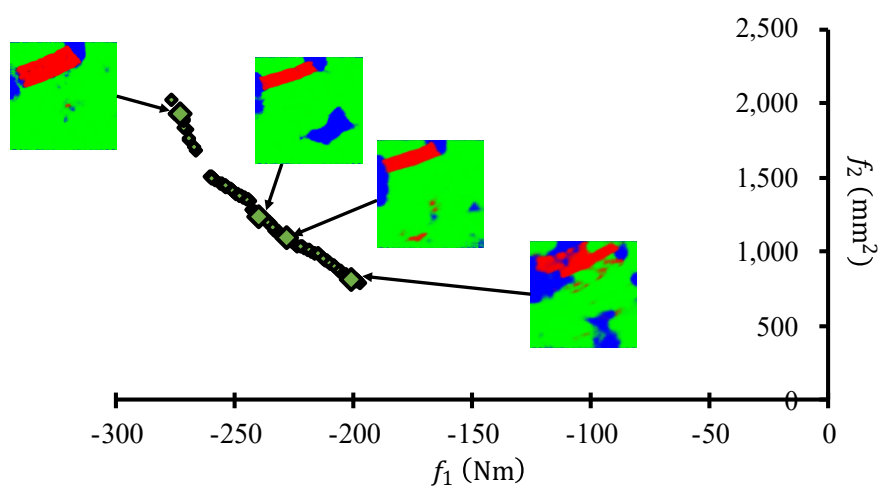


図 5.11 パレート解形状例 ($\sigma_{\text{thres}} = 0.50$) (条件 2)

第 6 章

結論

6.1 総括

本研究では、人工知能技術とトポロジー最適化の融合により、モータ設計を高度化する手法について述べた。まず、形状最適化の概要と種々の形状最適化手法について述べた。その後、モンテカルロ木探索 (MCTS: Monte Carlo Tree Search) を用いた多目的統合最適化手法を提案した。また、代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化について、オフライン学習法とオンライン学習法の比較の観点から述べた。さらに発展的な手法として、変分オートエンコーダ (VAE: Variational Auto Encoder) を用いた潜在空間トポロジー最適化法を提案した。

6.1.1 モータの基礎理論および形状最適化 (第 2 章)

本研究の対象となるモータの基礎理論、および形状最適化について述べた。特に、速度トルク (ST: Speed-Torque) 特性の計算においては、誘起電圧の上限値を考慮する必要があり、また、 d, q 軸磁束の非線形性を考慮する必要があることを述べた。また、正規化ガウシアンネットワーク (NGnet: Normalized Gaussian network) on/off 法を含む種々の形状最適化手法について述べた。特に、パラメータ最適化とパラメータ・トポロジー同時最適化について多目的最適化を実施し、両手法の特徴を述べた。

6.1.2 モンテカルロ木探索を用いた統合最適化 (第 3 章)

MCTS を用いた、基本パラメータと部品形状の統合最適化、特に多目的統合最適化について述べた。モータモデルを規定する基本構造パラメータを木構造のノードに見立て、MCTS のアルゴリズムで選択および部品形状最適化することで、最適な全体構造が自動的に得られることを示した。特に、パレート解に基づいたスコアの評価方法を導入し、MCTS と多目的形状最適化を直接連携させた。統合最適化によって得られたパレート解は多様な基本構造と回転子形状から成り、このことから統合最適化の有効性を示した。

6.1.3 代理モデル法を用いたトポロジー最適化の高速化（第 4 章）

代理モデル法、特にオフライン学習法とオンライン学習法を用いたトポロジー最適化の高速化について述べた。まず、ST 特性の計算を含む形状最適化について述べ、次にその最適化を代理モデル法で高速化する手法について述べた。オフライン学習法では約 20 倍の高速化が達成できた一方で、パレート解の信頼性は保てなかった。一方、オンライン学習法では高速化倍率はオフライン学習法ほど高くなかったが、パレート解の信頼性を保ちつつ最大で 5 倍以上の高速化を達成した。

6.1.4 深層生成モデルを用いた潜在空間トポロジー最適化（第 5 章）

深層生成モデルの一種である VAE を用いた、潜在空間上におけるトポロジー最適化について述べた。高次元問題の傾向にあるトポロジー最適化を効率的に実行するため、VAE を用いてモータ画像群を低次元の潜在空間に埋め込み、その潜在空間上のベクトルを設計変数とする最適化法を提案した。また、潜在空間上で解の評価を行うために代理モデルを導入したが、同時に MC dropout 法を適用し、解の不確実性を評価することでミスリーディング問題を回避した。提案手法による最適化は通常最適化より 100 倍以上高速であった。また、MC dropout 法の設定により、得られるパレート解の範囲が変化することが判明し、解の範囲と信頼性にトレードオフの関係があることが予想された。

6.2 今後の展望

トポロジー最適化法、特に NGnet on/off 法の今後の展望として、表現能力の向上が挙げられる。特に、スリット状の形状の表現は NGnet on/off 法では得られにくい。また、マルチフェーズトポロジー最適化においては最適化の次元が高くなりやすく、埋め込み型の永久磁石が上手く表現できないことがある。これらの場合においても有効な手法の開発が望まれる。

統合最適化では、計算コストの削減が大きな課題となる。このため、代理モデル法と統合最適化法の融合が望まれる。また、ノードの削除・追加など、木構造を後から柔軟に変化させられるアルゴリズムを開発することで、継続的な設計開発にも木構造を応用できると考えられる。このような検討も今後必要となる。究極的には、蓄積されたデータから複雑な要求仕様にも最適なモータを自動的に出力するようなシステムの構築が望まれる。

代理モデル法のトポロジー最適化応用においては、高次元空間上のデータをいかに学習するかが重要である。提案したオンライン学習法では、最適化の過程で得られたデータに基づいてパレート解を構築することで、この課題に対処した。今後はオンライン学習法の適用範囲の調査、およびトルクリプルや鉄損など、異なる多ケース解析への有効性の調査が必要である。また、VAE などの深層生成モデルを用いた代理モデル法について、モデルの品質向上や適用範囲の調査が必要である。

参考文献

- [1] エネルギー総合工学研究所, 平成 21 年度省エネルギー設備導入促進指導事業報告書, 2010.
- [2] 五十嵐 一, 「電磁界解析による最適設計 トポロジー最適化の基礎から機械学習まで」, 森北出版, 2023.
- [3] T. Sato, K. Watanabe, and H. Igarashi, “Multimaterial Topology Optimization of Electric Machines Based on Normalized Gaussian Network,” IEEE Trans. Magn., vol. 51, no. 3, Art. no. 7202604, 2015.
- [4] 本間 利久, 五十嵐 一, 川口 秀樹, 「数値電磁力学—基礎と応用—」, 森北出版, 2002.
- [5] 高橋 則雄, 「三次元有限要素法—磁界解析技術の基礎」, 電気学会, 2006.
- [6] 森本 茂雄, 真田 雅之, 「省エネモータの原理と設計法～永久磁石同期モータの基礎から設計・制御まで～」, 科学情報出版株式会社, 2013.
- [7] T.A. Burres, S.L. Campbell, C.L. Coomer, C.W. Ayers, A.A. Wereszczak, J.P. Cunningham, L.D. Marlino, L.E. Seier, and H.T. Lin, “Evaluation of the 2010 TOYOTA PRIUS Hybrid Synergy Drive System,” ORNL/TM-2010/253, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, 2011.
- [8] 加納 善明, 藪見 崇生, 「熱間加工磁石を用いた自動車駆動用埋込磁石同期モータの試作機実験検証」, 電気製鋼, 第 92 巻, 第 1 号, 2021.
- [9] 貝森 弘行, 「バーチャルモータの提案 8 極 12 スロット, 10 極 12 スロット集中巻 IPM モータ 8 極 48 スロット分布巻平角コイル使用 IPM モータ」, 電磁界解析による回転機の高精度モデリングと先進最適化技術調査専門委員会, 2022.
- [10] 佐藤 孝洋, 「電磁界解析を用いた電気機器の最適設計に関する研究」, 北海道大学 大学院情報科学研究科システム情報科学専攻, 博士論文, SSI-MT79125035, 2015.
- [11] K. Watanabe, T. Suga, and S. Kitabatake, “Topology Optimization Based on the ON/OFF Method for Synchronous Motor,” IEEE Trans. Magn., vol. 54, no. 3, Art no. 7201104, 2018.
- [12] H. Sato, S. Hiruma and H. Igarashi, “Multi-material Topology Optimization of Permanent Magnet Motor with Arbitrary Adjacency Relationship of Materials,” Proc. CEFC2020, doi: 10.1109/CEFC46938.2020.9451380, 2020.
- [13] S. Hayashi, M. Yatsurugi, Y. Kubota, S. Soma and H. Igarashi, “Topology Optimization of a Surface Permanent Magnet Motor with High Torque Density,” IEEE Trans. Magn. (early access), doi: 10.1109/TMAG.2023.3309538, 2023.

- [14] S. Hiruma, M. Ohtani, S. Soma, Y. Kubota, and H. Igarashi, “Novel Hybridization of Parameter and Topology Optimizations: Application to Permanent Magnet Motor,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 57, no. 7, Art no. 8204604, 2021.
- [15] K. Deb, A. Pratap, and S. Agarwal, “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II,” *IEEE Trans. on Evol. Comput.*, vol. 6, no. 2, pp. 115 – 148, 2002.
- [16] 青柳 泰我, 「深層学習および変分オートエンコーダを用いた永久磁石モータの最適化」, 北海道大学 大学院情報科学研究科システム情報科学専攻, 修士論文, SSI-MT46213166, 2023.
- [17] T. Sato and M. Fujita, “A Data-Driven Automatic Design Method for Electric Machines Based on Reinforcement Learning and Evolutionary Optimization,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 71284 – 71294, 2021.
- [18] H. Sato and H. Igarashi, “Automatic Design of PM Motor Using Monte Carlo Tree Search in Conjunction with Topology Optimization, ” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 58, no. 9, pp. 1-4, Art no. 7200504, 2022.
- [19] D. Silver, A. Huang, C. J. Maddison, A. Guez, L. Sifre, G. van den Driessche, et al., “Mastering the game of go with deep neural networks and tree search,” *Nature*, vol. 529, no. 7587, pp. 484-489, 2016.
- [20] C. B. Browne et al., “A Survey of Monte Carlo Tree Search Methods,” in *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, vol. 4, no. 1, pp. 1-43, 2012.
- [21] Guillaume M.J-B. Chaslot, Mark H.M. Winands, H. Jaap Van Den Herik and Jos W.H.M. Uiterwijk, “Progressive Strategies for Monte-Carlo Tree Search,” *New Mathematics and Natural Computation*, Vol. 4, No. 3, pp. 343-357, 2008.
- [22] T. Sato and K. Watanabe, “A Data-Driven Automatic Design of Induction Motors Based on Tree Search and Reinforcement Learning Considering Multiple Objectives,” *IEEE Trans. Magn.* (early access), doi: 10.1109/TMAG.2023.3316614, 2023.
- [23] H. Sato and H. Igarashi, “Multi-Objective Automatic Design of Permanent Magnet Motor Using Monte Carlo Tree Search,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 59, no. 5, pp. 1-4, Art no. 8201304, 2023.
- [24] W. Wang and M. Sebag, “Multi-objective Monte-Carlo Tree Search,” *Proc. the Asian Conference on ML*, vol. 25, pp. 507 – 522, 2012.
- [25] Y. Otomo, T. Abe, H. Igarashi, T. Kato, and H. Kurita, “Optimization of permanent magnet configuration using Boolean geometry projection method for IPM motors,” *CEFC2022*, P03, 2022.
- [26] E. S. Siah, M. Sasena, J. L. Volakis, P. Y. Papalambros, and R. W. Wiese, “Fast parameter optimization of large-scale electromagnetic objects using DIRECT with Kriging metamodeling,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 52, no. 1, pp. 276 – 285, 2004.
- [27] Y. S. Ong, P. B. Nair, and A. J. Keane, “Evolutionary optimization of computationally expen-

- sive problems via surrogate modeling,” AIAA J., vol. 41, no. 4, pp. 687 – 696, 2003.
- [28] J. E. Rayas-Sanchez, “EM-based optimization of microwave circuits using artificial neural networks: The state-of-the-art,” IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 52, no. 1, pp. 420 – 435, 2004.
- [29] H. Sasaki and H. Igarashi, “Topology optimization accelerated by deep learning,” IEEE Trans. Magn., vol. 55, no. 6, Art. no. 7401305, 2019.
- [30] H. Sato and H. Igarashi, “Deep learning-based surrogate model for fast multi-material topology optimization of IPM motor,” COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, vol. 41, no. 3, 2021.
- [31] N. Taran, D. M. Ionel, and D. G. Dorrell, “Two-level surrogate-assisted differential evolution multi-objective optimization of electric machines using 3-D FEA,” IEEE Trans. Magn., vol. 54, no. 11, 2018, Art. no. 8107605.
- [32] H. Sato and H. Igarashi, “Fast Multi-objective Optimization of Electromagnetic Devices Using Adaptive Neural Network Surrogate Model,” IEEE Trans. Magn., vol. 58, no. 5, pp. 1-9 Art no. 8202209, 2022.
- [33] 齊藤 康毅, 「ゼロから作る Deep Learning —Python で学ぶディープラーニングの理論と実装」, 株式会社オライリー・ジャパン, 2016.
- [34] I. Loshchilov and F. Hutter, “Decoupled Weight Decay Regularization,” arXiv:1711.05101 [cs.LG], 2017.
- [35] A. B. Arrieta, et al., “Explainable Artificial Intelligence (XAI): Concepts, taxonomies, opportunities and challenges toward responsible AI,” Information fusion, vol. 58, pp. 82-115, 2020.
- [36] R. R. Selvaraju, M. Cogswell, A. Das, R. Vedantam, D. Parikh, and D. Batra, “Grad-CAM: Visual Explanations from Deep Networks via Gradient-Based Localization,” 2017 IEEE ICCV, pp. 618-626, 2017.
- [37] H. Sasaki, Y. Hidaka, and H. Igarashi, “Explainable Deep Neural Network for Design of Electric Motors,” IEEE Trans. Magn., vol. 57, no. 6, Art no. 8203504, 2021.
- [38] S. M. Lundberg and S.-I. Lee, “A unified approach to interpreting model predictions,” Adv. Neural. Inf. Process. Syst., vol. 30, 2017.
- [39] H. Sasaki and K. Yamamura, “Topology Optimization with Shapley Additive Explanations for Permanent Magnet Synchronous Motors,” IEEE Trans. Magn. (early access), doi: 10.1109/TMAG.2023.3325460, 2023.
- [40] H. Sato and H. Igarashi, “Visual Interpretation of Topology Optimization Results Based on Deep Learning,” IEEE Trans. Magn. (early access), doi: 10.1109/TMAG.2023.3301963, 2023.
- [41] D. P. Kingma and J. Ba, “Adam: A Method for Stochastic Optimization,” arXiv:1412.6980 [cs.LG], 2014.
- [42] Y. Shimizu, S. Morimoto, M. Sanada and Y. Inoue, “Automatic Design System With Gen-

- erative Adversarial Network and Convolutional Neural Network for Optimization Design of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor,” IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 38, no. 1, pp. 724-734, 2023.
- [43] V. Parekh, D. Flore, and S. Schöps, “Variational Autoencoder-based Metamodeling for Multi-Objective Topology Optimization of Electrical Machines,” IEEE Trans. Magn., vol. 58, no. 9, Art no. 7500604, 2022.
- [44] H. Sato and H. Igarashi, “Fast Topology Optimization for PM Motors Using Variational Autoencoder and Neural Networks With Dropout,” IEEE Trans. Magn., vol. 59, no. 5, pp. 1-4, Art no. 8200904, 2023.
- [45] D. P. Kingma and M. Welling, “Auto-Encoding Variational Bayes,” ICLR 2014, arXiv:1312.6114v10 [stat.ML], 2014.
- [46] Y. Gal and Z. Ghahramani, “Dropout as a Bayesian Approximation: Representing Model Uncertainty in Deep Learning,” Proc. ICML 2016, arXiv:1506.02142v6 [stat.ML], 2016.
- [47] T. Aoyagi, Y. Otomo, H. Igarashi, H. Sasaki, Y. Hidaka, and H. Arita, “Prediction of Current-Dependent Motor Torque Characteristics Using Deep Learning for Topology Optimization,” IEEE Trans. Magn., vol. 58, no. 9, Art no. 8205704, 2022.
- [48] R. Gómez-Bombarelli, J. N. Wei, D. Duvenaud, J. M. Hernández-Lobato, B. Sánchez-Lengeling, D. Sheberla, et al., “Automatic Chemical Design Using a Data-Driven Continuous Representation of Molecules,” ACS Cent. Sci., vol. 4, no. 2, pp. 268 – 276, 2018.
- [49] B. Kim, V. C. Azevedo, N. Thuerey, T. Kim, M. Gross, and B. Solenthaler, “Deep Fluids: A Generative Network for Parameterized Fluid Simulations,” EUROGRAPHICS 2019, arXiv:1806.02071 [cs.LG], 2019.

研究業績

査読付き原著論文

1. H. Sato and H. Igarashi, “Deep learning-based surrogate model for fast multi-material topology optimization of IPM motor,” COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, vol. 41, no. 3, 2021.
2. H. Sato and H. Igarashi, “Fast Multi-objective Optimization of Electromagnetic Devices Using Adaptive Neural Network Surrogate Model,” IEEE Trans. Magn., vol. 58, no. 5, pp. 1-9 Art no. 8202209, 2022.
3. H. Sato and H. Igarashi, “Automatic Design of PM Motor Using Monte Carlo Tree Search in Conjunction with Topology Optimization,” IEEE Trans. Magn., vol. 58, no. 9, pp. 1-4, Art no. 7200504, 2022.
4. H. Sato and H. Igarashi, “Fast Topology Optimization for PM Motors Using Variational Autoencoder and Neural Networks With Dropout,” IEEE Trans. Magn., vol. 59, no. 5, pp. 1-4, Art no. 8200904, 2023.
5. H. Sato and H. Igarashi, “Multi-Objective Automatic Design of Permanent Magnet Motor Using Monte Carlo Tree Search,” IEEE Trans. Magn., vol. 59, no. 5, pp. 1-4, Art no. 8201304, 2023.
6. H. Sato and H. Igarashi, “Visual Interpretation of Topology Optimization Results Based on Deep Learning,” IEEE Trans. Magn. (early access), doi: 10.1109/TMAG.2023.3301963, 2023.

査読付き発表論文（国際会議議事録）

1. H. Sato, S. Hiruma and H. Igarashi, “Multi-material Topology Optimization of Permanent Magnet Motor with Arbitrary Adjacency Relationship of Materials,” Proc. CEFC2020, doi: 10.1109/CEFC46938.2020.9451380, 2020.

解説，総説

1. 五十嵐 一，比留間真悟，佐藤駿輔，「パワーインダクタのシミュレーション技術—均質化法とモデル縮約法」，日本磁気学会「まぐね」，vol. 15, no. 3, 2020.

2. 佐藤 駿輔, 五十嵐 一, 「トポロジー・パラメータ同時最適化とモンテカルロ木探索による総合設計」, 日本 AEM 学会誌, vol. 30, no. 4, pp. 384-389, 2022.
3. 佐藤 孝洋, 佐藤 駿輔, 「特集 人工知能が広げるモータ設計・モータドライブ技術の可能性 木構造表現を用いた電気機器の自動最適設計に向けた検討」, 電気学会誌, vol. 143, no. 10, pp. 632-635, 2023.

講演 (国際会議)

1. H. Sato, S. Hiruma and H. Igarashi, “Multi-Phase Topology Optimization Using Radial Basis Function for Design of Permanent Magnet Motor,” JSST2019, OS2, Miyazaki, Japan, November 2019.
2. H. Sato, J. Asanuma and H. Igarashi, “Deep-Learning-based Surrogate Model for Fast Multi-material Topology Optimization of IPM Motor,” IGTE2020, P2-38, on-site (Graz, Austria) and on-line, September 2020.
3. H. Sato, S. Hiruma and H. Igarashi, “Multi-material Topology Optimization of Permanent Magnet Motor with Arbitrary Adjacency Relationship of Materials,” CEFC2020, paper no. 615, on-site (Pisa, Italy) and on-line, November 2020.
4. H. Sato and H. Igarashi, “Automatic Design of PM Motor Using Monte-Carlo Tree Search in Conjunction with Topology Optimization,” Compumag2021, on-line, January 2022.
5. H. Sato and H. Igarashi, “Multi-objective Automatic Design of Permanent Magnet Motor Using Monte Carlo Tree Search,” CEFC2022, P03-13, on-site (Denver, Colorado) and on-line, October 2022.
6. H. Sato and H. Igarashi, “Fast Topology Optimization of PM Motor Using Variational Autoencoder and Neural Networks with Dropout,” CEFC2022, O04-2, on-site (Denver, Colorado) and on-line, October 2022.
7. H. Sato and H. Igarashi, “Visual Interpretation of Topology Optimization Results Based on Deep Learning,” Compumag2023, PC-M1: 3, on-site (Kyoto, Japan) and on-line, May 2023.
8. H. Sato and H. Igarashi, “Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motor Using Regularized NGnet Method,” ISEF2023, Oral Session OC-2, OC-25, Pavia, Italy, September 2023.

講演 (国内会議)

1. 佐藤駿輔, 比留間真悟, 五十嵐一, 「IPM モータの複数材料トポロジー最適化」, 2019 年電気学会電子・情報・システム部門大会, PS3-6, 沖縄, 9 月, 2019.
2. 佐藤駿輔, 比留間真悟, 岡本和也, 五十嵐一, 「永久磁石モータのトポロジー最適化－複数磁化方向の表現」, 電気学会全国大会, 2020.

3. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「モンテカルロ木探索を用いた永久磁石モータの自動設計」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-21-021, RM-21-021, オンライン, 3月, 2021.
4. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「適応代替モデルによる IPM モータのトポロジー最適化」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-21-069, RM-21-090, 9月, 2021.
5. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 久保田芳永, 相馬慎吾, 大矢 聡義, 「モンテカルロ木探索を用いた永久磁石モータの自動設計 第2報」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-22-018, RM-22-018, 3月, 2022.
6. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「潜在空間への埋め込みによる永久磁石モータのトポロジー最適化－基礎検討」, 電気学会全国大会, 3月, 2022.
7. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「変分オートエンコーダによる永久磁石モータのトポロジー最適化の高速化」, 電気学会静止器回転機合同研究会, SA-22-082, RM-22-085, 9月, 2022.
8. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「モンテカルロ木探索を用いた最適設計」, 電気学会全国大会, S16-5, 3月, 2023.
9. 佐藤駿輔, 五十嵐一, 「モンテカルロ木探索を用いた電気機器の多目的統合最適化」, 第36回計算力学講演会 (CMD2023), OS-1706, 10月, 2023.

査読付き原著論文（その他）

1. H. Sato, A. Maruo and H. Igarashi, “Analysis of nonlinear magnetic properties of soft magnetic composite using 2D and 3D discrete element methods,” International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 64, no.1-4, pp. 483 – 492, 2020.
2. H. Sato and H. Igarashi, “3-D Analysis of Soft Magnetic Composite Using Discrete Element Method in Frequency Domain,” IEEE Trans. on Magn., vol. 57, no. 6, pp. 1-4, Art no. 2000504, 2021.

受賞

1. 佐藤駿輔, 「電気学会電子・情報・システム部門大会 優秀ポスター賞」受賞, 一般社団法人 電気学会, 9月, 2019.
2. 佐藤駿輔, 「電気学会北海道支部賞」受賞, 一般社団法人 電気学会, 3月, 2020.
3. 佐藤駿輔, 「Student Presentation Award」受賞, 一般社団法人 日本シミュレーション学会, 5月, 2020.
4. 佐藤駿輔, 「精密工学会北海道支部 学生奨励賞」受賞, 公益社団法人 精密工学会北海道支部, 3月, 2022.
5. 佐藤駿輔, 「電気学会優秀論文発表賞」受賞, 一般社団法人 電気学会, 1月, 2023.

謝辞

本研究の遂行にあたっては、多くの方々に多大なるご助力いただきました。ここに深く感謝の意を表します。

五十嵐 一教授には、学部生のころから約 6 年間にわたり、研究に関する様々な面で多くのご助言をいただきました。また、お忙しい中にも関わらず、研究打ち合わせや論文執筆のご指導に多くの時間を割いて下さりました。心より感謝申し上げます。また、野口 聡教授には、ご指導や授業のアシスタントを通じて教育、研究に関する様々な事柄を教えていただきましたこと、心より感謝申し上げます。

また、野口 聡教授、北 裕幸教授、近野 敦教授には本論文の審査を通じ、多角的で有益なご助言をいただきました。厚く御礼申し上げます。

技術職員の今井 適氏には、研究の遂行に不可欠である計算環境の整備や実験環境の相談で大変お世話になりました。厚く御礼申し上げます。

事務補助員の齊藤 尚代氏には、学会関連を含む事務的な手続きを手厚く補助していただきました。厚く御礼申し上げます。

共同研究を通じて電磁界解析・最適化手法に関して多角的で有益なご助言を頂きました、関係各社の皆様に厚く御礼申し上げます。

電磁工学研究室の皆様には、明るい雰囲気の下で研究をさせていただきました。普段の研究打ち合わせでは、活発な議論により深い気づきを得ることが数多くありました。感謝申し上げます。また、ご修了後も様々な面でご支援いただいた先輩方・後輩方に改めて感謝申し上げます。

最後に、大学への進学之机をを与え、経済的な面のみならず様々な面で支援・応援していただきました両親、そして暖かく見守ってくださった兄姉・祖父母に深く感謝申し上げます。

2024 年 2 月

佐藤駿輔