HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Geometry of Surfaces with Singular Points and the Gauss-Bonnet Theorem [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	橋堀, 恭矢
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第16241号
Issue Date	2025-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/95364
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Type	doctoral thesis
File Information	Kyoya_Hashibori_review.pdf, 審査の要旨

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称　博士（理学）　　氏 名　橋堀 恭矢

	主査　教授	古畑 仁
審査担当者	副査　教授	小林 真平
	副査　准教授	川﨑 盛通

学位論文題名

Geometry of Surfaces with Singular Points and the Gauss-Bonnet Theorem
（特異点を持つ曲面の幾何学と Gauss-Bonnet の定理）

博士学位論文審査等の結果について（報告）

ユークリッド空間内の正則曲面に対するいわゆる Gauss-Bonnet の定理は、幾何学の歴史上もっとも重要な成果の一つといってよい。正則曲面を、フロンタルとよばれる、カスプ辺や燕の尾などの特異点を許容する曲面へと拡張して、これを考察する研究が 2002 年ころ M. Kossowski らにより行われた。一方、Gauss-Bonnet の定理は、外在空間（ユークリッド空間）を用いずに 2 次元リーマン多様体に対して定式化されうるが、特異点を許容する場合にこれに対応する定式化が K. Saji - M. Umehara - K. Yamada らにより 2008 年ころから提案され、「連接接束、フロンタル束に対する Gauss-Bonnet の定理」として構築された。この設定では、前者の、2 次元多様体から 3 次元ユークリッド空間への写像の特異点の概念は、束写像の特異点の概念に巧みに翻訳されている。このような状況において、多様体が境界付の場合への精密化も非常に重要な課題で、2020 年の W. Domitrz - M. Zwierzynski の研究などが知られていた。

本学位論文は、対象の許容する特異点を高々ピークというクラスに拡張して、上記の成果と同様な公式を得ることに成功している。許容する特異点のクラスを拡張すると、特異点集合と多様体の境界との関係に適切な仮定をおく必要が生じるうえ、公式内には境界の符号付き孤立特異点の数などの項が出現するなど非常に複雑な状況になるが、著者は丹念にこれを取り扱い、Gauss-Bonnet の定理の応用として Levine 型公式、Quine 型公式を得ている。これらは 2 次元多様体間の滑らかな写像に対して、適切な条件の下で特異点集合の Euler 標数と回転数等との関係、写像度、Euler 標数、カスプ特異点の個数等の関係を与えるタイプの公式である。

また、対象がフロンタルとして扱えない場合、たとえば、交差帽子を特異点として許容する曲面に対する Gauss-Bonnet の定理の拡張は、1975 年に N.H. Kuiper により研究され、2015 年に M. Hasegawa – A. Honda – K. Naokawa – K. Saji – M. Umehara – K. Yamada によりその外在空間を用いない定式化が行われた。著者は、このタイプの特異点を通過する曲線に対して測地的曲率測度の有界性を調べ、上記定式化の境界付き多様体版を証明している。

これを要するに、著者は、幾何学、とくに特異点を許容する曲面の幾何学に対して貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。