



Title	火道の粘弾性変形と上昇マグマの物性変化を連成したモデルの構築
Author(s)	西川, 空良; 田中, 良
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 88, 17-32
Issue Date	2025-03
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.88.17
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/94326
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/
Type	departmental bulletin paper
File Information	GBHU_88_17-32.pdf



火道の粘弾性変形と上昇マグマの物性変化を連成したモデルの構築

西川空良¹・田中良²

¹ 北海道大学大学院理学院自然史科学専攻

² 北海道大学大学院理学研究院附属地震火山研究観測センター

(2025 年 2 月 28 日受理)

Development of a coupled model for conduit flow in viscoelastic deformable conduit

Sora NISHIKAWA¹, Ryo TANAKA²

¹ Department of Natural History Sciences, Graduate School of Science, Hokkaido University

² Institute of Seismology and Volcanology, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received February 28, 2025)

The temporal evolution of volcanic eruptions is controlled by the interaction between an elastic magma chamber that can accumulate overpressure and variable flow resistance of the volcanic conduit. One of the processes that influence changes in the flow resistance is the conduit deformation, which has been studied using the lumped-parameter model to simulate the cyclic or oscillatory behavior during effusive eruptions. However, previous LP models oversimplified the processes during conduit ascent by ignoring changes in the physical properties of the magma. In this study, we proposed a new model coupling the one-dimensional steady conduit flow model with the LP model of a magma-plumbing system with the deformable conduit and clarified its typical behavior by numerical approach. The results showed that the magma permeability scale, phenocryst content, and initial water content change the flow resistance through the effective viscosity and bulk density of the magma, which affects eruptive evolution. The model emphasized the importance of conduit deformation in the oscillatory behavior of the discharge rate and chamber overpressure and revealed that the influence of the physical properties of the magma cannot be ignored in the size of the conduit radius and other factors.



I. は じ め に

火山噴火はマグマ溜まりに蓄えられた圧力によって火道を通じてマグマが地表へと噴出する現象である。その推移は、過剰圧を蓄積する弾性キャパシタンスとして機能するマグマ溜まりと、マグマの流出に伴ってその過剰圧を緩和する役割を果たす火道の流動抵抗の相互作用に影響される (Kanno and Ichihara, 2018)。特に、火道の流動抵抗は火山噴火特有のプロセスによって変化し得ることがこれまでの研究で知られている。その主なプロセスはマグマの通り道である火道の形状変化に由来する外的素過程と、混相流体マグマのレオロジーや流動様式に起因する内的素過程とに大別される (小屋口, 2016)。

噴火の最中における火道形状の変化が噴火の推移へと与える影響は、主に現象を単純化し、常微分方程式としてモデルを表現する手法である Lumped-Parameter Model (集中定数モデル) によって取り扱われてきた。LP Model は空間的に分布する変数やパラメータを積分し、それらをいくつかの主要なパラメータへ集約することで、系を常微分方程式として定式化して物理的解釈を図るアプローチである。例えば、Ida(1996) は粘弾性変形する火道を持つマグマ供給系の LP モデルを初めて提案した。このモデルでは、火道変形を深さ方向に一樣な円筒火道の半径変化に、火道流を Hagen-Poiseuille 流に単純化することで 3 変数常微分方程式系として定式化した。その結果、深部からマグマ溜まりへのマグマ供給が一定であったとしても、マグマ溜まりの過剰圧に応じて火道半径が変化することで、非爆発的噴火を示す火山で観測されるような周期的な振る舞いが発現することを示した。Maeda(2000) は Ida モデルを発展させて、マグマ溜まりへマグマを供給する深部火道とマグマ溜まりと火口とを繋ぐ浅部火道の両方に粘弾性変形の効果を考慮した。その結果、深部火道の粘弾性によってマグマ溜まりへのマグマ供給がピークを 1 つ有する波状の時間変化であったとしても、浅部火道の粘弾性変形によってマグマ溜まり圧力と火道半径、噴出率の時間変化に複数のピークを有するような減衰振動現象が生じ得ることを指摘した。

一方、内的素過程は室内実験などによって観察や再現実験がしやすく、混相流体マグマのレオロジーモデルの定式化などが進展した。こうして得られた構成則を火道上昇プロセスを保存則に基づく流体力学的問題に組み込むことで、数値的アプローチによってマグマの上昇ダイナミクスにおいて内的素過程が果たす役割が明らかにされた。例えば、Wilson (1980) はマグマ中から揮発性成分が離溶し発泡する過程を取り入れることによって爆発的噴火であるプリニー式噴火のモデルを初めて提案した。また、Eichelberger et al.(1986) や Melnik and Sparks(1999) では、気相が系外へと離脱するプロセスである脱ガスの物理過程を導入することで、揮発性成分を含むマグマが破碎せずに非爆発的に地上に噴出するような溶岩ドーム噴火のダイナミクスを明らかにした。Kozono and Koyaguchi(2009) は気相の体積分率によって変化する流動形態に応じた液相 - 気相間の相互作用を導入したモデルを提案し、爆発的噴火と非爆発的噴火を単一のモデルで記述した。

噴火中の火道変形を対象とした LP モデルは、火道変形が噴火の時間発展に与える影響を明らかにした。しかし、いずれのモデルも火道上昇中のプロセスを物性変化のない液単相の流れに単

純化しており、火道流モデル研究が明らかにした混相流マグマが上昇中に経験する揮発性成分の離溶や結晶化に伴う内的素過程の効果を無視している。本研究では、比較的取り扱いが単純な非爆発的噴火を対象として、変形可能な火道を含むマグマ供給系のモデルにマグマの物性変化を考慮した一次元定常火道流モデルを接続した新たな噴火の推移モデルを構築した。そして、新たに提案するモデルでパラメータスタディを行い、モデルの典型的な振る舞いを明らかにした。

II. 支配方程式

本研究では、Maeda(2000)の変形火道を持つマグマ供給系の時間発展モデルに、Kozono and Koyaguchi(2010)の非爆発的噴火を対象とした定常火道流モデルに基づいた流動計算を組み合わせることで新しい非爆発的噴火の推移モデルを構築した。それぞれのモデルで用いた変数・定数の一覧と代表値を Table 1 に示す。

マグマ供給系の時間発展モデルの概要

本モデルでは、マグマ供給系を弾性マグマ溜まりとそれに接続された粘弾性変形可能な浅部円筒火道に単純化して取り扱う (Fig.1). この系において、マグマ溜まりは深部からのマグマ供給と、浅部火道を通じたマグマの流出の影響を受ける。このとき、マグマ溜まりの過剰体積 ΔV_{ch} の時間変化は質量保存則より

$$\frac{d\Delta V_{ch}}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (1)$$

と表される。ただし、 Q_{in} , Q_{out} はそれぞれ、深部よりマグマ溜まりへと供給される単位時間あたりのマグマの体積流量とマグマ溜まりから浅部火道へ流出する単位時間あたりのマグマの体積流量を表す。浅部火道を通じたマグマ流出率は次節にて導入する一次元定常火道流モデルによって計算される。マグマ溜まりの微小変形が弾性変形に近似できるとき、マグマ溜まりの過剰体積 ΔV_{ch} と過剰圧 Δp_{ch} との間に以下の線形関係を得る：

$$\Delta p_{ch} \approx k_{ch} \Delta V_{ch}. \quad (2)$$

比例定数 k_{ch} は実効的な弾性係数に相当し、マグマ溜まりの形状や深さ、マグマの圧縮率などに依存する (Anderson and Segall, 2011). 簡単のために、本研究では未発泡の液単相マグマに満たされた球状マグマ溜まりの場合の

$$k_{ch} = \frac{4\mu_c \kappa_m}{(4\mu_c + 3\kappa_m)V_{ch}} \quad (2)$$

を採用し、この比例定数は時間変化しないものとした。ここで、 μ_c は母岩の剛性率、 κ_m はマグマの圧縮率、 V_{ch} はマグマ溜まりの体積を表す。このとき、式 (1) へ式 (2) を代入することでマグマ溜まり過剰圧の時間変化の式

$$\frac{d\Delta p_{ch}}{dt} = k_{ch}(Q_{in} - Q_{out}) \quad (3)$$

を得る。

マグマの通り道である火道に過剰圧が加わると周囲の母岩を変形させ、その管路径が拡大する。この変形プロセスの粗い近似として、マグマ溜まり過剰圧に依存して円筒火道半径 a が深さ方向に一様に粘弾性的に変化するモデル (Maeda, 2000) を採用した：

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{2\eta_c} a \Delta p_{ch} + \frac{1}{2\mu_c} \frac{d}{dt} (a \Delta p_{ch}). \quad (4)$$

但し、 η_c は母岩の粘性率である。

深部火道の粘弾性的な変形によって、マントルにおけるマグマ生成量が一定であったとしても、マグマの流量に自励的な振動が生じ得ることがアナログ実験や数値実験の結果から示されてきた (e.g., Olson and Christensen, 1986; Scott et al., 1986; Ida and Kumazawa 1986; Grimshaw et al., 1992; Rubin, 1993). マントルを上昇するマグマ流量の振動は非線形波動方程式の一種である Korteweg-de Vries 方程式に近似的に従い、孤立波状の振る舞いを示す (Whitehead and Helfrich, 1986; 井田, 1987). よって、ここでは深部からマグマ溜まりへの供給率関数として、ベル型関数の一種である K-dV 方程式の 1- ソリトン解

$$Q_{in}(t) = h \operatorname{sech}^2 w(t - t_c) \quad (5)$$

を仮定する。ここで h, w, t_c はそれぞれ最大振幅、波数、波中心の時間を表すパラメータである。

浅部火道の火道流モデルの設定

火道を上昇するマグマは、メルト中に溶解する揮発性成分の離溶に伴う減圧発泡や結晶化、気泡の連結に起因する効率的な脱ガスなどの微視的なプロセスを経験する。これまでの火道流モデル研究によって、これらの微視的なプロセスが噴出率とマグマ溜まり圧力の関係にどのような影響を与えるのかが明らかにされてきた。本研究では、火道流がマグマ溜まりの圧力変化に対して十分に速やかに定常状態へと至るものと仮定し、Kozono and Koyaguchi (2010) の溶岩ドーム噴火を対象とした一次元定常火道流モデルに基づいて浅部火道を通じたマグマの噴出率を計算した。本モデルでは、火道流を円筒火道断面で各物理変数や物性値を平均的し、一次元流れとして取り扱う。マグマはメルトと結晶、気相からなる混相流体とし、メルトと結晶との間には相対速度差がなく一体となって運動する疑似二相流体として扱う。上昇マグマ中においては力学的・化学的平衡が成立しているものとし、各相の間で圧力差は生じないものとする。座標軸は鉛直上向きを正とし、火道の下端を $z = 0$ とするとき、それぞれの相の質量保存則は

$$\frac{d}{dz} [\rho_l u_l (1 - \varphi)] = -(\rho_l Q_{out}) \frac{dn}{dz} \quad (6a)$$

$$\frac{d}{dz} [\rho_g u_g \varphi] = (\rho_l Q_{out}) \frac{dn}{dz} \quad (6b)$$

となる。ここで、 ρ は密度、 u は上昇速度、 φ は気相の体積分率、添字の l, g はそれぞれ液相と気相に関する量であることを示す。 n はマグマの質量流量 Q_{out} に気相が占める割合であり、マグマの初期含水率 n_0 と溶存揮発性成分量 c を用いて

$$n = \frac{n_0 - c}{1 - c}. \quad (7)$$

と定義される。

簡単のために、本モデルのメルト中に溶解する揮発性成分は H_2O のみから構成されるものとする、その平衡的な減圧離溶は Henry 則に従う。このとき、溶存揮発性成分量 c は圧力の関数として

$$c = \begin{cases} n_0 & (n_0 > s\sqrt{p}) \\ s\sqrt{p} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (8)$$

と表現される (Burnham and Davis, 1987). ここで s は H_2O の飽和定数である。気相は理想気体を仮定し、その密度 ρ_g は状態方程式に従うものとした:

$$\rho_g = \frac{p}{RT}. \quad (9)$$

但し、 R は水蒸気の気体定数で、 T はマグマの絶対温度である。

定常状態における運動量保存則はそれぞれ、

$$\rho_l u_l (1 - \varphi) \frac{du_l}{dz} = -(1 - \varphi) \left(\frac{dp}{dz} + \rho_l g \right) - F_{lw} + F_{lg}, \quad (10a)$$

$$\rho_g u_g \varphi \frac{du_g}{dz} = -\varphi \left(\frac{dp}{dz} + \rho_g g \right) - F_{gw} - F_{lg} \quad (10b)$$

となる。 F_{lw}, F_{gw} はそれぞれ液相、気相と火道壁の間に働く摩擦力、 F_{lg} は気液相の間の相互作用力を表す。珪長質マグマでは Reynolds 数が非常に小さいため、左辺の慣性項はその他の項に比べて十分に小さいため無視することができる (e.g., Kozono and Koyaguchi, 2009; 2010). 混相マグマの比熱は十分に大きいことから火道上昇中における温度変化量は十分に小さい。よって、本研究ではエネルギー保存の式は解かず、マグマ温度を一定として計算を行った。

気液二相混相流では、気相の体積分率によって流動様式が変化し、それに応じて壁面摩擦力や相間相互作用力が大きく変化する。気相の占める割合が小さい場合、火道内におけるマグマの流れは連続な液相中に気泡が孤立して浮遊する気泡流として振る舞う。気相が更に増加すると、気泡の連結が発生して液相も気相も連続的な流れ (浸透流) が生じて効率的な脱ガスが発生する。本研究では、簡単のために、気相分率が $0 < \varphi < 0.8$ の場合において、浸透流の流動様式を採用する (Kozono and Koyaguchi, 2010). また、気相分率が更に増加した場合に発生するマグマの破碎現象や、それに伴って生じる液相が不連続な流れ (噴霧流) は非爆発的噴火のモデリングを目的としている本研究では扱わないものとする。液相と火道壁の摩擦力 F_{lw} は Hagen-Poiseuille 流が管壁から受ける摩擦抵抗

$$F_{lw} = \frac{8\eta_l}{a^2} u_l \quad (11)$$

に近似した (Wilson, 1980). また、気相が火道壁から受ける摩擦力は十分に小さいものとし、 $F_{gw} = 0$ とした。浸透流における相間相互作用力 F_{lg} は Darcy 則より

$$F_{lg} = \frac{\eta_g}{k} \varphi^2 (u_g - u_l) \quad (12)$$

と表現される。ここで η_g は気相の粘性率を表す。浸透率 k は気相の体積分率 φ により変化し、Mueller et al.(2005) のモデル

$$k = k_0 (100\varphi)^\omega \quad (13)$$

を採用した．本研究では，べき乗則の指数 ω は3とした．

液相の粘性率 η_l は液相に溶解する揮発性成分量 c やマグマの温度 T ，マグマ中に含まれる結晶量 β によって変化する．本研究では，この効果を分けて次のようにモデル化する：

$$\eta_l(c, T, \beta) = \eta_m(c, T) \times f_\eta(\beta). \quad (14)$$

η_m は溶解揮発性成分量に依存したメルトの粘性率変化を表し，Hess and Dingwell (1996) のモデルを採用する：

$$\log(\eta_m) = -3.354 + 0.833 \ln(100c) + \frac{9601 - 2368 \ln(100c)}{T - [195.7 + 32.25 \ln(100c)]}. \quad (15)$$

一方， f_η は結晶の存在がマグマの粘性率に影響を表す増倍係数であり，Costa (2005) より，

$$f_\eta(\beta) = \frac{1 + \left(\beta/\beta_\star\right)^\delta}{\left(1 - \alpha \operatorname{erf}\left\{\frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \beta/\beta_\star \left[1 + \left(\beta/\beta_\star\right)^\gamma\right]\right\}\right)^{2.5\beta_\star}} \quad (16)$$

とした．ここで， $\alpha, \beta_\star, \gamma, \delta$ は鉱物種によって与えられる定数である．また，本研究では結晶成長に平衡結晶成長モデル (Kozono and Koyaguchi, 2010) を仮定し，結晶体積分率 β を圧力の関数として

$$\beta(p) = \beta_{\text{ph}} + 0.3361(10^{-6} \times p)^{-0.18955}(1 - \beta_{\text{ph}}) \quad (17)$$

と表現した．ここで， β_{ph} は斑晶量を表す．

数値計算手法とパラメータスタディ

以上の保存則と構成則から成る一次元定常火道流モデル (6)-(17) は火道半径と火道の上端と下端の圧力についての境界条件

$$\begin{cases} p(z = L) = p_{\text{atm}}, \\ p(z = 0) = p_{\text{atm}} + \rho_c g L + \Delta p_{\text{ch}} \end{cases} \quad (18)$$

が与えられたときに解くことができる．ここで， p_{atm} は大気圧， ρ_c は母岩の密度である．空間微分を陽的風上差分によって離散化し，この二点境界値問題を満足するような噴出率 Q_{out} を狙い撃ち法 (Shooting 法) を用いて探索した．

マグマ溜まり過剰圧と火道半径の時間変化についての式 (3)，(4) は，定常火道流モデルによって求まる Q_{out} を与えることで時間積分可能となる．本研究では初期条件に定常解を仮定し，Runge-Kutta 法を用いてマグマ供給系の時間発展を数値的に計算した．

本研究では，まず浅部火道における定常火道流モデルを計算し，典型的な鉛直プロファイルを観察した．次に，マグマの物性値を固定して供給率パラメータを変化させた場合の溶岩噴出率の応答を調べた．最後に，供給率パラメータを固定したうえで，マグマの物性値である浸透率スケール k_0 や斑晶量 β_{ph} ，初期含水率 n_0 を変化させた際にどのようにマグマ供給系の時間発展が影響を受けるのかを調査した．

Table 1

Symbols and their nominal values

Symbol	Description	Nominal value or Equation
Independent Variables		
z	Vertical spatial coordinate	-
t	Time	-
Unknown in Numerical Solution		
$\Delta p_{\text{ch}}(t)$	Overpressure in chamber	-
$Q_{\text{out}}(t)$	Discharge rate	-
$a(t)$	Conduit radius	-
$p(z, t)$	Pressure in conduit	-
$u_l(z, t)$	Liquid velocity in conduit	-
$u_g(z, t)$	Gas velocity in conduit	-
$\varphi(z, t)$	Gas volume fraction	-
Model Parameters		
<i>Inflow soliton parameters</i>		
h	Height of supplying soliton	$0.1 - 20 \text{ m}^3/\text{s}$
w	Length of supplying soliton	$10^{-8} - 10^{-7} \text{ s}^{-1}$
t_c	Center of supplying soliton	-
<i>Geometry and sounding rock parameters</i>		
L	Conduit length	10 km
V_{ch}	Chamber volume	10^9 m^3
ρ_c	Density of sounding rock	2600 kg/m^3
μ_c	Rigidity of sounding rock	10^8 Pa
η_c	Viscosity of sounding rock	10^{13} Pa s
k_{ch}	Effective elastic modulus of chamber.	Eq. (2)
<i>Magma parameters</i>		
ρ_l	Density of liquid phase	2500 kg/m^3
ρ_g	Density of gas phase	Eq. (9)
η_l	Viscosity of liquid phase	Eq. (14)
η_g	Viscosity of gas phase	10^{-5} Pa s
κ_m	Magma bulk modulus	10^9 Pa
T	Magma temperature	1123 K
n	Gas mass concentration	Eq. (7)
c	Solubility of volatile	Eq. (8)

β	Crystals volume fraction	Eq. (17)
β_{ph}	Phenocryst volume fraction	0 – 60 vol. %
α	Rheological parameters from Costa (2005)	0.999916
β_*	Rheological parameters from Costa (2005)	0.673
γ	Rheological parameters from Costa (2005)	43.98937
δ	Rheological parameters from Costa (2005)	16.9386
n_0	Initial water content	1 – 6 wt. %
k	Permeability	Eq. (13)
k_0	Permeability Scale from Mueller et al. (2005)	10^{-18} – 10^{-15} m ²
ω	Permeability exponent from Mueller et al. (2005)	3

Physical constants

g	Gravitational acceleration	9.8 m/s ²
s	Solubility constant for H ₂ O	4.11×10^{-6} Pa ^{-0.5}
R	Gas constant for H ₂ O	462 JK ⁻¹ mol ⁻¹

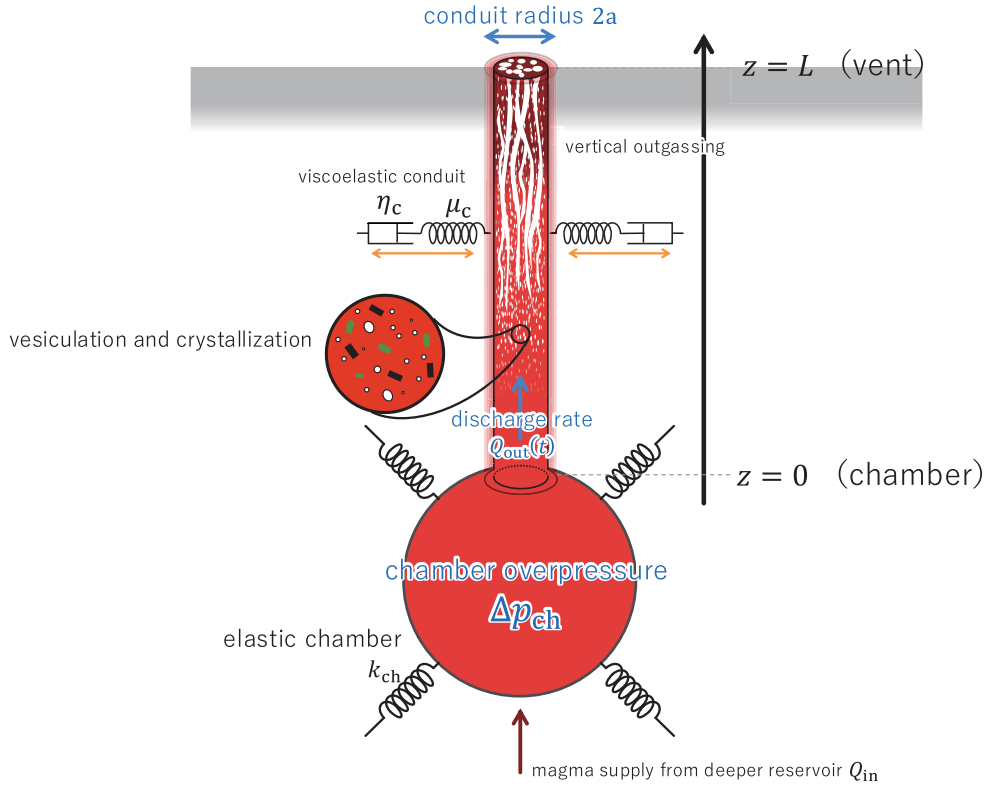


Fig.1. Schematic representation of our chamber-conduit system: a vertical and cylindrical conduit connected to elastic magma chamber. We assumed that the conduit radius is visco-elastically deformed in response to the chamber overpressure. The effect of vesiculation, vertical outgassing and crystallization during magma ascent and time varying supply rate is taken into account.

Ⅲ. 結果

浅部火道流モデルの典型的な鉛直プロファイル

はじめに、前節で導入した上昇中の物性変化を考慮した一次元定常火道流モデルの典型的な鉛直プロファイルとして、火道長 $L = 10$ km, マグマの物性値をそれぞれ $k_0 = 10^{-7} \text{ m}^2$, $\beta_{\text{ph}} = 20$ vol.%, $n_0 = 6$ wt.%, 下端の境界条件を静岩圧とした場合の計算結果を Fig.2 に示す. マグマ溜まりが火道を上昇するにつれて、マグマ圧力は減少する (Fig.2a). 減圧が進行し、マグマ中で揮発性成分が飽和すると、マグマ中から離脱し、マグマの発泡が開始する (Fig.2b). また、減圧に伴って結晶の増加も発生するために、マグマの実効粘性率も増加する (Fig.2d). 気相成分が増えるにつれて、浸透率が増加する. それに伴って気相と液相との間の相対速度が大きくなる (Fig.2c) ことによって効率的な気相成分の鉛直脱ガスが進む. その結果、浅部においては気相分率が低下 (Fig.2b) し、破碎せずに緻密な溶岩として地表へ噴出する. 浸透流による効率的な脱ガスによって系外へと気相が離脱することによって気相分率が低下し、未破碎のまま高密度な溶岩が噴出する非爆発的噴火をよく再現している.

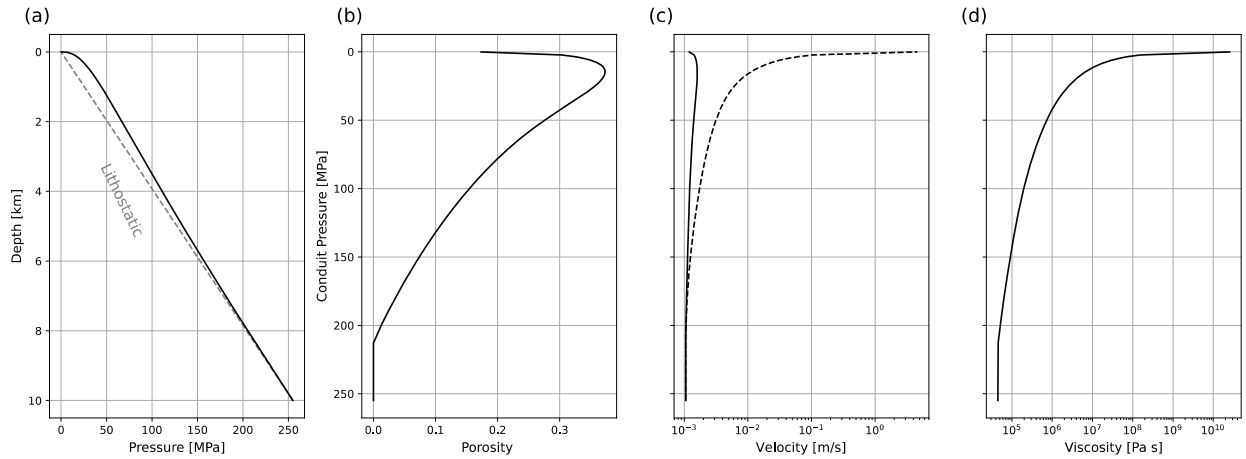


Fig.2. Typical vertical profiles of one-dimensional steady conduit flow model, (a) depth pressure distribution p (black solid line) and lithostatic pressure (grey dashed line) (b) porosity ϕ , (c) velocity of the liquid phase u_l (solid line) and gas phase u_g (dashed line) (d) effective viscosity η_l .

供給率ソリトンに対する噴出率の応答

次にマグマの物性値を固定して、マグマ供給率の式における波高パラメータ h と波数パラメータ w を変化させたときの系の応答を計算した. 本章ではマグマの物性値をそれぞれ $k_0 = 10^{-7} \text{ m}^2$, $\beta_{\text{ph}} = 20$ vol.%, $n_0 = 4$ wt.% に固定した. Fig.3 では波数パラメータを $w = 5.2 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ に固定し、波高パラメータを $h = 0.175, 0.7, 3.5, 17.5 \text{ m}^3/\text{s}$ とした結果を示した. Fig.4 では波高パラメータを $h = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ に固定し、波数パラメータは $w = 1.0 \times 10^{-7}, 5.0 \times 10^{-8}, 2.5 \times 10^{-8}, 1.25$

$\times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ とした結果を示した. いずれの場合も、マグマ溜まりへ1つのピークを有するソリトン状のマグマ供給が与えられたとき、噴出率に複数のピークを持つ脈動が生じることが示された. 噴出率の脈動の様子は供給率パラメータ h, w に依存して変化し、波高を増やすにつれて、脈動のピーク数が増加し、振幅が小さくなる. 波数を小さくすることでも同様の変化が観察された.

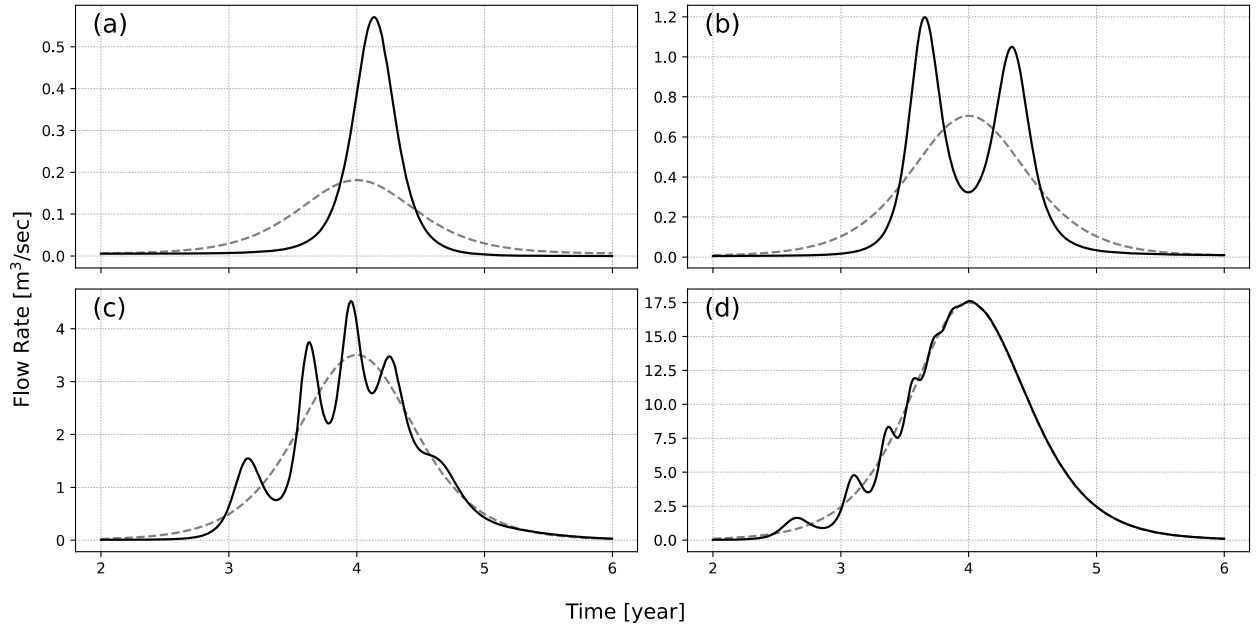


Fig.3. Temporal evolution of the discharge rate Q_{out} (solid line) and the supply rate Q_{in} (dashed line) under the nominal parameters (Table 1), with varying wave-height parameter of supply rate Q_{in} ; (a) $h = 0.175$; (b) 0.7; (c) 3.5; (d) $17.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

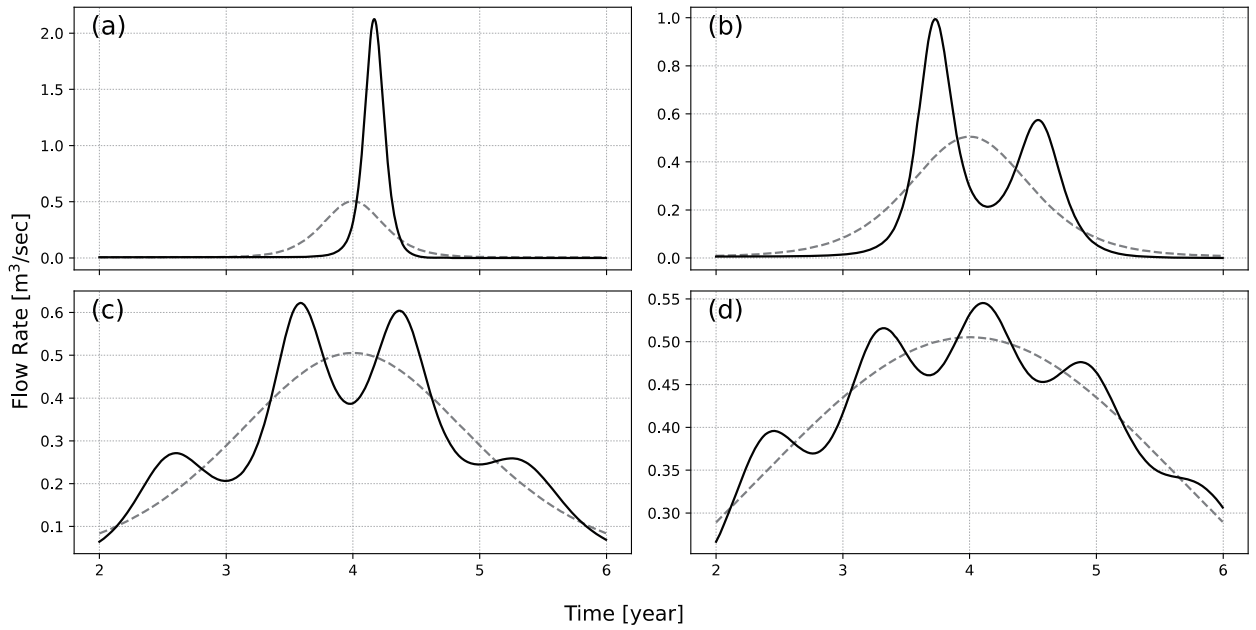


Fig.4. Temporal evolution of the discharge rate Q_{out} (solid line) and the supply rate Q_{in} (dashed line) under the nominal parameters (Table 1), with varying wave-length parameter of supply rate Q_{in} ; (a) $w = 1.0 \times 10^{-7}$; (b) 5.0×10^{-8} ; (c) 2.5×10^{-8} ; (d) $1.25 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$.

マグマの物性値に対する推移の変化

浅部火道中の火道流が噴火の推移へと与える影響を調べるために、マグマの物性値である浸透率スケール k_0 や斑晶量 β_{ph} 、初期マグマ含水率 n_0 を変えてマグマ供給系の時間発展を計算した。本章では、供給率パラメータは $h = 3.5 \text{ m}^3/\text{s}$ $w = 5.2 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ に固定した。

浸透率スケール k_0 を 10^{-15} から 10^{-19} m^2 までの範囲で変化させた場合の結果を Fig.5 に示す。浸透率の増加に伴って、噴出率やマグマ溜まりの過剰圧、火道半径の脈動の振幅は減少した。更に火道半径のサイズは僅かに増加した。

一方で、斑晶量 β_{ph} を 0 vol.% から 60 vol.% まで変化させた場合の結果からは、斑晶量に依存した噴出率やマグマ溜まり過剰圧の変化は大きくない一方で、火道半径やその変化には顕著な増加が見られることが明らかになった (Fig.6)。初期含水量 n_0 を 1 wt.% から 6 wt.% まで変化させた場合の計算結果を Fig.7 に示す。初期含水率の増加にともなって、各計算値の脈動の振幅は増加し、火道半径は 1 桁程度減少することが明らかになった。

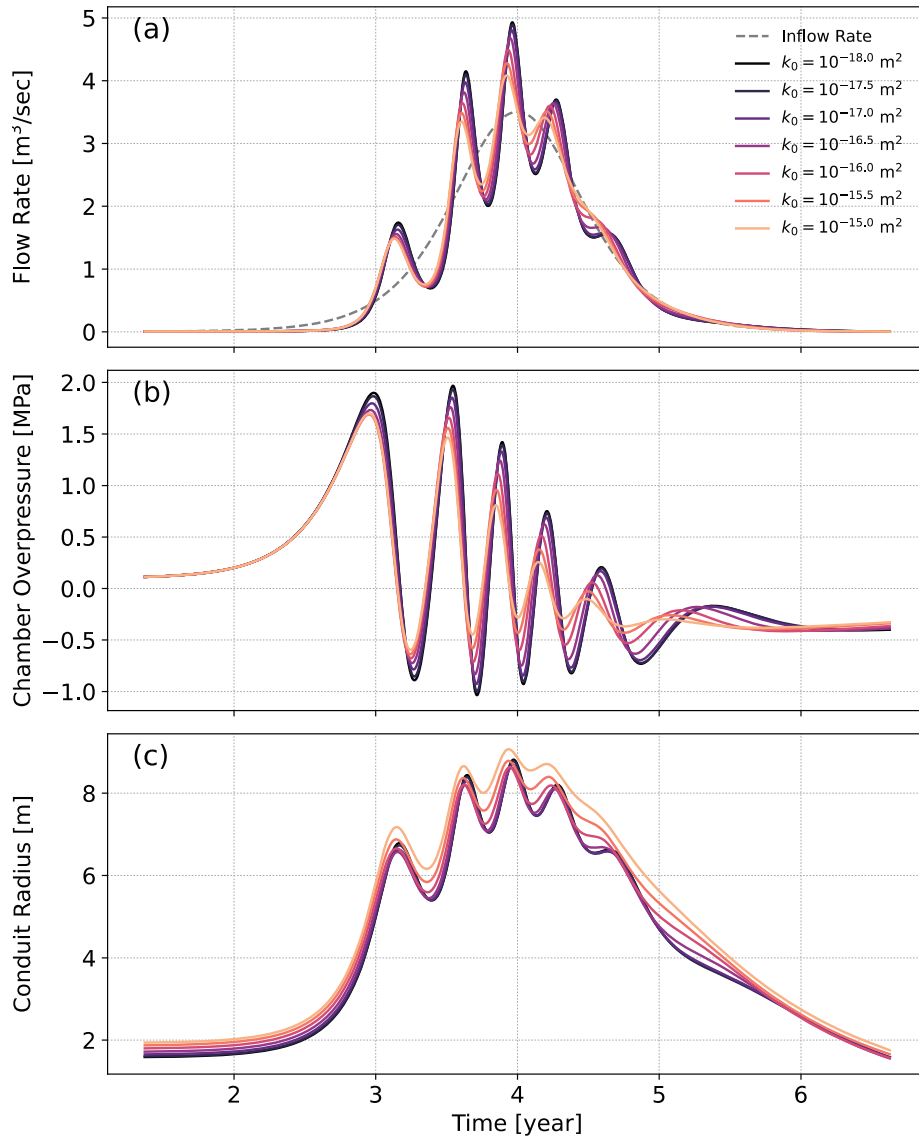


Fig.5. Temporal evolution of (a) the discharge rate Q_{out} (solid lines) and the supply rate Q_{in} (dashed line), (b) chamber overpressure Δp_{ch} and (c) conduit radius a under the nominal parameters (Table 1), varying the permeability scale k_0

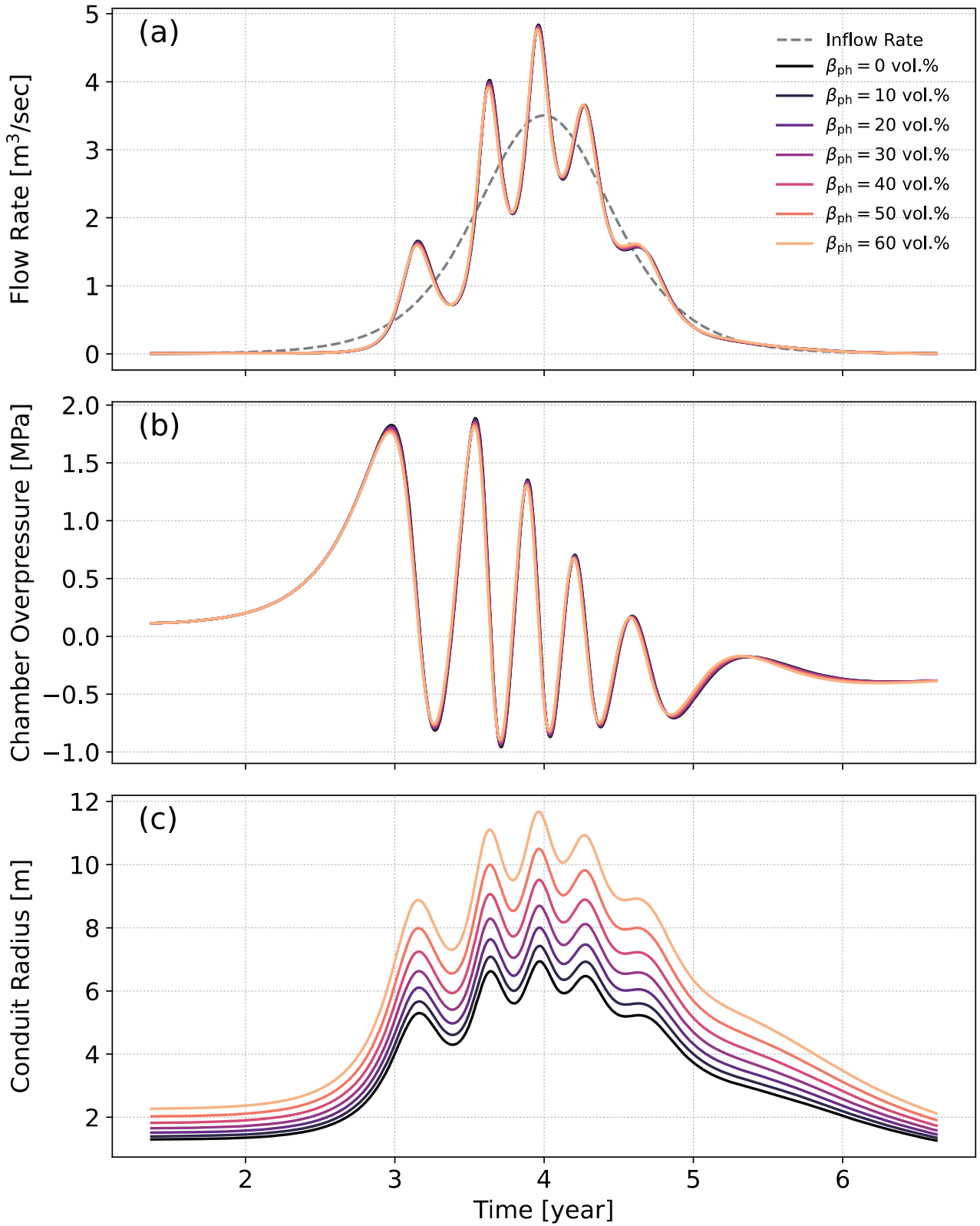


Fig.6. Temporal evolution of (a) the discharge rate Q_{out} (solid lines) and the supply rate Q_{in} (dashed line), (b) chamber overpressure Δp_{ch} , and (c) conduit radius a under the nominal parameters (Table 1), varying the phenocryst content β_{ph} .

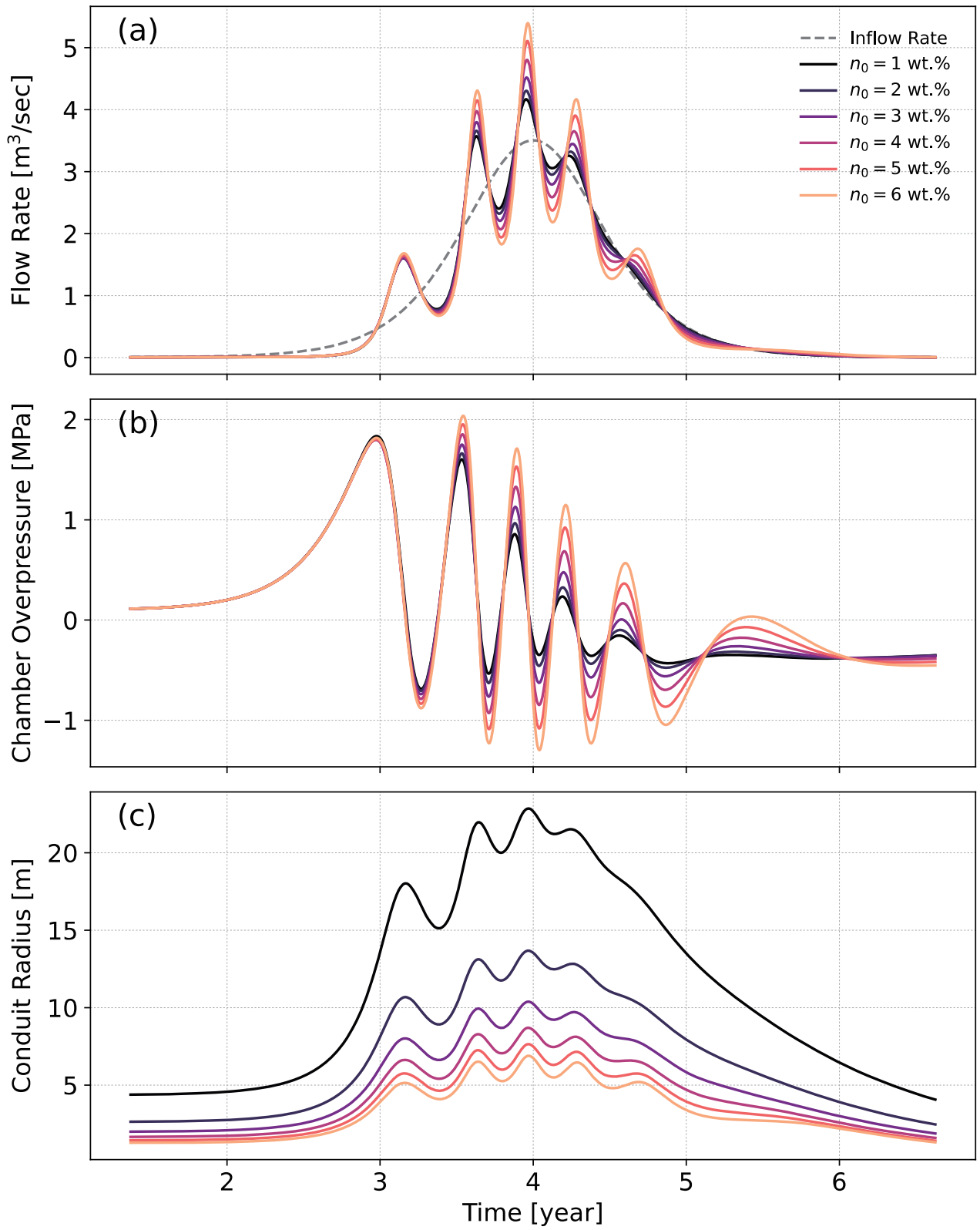


Fig.7. Temporal evolution of (a) the discharge rate Q_{out} (solid lines) and the supply rate Q_{in} (dashed line), (b) chamber overpressure Δp_{ch} , and (c) conduit radius a under the nominal parameters (Table 1), varying the initial water content n_0 .

IV. 議論

先行研究 Maeda (2000) との比較

マグマ溜まりにマグマが供給されることによってマグマ溜まりは膨張し、過剰圧が蓄積される。その過剰圧に駆動されて浅部火道が拡大することによってマグマの噴出率が増加する。浅部火道流は地表へとマグマを流出するとともにマグマ溜まりの過剰圧を緩和する役割がある。式 (3) より、マグマ溜まりへの供給率と噴出率が等しくなったときに過剰圧はピークを迎え、増加から減少へと転じる。その結果として、浅部火道の収縮を引き起こし、噴出量も追従して減少へと転じる。このように、マグマ溜まりと浅部火道が交互に拡大と縮小を繰り返すことにより複数のピークを有するような減衰振動現象が生じる。振動発生メカニズムや供給率の波高や波数パラメータに対する応答は、マグマ上昇中の物性変化を無視した Maeda (2000) と調和的な結果となった。

マグマの物性値が噴火の推移に与える影響

本研究では、定常火道流モデルを用いることで浅部火道を上昇するマグマの物性変化の影響をモデルに組み込んだ。本節では変化させた物性パラメータごとにその影響がどのように噴火の推移へと伝播したのかを議論する。

浅部火道流の噴出率はマグマの粘性率や密度を介して、浸透率スケール k_0 や斑晶量 β_{ph} 、初期含水率 n_0 などの物性値から影響を受けている。液相と気相についての運動方程式 (10a), (10b) の和を火道に沿って区間 $[0, L]$ で積分をすることによって浅部火道流の噴出率の式の解析的表現

$$Q_{out} = \frac{\pi a^4}{\int_0^L \eta / L \, dz} \left[\frac{\Delta p_{ch}}{L} + g \int_0^L (\rho_c - \rho_m) / L \, dz \right] \quad (19)$$

を得る。ただし、 ρ_m はマグマの平均密度 $\rho_m = (1 - \varphi)\rho_l + \varphi\rho_g$ である。この式から、浅部火道における噴出率は母岩とマグマの密度差の火道に沿った空間平均 (括弧内部の積分項) と、マグマの実効粘性率の空間平均 (分母の積分項) の影響を受けることが分かる。マグマの密度と粘性率が一定であるとき、式 (19) は Hagen-Poiseuille の式と厳密に一致する。マグマの火道内平均密度が小さくなるとき、母岩との密度差は逆に大きくなることによってマグマは浮力を獲得し、噴出率は増加する。一方で、マグマの火道内平均粘性率が小さくなるとき、マグマの粘性抵抗は小さくなるために噴出率は増加する。

各マグマの物性パラメータはそれぞれ火道内におけるマグマの密度や粘性率に影響を与える。浸透率スケールは浸透率の式 (13) を介して、鉛直脱ガスの効率に影響するパラメータである。浸透率スケールを小さくすると、気相は脱ガスしにくいために火道内に残留する。このとき、火道浅部における気相体積分率は相対的に大きくなることによって、マグマの密度は低下し浮力を得る。その結果、浅部火道を通じた噴出率は大きくなり、脈動の振幅が大きくなる。これに伴ってマグマ溜まりの過剰圧の脈動の振幅も増加する。また、本モデルではマグマ中の気泡が粘性率へ与える影響をモデルに含めないために、浸透率が粘性率を介して火道半径へ与える影響は小さかったものと考えられる。

マグマ中の斑晶はマグマの流動を阻害し、マグマの実効的な粘性率に影響する。火道内平均粘性率と半径の関係は式 (19) より、4 乗に比例するトレードオフな関係にある。よって、斑晶量の増加に対応した粘性率増加の影響は火道半径にのみ影響し、火道半径の増加にのみ現れる。噴出率や、マグマ溜まり過剰圧の推移にもわずかな変化が生じていることは、粘性抵抗増加による液

相速度の低下によって相対的な鉛直脱ガスの効率の変化がわずかに生じるためと解釈できる。

マグマの初期含水量の変化はマグマの密度と粘性率の双方に影響を与える。マグマが含む水の量が多いほど、Henry 則（式 (8)）に従ってより深部で発泡が開始することから火道内部における平均密度は小さくなる。また、溶存 H_2O 量に依存してマグマの実効的な粘性率も変化する。初期含水率が大きければ大きいほど、深部における粘性率が低くなることによって火道内平均粘性率は低下する。よって、初期含水率は密度変化に伴う脈動振幅の変化と、粘性率変化に伴う火道半径増加が同時に発生する。

V. まとめ

火山噴火はマグマ溜まりの過剰圧によって火道を通じてマグマが地表へ噴出する現象であり、その推移は過剰圧を蓄積する弾性マグマ溜まりと火道の流動抵抗変化の相互作用によって決定される。火道の流動抵抗変化に寄与するプロセスの一つに火道の変形があり、これまでは Lumped-Parameter Model を用いた研究によって非爆発的噴火の周期的・脈動的振る舞いが説明されてきた。しかし、既存の LP モデルは火道上昇中のプロセスを単純化しすぎており、マグマの物性変化による影響が十分に考慮されていない。本研究では、変形可能な火道を含むマグマ供給系の LP モデルに一次元定常火道流モデルを接続し、新たな連成モデルを提案し、その典型的な振る舞いを明らかにした。その結果、マグマの浸透率スケールや初期含水率、斑晶量などはマグマの実効粘性率や密度を介して火道流の流動抵抗を変化させ、噴火の推移まで影響が伝播することが明らかとなった。本モデルは噴出率やマグマ溜まり過剰圧の脈動的挙動における火道変形の重要性を再確認するとともに、火道の大きさなどにおいてマグマの物性値の影響が無視できないものであることを明らかにした。

謝辞 防災科学技術研究所の小園誠史博士には、火山人材育成コンソーシアムが提供するアドバイザー訪問の機会を通して、火道流モデルや数値計算手法に関するご指導を戴きました。本研究は、JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2119 の支援を受けたものです。ここに記して感謝申し上げます。

文 献

- Anderson, K., and Segall, P. 2011. Physics-based models of ground deformation and extrusion rate at effusively erupting volcanoes. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 116, B7.
- Burnham, C. W., and Davis, N. F. 1974. The role of H_2O in silicate melts; II, Thermodynamic and phase relations in the system $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8\text{-H}_2\text{O}$ to 10 kilobars, 700 degrees to 1100 degrees C. *American Journal of Science*, 274, 8, 902-940.
- Costa, A. (2005). Viscosity of high crystal content melts: dependence on solid fraction. *Geophysical Research Letters*, 32, 22.
- Eichelberger, J. C., Carrigan, C. R., Westrich, H. R., & Price, R. H. 1986. Non-explosive silicic volcanism. *Nature*, 323, 6089, 598-602.
- Grimshaw, R. H., Helfrich, K. R., & Whitehead, J. A. 1992. Conduit solitary waves in a visco-elastic medium. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 65, 1-4, 127-147.

- Hess, K. U., and Dingwell, D. B. 1996. Viscosities of hydrous leucogranitic melts: A non-Arrhenian model. *American Mineralogist: Journal of Earth and Planetary Materials*, 81, 9-10, 1297-1300.
- Ida, Y., and Kumazawa, M. 1986. Ascent of magma in a deformable vent. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 91, B9, 9297-9301.
- 井田喜明, 1987. マグマ・ソリトン. *日本流体力学会誌「ながれ」*, 6, 2, 150-159.
- Ida, Y. 1996. Cyclic fluid effusion accompanied by pressure change: implication for volcanic eruptions and tremor. *Geophysical research letters*, 23, 12, 1457-1460.
- Kanno, Y., & Ichihara, M. 2018. Sawtooth wave-like pressure changes in a syrup eruption experiment: implications for periodic and nonperiodic volcanic oscillations. *Bulletin of Volcanology*, 80, 1-18.
- Kozono, T., and Koyaguchi, T. 2009. Effects of relative motion between gas and liquid on 1-dimensional steady flow in silicic volcanic conduits: 1. An analytical method. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 180, 1, 21-36.
- Kozono, T., and Koyaguchi, T. 2010. A simple formula for calculating porosity of magma in volcanic conduits during dome-forming eruptions. *Earth, planets and space*, 62, 483-488.
- 小屋口剛博. 2016. 火山噴火現象とマグマ上昇過程: 観測と物理モデルに基づく噴火推移予測に向けて (<特集> 日本火山学会 60 周年「火山学の最新動向と今後の展望」). *火山*, 61, 1, 37-68.
- Maeda, I. 2000. Nonlinear visco-elastic volcanic model and its application to the recent eruption of Mt. Unzen. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 95, 1-4, 35-47.
- Melnik, O., & Sparks, R. S. J. 1999. Nonlinear dynamics of lava dome extrusion. *Nature*, 402, 6757, 37-41.
- Mueller, S., Scheu, B., Spieler, O., and Dingwell, D. B. 2008. Permeability control on magma fragmentation. *Geology*, 36, 5, 399-402.
- Olson, P., and Christensen, U. 1986. Solitary wave propagation in a fluid conduit within a viscous matrix. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 91, B6, 6367-6374.
- Rubin, A. M. 1993. Dikes vs. diapirs in viscoelastic rock. *Earth and Planetary Science Letters*, 117, 3-4, 653-670.
- Scott, D. R., Stevenson, D. J., and Whitehead Jr, J. A. 1986. Observations of solitary waves in a viscously deformable pipe. *Nature*, 319, 6056, 759-761.
- Whitehead, J. A., and Helfrich, K. R. 1986. The Korteweg-deVries equation from laboratory conduit and magma migration equations. *Geophys. Res. Lett*, 13, 6, 5455-546.
- Wilson, L., Sparks, R. S. J., and Walker, G. P. 1980. Explosive volcanic eruptions IV. The control of magma properties and conduit geometry on eruption column behaviour. *Geophysical Journal International*, 63, 1, 117-148.