



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Lower gradient estimates for viscosity solutions to first-order Hamilton-Jacobi equations
Author(s)	廣瀬, 和也
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第16742号
Issue Date	2026-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k16742
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/99587
Type	doctoral thesis
File Information	Kazuya_Hirose_review.pdf, 審査の要旨 https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



学 位 論 文 審 査 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏 名 廣瀬 和也

	主 査	准教授	浜向 直
審査担当者	副 査	教 授	久保 英夫
	副 査	教 授	坂井 哲

学位論文題名

Lower gradient estimates for viscosity solutions to first-order Hamilton-Jacobi equations
(1 階ハミルトン・ヤコビ方程式の粘性解に対する下からの勾配評価)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

廣瀬氏の学位論文では、凸なハミルトニアンを持つ時間依存型ハミルトン・ヤコビ方程式の初期値問題に対して、その粘性解の空間変数に関する勾配の下からの評価を導いています。特に、ハミルトニアンが未知関数の 0 階微分に依存する場合へと既知の結果を拡張し、さらに既知の勾配評価よりも優れた評価を得ています。偏微分方程式的手法、力学的手法の 2 つの方法で、勾配評価を導いています。

第 1 の方法 (偏微分方程式的手法) は、粘性解とバロン・イェンセン解とが同値であるという事実と、粘性解の下限たたみ込みの性質、および局所比較定理を利用するものです。この手法は、先行研究の Ley (2001) で導入されたものですが、廣瀬氏は、ハミルトニアンを一般化すると共に、誤差評価を精密に行うことで、先行研究よりも優れた評価を導きました。さらに、勾配評価が得られる領域 (本論文で言う依存領域) を、先行研究のものよりも広く取ることに成功しています。

第 2 の方法 (力学的手法) は先行研究には無い新しい手法で、対応するハミルトン系を解析するものです。ハミルトン系の未知関数の 1 つが、粘性解の勾配に対応することを利用し、初期値の勾配がどのように伝播するかを調べて、勾配評価を導いています。さらにこの方法を応用し、ハミルトニアンが未知関数の 1 階微分について正斉次 1 次である場合に、改良された勾配評価を得ています。このようなハミルトニアンは、界面運動を記述する方程式にしばしば現れます。

さらに、輸送方程式、アイコナール方程式といった具体的な方程式に対して、得られた勾配評価と依存領域とが最適であることを確認しています。

解の勾配の下からの評価は、界面運動の問題において、界面が正則であることや、界面の肥大化が起きないことを保証します。特に、非局所項を持つ方程式に対しては、解の一意性を導くための鍵にもなります。本論文における廣瀬氏の成果は、粘性解の勾配評価の新たな手法を提示するという理論的基礎と、界面運動の理解という応用の、両方に貢献するものです。

以上の理由で、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認めます。