HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	微視的反応理論による中高エネルギー原子核反応の研究
Author(s)	槇口, 雄仁
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第16249号
Issue Date	2025-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k16249
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/95325
Type	doctoral thesis
File Information	Katsuhito_Makiguchi.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

博士学位論文

微視的反応理論による中高エネルギー原子核反応の研究

槇口 雄仁

北海道大学大学院理学院
宇宙理学専攻

令和７年３月

概要

原子核衝突による全反応断面積とは、非弾性散乱が起きる確率を表す物理量である。全反応断面積は、原子核の密度分布を反映しており、弱く束縛した中性子が原子核の周囲を回っている中性子ハロー核や 2 クラスター構造を取る原子核といった不安定核の大きさや構造の特徴を調べるための指標となっている。全反応断面積に関連した以下の 3 つの研究を行った。

1. 電子や陽子を用いた散乱実験による全反応断面積の観測がされてきたが、反陽子散乱についてはその有用性はあまり知られていない。反陽子-核子散乱の全断面積は陽子-核子散乱の数倍程度あり、反陽子散乱は散乱とは異なった性質を示すことが期待される。そこで、反陽子-原子核散乱を Glauber 模型で記述することを試みた。反陽子-原子核散乱の全反応断面積を計算し、陽子散乱と比較しながら解析することにより、陽子散乱が中心密度の 1/10 程度の密度領域まで調べることができるのに対し、反陽子散乱は 1/100 程度の密度領域まで感度があることが分かった。中性子ハロー核の密度分布を例に、反陽子散乱の原子核密度分布研究に対する有用性を議論する。
2. 全反応断面積から核の大きさが比例関係を持っているという考えは、原子核衝突が完全吸収の黒球模型に近似できるという仮定のもとで成り立っているが、衝突する原子核同士の重なりが小さいところでは、吸収が不完全となる場合がある。そこで、原子核散乱における不完全吸収反応について調べた。Glauber 模型を用いて ^{12}C - 原子核散乱や陽子 - 原子核散乱の反応率を計算し、吸収の不完全性を定量化した。また、不完全吸収反応によって起きる現象の例として、C 同位体の陽子過剰核の ^{12}C 散乱や陽子散乱の全反応断面積を取り上げ、原子核半径の増加が必ずしも断面積の増加に繋がらないことを示した。
3. 原子核 - 重陽子散乱による全反応断面積は、同じ原子核による陽子散乱と中性子散乱の全反応断面積の和よりも小さくなることが知られている。この現象は、蝕効果と呼ばれる、一つの核子またはクラスターが、もう一方の核子またはクラスターの影に隠れることで、断面積に欠損が生じる効果によるものであると考えられる。そこで、2 クラスター原子核の蝕効果について調べた。^{8}Be(^{4}He +^{4} He) や ^{44}Ti(^{4}He +^{40} Ca) といった 2 クラスターの構造を取る原子核について、全反応断面積を計算し、それぞれのクラスターでの散乱の断面積の和と比較し、断面積の減少を確認した。2 クラスター原子核のクラスター間距離について、その波動関数を変化させて断面積の減少度がどのように変化するかを調べた。また、その結果を、2 クラスター原子核を古典的な 2 つの剛体球とみなした場合の全反応断面積の結果と比較することにより、蝕効果の有無およびその性質について議論した。

今回の研究を通し、原子核反応の全反応断面積を用いた原子核構造研究について調べた。陽子、^{12}C などの原子核、反陽子など、原子核散乱に用いる入射粒子によって反応の強さが変わり、反応の不完全性も異なる。それによって全反応断面積や、全反応断面積の原子核半径や粒子数に対する関係性にも違いが生じるので、それらの入射粒子を用いた反応を比較することで、ハロー原子核の外縁部の密度や、クラスター原子核のクラスター間距離といった、不安定核の構造の理解に繋がることが期待される。

目次

第 1 章　導入 2

1.1　原子核の性質 2
1.2　反陽子散乱による原子核密度分布の探索 4
1.3　全反応断面積を用いた原子核半径の探索 5
1.4　2 クラスター原子核における全反応断面積の欠損 9
1.5　本研究の目的 11

第 2 章　方法 13

2.1　Glauber 模型 13
2.2　原子核密度の決定 18
2.2.1　調和振動子密度 18
2.2.2　2 パラメータフェルミ分布 19
2.2.3　Woods-Saxon 平均場を用いた決定 19

第 3 章　結果 1：反陽子-原子核散乱を用いた原子核密度分布の探索 21

3.1　$\bar{p}-N$ 散乱の Glauber 模型のパラメータ $\sigma_{N\bar{N}}^{\mathrm{tot.}}$、$\beta_{\bar{N}N}$ の決定 21
3.2　陽子散乱と反陽子散乱の反応率の比較 23
3.3　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (^{12}C, ^{16}O, ^{40}Ca) 25
3.4　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (一般的な原子核) 25
3.5　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (中性子ハロー核) 26

第 4 章　結果 2：高エネルギー衝突での不完全吸収反応 28

4.1　中重核の散乱における不透明度 28
4.2　陽子過剰炭素同位体を用いた全反応断面積と原子核半径の関係の探索 31

第 5 章　結果 3：2 クラスター原子核における蝕効果 34

5.1　$\bar{p}-N$ 散乱の Glauber 模型のパラメータ $\alpha_{\bar{N}N}$ の決定 34
5.2　2 クラスター原子核を用いた散乱の全反応断面積 35
5.3　2 クラスター原子核散乱の古典的な断面積 37
5.4　2 クラスター原子核散乱の全反応断面積 38
5.5　蝕効果の 2 クラスター間距離の波動関数による依存性 39

第 6 章　まとめと結論 42

参考文献 44

第 1 章

導入

1.1　原子核の性質

原子核は核力によって相互作用する陽子・中性子からなる。安定な原子核は陽子と中性子の数が同程度であるか、中性子が少し多い程度であるが、不安定核と呼ばれる陽子数または中性子数が過剰で寿命が短い核の研究が進められてきた。核図表 (図 1.1 のような陽子数と中性子数によって原子核の核種を配置した図) の境界線、すなわち陽子や中性子が過剰になり、その分離エネルギーがゼロになる境界のことをドリップラインと呼ぶ。そのドリップライン近傍の原子核について、その構造や反応が注目されている。ドリップラインの原子核としてハロー原子核が挙げられる。ハロー原子核は過剰になった中性子 (または陽子) が弱く束縛しその周囲を回っている状態にある原子核である。1985 年に ^{11}Li が他の同位体より非常に大きな半径を持つことが観測され [1]、ハロー核の存在が示唆されたことから研究が進められ、その後図 1.1 に示されるような様々なハロー核が発見された [2]。近年 ^{29}F が大きな半径を持ち、2 中性子ハロー原子核であることが発見された [3]。ハロー原子核はその特徴から、安定同位体の半径よりも更に外側の原子核表面外縁部の密度分布が特徴的であると考えられるので、そのような領域の密度分布の探究が必要とされる。

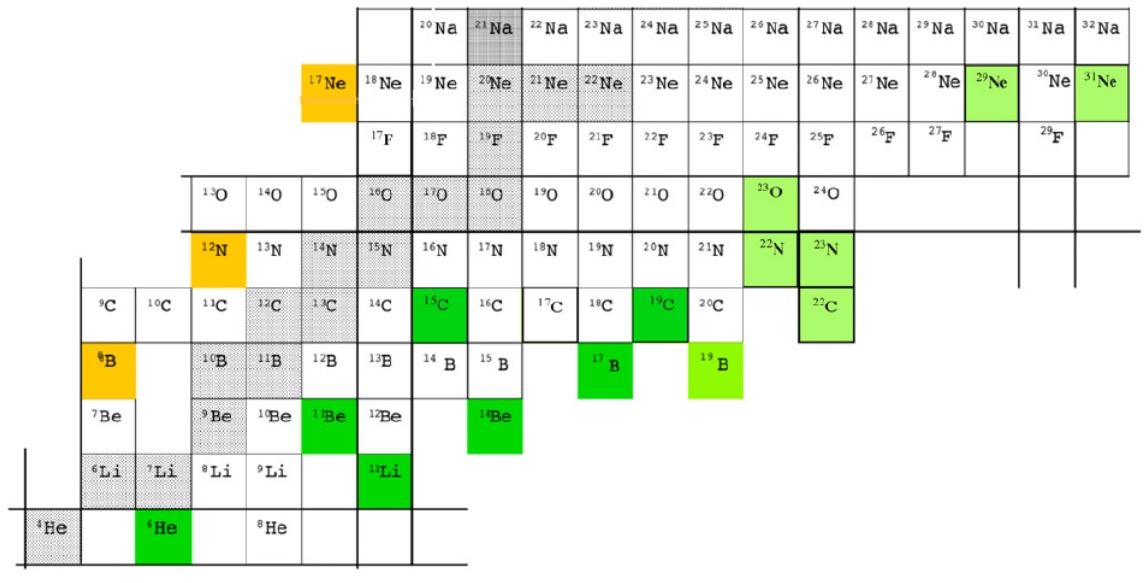

図 1.1　核図表のドリップラインにおけるハロー原子核 ([2] 図 1.4 より引用)。確認されているまたは存在が示唆されている陽子ハロー原子核及び中性子ハロー原子核が色付きで示されている。この他に ^{29}F、^{31}F も発見されている。

また、原子核は陽子 2 個と中性子 2 個からなる α 粒子 (^{4}He 原子核) を単位としたクラスター構造を取ることが知られており、α 粒子を 1 まとまりとして様々な状態を取り、分子的な振る舞いが見られる [4]。

例えば、図 1.2 では ^{16}O はエネルギーの高い順に α 粒子 4 つの状態、^{12}C と α 粒子の 2 クラスター状態、^{16}O の 1 クラスターの状態を取る。

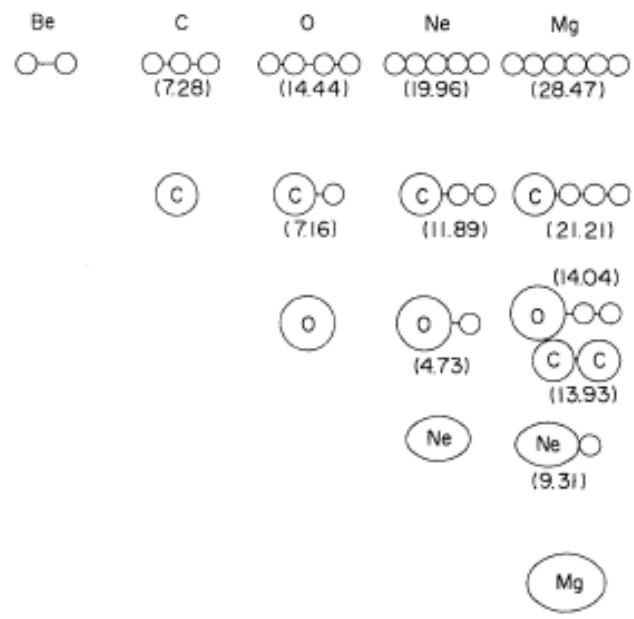

図 1.2　α クラスターを単位としたクラスター構造 (池田ダイアグラム、[4] より引用)

図 1.3 はフェルミオン基底状態 (0_1^+) とホイル状態 (0_2^+) の混合で表される ^{12}C の密度分布である [5]。3 つや 2 つのクラスターに分かれたような状態が見られ、3α や $^8\mathrm{Be}-\alpha$ の構造を取ることが示唆されている。

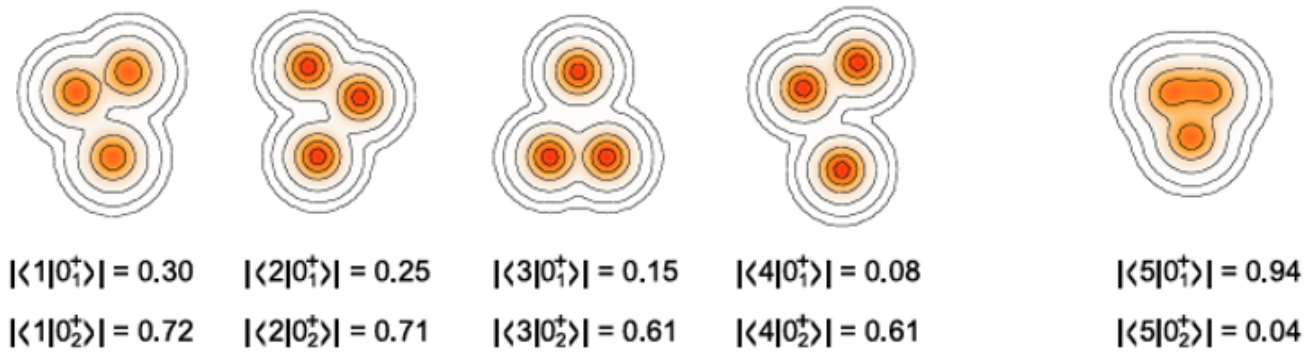

図 1.3　^{12}C の密度分布。3α や $^8\mathrm{Be}-\alpha$ のような状態が見られる。([5] より引用)

加速器を用いた散乱実験により、原子核の構造や反応が研究されてきた。標的となる原子核に、電子や陽子などの粒子を衝突させるが、このとき、入射粒子の波動関数は標的核を透過する平面波と標的核との衝突によりその周りに散乱する球面波からなる。単位面積あたり毎秒 1 個の粒子が入射するとき、入射方向の軸からある散乱角 θ それた方向に散乱する単位立体角あたりの粒子数の割合は面積の次元を持ち、これを微分断面積という。これを全立体角にわたって積分したものを全断面積といい、単位面積あたり毎秒 1 個の粒子が入射するときに散乱する全粒子数の割合を表す。検出器を用いて粒子の散乱の角度分布を知ることにより、散乱の様子や、標的核の内部構造を知ることができる。

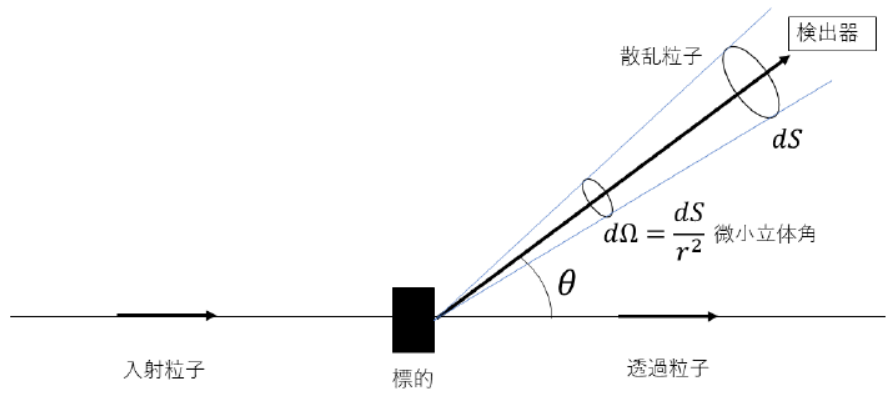

図 1.4　散乱実験の概略図。検出器により粒子の散乱の角度分布を観測する。

本研究では、反陽子を用いた原子核散乱、不完全吸収反応、2 クラスター原子核という 3 つのトピックに焦点を当て、原子核反応による構造の探索について研究した。

1.2　反陽子散乱による原子核密度分布の探索

原子核の密度分布は原子核の構造を知るために重要な物理量であり、散乱実験によって調べることができる。電子散乱では、電子は陽子とのクーロン相互作用のみが発生するため、荷電密度を正確に調べることができる。電子散乱によって、内部密度の飽和性が明らかになった [6]。一方、陽子散乱では核力による相互作用を用いているので、陽子と中性子の両方についてその密度分布を知ることができる。特に原子核表面密度を調べることができ、[7] によって、弾性散乱微分断面積の 1 番目のピーク位置によって半値半径付近の原子核表面密度分布が調べられることが示された。

散乱に用いる入射粒子として反陽子 ($\bar{p}$) を考える。反陽子-原子核散乱は、安定核についてはすでに行われている [8–11] が、不安定核を用いた散乱については実験可能な施設は現在のところ存在しない。図 1.5 に核子 - 核子散乱の全断面積 $\sigma_{\mathrm{tot.}}$ の実験データ [12] をプロットした。入射エネルギーが数百–1000MeV の範囲で、反核子 - 核子 ($\bar{N}N$) 散乱の全断面積は、核子 - 核子 (NN) 散乱のものの 3–5 倍程度あることがわかる。これより、反陽子散乱は陽子散乱より強い反応を示すと考えられる。したがって、反陽子-原子核散乱は原子核表面のような希薄な密度領域での反応に敏感であることが期待されるので、実験が実現可能になれば、ハロー原子核のような表面に特徴的な密度分布を持つ原子核の探索に有効な手段となりうる。そこで本研究では、反陽子-原子核散乱を扱い、反陽子散乱の原子核表面の密度分布の探究への有用性を議論する。

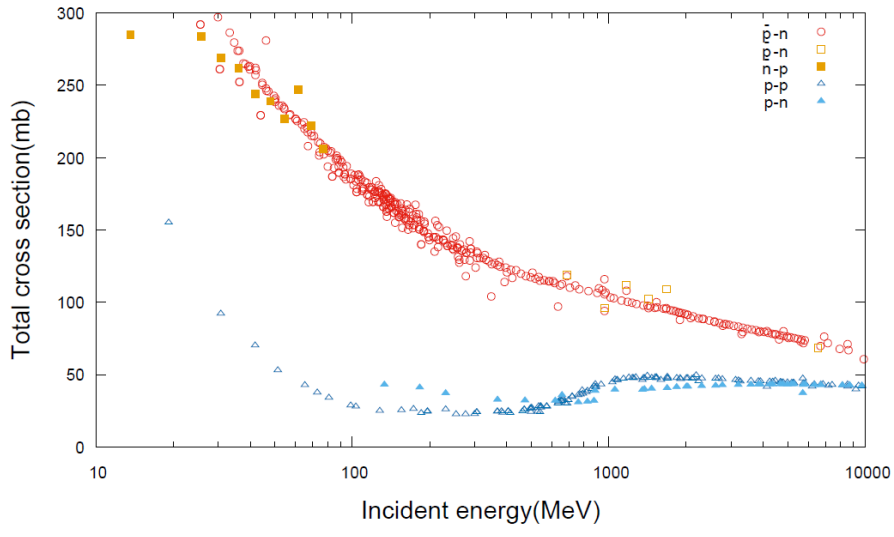

図 1.5　NN、$N\bar{N}$ 散乱の全断面積の実験値

1.3　全反応断面積を用いた原子核半径の探索

全断面積のうち入射粒子と標的核が反応を起こす確率を表す全反応断面積は、原子核の大きさを調べるために用いられてきた。1985 年の谷畑氏の論文 [1] より反応断面積を用いた原子核半径の研究は始まっている。この論文では相互作用断面積 σ_I について、入射核と標的核の原子核半径 R_P, R_T を用いて $\sigma_I = \pi(R_P + R_T)^2$ と考え、σ_I 実験値より相互作用半径 R_I を導出し (図 1.6)、それから平均二乗根半径 $R_{\rm rms}$ を求め (図 1.7)、^{11}Li は同位体と比較して半径が非常に大きく、大きな変形あるいは弱い束縛による密度分布の広がりがあることを示唆した。

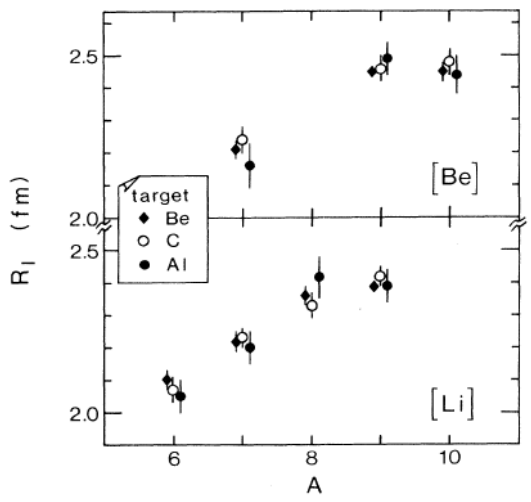

図 1.6　Be、Li 同位体の相互作用断面積 σ_I([1] より引用)

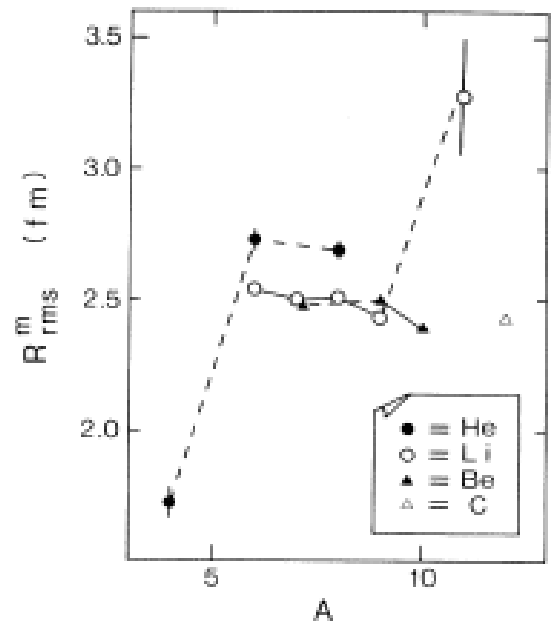

図 1.7　He、Li、Be、C 同位体の平均二乗根半径 $R^m_{\rm rms}$([1] より引用)

[13] では $^{42-51}$Ca 同位体の相互作用断面積 σ_I(この実験では全反応断面積 $\sigma_R \approx \sigma_I$) を観測し、その結果を用いて平均二乗根半径を求めている。(図 1.8,1.9) この結果は、$A = 48$ 以上の Ca 同位体について、半径の上昇が大きく ^{48}Ca をコアとした大きさの膨張を示唆する手がかりとなった。

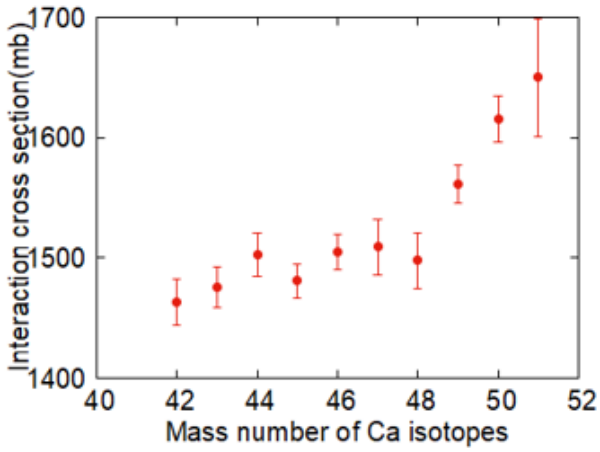

図 1.8　$^{42-51}$Ca 同位体の相互作用断面積 σ_I

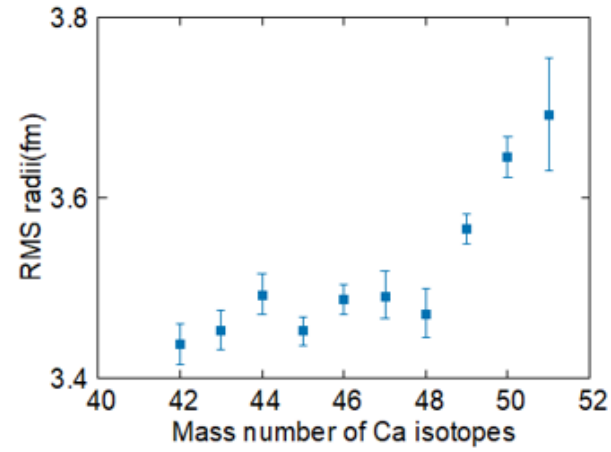

図 1.9　$^{42-51}$Ca 同位体の平均二乗根半径 R_{rms}

図 1.10 では光学極限 Glauber 模型で求められた ^{22}C の陽子・中性子密度分布 [14] と C 同位体の平均二乗根半径 (うち ^{19,20,22}C は [15] で観測された全反応断面積より求められたもの) を示している。^{22}C の中性子密度は陽子密度と比較して原子核表面に極端に大きな広がりが (テール) があり、中性子ハローの存在が示唆されている。また、C 同位体の平均二乗根半径を見ると、^{22}C は他の同位体と比較して極端に大きく、中性子ハローによる影響が反映されている。

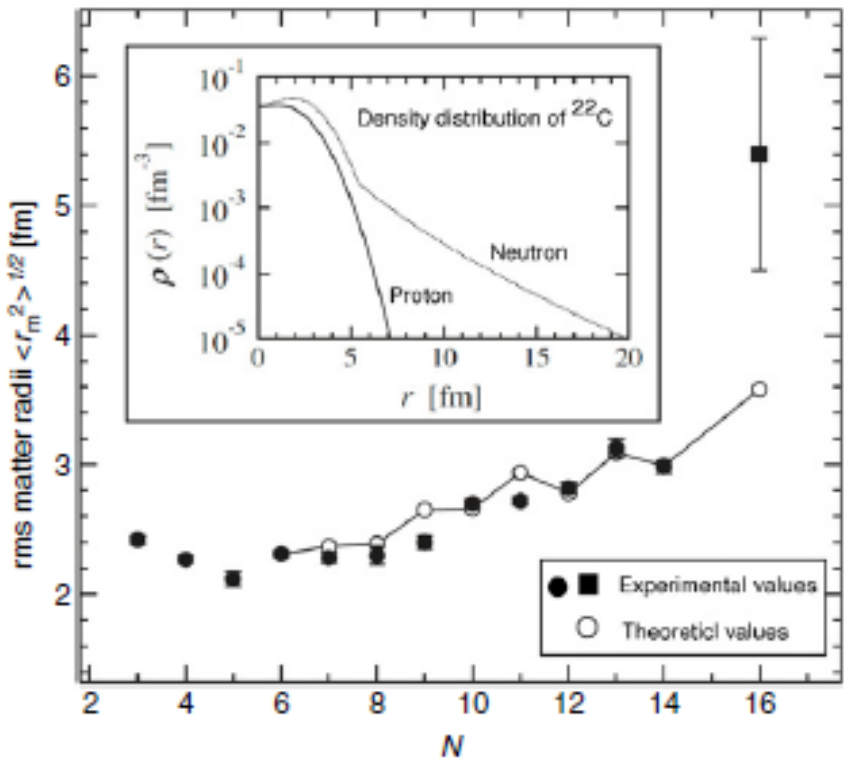

図 1.10　^{22}C の陽子・中性子密度分布と C 同位体の平均二乗根半径 ([2] より引用)

図 1.11 は [3] の ^{27,29}C の実験結果を含む F の ^{12}C 散乱の全反応断面積である。$^{19-27}$F では $A^{2/3}$ の比例関係にあるが、^{29}F ではそれを大きく外れて断面積が大きくなっている。

この断面積より物質半径は ^{27}F は 3.19fm、^{29}F は 3.44fm と求められており、^{29}F の中性子ハロー構造を示すための手がかりとなった。

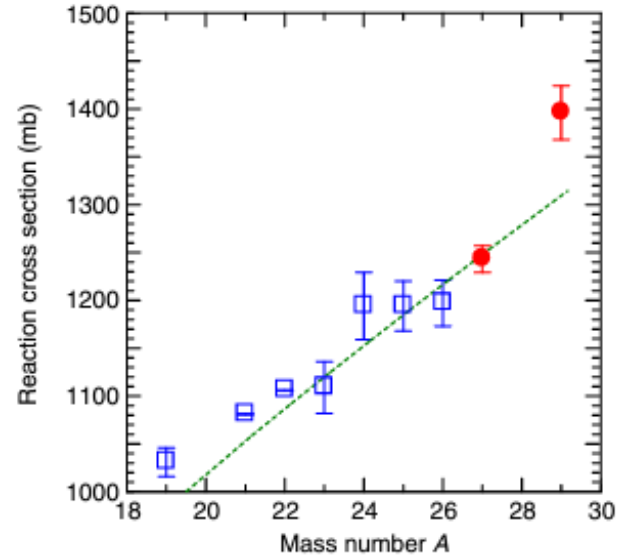

図 1.11　F 同位体の ^{12}C 散乱の全反応断面積。$^{19-27}$F では $A^{2/3}$ の比例関係にあるところが、^{29}F ではそれを大きく外れて断面積が大きくなっている。([3] より引用)

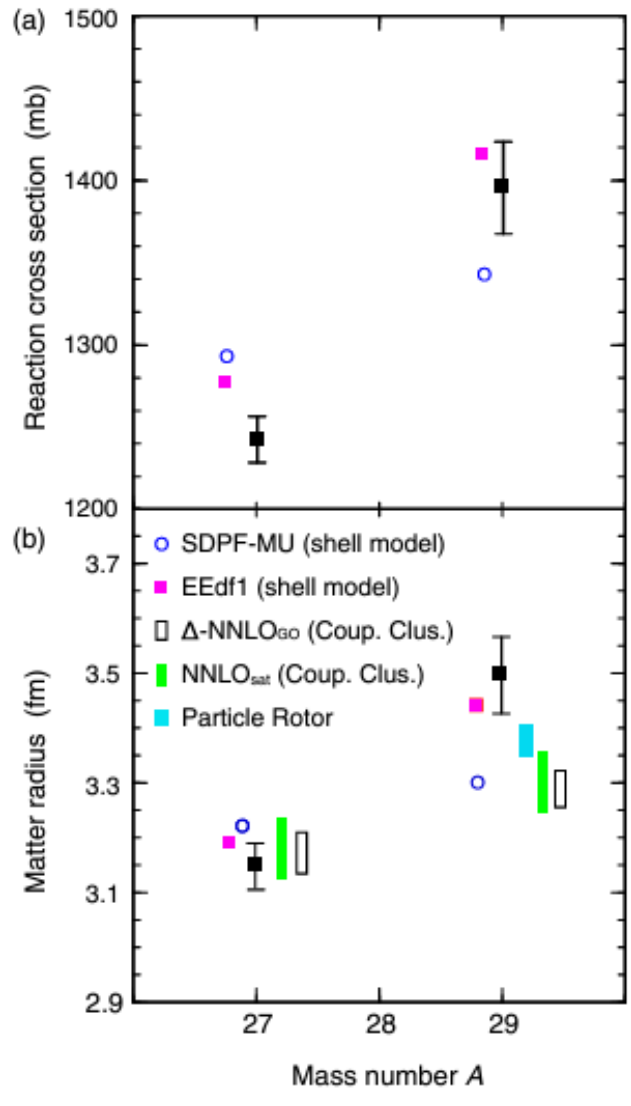

図 1.12　^{27,29}F の全反応断面積およびそれより導出された物質半径 (黒四角形が [3] の実験結果。[3] より引用)

このように、散乱断面積より求められた原子核半径は中性子ハローのような不安定核の性質を知るためにも有用である。

原子核半径が全反応断面積より求められるという考えは、エネルギーが高く相互作用距離が短い反応

は強吸収である、すなわち完全吸収をする黒球模型に近似することができるという前提に基づいており、全反応断面積は入射核と標的核の原子核半径 R_P, R_T を用いて $\sigma_R \approx \pi(R_P + R_T)^2$ と考えている (ここでの吸収とは、入射粒子の波束の減少を意味する)。しかしながら、実際の原子核は完全な黒球ではないため、衝突する 2 つの原子核の密度が十分に低いとき不完全吸収が発生する。[16] では陽子過剰の C 同位体について、陽子散乱の全反応断面積を調べたところ、中性子数が大きくなるとそれに伴い核半径も大きくなるが、全反応断面積は小さくなることがわかっている。この結果は、黒球模型の描写とは一致していないことから、不完全吸収反応による影響が考えられる。

完全吸収模型が実際の原子核とのずれがあることは [7] や [17] で示唆されている。図 1.13、1.14 のはそれぞれ陽子散乱、反陽子散乱の全反応断面積を、黒球模型で計算した場合と比較したものである。黒球模型の場合より全反応断面積は大きくなっており、反陽子散乱の場合のずれは陽子散乱のものよりさらに大きい。

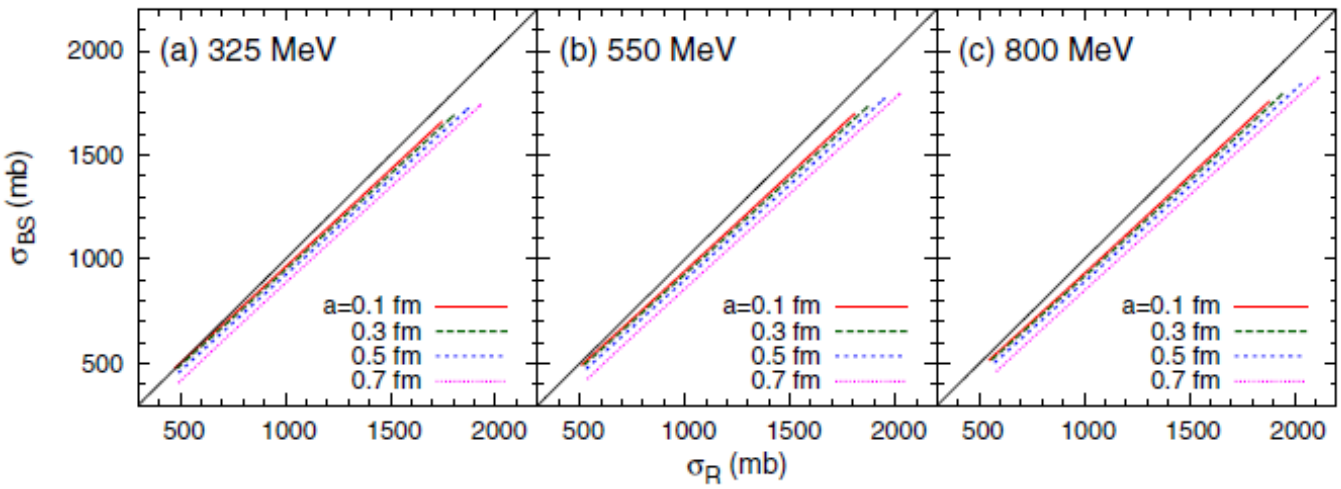

図 1.13　陽子散乱における全反応断面積の黒球模型とのずれ ([7] より引用)

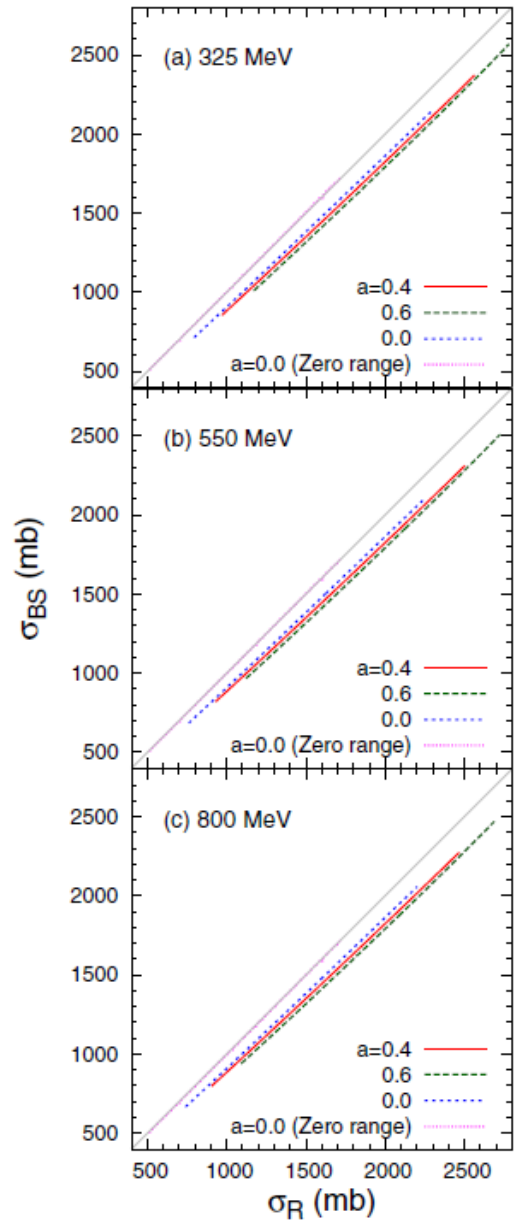

図 1.14　反陽子散乱における全反応断面積の黒球模型とのずれ ([17] より引用)

1.4　2 クラスター原子核における全反応断面積の欠損

全反応断面積は核構造の様々な構造を反映しており、クラスター構造はその良い例である。

構造の詳細を知るために、上述の図 1.2 や図 1.3 のようなクラスター構造が全反応断面積などの観測量へどのような影響を及ぼすのかということに関心がある。

反陽子-重陽子散乱 [18] や原子核-重陽子散乱 [19] において、全反応断面積が陽子散乱と中性子散乱の全反応断面積の和より小さい、すなわち

$$\sigma_R(d) < \sigma_R(p) + \sigma_R(n) \tag{1.1}$$

であることが知られている。

図 1.15 のように、^{16}O,^{40}Ca,^{30}Ne の重陽子散乱について、その全反応断面積は陽子散乱と中性子散乱の全反応断面積より減少していることがわかる。

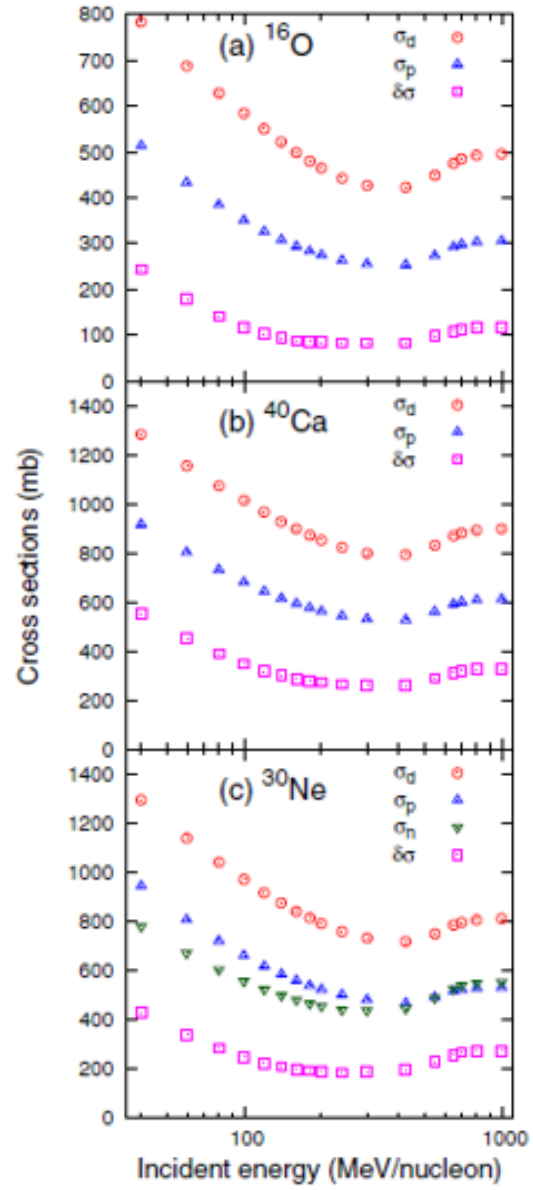

図 1.15　^{16}O,^{40}Ca,^{30}Ne の全反応断面積。赤い丸は重陽子散乱、青の上向きの三角形は陽子散乱および ^{16}O,^{40}Ca の中性子散乱、緑の下向きの三角形は ^{30}Ne の中性子散乱、マゼンタの四角形は陽子散乱と中性子散乱の和から重陽子散乱を差し引いたものである。いずれの原子核も重陽子散乱の全反応断面積は陽子散乱と中性子散乱のものの和よりも減少している事がわかる ([19] より引用)

このような全反応断面積の減少は、蝕の概念を示唆するものとなった。

蝕効果とは、図 1.16 のように、一つの核子またはクラスターが、もう一方の核子またはクラスターの影に隠れることで、断面積に欠損が生じる効果である。

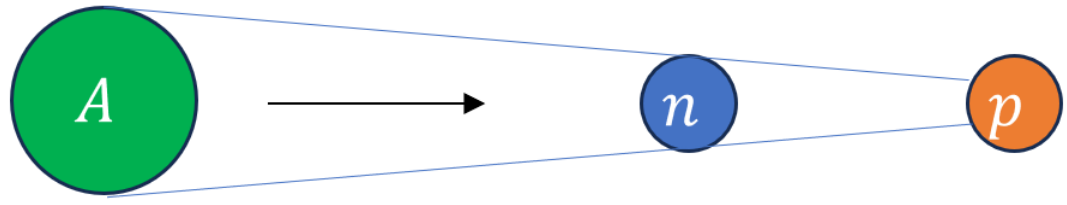

図 1.16　重陽子散乱における蝕の概略図

この効果は、陽子と中性子からなる重陽子だけでなく、2 つのクラスターからなる構造を取る原子核においても発生する。

1.5　本研究の目的

本研究では、全反応断面積を用いた原子核構造研究について、反陽子を用いた原子核散乱、不完全吸収反応、2 クラスター原子核という 3 つのトピックを挙げ、これらが持つ有用性について議論する。そのために、以下のような 3 つの研究を行う。

1. 反陽子-原子核散乱を Glauber 模型で記述する。実験データを再現するように必要なパラメータを決定し、Glauber 模型を完成させる。この模型を用いて、反陽子-原子核散乱の全反応断面積を計算し、陽子散乱と比較しながら解析することにより、反陽子散乱の原子核密度分布研究に対する有用性を議論する。
2. 原子核散乱における不完全吸収反応について、その性質を明らかにする。Glauber 模型を用いて ^{12}C - 原子核散乱や陽子 - 原子核散乱の反応率を計算し、吸収の不完全性を「不透明性」として定量化する。この不完全吸収反応によって起きる現象の例として、C 同位体の陽子過剰核の ^{12}C 散乱や陽子散乱の全反応断面積を取り上げ、不完全吸収反応が核半径と全反応断面積の関係へ及ぼす影響について議論する。
3. 2 クラスター原子核の蝕効果について調べる。^{8}Be(^{4}He +^{4} He) や ^{44}Ti(^{4}He +^{40} Ca) といった 2 クラスターの構造を取る原子核について、Glauber 模型を 2 クラスター原子核の用いて全反応断面積を計算し、それぞれのクラスターでの散乱の断面積の和と比較し、断面積の減少が発生しているか調べる。

   さらに、2 クラスター原子核のクラスター間距離について、その波動関数を変化させて断面積の減少度がどのように変化するかを調べる。また、その結果を、2 クラスター原子核を古典的な 2 つの剛体球とみなした場合の全反応断面積の結果と比較することにより、蝕効果の有無およびその性質について議論する。

本論文は以下のように構成される。第 2 章では原子核散乱の反応率や全反応断面積の計算に用いる 3 つの事項について説明する。まず、断面積の計算に用いる Glauber 模型について説明し、次に 2 クラスター原子核を用いた散乱における Glauber 模型の拡張、古典的な蝕効果を描写するための古典的な 2 クラスター原子核の断面積について説明する。第 3 章では反陽子を用いた原子核反応に関する計算結果を示す。まず $\bar{p} - p(n)$ 散乱、$\bar{p} -^{12}$ C 散乱の実験データを再現するように反陽子散乱の Glauber 模型のパラメータを決定する。この模型を用いて求めた微分断面積と実験結果を比較して、その模型の妥当性を検証する。この模型を用いて計算した反陽子散乱の全反応断面積と陽子散乱の全反応断面積を比較することで、反陽子散乱の原子核密度分布の探索における有用性について議論する。第 4 章では不完全吸収反応に関する計算結果を示す。まず 4 種類の原子核について陽子散乱と ^{12}C 散乱の反応率を計算し、その結果を完全吸収と不完全吸収の部分に分割し、パラメータ「不透明度」を導入して反応の不完全性を定量化する。次に、不完全吸収反応によって起きる現象の例を取り上げるために、陽子過剰の炭素同位体について陽子散乱と ^{12}C 散乱の反応率および不透明度を調べる。その結果を用いて、[16] で確認された、核半径と全反応断面積が比例しない現象について、その原因を議論する。第 5 章では 2 クラスター原子核における蝕効果についての計算結果を示す。まず、2 クラスター原子核の全反応断面積計算を利用し、$\bar{p} - d$ 散乱の計算が実験データを再現するように、Glauber 模型の $\bar{p} - N$ 散乱のパラメータを調整した。次に、3 種類の 2 クラスター原子核と重陽子について陽子散乱と反陽子散乱の全反応断面積を計算し、各クラスターの全反応断面積の和と比較して減少しているか調べる。次に、2 クラスター間距離の波動関数の大きさ、すなわち 2 クラスター間距離の平均を変化させることで断面積減少がどのような変化をする

か調べる。同様の計算を古典的な模型でも行い、その振る舞いを比較し、断面積減少と古典的な蝕効果との関係を議論する。第 6 章に結論を記す。

第 2 章

方法

2.1　Glauber 模型

全反応断面積の計算には Glauber 模型 [20] を用いる。Glauber 模型は数十〜1000MeV の中高エネルギー領域の散乱で有用であり、入射粒子の運動を平面波で近似するアイコナール近似と、核内の核子の内部運動を無視する断熱近似を用いる。

原子核散乱の全反応断面積の計算に用いる Glauber 模型は以下のように導出される。下図に示されるようにポテンシャルが作用しない遠方領域での境界条件として、波動関数は入射粒子による入射波と標的によって散乱された球面波で表される。

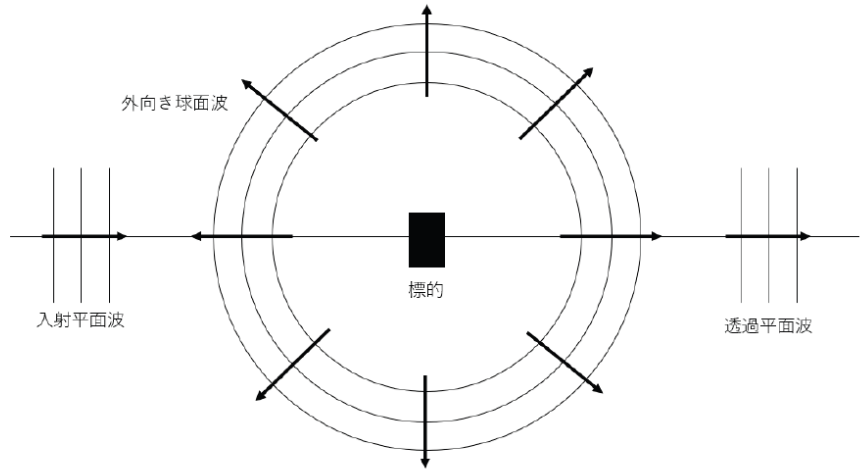

図 2.1　散乱問題の境界条件として、遠方での波動関数は平面波と外向きの球面波で構成される

よって境界条件は、

$$\Psi(\boldsymbol{r}) = \mathrm{e}^{ikz} + f(\theta)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}(r \to \infty) \tag{2.1}$$

と入射平面波と散乱角に依存する散乱振幅 $f(\theta)$ を持つ球面波で書き表される。ただし入射粒子の進行方向を z 軸としている。

また、以下のようなシュレディンガー方程式を考える。

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\boldsymbol{r}) + V(r)\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r}) \tag{2.2}$$

ここで

$$\left[E + \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\right] G(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') \tag{2.3}$$

を満たすグリーン関数

$$G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')-\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{4\pi r}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{ikr-ik\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}(r\to\infty) \tag{2.4}$$

を用いると

$$\psi(\boldsymbol{r})=\mathrm{e}^{ikz}+\int d\boldsymbol{r}'G(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')V(r')\psi(\boldsymbol{r}') \tag{2.5}$$

$$=\mathrm{e}^{ikz}-\frac{2m}{\hbar^2}\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{4\pi r}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{ik\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}V(r')\psi(\boldsymbol{r}') \tag{2.6}$$

と書ける。これを式 2.1 と比較すると、散乱振幅は

$$f(\theta)=\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{4\pi}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}'\cdot\boldsymbol{r}'}V(r')\psi(\boldsymbol{r}') \tag{2.7}$$

と書ける。

一方で、$\psi(\boldsymbol{r})=e^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})$ とおき、$\hat{\psi}(\boldsymbol{r})$ は緩やかに変化すると仮定する (アイコナール近似)。これを 2.2 に代入すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\mathrm{e}^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})+V(r)\mathrm{e}^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})=E\mathrm{e}^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r}) \tag{2.8}$$

$$\mathrm{e}^{ikz}\left(\frac{\hbar^2k^2}{2m}-\frac{i\hbar^2k}{m}\frac{\partial}{\partial z}-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\right)\hat{\psi}(\boldsymbol{r})+V(r)\mathrm{e}^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})=E\mathrm{e}^{ikz}\hat{\psi}(\boldsymbol{r}) \tag{2.9}$$

$$\frac{i\hbar^2k}{m}\frac{\partial}{\partial z}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})-V\hat{\psi}(\boldsymbol{r})=0 \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{i\hbar v}V\hat{\psi}(\boldsymbol{r}) \tag{2.11}$$

$$\hat{\psi}(\boldsymbol{r})=\exp\left[\frac{1}{i\hbar v}\int_{-\infty}^{z}dz'V\hat{\psi}(\,\mathrm{r}\,)\right] \tag{2.12}$$

$$\tag{2.13}$$

3 段目から 4 段目の変形には $\frac{\hbar^2k^2}{2m}=E$、$\hat{\psi}(\boldsymbol{r})$ が緩やかに変化することより $\frac{\partial}{\partial z}\hat{\psi}(\boldsymbol{r})\gg\nabla^2\hat{\psi}(\boldsymbol{r})$ を用いた。よって、衝突径数 $\boldsymbol{b}=(x,y)$ を用いると、

$$\psi(\boldsymbol{r})=\exp\left[ikz+\frac{1}{i\hbar v}\int_{-\infty}^{z}dz'\hat{\psi}(\boldsymbol{b}+z'\hat{\boldsymbol{z}})\right] \tag{2.14}$$

これを 2.7 に代入すると、散乱振幅は

$$f(\theta)=-\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{4\pi}\int d\boldsymbol{r}'\exp\left[-i\boldsymbol{k}'\cdot\boldsymbol{r}+ikz+\frac{1}{i\hbar v}\int_{-\infty}^{z}dz'V(\boldsymbol{b}+z'\hat{\boldsymbol{z}})\right] \tag{2.15}$$

$$=-\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{4\pi}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\int dz\mathrm{e}^{\frac{1}{i\hbar v}\int_{-\infty}^{z}dz'V(\boldsymbol{b}+z'\hat{\boldsymbol{z}})}V(\boldsymbol{r}) \tag{2.16}$$

$$=-\frac{2m}{\hbar^2}\frac{i\hbar v}{4\pi}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left[\mathrm{e}^{\frac{1}{i\hbar v}\int_{-\infty}^{\infty}dz'V(\boldsymbol{b}+z'\hat{\boldsymbol{z}})}-1\right] \tag{2.17}$$

$$=\frac{ik}{2\pi}\int d\boldsymbol{r}'\mathrm{e}^{-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left[1-\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right] \tag{2.18}$$

$$\tag{2.19}$$

と書ける。ここで $\boldsymbol{q}$ は運動量移行 $\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}$ である。$\chi(\boldsymbol{b})$ は位相差関数と呼ばれ、

$$\chi(\boldsymbol{b}) = -\frac{1}{\hbar v}\int_{-\infty}^{\infty} dz' V(\boldsymbol{b} + z'\hat{\boldsymbol{z}}) \tag{2.20}$$

である。

この散乱振幅を用いて微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |f(\theta)|^2 \tag{2.21}$$

弾性散乱断面積は

$$\begin{aligned}
\sigma_{el.} &= \int d\Omega |f(\theta)|^2 && (2.22)\\
&= \int \frac{d\boldsymbol{q}}{k} \left| \frac{ik}{2\pi} \int d\boldsymbol{b} \mathrm{e}^{-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \left[1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right] \right|^2 && (2.23)\\
&= \frac{1}{4\pi^2} \int d\boldsymbol{q} \int d\boldsymbol{b} \mathrm{e}^{-\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \left[1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right] \int d\boldsymbol{b}' \mathrm{e}^{\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}'} \left[1 - \mathrm{e}^{i\chi*(\boldsymbol{b}')}\right] && (2.24)\\
&= \int d\boldsymbol{b} \left[1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right] \int d\boldsymbol{b}' \left[1 - \mathrm{e}^{i\chi*(\boldsymbol{b}')}\right] \delta(\boldsymbol{b}' - \boldsymbol{b}) && (2.25)\\
&= \int d\boldsymbol{b} \left|1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2 && (2.26)\\
& && (2.27)
\end{aligned}$$

全断面積は光学定理より $\sigma_{tot.} = \mathrm{Im}\frac{4\pi}{k} f(0)$ であるから、

$$\begin{aligned}
\sigma_{tot.} &= \frac{4\pi}{k}\frac{k}{2\pi}\mathrm{Re}\left(\int d\boldsymbol{b}\left(1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right)\right) && (2.28)\\
&= 2\int d\boldsymbol{b}\left(1 - \mathrm{Re}(\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})})\right) && (2.29)
\end{aligned}$$

全反応断面積は全断面積より弾性散乱断面積を引いて

$$\begin{aligned}
\sigma_R &= \sigma_{tot.} - \sigma_{el.} && (2.30)\\
&= \int d\boldsymbol{b}\left[2\left(1 - \mathrm{Re}(\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right) - \left|1 - \mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2\right] && (2.31)\\
&= \int d\boldsymbol{b}\left[1 - \left|\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2\right] && (2.32)
\end{aligned}$$

ここで、$\boldsymbol{b} = (x, y)$ は入射核の進行方向 (z 軸とする) に対して垂直な平面での 2 次元座標で衝突径数と呼ばれる。

$$\sigma_R = \int d\boldsymbol{b}\left[1 - \left|\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2\right] = \int d\boldsymbol{b} P(\boldsymbol{b}) \tag{2.33}$$

とおくと、$P(\boldsymbol{b}) = 1 - \left|\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2$ は入射フラックスが標的核に吸収される割合である反応率に相当し、$\chi(\boldsymbol{b})$ は位相差関数である。

完全吸収 (半径 R の黒球模型) の場合

$$P(\boldsymbol{b}) = \begin{array}{ll} 1 & (b \le R) \\ 0 & (b > R) \end{array} \tag{2.34}$$

となる。

次に、位相差関数を考える。入射粒子と標的核内のそれぞれの核子との反応の位相差関数を足し合わせたものの期待値であると考えて、

$$\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})} = \langle \Psi_P \Psi_T | \prod_{i\in P} \prod_{j\in T} \exp\left(i\chi(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b})\right) | \Psi_P \Psi_T \rangle \tag{2.35}$$

ここで、$\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j$ はそれぞれ入射核の i 番目の核子及び標的核の j 番目の核子の xy 座標である。$\Gamma = 1 - \mathrm{e}^{i\chi}$ とおくと、

$$\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})} = \langle \Psi_P \Psi_T | \prod_{i\in P} \prod_{j\in T} \left(1 - \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b})\right) | \Psi_P \Psi_T \rangle \tag{2.36}$$

$$= \left\langle 1 - \sum_{i\in P} \sum_{j\in T} \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b}) \right\rangle \tag{2.37}$$

$$\approx \left\langle \exp\left(- \sum_{i\in P} \sum_{j\in T} \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b}) \right) \right\rangle \tag{2.38}$$

と書ける。この $\Gamma(b)$ はプロファイル関数と呼ばれる。ここで、キュムラント展開 (第 1 項までの近似を光学極限近似という)

$$\left\langle \mathrm{e}^X \right\rangle = \exp\left[\langle X \rangle + \frac{1}{2} \left\langle (X - \langle X \rangle)^2 \right\rangle + \cdots \right] \approx \mathrm{e}^{\langle X \rangle} \tag{2.39}$$

を用いると

$$\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})} \approx \exp\left(\left\langle - \sum_{i\in P} \sum_{j\in T} \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b}) \right\rangle \right) \tag{2.40}$$

ここで、原子核の密度は i 番目の核子の座標 $\boldsymbol{r}_i$ を用いて

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \left\langle \sum_i \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \right\rangle \tag{2.41}$$

と書けるので、

$$i\chi(\boldsymbol{b}) \approx \left\langle - \sum_{i\in P} \sum_{j\in T} \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b}) \right\rangle \tag{2.42}$$

$$= \left\langle - \sum_{i\in P} \sum_{j\in T} \int\int d\boldsymbol{r}_T d\boldsymbol{r}_P \delta(\boldsymbol{r}_P - \boldsymbol{r}_i) \delta(\boldsymbol{r}_T - \boldsymbol{r}_j) \Gamma(\boldsymbol{s}_i - \boldsymbol{s}_j + \boldsymbol{b}) \right\rangle \tag{2.43}$$

$$= - \int\int d\boldsymbol{r}_T d\boldsymbol{r}_P \rho_T(\boldsymbol{r}_T) \rho_P(\boldsymbol{r}_P) \Gamma(\boldsymbol{s}_P - \boldsymbol{s}_T + \boldsymbol{b}) \tag{2.44}$$

$$\tag{2.45}$$

ただし、(反) 陽子散乱の場合は $\rho_P(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r})$ なので

$$i\chi(\boldsymbol{b}) = - \int d\boldsymbol{r}_T \rho_T(\boldsymbol{r}_T) \Gamma(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{s}_T) \tag{2.46}$$

$$\tag{2.47}$$

である。

一方、式 2.36 に対し、

$$\Gamma_{NT}(\boldsymbol{b}) = 1 - \langle \Psi_T | \prod_{j \imath T} (1 - \Gamma(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{s}_j)) | \Psi_T \rangle \tag{2.48}$$

となるような入射核内核子と標的核の間 (Nucleon-Target) のプロファイル関数 $\Gamma_{NT}(\boldsymbol{b})$ を用いて

$$\mathrm{e}^{i\tilde{\chi}(\boldsymbol{b})} = \langle \Psi_P | \prod_{i \in P} (1 - \Gamma_{NT}(\boldsymbol{s}_i + \boldsymbol{b})) | \Psi_P \rangle \tag{2.49}$$

式 2.48,2.49 は同様のキュムラント展開を行うことで

$$\Gamma_{NT}(\boldsymbol{b}) = 1 - \exp\left(- \int d\boldsymbol{r}_T \rho_T(\boldsymbol{r}_T) \Gamma(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{s}_T) \right) \tag{2.50}$$

$$\mathrm{e}^{i\tilde{\chi}(\boldsymbol{b})} = \exp\left(- \int d\boldsymbol{r}_P \rho_P(\boldsymbol{r}_P) \Gamma_{NT}(\boldsymbol{s}_P + \boldsymbol{b}) \right) \tag{2.51}$$

2.51 に 2.50 を代入すると、

$$\mathrm{e}^{i\chi_{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{b})} = \exp\left[- \int d\boldsymbol{r}_P \rho_P(\boldsymbol{r}_P) \right. \tag{2.52}$$

$$\left. \times \left\{ 1 - \exp\left(- \int d\boldsymbol{r}_T (\boldsymbol{r}_T) \Gamma(\boldsymbol{s}_P - \boldsymbol{s}_T + \boldsymbol{b}) \right) \right\} \right] \tag{2.53}$$

入射核と標的核を入れ替えても同様の計算ができることから、対称性を考えて位相差関数は以下のようになる

$$\mathrm{e}^{i\chi_{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{b})} = \exp\left[-\frac{1}{2} \int d\boldsymbol{r}_P \rho_P(\boldsymbol{r}_P) \right. \tag{2.54}$$

$$\left. \times \left\{ 1 - \exp\left(- \int d\boldsymbol{r}_T (\boldsymbol{r}_T) \Gamma(\boldsymbol{s}_P - \boldsymbol{s}_T + \boldsymbol{b}) \right) \right\} \right] \tag{2.55}$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2} \int d\boldsymbol{r}_T \rho_T(\boldsymbol{r}_T) \right. \tag{2.56}$$

$$\left. \times \left\{ 1 - \exp\left(- \int d\boldsymbol{r}_P (\boldsymbol{r}_P) \Gamma(\boldsymbol{s}_T - \boldsymbol{s}_P + \boldsymbol{b}) \right) \right\} \right] \tag{2.57}$$

次にこの $\Gamma(b)$ について考える。散乱振幅は

$$f(\theta) = \frac{ik}{2\pi} \int d\boldsymbol{b} \mathrm{e}^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}} \Gamma(\boldsymbol{b}) \tag{2.58}$$

と書けるので、光学定理 $\mathrm{Im}f(0) = \frac{k}{4\pi}\sigma_{\mathrm{tot.}}$ が成り立つような Γ を考えると、

$$\Gamma(\boldsymbol{b}) = \frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{tot.}}\delta(\boldsymbol{b}) \tag{2.59}$$

とおける。この状態をゼロレンジと呼び、核子同士が完全に重なった時にだけ反応が起きる状態である。このプロファイル関数に対し、実験データに合うように、虚部を持たせたり、ガウシアンを用いて有限レンジになるようにするといった調整をすることで

$$\Gamma(\boldsymbol{b}) = \frac{1 - i\alpha_{NN}}{4\pi\beta_{NN}} \sigma_{NN}^{\mathrm{tot.}} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{b}^2}{2\beta} \right) \tag{2.60}$$

というプロファイル関数が得られる。

α_{NN}、β_{NN}、$\sigma_{NN}^{\mathrm{tot.}}$ は核子 - 核子散乱の実験データを元に決められるパラメータで α_{NN} はプロファイル関数の実部と虚部の割合を表すパラメータ、β_{NN} はプロファイル関数の有限の広がりを示すパラメータ、$\sigma_{NN}^{\mathrm{tot.}}$ は全断面積である。これらのパラメータは核子 - 核子散乱の実験データを再現するように定められており、陽子散乱についての値は [14] で求められている。反陽子散乱の $\alpha_{N\bar{N}}$、$\beta_{N\bar{N}}$、$\sigma_{N\bar{N}}^{\mathrm{tot.}}$ については今回新たに求めた (3.1 節、5.1)。

2.2 原子核密度の決定

2.2.1 調和振動子密度

4 章における入射核の ^{12}C、$\alpha(^4\mathrm{He})$、5 章における標的核のクラスターの $\alpha(^4\mathrm{He})$、^{16}O、^{40}Ca は、殻模型の記述に適している調和振動子密度を用いた。

まず、重心運動を含んだ密度

$$\tilde{\rho}(\boldsymbol{r}) = \langle\Psi| \sum_{i=1}^{A} \delta(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}) P_i \, |\Psi\rangle \tag{2.61}$$

を求める。ここで $\boldsymbol{r}_i$ は i 番目の核子の座標、P_i は i 番目の核子に対する射影演算子である。1 粒子の調和振動子密度は

$$\psi_{nljm} = R_{nlj} \left[Y_l(\hat{\boldsymbol{r}}) \chi_{1/2} \right]_{jm} \tag{2.62}$$

で与えられ、量子数 nlj で指定される軌道の核子数が満たされていない場合、z 成分 m の平均を取り、球対称な密度を得る。

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{nlj} N_{nlj} R^2 nlj \tag{2.63}$$

ここで N_{nlj} はその軌道が占める粒子数、R_{nlj} は 1 粒子の動径方向の波動関数であり、$0s$、$0p$、$0d$、$1s$ 軌道についてそれぞれ

$$R_{00} = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}\nu^3} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\nu^2} \right) \tag{2.64}$$

$$R_{01} = \left(\frac{8}{3\sqrt{\pi}\nu^5} \right)^{1/2} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\nu^2} \right) \tag{2.65}$$

$$R_{02} = \left(\frac{16}{15\sqrt{\pi}\nu^3} \right)^{1/2} r^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2\nu^2} \right) \tag{2.66}$$

$$R_{10} = \left(\frac{8}{3\sqrt{\pi}\nu^3} \right)^{1/2} \left(\frac{r^2}{\nu^2} - \frac{3}{2} \right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\nu^2} \right) \tag{2.67}$$

である。$\alpha(^4\mathrm{He})$、^{16}O、^{40}Ca を例に取ると、密度分布は以下のようになる。

$$\tilde{\rho}(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \left[4R_{00}^2 \right] & (\text{for } ^{40}\mathrm{Ca}) \\ \frac{1}{4\pi} \left[4R_{00}^2 + 12R_{01}^2 \right] & (\text{for } ^{16}\mathrm{O}) \\ \frac{1}{4\pi} \left[4R_{00}^2 + 12R_{01}^2 + 20R_{02}^2 + 4R_{10}^2 \right] & (\text{for } ^{40}\mathrm{Ca}) \end{cases} \tag{2.68}$$

次に、重心の運動を含んだ $\tilde{\rho}$ から重心の要素を除く。重心を含まない密度

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \langle\Psi_0| \sum_{i=1}^{A} \delta(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{X} - \boldsymbol{r}) P_i \, |\Psi_0\rangle \tag{2.69}$$

(ここで、$\boldsymbol{X}$ は重心の座標、Ψ_{cm} が重心の運動を表すとすると $\Psi = \Psi_0 \Psi_{cm}$) とは以下のような関係が成り立つ。

$$\int d\boldsymbol{r} \mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \rho(\boldsymbol{r} = [\langle\Psi_{cm}| \, \mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{X}} \, |\Psi_{cm}\rangle]^{-1} \int d\boldsymbol{r} \mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \tilde{\rho}(\boldsymbol{r}) \tag{2.70}$$

ここで、

$$\Psi_c m = \left(\frac{A}{\pi\nu^2}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{A}{2\nu^2}\boldsymbol{X}^2\right) \tag{2.71}$$

である。したがって、内部密度はフーリエ変換を用いて

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int d\boldsymbol{k} \mathrm{e}^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \left[\exp\left(\frac{\nu^2\boldsymbol{k}^2}{4A}\right) \int d\boldsymbol{r}' \mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}'} \tilde{\rho}(\boldsymbol{r}')\right] \tag{2.72}$$

で得られる。これを式 2.68 に適用すると、

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{u}{\pi\nu^2}\right)^{\frac{3}{2}} & (\text{for } {}^4\text{He}) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{u}{\pi\nu^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(1 + 3(1-u) + 2u^2\frac{r^2}{\nu^2}\right) & (\text{for } {}^{16}\text{O}) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{u}{\pi\nu^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(20 - 30u + 15u^2 + 5u^2(4-u)\frac{r^2}{\nu^2} + 4u^4\frac{r^4}{\nu^4}\right) & (\text{for } {}^{40}\text{Ca}) \end{cases} \tag{2.73}$$

ここで、$u = A/(A-1)$(A は質量数)、ν は原子核半径を再現するように決定されたパラメータであり、$\nu({}^4\text{He}) = 1.4688\,\text{fm}$、$\nu({}^{16}\text{O}) = 1.7162\,\text{fm}$、$\nu({}^{40}\text{Ca}) = 1.9746\,\text{fm}$ である。

2.2.2 2 パラメータフェルミ分布

4.1 節の ^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb は、高密度でフェルミ縮退していると近似して、密度分布は 2 パラメータフェルミ (2pF) 分布

$$\rho_q(r) = \frac{\rho_{0q}}{1 + \exp[(r - R_0)/a)]} \, (q = p, n) \tag{2.74}$$

を取った。ここで、$R_0 = 1.12A^{1/3} - 0.86A^{-1/3}\text{fm}$, $a = 0.54\text{fm}$ であり [21]、ρ_{0q} は

$$4\pi \int_0^\infty dr r^2 \rho_q(r) = N_q \, (N_{p,n} = Z, N) \tag{2.75}$$

が成り立つように規格化した。

2.2.3 Woods-Saxon 平均場を用いた決定

4.2 節の陽子過剰な ${}^{9-11}$C は束縛が弱く、また、陽子半径と中性子半径の違いが重要となるので、この性質を取り込むために以下のような Woods-Saxon 平均場を用いて密度分布を求めた

$$V(r) = V_0 f(r) + V_1(\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s})r_0^2\frac{1}{r}\frac{df}{dr}(r) + V_C(r)\frac{1}{2}(1-\tau_3) \tag{2.76}$$

$$f(r) = \left\{1 + \exp\left(\frac{r - R_{WS}}{a_{WS}}\right)\right\} \tag{2.77}$$

$$R_{WS} = 1.2(N+6)^{1/3}\,\mathrm{fm},\ a_{WS} = 0.6\,\mathrm{fm} \tag{2.78}$$

$$\tau_3 = -1(\mathrm{proton}),\ 1(\mathrm{neutron}) \tag{2.79}$$

$$V_0 = -51 + 33\frac{N-6}{N+6}\tau_3 \tag{2.80}$$

$$V_1 = 22 - 14\frac{N-6}{N+6}\tau_3 \tag{2.81}$$

第 3 章

結果 1：反陽子-原子核散乱を用いた原子核密度分布の探索

3.1 $\bar{p}-N$ 散乱の Glauber 模型のパラメータ $\sigma_{NN}^{\mathrm{tot.}}$、$\beta_{\bar{N}N}$ の決定

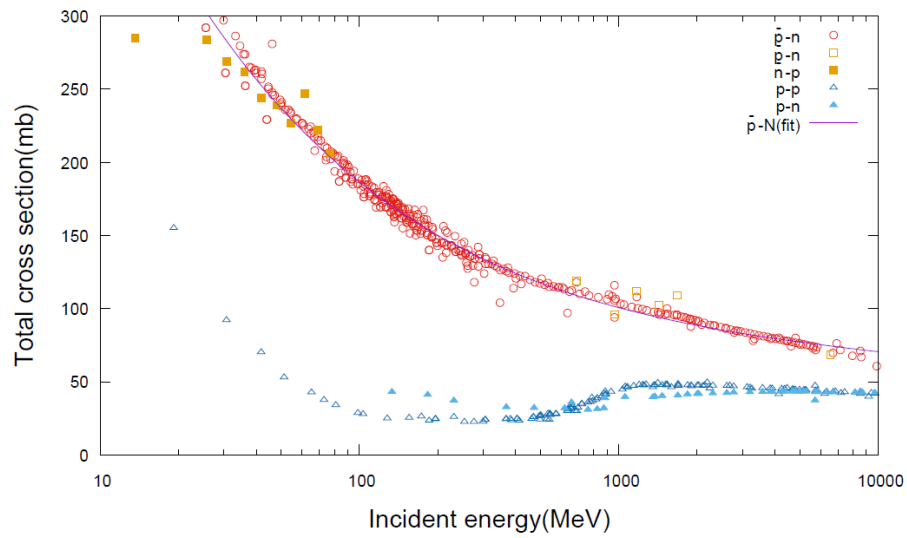

図 3.1　NN、$N\bar{N}$ 散乱の全断面積の実験値

図 3.1 は核子-核子散乱の全断面積の実験値 [12] をプロットしている。$p-p$ 散乱、$p-n$ 散乱、$\bar{p}-p$ 散乱で全断面積のエネルギー依存性は異なる ($\bar{p}-n$ 散乱と $\bar{n}-p$ 散乱はデータが少ないため詳細な依存性は不明であり、$\bar{p}-p$ 散乱とまとめて $N\bar{N}$ 散乱として扱う)。本研究で主に扱う $40 \approx 1000\,\mathrm{MeV}$ の範囲では $\sigma_{N\bar{N}}^{\mathrm{tot.}}$ が $\sigma_{NN}^{\mathrm{tot.}}$ より大きく、反陽子は陽子に比べ強い反応を示すプローブであると考えられる。

反陽子-核子散乱の全断面積 $\sigma_{N\bar{N}}^{\mathrm{tot.}}$ の実験データを計算で適用させるために、入射エネルギーの関数として求める。反陽子-中性子散乱は実験データが少ないため、陽子とまとめて反陽子-核子散乱として扱う。実験データを再現するように最小二乗法を用いて定式化した。陽子-核子散乱については [22] で

$$\sigma_{pp}^{\mathrm{tot.}} = \begin{cases} 19.6 + 42.53/E\ -\ 375/\sqrt{E} + 3.86 \times 10^{-\ 2}E & (\mathrm{for}\ E < 280\,\mathrm{MeV}) \\ 32.7\ -\ 5.52 \times 10^{-\ 2}E + 3.53 \times 10^{-\ 7}E^3 - \ 2.97 \times 10^{-\ 10}E^4 & (\mathrm{for}\ 280\,\mathrm{MeV} \leq E < 840\,\mathrm{MeV}) \\ 50.9\ -\ 3.8 \times 10^{-\ 3}E + 2.78 \times 10^{-\ 7}E^2 + 1.92 \times 10^{-\ 15}E^4 & (\mathrm{for}\ 840\,\mathrm{MeV} \leq E \leq 5\mathrm{GeV}) \end{cases} \tag{3.1}$$

$$\sigma_{pn}^{\mathrm{tot.}} = \begin{cases} 89.4 - 2025/\sqrt{E} + 19108/E - 43535/E^2 & (\text{for } E < 300\,\mathrm{MeV}) \\ 14.2 + 5436/E + 3.72 \times 10^{-5} E^2 - 7.55 \times 10^{-9} E^3 & (\text{for } 300\,\mathrm{MeV} \leq E < 700\,\mathrm{MeV}) \\ 33.9 + 6.1 \times 10^{-3} E - 1.55 \times 10^{-6} E^2 + 1.3 \times 10^{-10} E^3 & (\text{for } 700\,\mathrm{MeV} \leq E \leq 5\,\mathrm{GeV}) \end{cases} \tag{3.2}$$

でフィッティングされているが、式 3.1 の第 1 式と同様の形の関数を取って反陽子-核子散乱についてフィッティングすると、

$$\sigma_{\bar{p}N}^{\mathrm{tot.}} = 60.092 - 361.807/E + 1301.09/\sqrt{E} - 2.5882 \times 10^{-4} E (mb) (30\,\mathrm{MeV} \leq E \leq 10\,\mathrm{GeV}) \tag{3.3}$$

そこで、反陽子-原子核散乱の例として $\bar{p} - {}^{12}\mathrm{C}$ 散乱に Glauber 模型を適用し、全反応断面積を計算した結果を実験データと比較することで $\beta_{\bar{p}N}$ の値を求める。簡単のため、$\alpha_{\bar{N}N} = 0$ と仮定する。まず、$\beta_{\bar{p}N}$ がゼロレンジ、すなわちプロファイル関数が

$$\Gamma_{\bar{N}N}(\boldsymbol{b}) = \frac{1}{2} \sigma_{\bar{N}N}^{\mathrm{tot.}} \delta(\boldsymbol{b}) \tag{3.4}$$

となると仮定して計算した結果、図 3.2 の zero-range の線のようになり、実験結果とは一致しなかった。

よって、$\beta_{\bar{p}N}$ は有限であり、これを入射エネルギーに依存する関数と仮定し、

$$\beta_{\bar{p}N}(E) = b_1 + b_2/E + b_3/\sqrt{E} \tag{3.5}$$

とおいた。

実験データを再現できるように定めた $\beta_{\bar{p}N}$ を用いて全断面積を計算した結果を図 3.2 に示した。実験結果が 100-200MeV の範囲で分散しているので、それぞれ [8] と [10](Set 1)、[9] と [10](Set 2)、[8–10](Set 3) の実験結果に合わせて決定した 3 セットの $\beta_{\bar{p}N}$ を用意した。それぞれのセットについて式 3.5 における b_1, b_2, b_3 の値は表 3.1 に示されている。

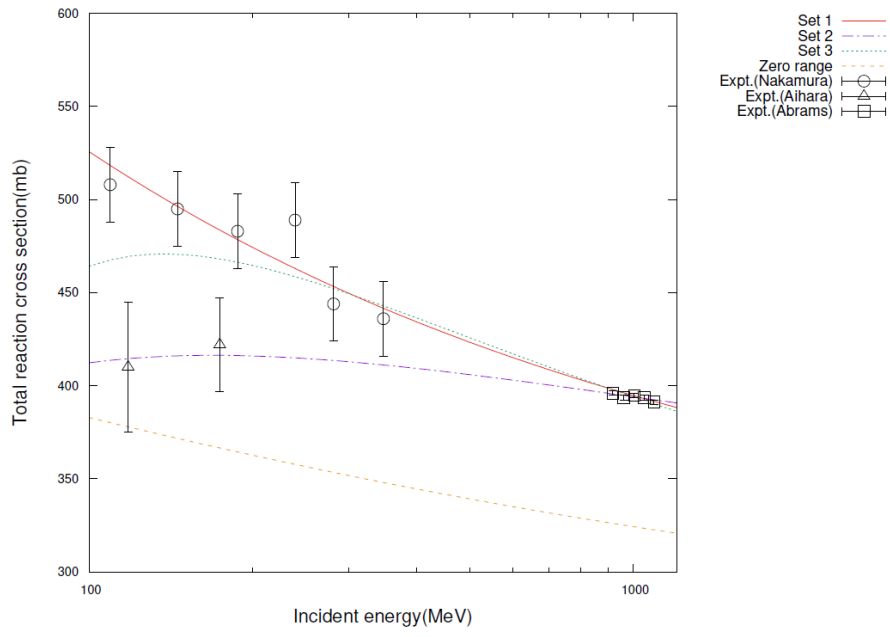

図 3.2　$\bar{p} - {}^{12}\mathrm{C}$ 散乱の全反応断面積の実験データ [8–10] と $\beta_{\bar{p}N}$ が Set 1-3 及びゼロレンジの場合の計算。ゼロレンジでは実験データとは一致した結果は得られず、実験データを再現するように有限の $\beta_{\bar{p}N}$ を定めた。

表 3.1　フィッティングした Set 1-3 の $\beta_{\bar{p}N}$ における式 3.5 の係数

	$b_1(\mathrm{fm}^2)$	$b_2(\mathrm{fm}^2\mathrm{MeV})$	$b_3(\mathrm{fm}^2\mathrm{MeV}^{1/2})$
Set 1	0.4242	-4.516×10^{-5}	4.516
Set 2	0.7402	5.799×10^{-5}	-5.799
Set 3	0.1483	-4142.1	17.40

$\beta_{\bar{p}N}$ の値を定めた反陽子散乱の Glauber 模型の妥当性を検証するために、微分断面積を計算し、実験データ [11] と比較した。$\bar{p}-^{12}$C、$\bar{p}-^{16}$O、$\bar{p}-^{40}$Ca の 3 つの散乱について、3 つのパラメータセット及びゼロレンジで計算した結果と実験結果を図 3.3 に示した。計算結果は実験データをよく再現しており、特に Set1 がもっともよく再現されている。以降 Set1 を採用する。

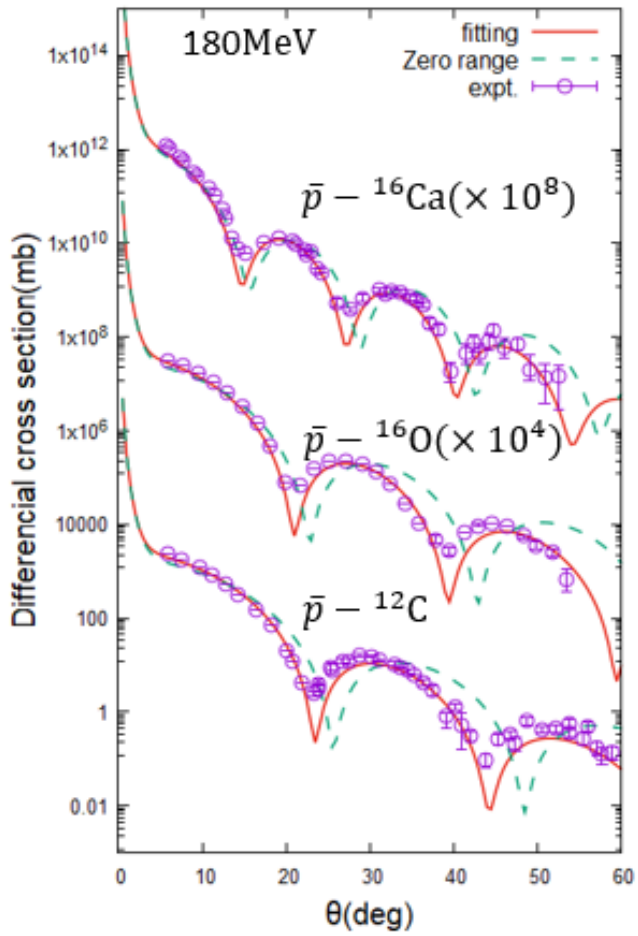

図 3.3　$\bar{p}-^{12}$C、$\bar{p}-^{16}$O、$\bar{p}-^{40}$Ca 散乱の微分断面積 (入射エネルギー 180MeV) の実験データと $\beta_{\bar{p}N}$ が Set1-3 及びゼロレンジの場合の計算結果。計算結果は実験データをよく再現しており、特に Set1 がもっともよく再現されている。

この章では $\alpha_{\bar{N}N}=0$ と仮定しているが、5.1 節で $\alpha_{N\bar{N}}$ の値を求める。

3.2　陽子散乱と反陽子散乱の反応率の比較

反陽子散乱が陽子散乱と比較して原子核密度に対してどのような感度を持つか調べるために、反応率

$$P(\boldsymbol{b}) = 1 - |\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}|^2 \tag{3.6}$$

を調べた。$p(\bar{p})-^{12}$ C、$p(\bar{p})-^{40}$ Ca の散乱について、ある衝突径数 b に対し反応率 $P(b)$ と標的核の密度分布の中心密度に対する割合 $\rho_m(b)/\rho_0$ を対応させてプロットする。その結果が図 3.5 である。すると、反陽子散乱をについて、密度の割合が 0.5 程度までででは反応率が飽和し、密度が中心の 10^{-4} にまで広がっている。反応率が 0.5 となるところに注目すると、陽子散乱は ^{40}Ca で中心密度の 0.2 程度、^{12}C で 0.4 程度であるのに対し、反陽子散乱はそのさらに 1/10 程度、すなわち 10^{-2} のオーダーであることが分かった。このことから、陽子散乱では中心密度の 10^{-1}、すなわち原子核半径程度までの反応に感度があるのに対し、反陽子散乱では中心密度の 10^{-2} 程度さらに希薄な密度領域、密度分布の末端にまで感度があることが分かる。

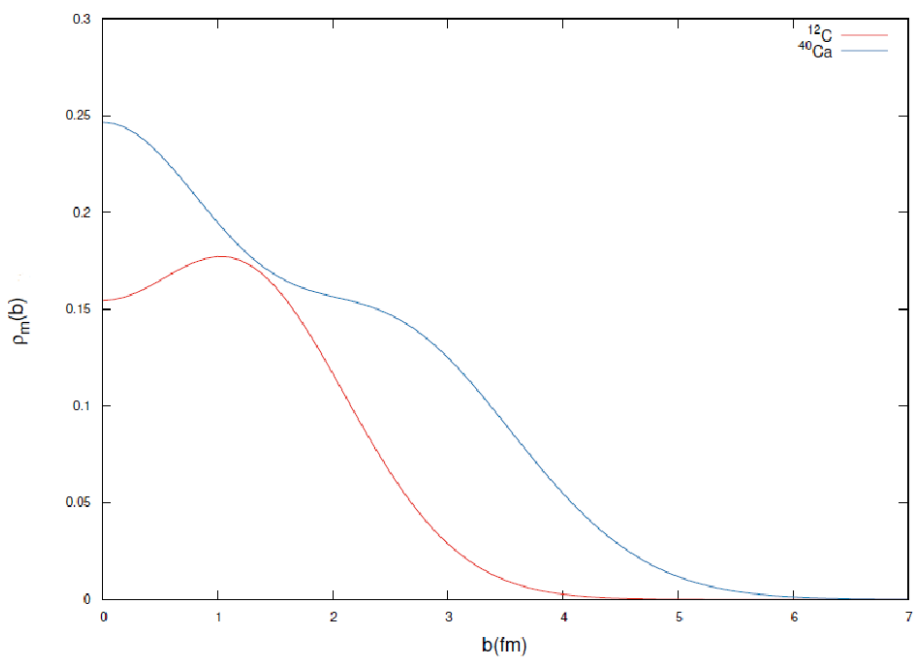

図 3.4　^{12}C、^{40}Ca の密度分布

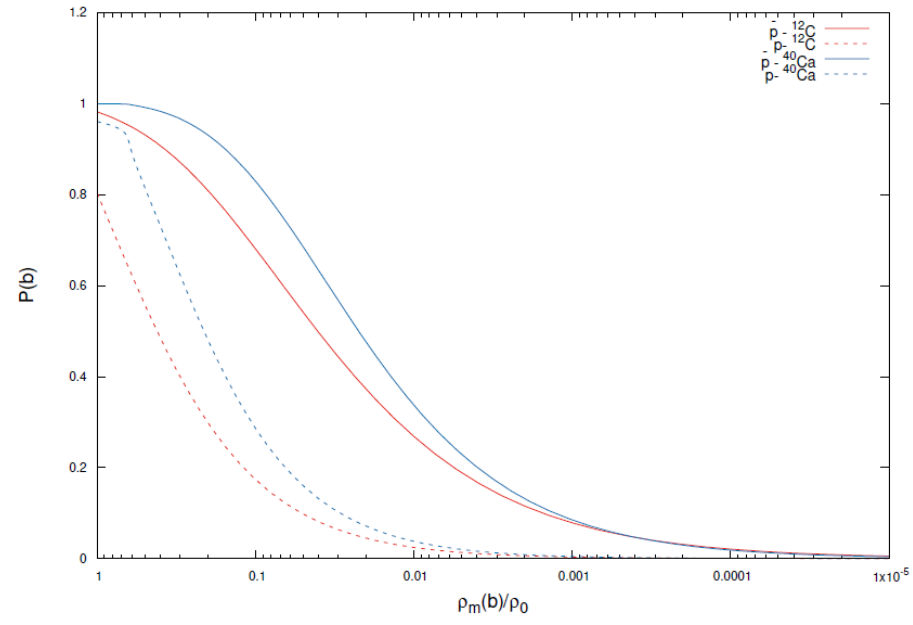

図 3.5　$p(\bar{p})-^{12}$ C、$p(\bar{p})-^{40}$ Ca の散乱について、反応率 $P(b)$ と標的核の密度分布の中心密度に対する割合 $\rho_m(b)/\rho_0$ の関係。陽子散乱では中心密度の 1/10 程度、反陽子散乱では中心密度の 1/100 程度にまで感度があることが分かる。

3.3　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (^{12}C, ^{16}O, ^{40}Ca)

反陽子散乱に適用できる Glauber 模型が定められたので、様々な原子核について反陽子-原子核散乱と陽子-原子核散乱の全反応断面積を計算する。

まず、^{12}C, ^{16}O, ^{40}Ca について反陽子-核子散乱の全反応断面積の陽子-核子散乱の全反応断面積に対する比 $(\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)})$ を図 3.6 にプロットした。

反陽子と陽子の全反応断面積の割合を比較すると、^{40}Ca の割合が他の 2 つと比較して小さいことがわかる。前述のように、反陽子散乱は陽子散乱に比べて原子核表面の反応に敏感である。すなわち、原子核表面については反陽子散乱の陽子散乱に対する全反応断面積の増大が大きい。一方、原子核内部については陽子散乱でもすでに反応率が飽和しており、全反応断面積の増大は小さい。よって、軽い核は表面に多く核子が占めるので全反応断面積の大きく増大する一方で、^{40}Ca のような内部領域にもある程度核子を持つ核ではあまり増大しないという大きさ依存性が見られる。

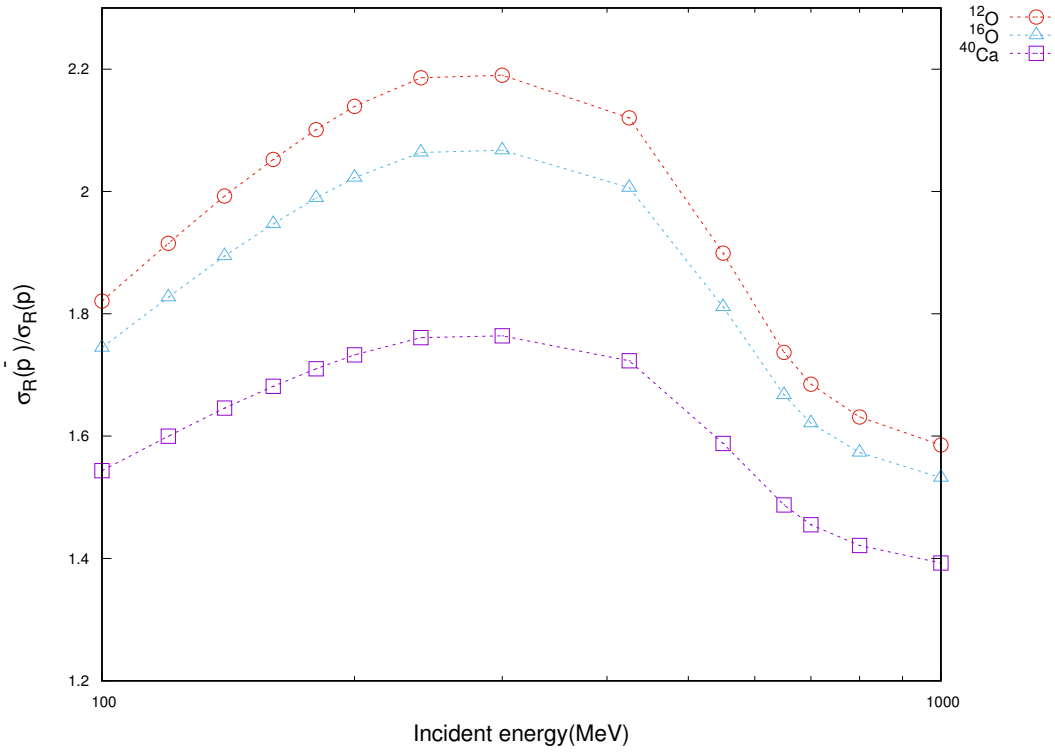

図 3.6　^{12}C、^{16}O、^{40}Ca の原子核の散乱の $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$

3.4　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (一般的な原子核)

議論を拡張するために質量数 $A = 40 - 240$ の原子核について 2 パラメータフェルミ (2pF) 密度分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a}\right)} \tag{3.7}$$

をおく。各パラメータは、まず原子核表面のぼやけを示すパラメータ a にある値を与え、質量数 A 及び平均二乗根半径 $\sqrt{\frac{3}{5}}1.2 \times A^{\frac{1}{3}}$ について規格化することで R_0 と ρ_0 を定めた。

$a = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ として密度を設定し、$\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ を計算した。結果は図 3.7 である。$a = 0.2$ では $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ はほぼ 1 であるが、それ以外については ^{12}C, ^{16}O, ^{40}Ca の場合と同様に同じ a では重い核ほど $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ が小さくなる。また、a が大きいほど $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ は大きくなる。

この a 依存性より、反陽子散乱と陽子散乱の両方の全反応断面積を調べ比較することによって、原子核表面のぼやけを調べることができると考えられる。

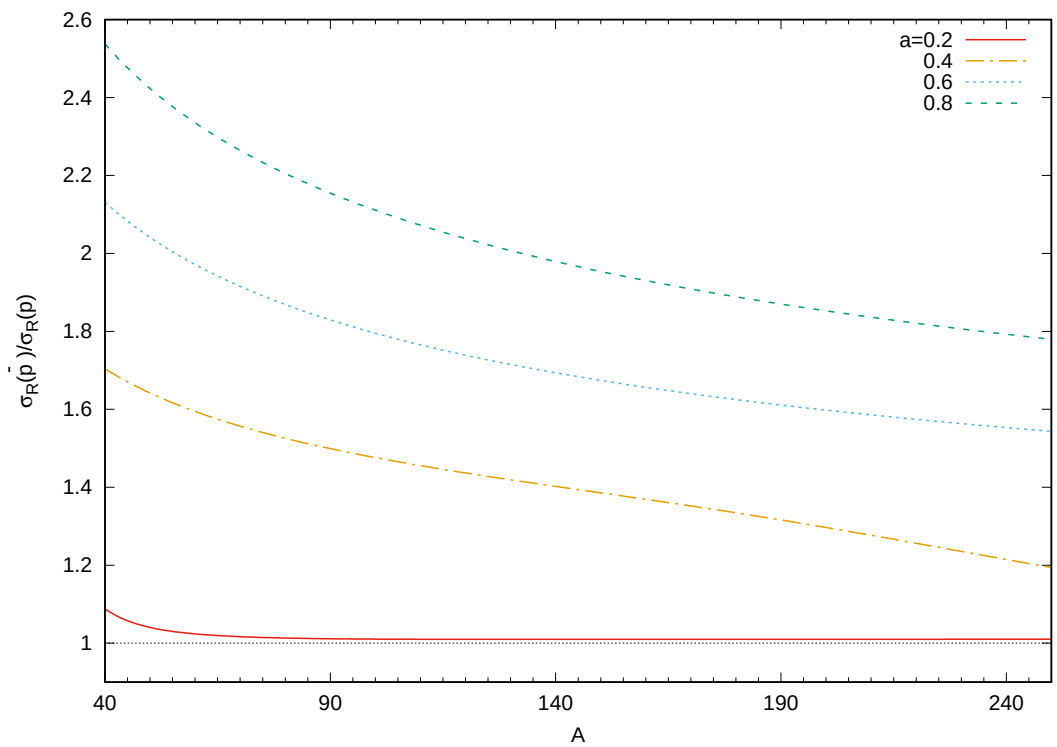

図 3.7　2pF 密度分布の原子核の散乱の $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$

3.5　反陽子散乱と陽子散乱の全反応断面積 (中性子ハロー核)

次に、^{22}C($^{20}\mathrm{C}+n+n$ の 2 中性子ハロー核) を扱う。

^{20,22}C の密度分布を調和振動子密度で表すと $\tilde{\rho}(r)$(重心を含めた密度) は式 2.64 を用いて

$$\tilde{\rho}=\begin{cases}\frac{1}{4\pi}[4R_{00}^2+10R_{01}^2+6R_{02}^2] & (\text{for}^{20}\mathrm{C})\\ \frac{1}{4\pi}[4R_{00}^2+10R_{01}^2+6R_{02}^2+2R_{10}^2] & (\text{for}^{22}\mathrm{C})\end{cases} \tag{3.8}$$

[24] の $^{20,22}\mathrm{C}-^{12}\mathrm{C}$ 散乱の全反応断面積の実験データを再現するように ^{20,22}C の密度分布に現れるパラメータ ν を決定し、$\nu_{20C}=1.9166\mathrm{fm}, \nu_{22C}=2.0748\mathrm{fm}$ であった。また、以下の Woods-Saxon ポテンシャル

$$\rho(r)=\frac{V_0}{1+\exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)} \tag{3.9}$$

を考える。こちらはある R_0, a でシュレディンガー方程式を解き、$^{22}\mathrm{C}-^{12}\mathrm{C}$ 散乱の全反応断面積の実験データを再現するように V_0 を決定した。$R_0=r_0\times A^{1/3}, r_0=1.25, a=0.65$ として計算し、$V_0=38.0713$ であった。その際の 2 中性子の密度を調和振動子密度の ^{20}C の密度に足して ^{22}C の密度とした。これらの用意した 3 つの原子核、調和振動子 (HO:Harmonic oscillator) 密度による ^{20,22}C、$r_0=1.25, a=0.65$ の Woods-Saxon(WS) ポテンシャルの ^{22}C について密度分布は図 3.8 のようになった。図からわかるように、Woods- Saxon ポテンシャルより求めた ^{22}C は他の 2 つと比較すると表面での密度の違いが顕著である。これは 2 中性子ハローの生成を示すものであると考えられる。これらの $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ を計算した結果は図 3.9 のようになった。調和振動子密度の ^{22}C と ^{20}C の結果は大

きく変わらないのに対し、ハローを形成する Woods-Saxon ポテンシャルより求めた ^{22}C は入射エネルギー 200MeV 以上においてそれらより $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ が大きくなった。このように、ハロー原子核におけるハロー形成の有無のような原子核表面外縁部の密度分布の特徴を $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$ を調べることで知ることができると考えられる。

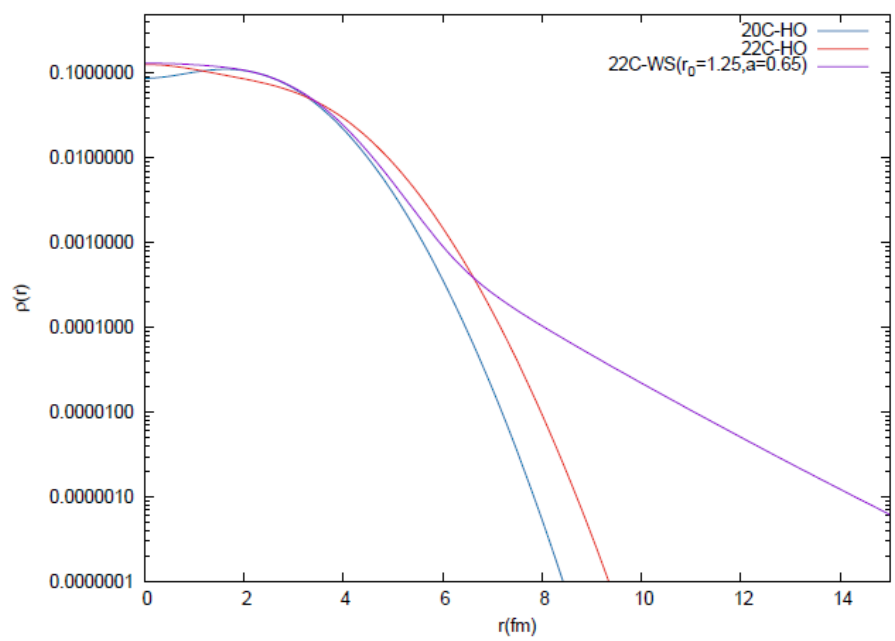

図 3.8　^{20,22}C の密度分布。Woods-Saxon(WS) ポテンシャルより求めた ^{22}C は調和振動子 (HO) 密度による ^{20,22}C と比較すると表面に中性子ハローによるものと考えられる大きな密度分布が見られる。

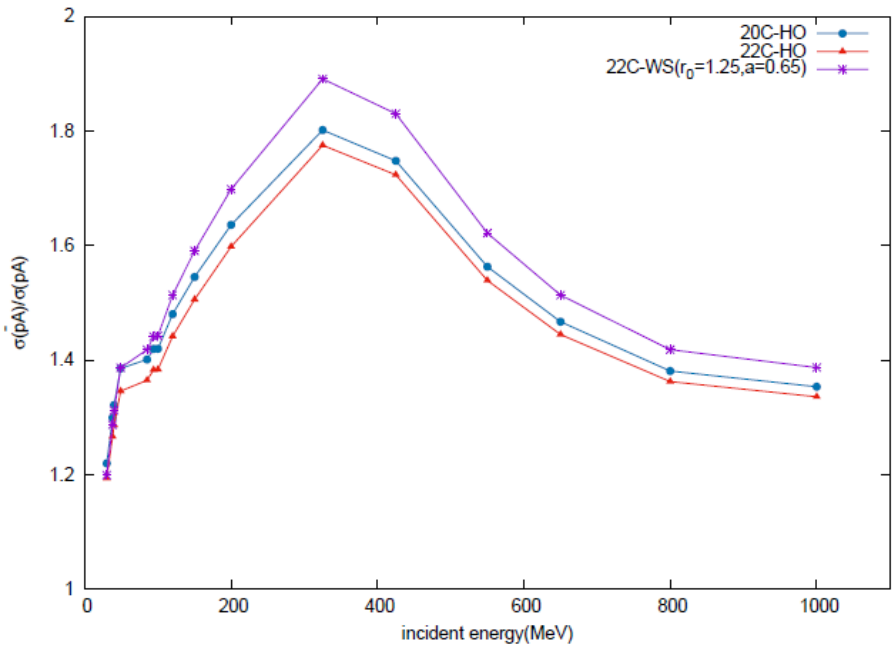

図 3.9　$p(\bar{p})-^{20,22}$ C の散乱の全反応断面積比 $\sigma_{R(\bar{p}A)}/\sigma_{R(pA)}$。Woods-Saxon(WS) ポテンシャルより求めた ^{22}C が調和振動子 (HO) 密度による ^{20,22}C と比べ大きな断面積比が得られた。

第 4 章

結果 2：高エネルギー衝突での不完全吸収反応

この章では、まず、原子核散乱における不完全吸収反応について、その性質を明らかにする。Glauber 模型を用いて ^{12}C - 原子核散乱や陽子 - 原子核散乱の反応率を計算し、吸収の不完全性を定量化する。次に、不完全吸収反応によって起きる現象の例として、C 同位体の陽子過剰核の ^{12}C 散乱や陽子散乱の全反応断面積を取り上げ、不完全吸収反応が核半径と全反応断面積の関係へ及ぼす影響について議論する。

4.1 中重核の散乱における不透明度

^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb について、p 散乱と ^{12}C 散乱について反応率 $P(\boldsymbol{b}) = 1 - \left|\mathrm{e}^{i\chi(\boldsymbol{b})}\right|^2$ を計算した。これらの標的核の密度は 2.2.2 項で述べたように 2 パラメータフェルミ (2pF) 分布

$$\rho_q(r) = \frac{\rho_{0q}}{1 + \exp[(r - R_0)/a)]} \, (q = p, n) \tag{4.1}$$

を用いた。

反応率をプロットしたものが図 4.1 である。$p - ^{40}$ Ca 散乱を除いて、反応率はある b までは 1 で飽和しており、それから b が大きくなるにしたがって徐々に減少している。ここで、反応率が飽和する部分と減少していく部分の境界として、$P(S) = 0.99$ となる半径を S とし、境界半径と呼ぶことにする。すると、図 4.2 のように、半径 S 以下の内部と半径 S 以上の表面で、反応が完全吸収となる部分 σ_{comp} と不完全吸収となる部分 σ_{incomp} に分けることができ、$\sigma_{\mathrm{comp}} = \pi S^2$ である。

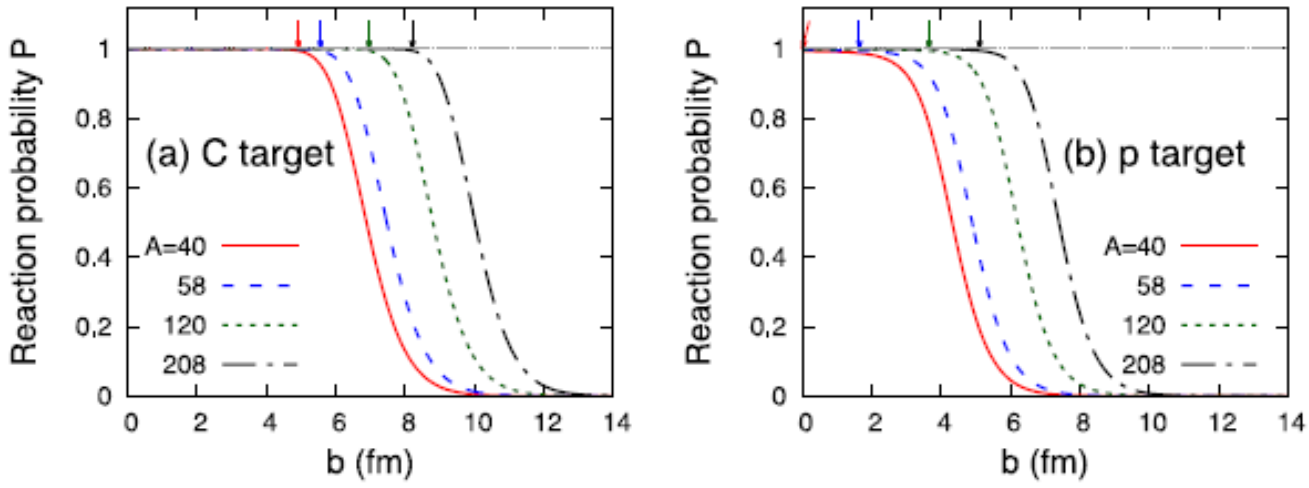

図 4.1　^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb の p 散乱と ^{12}C 散乱の入射エネルギー 1000MeV での反応率、それぞれの反応における境界半径 S を矢印で示した。([23] より引用)

反応が全て完全吸収である仮定する場合、その半径は $R = \sqrt{\sigma_R/\pi}$ であり、その反応率は図 4.2 の矩形のようになる。$\sigma_R = \pi R^2$ であるから、$\sigma_{\text{incomp}} = \pi R^2 - \pi S^2 = \pi R^2 \left(1 - \left(\frac{S}{R}\right)^2\right)$ となる。

これより、$\sigma_{\text{comp}} = \pi S^2$ の $\sigma_R = \pi R^2$ の占める割合が散乱の透明性を表す指標になりうると考えることができる。

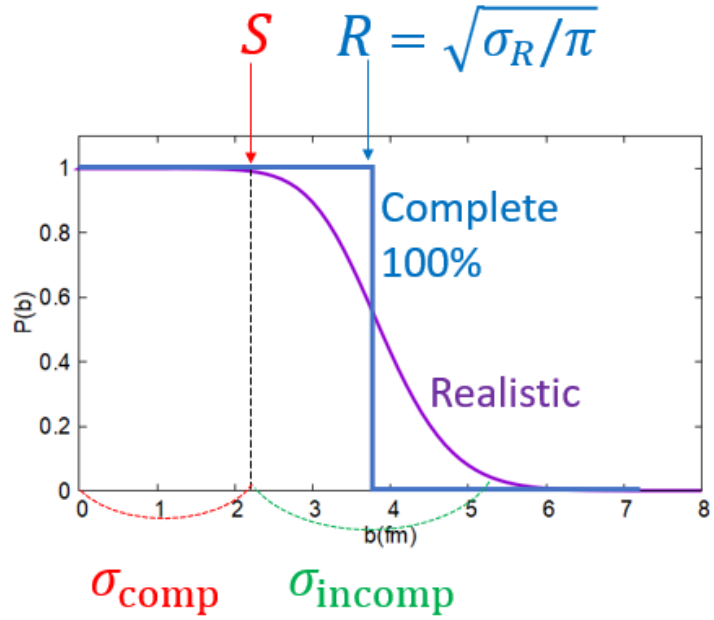

図 4.2　一般的な原子核反応の場合と完全吸収の場合の反応率の比較。$P(S) = 0.99$ となる半径を S とすると、半径 S の内外で完全吸収と不完全吸収の部分に分けて考えることができる。完全吸収の場合の半径は $R = \sqrt{\sigma_R/\pi}$ である。

そこで、S/R を不透明度というパラメータとして導入する。$S/R = 1$ であれば $\sigma_{\text{comp}} = \sigma_R$ で全ての反応が完全吸収となり、逆に $S/R = 0$ であれば $\sigma_{\text{imcomp}} = \sigma_R$ で全ての反応が不完全吸収となるため、その反応がどれほど完全吸収に近いかを示す指標になる。

図 4.3,4.4 のように、不透明度 S/R の p 散乱と ^{12}C 散乱のエネルギー依存性を求めた。^{12}C 散乱では $S/R = 0.68 \sim 0.84$ 程度で、ある程度の割合で完全吸収が起きている。また、散乱に用いる原子核が重いものほど不透明度も高くなることがわかる。一方で、p 散乱は $A = 208$ では高い S/R の値が見られる

が、$A = 40, 58$ では全体的に低く、エネルギー領域によっては $S/R = 0$、すなわち不完全吸収が 100% 占める状態となった。

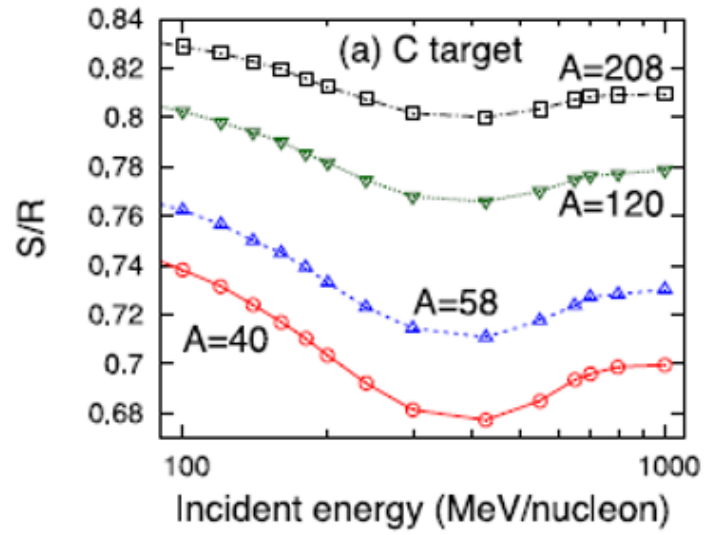

図 4.3　^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb の ^{12}C 散乱の不透明度のエネルギー依存性 ([23] より引用)

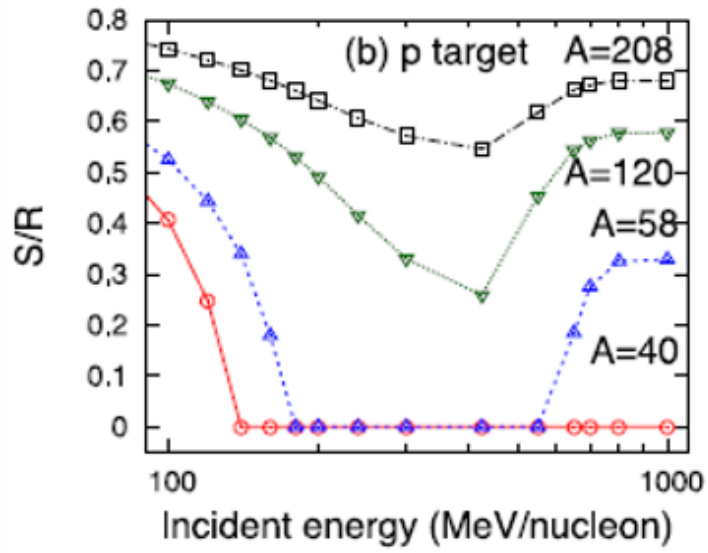

図 4.4　^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb の p 散乱の不透明度のエネルギー依存性 ([23] より引用)

さらに、α 散乱と $\bar{p}$ 散乱についての S/R 値を調べた (4.5)。α 散乱については、^{12}C 散乱の結果と比較すると、挙動はほぼ同じであるが、S/R 値の大きさ自体は小さくなっている。α の大きさが小さいため、完全吸収が発生する半径が小さくなり、S 値は R に比べて比較的小さくなったと考えられる。$\bar{p}$ 散乱については、p 散乱や原子核散乱とは異なる挙動を示した。これは $\sigma^{\mathrm{tot.}}_{N\bar{N}}$ のエネルギー依存性が $\sigma^{\mathrm{tot.}}_{NN}$ のものとは異なるためである。1 核子散乱であるが、S/R 値の大きさは α 散乱と同程度である。これは $\sigma^{\mathrm{tot.}}_{N\bar{N}}$ の値が大きく、有効相互作用範囲が大きいことが反映された結果であると考えられる。

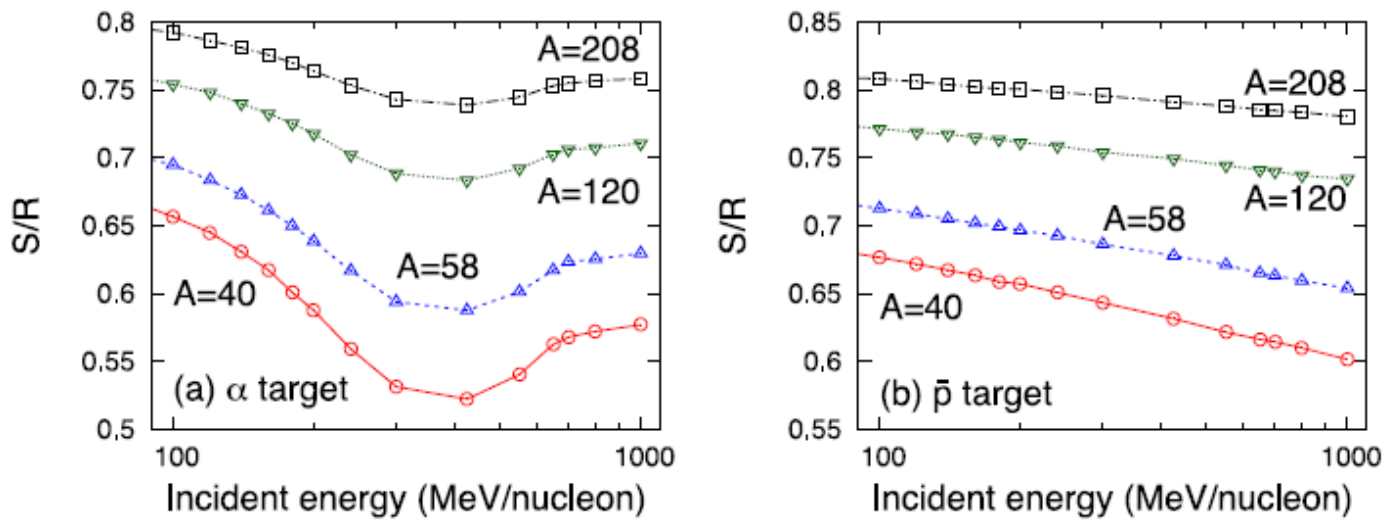

図 4.5　^{40}Ca、^{58}Ni、^{120}Sn、^{208}Pb の $\alpha, \bar{p}$ 散乱の不透明度のエネルギー依存性 ([23] より引用)

4.2　陽子過剰炭素同位体を用いた全反応断面積と原子核半径の関係の探索

不完全吸収反応によって起きる現象として陽子過剰炭素同位体を取り上げる。陽子過剰炭素同位体として $^{9-11}$C を用い、その密度分布は Woods-Saxon 平均場を用いて求めた。(2.2.3 項)

図 4.6 のように、^{11}C は ^{12}C より半径が小さいが、$A = 11, 10, 9$ と質量数が減るにしたがって半径は増大している。一方で、図 4.7 の $A = 11, 10, 9$ の全反応断面積を見ると、^{12}C 散乱については半径と同様に断面積が増大するのに対して、p 散乱は断面積が減少している。

表 4.1　陽子過剰炭素同位体の陽子半径、中性子半径、物質半径及び ^{12}C 散乱の全反応断面積

	r_p(fm)	r_n(fm)	r_m(fm)	σ_R(Theo.)	σ_I(Expt.)
^{9}C	2.70	1.94	2.48	818	834±18(～720)
					812±13(680)
^{10}C	2.45	2.07	2.30	797	795±12(～720)
^{11}C	2.20	2.06	2.13	771	778±40(～730)
					772±23(700)

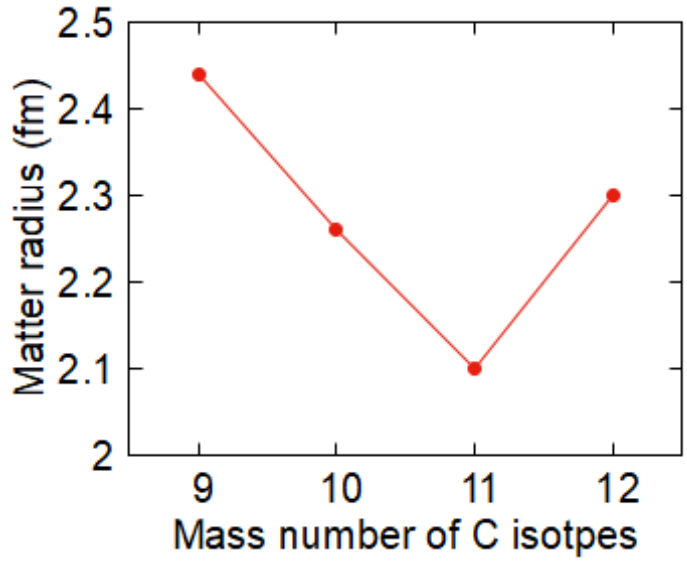

図 4.6　$^{9-11}$C の物質半径

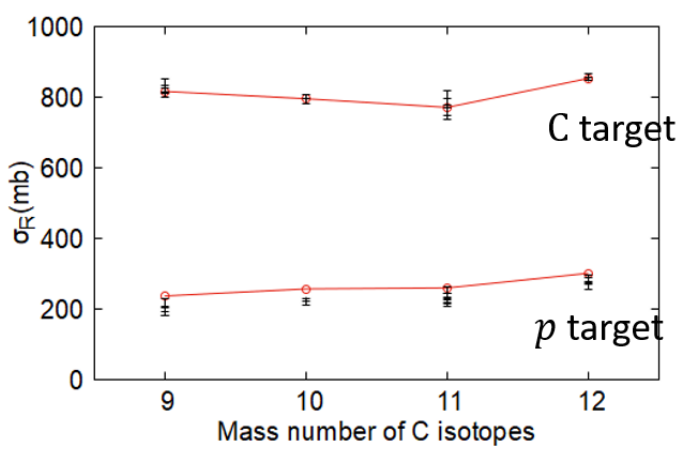

図 4.7　$^{9-11}$C の p 散乱、^{12}C 散乱の全反応断面積

平均二乗根半径が 2.30fm の ^{10}C を基準として、平均二乗根半径が 2.10fm, 2.50fm となるようにスケーリングした ^{10}C と、平均二乗根半径が ^{10}C と同じ 2.30fm となるようにスケーリングした ^{9,11}C、すなわち ^{10}C の中性子数を変えずに半径だけ ± 0.20 fm したものと、半径を変えずに中性子数を ± 1 したものについて、^{12}C 散乱と p 散乱の全反応断面積を計算し、元の ^{10}C との増減 $\Delta\sigma$ を表 4.2 にまとめた。

^{12}C 散乱については、半径変化による $|\Delta\sigma|$ が中性子数変化によるものより大きいのに対して、p 散乱については、中性子数変化による $|\Delta\sigma|$ が半径変化によるものより大きい。すなわち、$p-$C 散乱のような軽い原子核同士の衝突では、中性子数による断面積変化が半径による影響を上回ることで $^{9-11}$C の全反応断面積は ^{12}C に対して増加しないと考えられる。

表 4.2　^{10}C から粒子数を固定して半径を ±0.2fm 変化させた場合と半径を固定して中性子数を ±1 個変化させた場合の ^{12}C 散乱と p 散乱の全反応断面積の変化

	r_m(fm)	$\Delta\sigma_R$(C)	$\Delta\sigma_R(p)$
^{10}C	2.30	-	-
$+0.2$fm	2.50	62	14
-0.2fm	2.10	-59	-17
$+1n$	2.30	19	23
$-1n$	2.30	-21	-26

次に先程の ^{10}C(r_m = 2.30, 2.10, 2.50) と ^{9,11}C(r_m = 2.30) について、反応率を調べ、100 MeV/nucleon の結果を図 4.8 にプロットした。^{12}C 散乱の境界半径は S = 3.4fm で、S より内部は完全吸収であり反応率が飽和しているため、半径や中性子数の変化による影響はほとんどない。S よりも外側の部分については、半径や中性子数の増減に伴って反応率も増減しており、特に半径変化による増減が大きいことがわかる。一方、p 散乱は全て不完全吸収 ($S = 0$) であるため、全領域で半径や中性子数の変化の影響を受ける。中性子数が増減する場合、反応率も全領域で増減しているが、半径の増減の場合に注目すると、表面付近 ($b \approx 4$ fm) では同様に増減しているが、内部領域 ($b \approx 1$ fm) ではその増減が逆転しており、この打ち消しによって断面積変化が小さくなる。これは粒子数が変化しないまま半径が変化しているため、原子核の内部と表面で逆の変化が起きるためであり、内部領域の反応率が飽和していない p 散乱のみこの影響を受ける。^{12}C 散乱と p 散乱ではこのような反応率の変化の違いがあるため、全反応断面積の半径依存性も異なる。

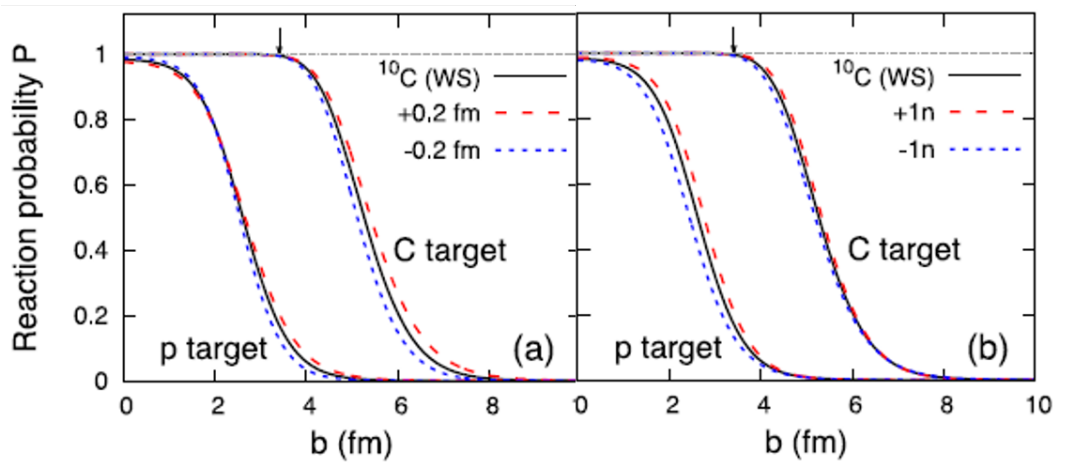

図 4.8　^{10}C から中性子数を固定して半径を ±0.2fm 変化させた場合と半径を固定して中性子数を ±1 個変化させた場合の ^{12}C 散乱と p 散乱の全反応断面積の変化 ([23] より引用)

第 5 章

結果 3：2 クラスター原子核における蝕効果

この章では、2 クラスター原子核の蝕効果について議論する。^{8}Be(^{4}He +^{4} He) や ^{44}Ti(^{4}He +^{40} Ca) といった 2 クラスターの構造を取る原子核について、Glauber 模型を 2 クラスター原子核の用いて全反応断面積を計算し、それぞれのクラスターでの散乱の断面積の和と比較し、断面積の減少が発生しているか調べる。断面積の減少度が 2 クラスター原子核のクラスター間距離に依存してどのように変化するかを調べる。また、その結果を、2 クラスター原子核を古典的な 2 つの剛体球とみなした場合の全反応断面積の結果と比較することにより、蝕効果の有無およびその性質について議論する。

5.1　$\bar{p} - N$ 散乱の Glauber 模型のパラメータ $\alpha_{\bar{N}N}$ の決定

2 クラスター原子核に対する Glauber 模型を用いた $\bar{p} - d$ 散乱の全断面積計算を用いて、$\alpha_{\bar{p}N}$ を調整して全断面積を計算し、実験データを再現するような値を決定した。

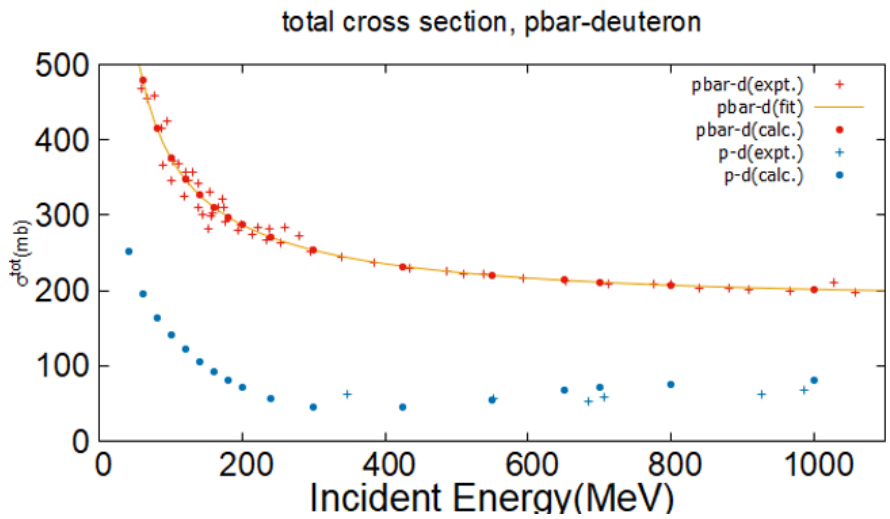

図 5.1　$\bar{p} - d$ 散乱の全断面積

求めた $\alpha_{N\bar{N}}$ を入射エネルギーについての関数形になるようにフィッティングすると

$$\alpha_{N\bar{N}} = 2.20197 + 207.558/E - 21.2639/\sqrt{E} \tag{5.1}$$

となる。

5.2　2 クラスター原子核を用いた散乱の全反応断面積

1 クラスターの原子核に対する Glauber 模型を用いた全反応断面積の計算では位相差関数として $\mathrm{e}^{i\chi_c(\boldsymbol{b})}$ を用いたが、これを 2 クラスター原子核に拡張する。図 5.2 は入射核と 2 クラスターの標的核 (c_1, c_2 とする) を入射方向に垂直な 2 次元平面で射影した図である。入射核とから見た標的核の重心の相対座標を $\boldsymbol{r}$、標的核のクラスター c_2 から見た c_1 の相対座標を $\boldsymbol{R}_{12}$ とする。c_1, c_2 の質量をそれぞれ m_1, m_2 としたとき、入射核から見た c_1, c_2 の相対座標はそれぞれ $\boldsymbol{r}_{T_1} = \boldsymbol{r} + \frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{R}_{12}, \boldsymbol{r}_{T_2} = \boldsymbol{r} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{R}_{12}$ である。

入射方向を z 軸とすると、xy 平面上で入射核とから見た標的核の重心の相対座標を $\boldsymbol{b}$(すなわち $\boldsymbol{r} = (\boldsymbol{b}, z)$)、標的核のクラスター c_2 から見た c_1 の相対座標を $\boldsymbol{s}$ とする。入射核から見た c_1, c_2 の相対座標はそれぞれ $\boldsymbol{b}_{T_1} = \boldsymbol{b} + \frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}, \boldsymbol{b}_{T_2} = \boldsymbol{b} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}$ である。

また、c_2 から見た c_1 の (3 次元の) 相対座標 $\boldsymbol{R}_{12}$ は波動関数 $\Psi(\boldsymbol{R}_{12})$ を取り、$|\Psi(\boldsymbol{R}_{12})|^2$ の確率で分布しているものとする。

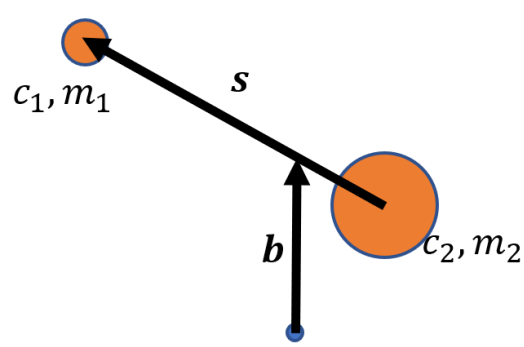

図 5.2　2 クラスター原子核の散乱の概略図。入射方向に垂直な平面上で入射核とから見た標的核の重心の相対座標を $\boldsymbol{b}$、標的核のクラスター c_2 から見た c_1 の相対座標を $\boldsymbol{s}$ とすると、入射核から見た c_1, c_2 の相対座標はそれぞれ $\boldsymbol{b}_{T_1} = \boldsymbol{b} + \frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}, \boldsymbol{b}_{T_2} = \boldsymbol{b} - \frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}$ である。

式 2.42 を拡張し、$\boldsymbol{b}$ を各クラスターの重心の衝突径数の $\boldsymbol{b}_{T_1}, \boldsymbol{b}_{T_2}$ に置き換えてそれぞれの位相差関数の重ね合わせとする。さらに、$\boldsymbol{b}_{T_1}, \boldsymbol{b}_{T_2}$ は $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{R}_{12}$ によって決定されるので、$\boldsymbol{R}_{12}$ についても期待値を取る。これらを踏まえると、2 クラスター原子核の位相差関数は以下のように計算される。

$$\exp\left(i\chi(\boldsymbol{b})\right) \approx \left\langle \exp\left(\left\langle -\sum_{i\in P}\sum_{j\in T_1}\Gamma(\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{s}_j+\boldsymbol{b}_{T_1}) - \sum_{i\in P}\sum_{j\in T_2}\Gamma(\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{s}_j+\boldsymbol{b}_{T_2}) \right\rangle_{\boldsymbol{r}} \right) \right\rangle_{\boldsymbol{R}_{12}} \tag{5.2}$$

$$\left\langle \left(\left\langle -\sum_{i\in P}\sum_{j\in T_1}\int\int d\boldsymbol{r}_{T_1}d\boldsymbol{r}_P\delta(\boldsymbol{r}_P-\boldsymbol{r}_i)\delta(\boldsymbol{r}_{T_1}-\boldsymbol{r}_j)\Gamma(\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{s}_j+\boldsymbol{b}_{T_1}) \right. \right. \tag{5.3}$$

$$\left. \left. -\sum_{i\in P}\sum_{j\in T_2}\int\int d\boldsymbol{r}_{T_2}d\boldsymbol{r}_P\delta(\boldsymbol{r}_P-\boldsymbol{r}_i)\delta(\boldsymbol{r}_{T_2}-\boldsymbol{r}_j)\Gamma(\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{s}_j+\boldsymbol{b}_{T_2}) \right\rangle_{\boldsymbol{r}} \right) \right\rangle_{\boldsymbol{R}_{12}} \tag{5.4}$$

$$= \left\langle \exp\left(-\int\int d\boldsymbol{r}_{T_1}d\boldsymbol{r}_P\rho_{T_1}(\boldsymbol{r}_{T_1})\rho_P(\boldsymbol{r}_P)\Gamma(\boldsymbol{s}_P-\boldsymbol{s}_{T_1}+\boldsymbol{b}+\frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}) \right. \right. \tag{5.5}$$

$$\left. \left. -\int\int d\boldsymbol{r}_{T_2}d\boldsymbol{r}_P\rho_T(\boldsymbol{r}_{T_2})\rho_P(\boldsymbol{r}_P)\Gamma(\boldsymbol{s}_P-\boldsymbol{s}_{T_2}+\boldsymbol{b}-\frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}) \right) \right\rangle_{\boldsymbol{R}_{12}} \tag{5.6}$$

$$= \left\langle \exp\left(i\chi_{c_1}\left(\boldsymbol{b}+\frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}\right) + i\chi_{c_2}\left(\boldsymbol{b}-\frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s}\right) \right) \right\rangle_{\boldsymbol{R}_{12}} \tag{5.7}$$

よって、$\boldsymbol{R}_{12}$ を単に r とおいて、

$$\int d\boldsymbol{r}|\Psi_{c_1c_2}(\boldsymbol{r})|^2 \mathrm{e}^{i\chi_{c_1}(\boldsymbol{b}+\frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s})+i\chi_{c_2}(\boldsymbol{b}-\frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s})} \tag{5.8}$$

と書くことができ、全反応断面積は

$$\sigma^R_{c_1c_2} = \int d\boldsymbol{b}P_{c_1c_2}(\boldsymbol{b}) \tag{5.9}$$

$$P_{c_1c_2}(\boldsymbol{b}) = 1 - \left| \int d\boldsymbol{r}|\Psi_{c_1c_2}(\boldsymbol{e})|^2 \mathrm{e}^{i\chi_{c_1}(\boldsymbol{b}+\frac{m_2}{m_1+m_2}\boldsymbol{s})+i\chi_{c_2}(\boldsymbol{b}-\frac{m_1}{m_1+m_2}\boldsymbol{s})} \right|^2 \tag{5.10}$$

と求められる。

波動関数 $|\Psi_{c_1c_2}|^2$ は直交条件模型 (Orthogonal Condition Model, OCM) で求めた。[25] 波動関数を動径方向の Gauss 関数と球面調和関数の重ね合わせで表す。

$$\Psi(\boldsymbol{r}) = \sum_{n=1}^{N} c_n \exp\left(-\frac{1}{2}a_n r^2\right)\mathcal{Y}_{lm}(\boldsymbol{r}) \tag{5.11}$$

$\boldsymbol{r}$ は 2 クラスター間の相対座標、$\mathcal{Y}_{lm}(\boldsymbol{r}) = r^l Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})$($\hat{\boldsymbol{r}}$ は $\boldsymbol{r}$ 方向の単位ベクトル) である。ただし、今回は基底状態の原子核を扱うので、$\mathcal{Y}_{00}(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}$ である。係数 c_n, a_n を

$$\sum_j H_{ij}c_j = E\sum_j B_{ij}c_j \tag{5.12}$$

$$H_{ij} = \left\langle \exp\left(-\frac{1}{2}a_i r^2\right) \middle| H \middle| \exp\left(-\frac{1}{2}a_j r^2\right) \right\rangle \tag{5.13}$$

$$B_{ij} = \left\langle \exp\left(-\frac{1}{2}a_i r^2\right) \middle| \exp\left(-\frac{1}{2}a_j r^2\right) \right\rangle \tag{5.14}$$

を満たすように求める。ハミルトニアン H は

$$H = \sum_{i=1}^{2} \frac{\boldsymbol{p}_i^2}{2m_i} - T_{cm} + V_{12}(r) + V_{\mathrm{Coulomb}}(r) \tag{5.15}$$

である。ここで、$\boldsymbol{p}_i$ は i 番目のクラスターの運動量演算子、m_i は i 番目のクラスターの質量、$T_c m$ は重心運動エネルギー演算子、V_{12} は 2 クラスター間のポテンシャル、V_{Coulomb} はクーロンポテンシャルを表す。

$$V_{\alpha\alpha} = 125.9 \exp\left(-\frac{r^2}{1.53^2}\right) - 30.18 \exp\left(-\frac{r^2}{2.85^2}\right) \tag{5.16}$$

$$V_{\mathrm{Coulomb}} = \frac{4e^2}{r} \tag{5.17}$$

$$\hbar^2/m_\alpha = 10.4465\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm} \tag{5.18}$$

$$e^2 = 1.44\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm} \tag{5.19}$$

$$\mathrm{energy} : 93.4\mathrm{keV} \tag{5.20}$$

$$\mathrm{radius} : 3.14\mathrm{fm} \tag{5.21}$$

5.3　2 クラスター原子核散乱の古典的な断面積

触効果を評価するための比較対象として、古典的な描写を用いた古典的断面積を導入する。2 クラスター原子核のそれぞれのクラスターを剛体球とみなす。クラスター c_i の全反応断面積を σ_i とすると、剛体球の半径は $r_i = \sqrt{\sigma_i/\pi}$ である。図 5.3 のように、2 つの球をある角度から見た時、それぞれの球が重ならずに 2 つの円が見える場合と、小さい球が大きい球に完全に重なって大きい円が 1 つだけ見える場合と、小さい球が大きい球に一部だけ重なって 2 つの円が重なった形が見える場合がある。そのようにして 2 次元平面に射影された図形の面積をその角度から見た古典的断面積とする。求める古典的断面積は全ての角度から見た古典的断面積を積分したものを $\int d\Omega = 4\pi$ で割った平均である。

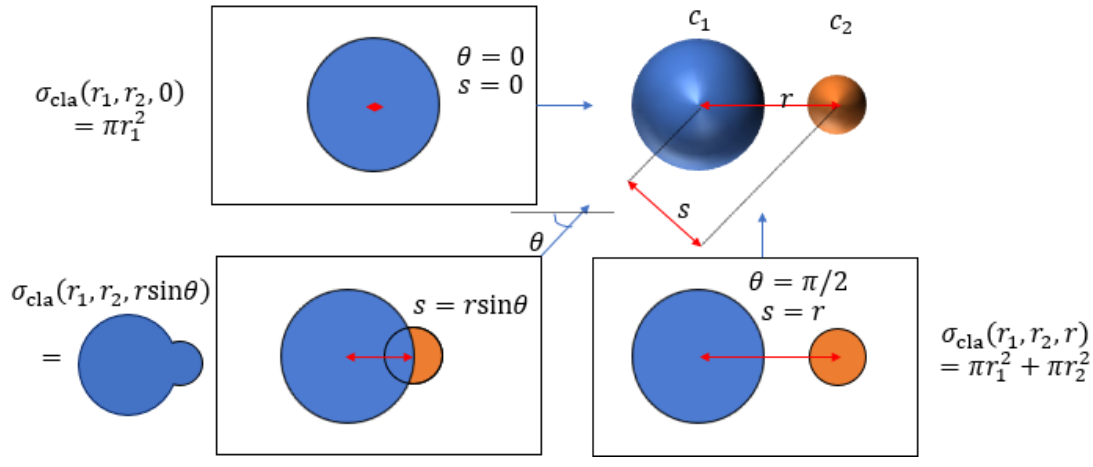

図 5.3　2 クラスター原子核の古典的な断面積の考え方

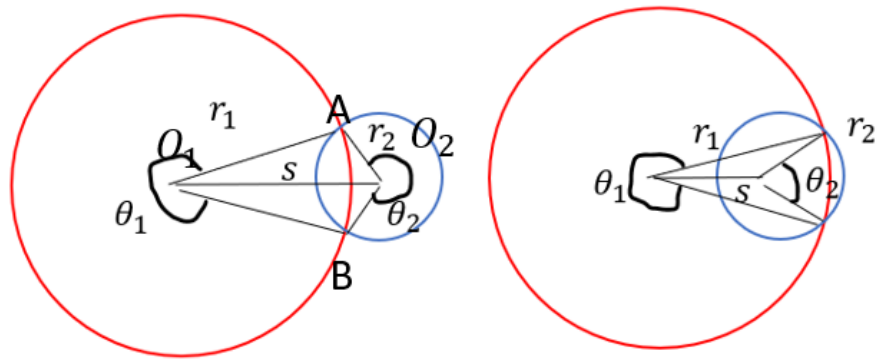

図 5.4　2 クラスター原子核の古典的な 2 次元射影

ある角度から見た古典的断面積を数学的に求めると以下のようになる。2 クラスター間距離を r、2 クラスター間を結ぶ線と視点のなす角を θ、視点から見た 2 次元平面上の 2 クラスター間距離を $s(=r\sin\theta)$ とする（図 5.4）と、

$$\sigma_{cla.}(r_1,r_2,s)=\begin{cases}\pi r_1^2 & (0\le s\le r_1-r_2)\\ \pi r_1^2\cdot\frac{\theta_1}{2\pi}+\pi r_2^2\cdot\frac{\theta_2}{2\pi}+2S_1 & (r_1-r_2<s\le r_1+r_2)\\ \pi r_1^2+\pi r_2 & (s>r_1+r_2)\end{cases} \tag{5.22}$$

2 番目の式は、2 つの円の中心を O_1,O_2、2 つの円が重なる点を A,B とすると、O_1,O_2,A,B がなす四角形、すなわち $S_1=\triangle O_1O_2A=\triangle O_1O_2B$2 つ分の面積に (四角形 O_1AO_2B を含まない方の) 扇形 O_1AB, O_2AB を足したものである。

$S_1=\triangle O_1O_2A=\triangle O_1O_2B$ の面積はヘロンの公式を用いて

$$S_1=\sqrt{s_1(s_1-r_1)(s_1-r_2)(s_1-s)}\,,\ s_1=\frac{r_1+r_2+s}{2} \tag{5.23}$$

扇型の角度 θ_1,θ_2 は

$$\theta_1=2\pi-2\sin^{-1}\left(\frac{2S_1}{r_1s}\right)\,,\ \theta_2==\begin{cases}2\sin^{-1}\left(\frac{2S_1}{r_2s}\right) & (r_1-r_2<s\le\sqrt{r_1^2-r_2^2})\\ 2\pi-2\sin^{-1}\left(\frac{2S_1}{r_2s}\right) & (\sqrt{r_1^2-r_2^2}<s\le r_1+r_2)\end{cases} \tag{5.24}$$

このようにして得られた古典的断面積を全立体角で積分して平均を取ると、古典的断面積は

$$\sigma_{\rm cla.tot.}(r_1,r_2,r_0)=\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}d\theta\int_0^{2\pi}d\phi\sin\theta\sigma_{cla.}(r_1,r_2,r_0\sin\theta) \tag{5.25}$$

であり、古典的断面積における断面積差は

$$\Delta\sigma_{cla.tot.}(r_1,r_2,r_0)=\pi r_1^2+\pi r_2^2-\sigma_{cla.tot.}(r_1,r_2,r_0) \tag{5.26}$$

となる。

5.4　2 クラスター原子核散乱の全反応断面積

^{8}Be(^{4}He $+^4$ He)、^{20}Ne(^{16}O$^4+$ He)、^{44}Ti(^{40}Ca $+^4$ He^{4}He)、$d(p+n)$ について、陽子散乱及び反陽子散乱の全反応断面積を計算した。これらの 2 クラスター原子核 (c_{12}) の全反応断面積を σ_{12} 、各クラ

スター (c_1, c_2) による全反応断面積を σ_1, σ_2 とし、断面積差 $\Delta\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_{12}$ を求めた。$\Delta\sigma > 0$ であれば 2 クラスター状態での全反応断面積の方が減少しているということになる。

図 5.5,5.6 に $\Delta\sigma$ を入射エネルギーの関数としてプロットした。$40 - 1000\,\mathrm{MeV}$ のエネルギー領域において ^{20}Ne、^{44}Ti、d が標的の場合は $\Delta\sigma > 0$ であり、断面積の減少が見られた。^{8}Be についてははは $\Delta\sigma < 0$ であったが、非束縛の原子核であるため、クラスター同士の束縛が弱く、蝕効果が起こりにくいと考えられる。

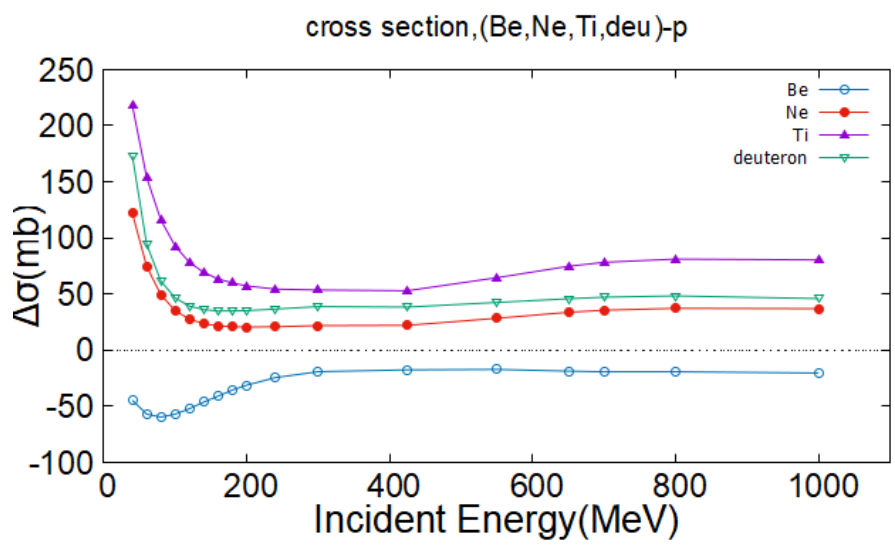

図 5.5　^{8}Be、^{20}Ne、^{44}Ti、d の p 散乱の $\Delta\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_{12}$

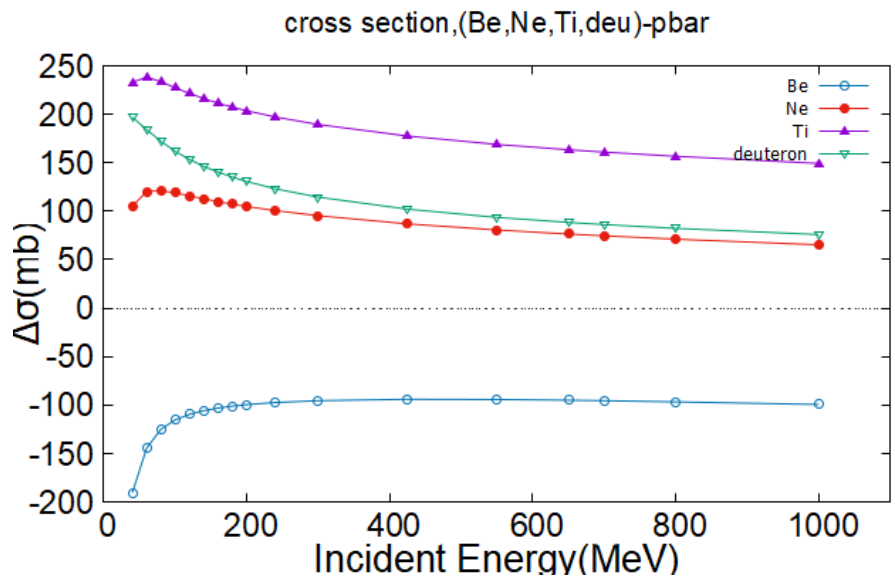

図 5.6　^{8}Be、^{20}Ne、^{44}Ti、d の $\bar{p}$ 散乱の $\Delta\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_{12}$

5.5　蝕効果の 2 クラスター間距離の波動関数による依存性

2 クラスター間距離の波動関数 $\Psi(r)$ について、その平均二乗根距離を r_0 とすると

$$|\Psi_{r_m=r_1}(r)|^2 = \left(\frac{r_0}{r_1}r\right)^3 \left|\Psi\left(\frac{r_0}{r_1}r\right)\right|^2 \tag{5.27}$$

とスケーリングすることで、平均二乗根距離が r_1 の波動関数が得られる。この波動関数を用いて、$\Delta\sigma$ の 2 クラスター間距離に対する依存性を調べた。

また、古典的な断面積

$$\sigma_{\mathrm{cla.tot.}}(r_1, r_2, r_0) = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \sin\theta \sigma_{\mathrm{cla.}}(r_1, r_2, r_0 \sin\theta) \tag{5.28}$$

より求められた $\Delta\sigma_{\mathrm{cla}}(r_0) = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 - \sigma_{\mathrm{cla.tot.}}(r_1, r_2, r_0)$ の r_0 の依存性も計算し、比較した。

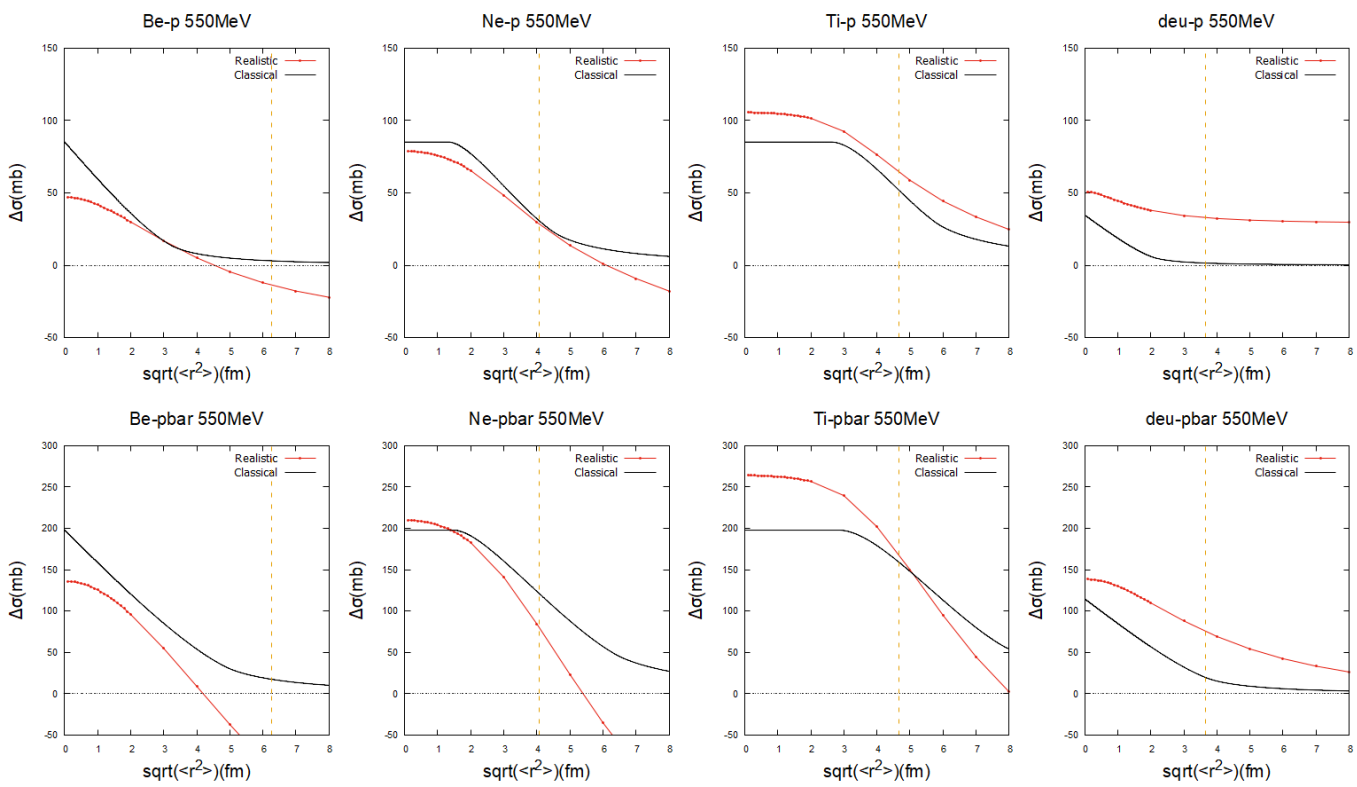

図 5.7　$\Delta\sigma$ の量子的な場合と古典的な場合の距離依存性。スケーリング前の平均二乗根距離を破線で示している。

$\Delta\sigma$ のクラスター間 (平均二乗根) 距離の依存性を図 5.7 に示した。^{20}Ne、^{44}Ti について、破線で示した元の平均二乗根距離の付近に注目すると、p 散乱は量子的な場合と古典的な場合で傾きが近い傾向にあり、断面積の減少が古典的な蝕効果で理解できると考えられる。一方、$\bar{p}$ 散乱は量子的な場合の方が傾きが大きかった。

また、元の平均二乗根距離 (破線) と量子的な場合の $\Delta\sigma$(赤線) の交点に注目すると、^{8}Be を除く 3 種類の原子核については、平均二乗根距離が $4 \approx 5\,\mathrm{fm}$ 程度で、$\Delta\sigma > 0$ の領域で交わっており、断面積減少が起きていることが反映されている。一方で ^{8}Be は非束縛であり、元の平均二乗根距離が 6.257fm と他の 3 種と比べても大きいことが影響し、交点は $\Delta\sigma < 0$ となっている。

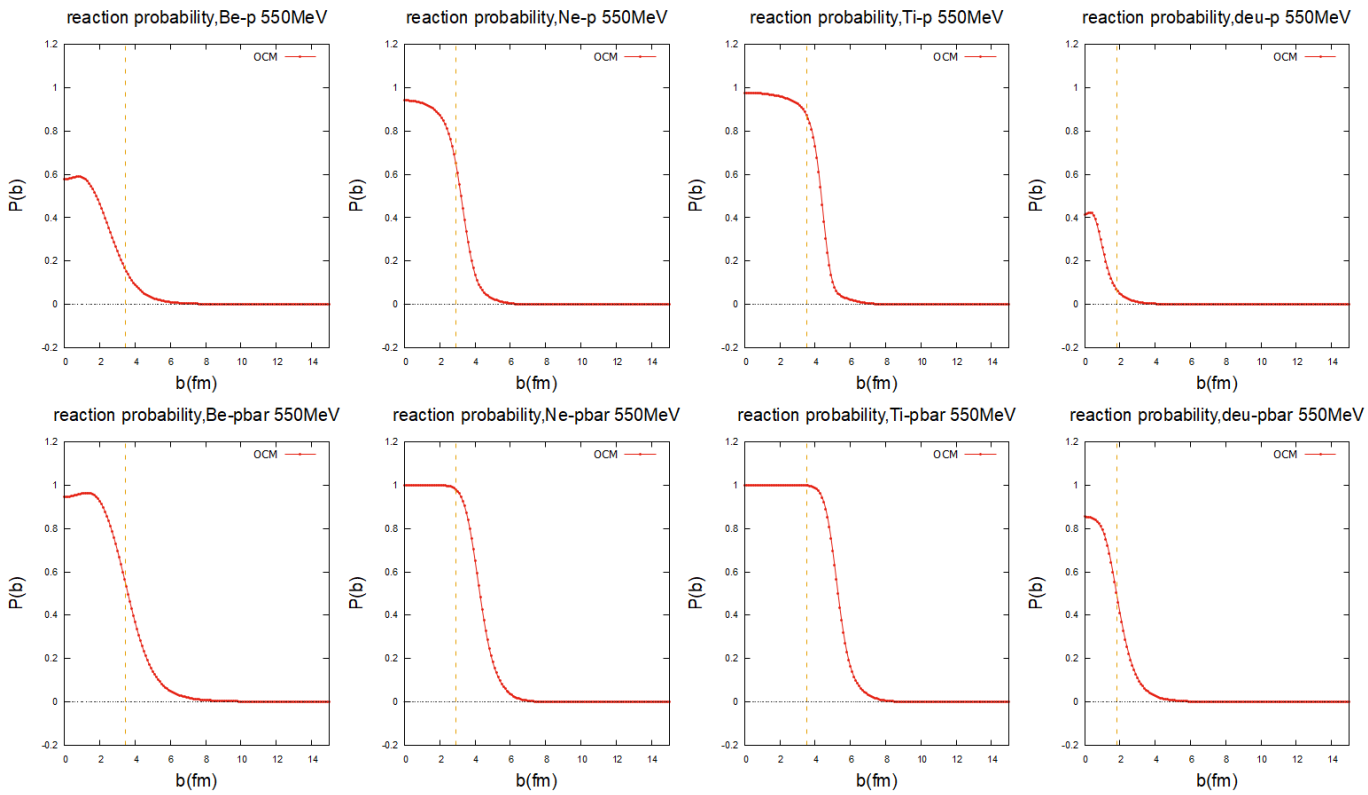

図 5.8　550MeV の ^{8}Be、^{20}Ne、^{44}Ti、d の $p(\bar{p})$ 散乱の反応率

p 散乱と $\bar{p}$ 散乱の性質の違いを見るために、2 クラスター原子核の散乱の反応率を 550MeV の場合を例に図 5.8 に示した。

破線は 2 クラスター原子核の平均二乗根半径を示しているが、それより外側の反応を見るとどの原子核でも p 散乱より $\bar{p}$ 散乱の方が反応が大きくなっている。特に ^{20}Ne、^{44}Ti については p 散乱は不完全吸収になっている一方で $\bar{p}$ 散乱は一部が完全吸収であり、その残りの不完全吸収である原子核表面の反応がテールとなり、強吸収模型とのずれが生じている。このため、図 5.7 のように古典的な模型とは異なった挙動が見られた。

第 6 章

まとめと結論

ハロー原子核の外縁部のような希薄密度領域の探索のために、陽子-原子核散乱よりも強い反応が期待できる反陽子-原子核散乱の記述をし、その特徴について議論した。

また、原子核の構造を知るための手がかりとして、構造が全反応断面積のような観測量に与える影響に関心があった。そこで本論文では、全反応断面積において発生するいくつかの現象について、原子核反応における不完全吸収反応によって説明することを試み、反応の不完全性や蝕効果の性質について議論した。

まず、反陽子散乱における Glauber 模型のパラメータについて、$\bar{p}-N$ 散乱の実験データを再現するように $\sigma_{\bar{N}N}^{\mathrm{tot.}}$ を、$\bar{p}-{}^{12}\mathrm{C}$ 散乱の実験データを再現するように $\beta_{\bar{N}N}$ を、$\bar{p}-d$ 散乱の実験データを再現するように $\alpha_{\bar{N}N}$ を決定した。

反陽子-原子核散乱及び陽子-原子核散乱の反応率を計算することで、標的核の密度分布に対してどれほど敏感な反応を示すか調べた。その結果、陽子散乱の感度は中心密度の 1/10 程度、原子核半径近傍までの領域であるのに対し、反陽子散乱は中心密度の 1/100 程度まで感度があり、原子核半径の外側の密度分布の末端まで調べられることがわかった。

そのような反陽子散乱と陽子散乱の性質の違いを実際に検証するために、これらの散乱の全反応断面積の比をいくつかの原子核について計算した。$^{22}\mathrm{C}$ についてハロー原子核のハロー生成の有無によって断面積比に違いが生じたので、反陽子散乱と陽子散乱の両方を比較することで原子核表面の希薄な密度分布の特徴を調べられると考えられる

$^{40}\mathrm{Ca}$、$^{58}\mathrm{Ni}$、$^{120}\mathrm{Sn}$、$^{208}\mathrm{Pb}$ を標的核とし、$^{12}\mathrm{C}$、p、α、$\bar{p}$ の入射核を用いた散乱の反応率を計算したところ、原子核内部で完全吸収 (反応率 $=1$) となる部分とそれよりも外側で吸収が不完全である部分に分けて考えることができる。

そこで、原子核反応の完全吸収反応の占める割合を定量化するために境界半径 $S, P(S)=0.99$ を導入し、完全吸収を仮定した時の半径 $R=\sqrt{\sigma_R/\pi}$ を用いて不透明度 S/R を導入した。完全吸収部分の断面積は $\sigma_{\mathrm{comp}}=\pi S^2$ と考えられ、また、$\sigma_R=\pi R^2$ であるため、S/R は反応の不透明度を示す指標として有用であると考えられる。$\bar{p}$ 散乱を除くと、入射核や標的核の質量数の大きさに比例した S/R 値が計算され、特に p 散乱はエネルギーによっては 100% 不完全吸収となる反応も見られた。核子ー核子散乱の断面積の大きい $\bar{p}$ 散乱では α 散乱と同程度の S/R 値となった。

不完全吸収が起こる例として陽子過剰同位体 $^{9-11}\mathrm{C}$ について、$^{12}\mathrm{C}$ 散乱と p 散乱を比較した。$^{10}\mathrm{C}$ を基準に半径を固定して中性子数を ±1 したものと、中性子数を固定し半径を $\pm0.2\mathrm{fm}$ したものを用いて p 散乱と $^{12}\mathrm{C}$ 散乱の断面積を調べた。全反応断面積 σ_R の変化は、$^{12}\mathrm{C}$ 散乱は半径の変化による影響が大きかったが、p 散乱は中性子数の減少による影響が、半径の増加による影響を上回り、断面積は減少した。このような違いは $^{12}\mathrm{C}$ 散乱の不透明性が大きいことにより、粒子数変化による影響が起こらない完

全吸収部分が存在したことが寄与している。このように、反応によっては粒子数の変化による影響が半径の変化による影響を上回ることもあるため、陽子散乱のような軽い原子核の衝突では半径の増加が必ずしも断面積の増加にはつながらないことがある。

2 クラスター原子核について、$^{8}\mathrm{Be}(^{4}\mathrm{He}+^{4}\mathrm{He})$、$^{20}\mathrm{Ne}(^{16}\mathrm{O}^{4}+\mathrm{He})$、$^{44}\mathrm{Ti}(^{40}\mathrm{Ca}+^{4}\mathrm{He})$、$d(p+n)$ を標的核とし、p 及び $\bar{p}$ 散乱の全反応断面積と各クラスターごとの全反応断面積の和を比較すると、一部の非束縛な原子核を除いて、2 クラスター原子核による全反応断面積のほうが減少することがわかった。

断面積差 $\Delta\sigma$ について、2 クラスター間距離依存性を調べ、古典的な模型から導出された $\Delta\sigma$ と比較したところ、p 散乱では古典的なものと近い結果が得られ、古典的な蝕として理解できるエネルギー領域があった。このことから、2 クラスターの近似が良ければ、古典的な蝕効果を適用し、蝕効果のクラスター間距離依存性と比較することができるので、$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$ の観測結果を用い、クラスター間距離 $R(c_1, c_2)$ の情報を得ることができると考えられる。

今回の研究を通し、原子核反応の不完全性が全反応断面積による原子核構造研究に与える影響について調べた。反陽子のような原子核表面に強い反応を示すプローブについて、反陽子-原子核散乱と陽子-原子核散乱を比較することが原子核表面のぼやけの様子や、ハロー原子核のような原子核表面を超える領域の密度の特徴の探索に対して反陽子散乱が有用であることが示された。不完全吸収反応の割合が大きい反応では、粒子数変化による影響が大きいため全反応断面積と半径が必ずしも比例しないことがわかった。2 クラスター原子核の蝕効果は散乱に用いる核やエネルギーによっては古典的な蝕効果として理解できる場合がある、すなわち蝕効果がクラスター構造を知るための手がかりとして用いることができることがわかった。

原子核散乱に用いる入射粒子として、陽子、$^{12}\mathrm{C}$ などの原子核、反陽子などが用いられ、反応の不完全性も異なる。全反応断面積と原子核半径や、全反応断面積と粒子数の関係性の違いに注意しながら、様々な入射粒子を用いた反応を比較することで、ハロー原子核の外縁部の密度や、クラスター原子核のクラスター間距離といった、不安定核の構造の理解に繋がることが期待される。

参考文献

[1] I. Tanihata, H. Hamagaki, O. Hashimoto, Y. Shida, N. Yoshikawa, K. Sugimoto, O. Yamakawa, T. Kobayashi, and N. Takahashi, Phys. Rev. Lett. 55, 2676 (1985)

[2] I. Tanihata, H. Savajols, R. Kanungoi, Progress in Particle and Nuclear Physics 68 (2013) 215-313

[3] S. Bagchi, R. Kanungo, Y. K. Tanaka, H. Geissel, P. Doornenbal, W. Horiuchi, G. Hagen, T. Suzuki, N. Tsunoda, D.S. Ahn, H. Baba, K. Behr, F. Browne, S. Chen, M.L. Cort ´ es, A. Estrad ´ e, N. Fukuda, M. Holl, K. Itahashi, N. Iwasa, G. R. Jansen, W. G. Jiang, S. Kaur, A. O. Macchiavelli, S. Y. Matsumoto, S. Momiyama, I. Murray, T. Nakamura, S. J. Novario, H. J. Ong, T. Otsuka, T. Papenbrock, S. Paschalis, A. Prochazka, C. Scheidenberger, P. Schrock, Y. Shimizu, D. Steppenbeck, H. Sakurai, D. Suzuki, H. Suzuki, M. Takechi, H. Takeda, S. Takeuchi, R. Taniuchi, K. Wimmer, and K. Yoshida, Phys. Rev. Lett. 124, 222504 (2020)

[4] K. Ikeda, N. Takigawa and H. Horiuchi Prog. Theor. Phys. Suppl. E68(1968)464

[5] M. Chernykh, H. Feldmeier, T. Neff, P. von Neumann-Cosel, and A. Richter, Phys. Rev. Lett. 98, 032501 (2007)

[6] H. de Vries, C. W. de Jager, and C. de Vries, Atomic Data and Nuclear Data Tables 36, 495 (1987).

[7] S. Hatakeyama, W. Horiuchi, and A. Kohama, Phys. Rev. C 97, 054607 (2018)

[8] K. Nakamura, J. Chiba, T. Fujii, H. Iwasaki, T. Kageyama, S. Kuribayashi, T. Sumiyoshi, T. Takeda, H. Ikeda and Y. Takada, Phys. Rev. Lett. 52, 731 (1984)

[9] H. Aihara, J. Chiba, H. Fujii, T. Fujii, H. Iwasaki, T. Kamae, K. Nakamura, T. Sumiyoshi, Y. Takada, T. Takeda and M. Yamauchi and H. Fukuma, Nucl. Phys. A 360, 291 (1981)

[10] R. J. Abrams, R. L. Gool, G. Giacomelli, T. F. Kycia, B. A. Leontic, K. K. Li, A. Lundby, D. N. Michael, and J. Teiger, Phys. Rev. D 4, 3235 (1971)

[11] J. Roy, S. Soheli, Md. A. Rahman and H. M. Sen Gupta, IL NUOVO CIMENTO A 9 (1999) 1041-1048

[12] M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa, K. Nakamura, Y. Sumino, F. Takahashi, J. Tanaka, K. Agashe, G. Aielli, C. Amsler et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D 98, 030001 (2018), and 2019 update.

[13] M. Tanaka, M. Takechi, A. Homma, M. Fukuda, D. Nishimura, T. Suzuki, Y. Tanaka, T. Moriguchi, D. S. Ahn, A. Aimaganbetov, M. Amano, H. Arakawa, S. Bagchi, K.-H. Behr, N. Burtebayev, K. Chikaato, H. Du, S. Ebata, T. Fujii, N. Fukuda, H. Geissel, T. Hori, W. Horiuchi, S. Hoshino, R. Igosawa, A. Ikeda, N. Inabe, K. Inomata, K. Itahashi, T. Izumikawa, D. Kamioka, N. Kanda, I. Kato, I. Kenzhina, Z. Korkulu, Y. Kuk, K. Kusaka, K. Matsuta, M. Mihara, E. Miyata, D. Nagae, S. Nakamura, M. Nassurlla, K. Nishimuro, K. Nishizuka, K.

Ohnishi, M. Ohtake, T. Ohtsubo, S. Omika, H. J. Ong, A. Ozawa, A. Prochazka, H. Sakurai, C. Scheidenberger, Y. Shimizu, T. Sugihara, T. Sumikama, H. Suzuki, S. Suzuki, H. Takeda, Y. K. Tanaka, I. Tanihata, T. Wada, K. Wakayama, S. Yagi, T. Yamaguchi, R. Yanagihara, Y. Yanagisawa, K. Yoshida, and T.K. Zholdybayev, Phys. Rev. Lett. 124, 102501 (2020)

[14] B. Abu-Ibrahim, W. Horiuchi, A. Kohama, and Y. Suzuki, Phys. Rev. C 77, 034607 (2008)

[15] K. Tanaka, T. Yamaguchi, T. Suzuki, et al., Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 062701

[16] K. Kaki, Prog. Theor. Exp. Phys. 2017, 093D01 (2017)

[17] K. Makiguchi, W. Horiuchi, and A. Kohama, Phys. Rev. C 102, 034614 (2020)

[18] V. Franco and R. J. Glauber, Phys. Rev. 142, 1195 (1966)

[19] W. Horiuchi, Y. Suzuki, T. Uesaka, and M. Miwa, Phys. Rev. C 102, 054601 (2020)

[20] R. J. Glauber, Lectures in Theoretical Physics, edited by W. E. Brittin and L. G. Dunham (Interscience, New York, 1959),Vol. 1, p. 315

[21] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, New York, 1975), Vol. 1

[22] C. A. Bertulani, and C. De Conti, Phys. Rev. C.81.064603(2010)

[23] K. Makiguchi and W. Horiuchi, Prog. Theor. Exp. Phys. 073D01 (2020)

[24] J. A. Tostevin, A. T. Saito, J. A. Tostevin, A. T. Saito, J. Gibelin, N. A. Orr, N. L. Achouri, T. Aumann, H. Baba, F. Delaunay, P. Doornenbal, N. Fukuda, J. W. Hwang, N. Inabe, T. Isobe, D. Kameda, D. Kanno, S. Kim, N. Kobayashi, T. Kobayashi, T. Kubo, S. Leblond, J. Lee, F. M. Marqu ´ es, R. Minakata, T. Motobayashi, D. Murai, T. Murakami, K. Muto, T. Nakashima, N. Nakatsuka, A. Navin, S. Nishi, S. Ogoshi, H. Otsu, H. Sato, Y. Satou, Y. Shimizu, H. Suzuki, K. Takahashi, H. Takeda, S. Takeuchi, R. Tanaka, A. G. Tuff, M. Vandebrouck, and K. Yoneda, Phys. Lett. B 761 (2016) 412-418

[25] H. Moriya, H. Tajima, W. Horiuchi, K. Iida, and E. Nakano, Phys. Rev. C 104, 065801 (2021)