



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Stability of Metric Viscosity Solutions
Author(s)	牧田, 慎平
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第16743号
Issue Date	2026-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k16743
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/99588
Type	doctoral thesis
File Information	Shimpei_Makida_review.pdf, 審査の要旨 https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士（理学） 氏名 牧田 慎平

	主査 准教授	浜向 直
審査担当者	副査 教授	古畑 仁
	副査 教授	小林 政晴

学位論文題名

Stability of Metric Viscosity Solutions
(距離粘性解の安定性に関して)

博士学位論文審査等の結果について（報告）

牧田氏の学位論文では、距離空間上のハミルトン・ヤコビ方程式の粘性解に対する、空間摂動に関する安定性の問題を調べています。解概念としては、Gangbo・Swiech（2015）で導入された距離粘性解を採用しています。

第1部では、全体空間 X の中で、コンパクトな距離空間の列 X_n が、ある極限空間 X_∞ にハウスドルフ収束するときの、定常型ハミルトン・ヤコビ方程式の粘性解の安定性を調べています。ある意味での距離の一致収束性を仮定したときに、各 X_n 上の粘性劣解（優解）の緩和極限が、 X_∞ 上の粘性劣解（優解）となることを証明しています。証明の鍵になるのは、2乗距離関数を用いた距離粘性解の特徴付けです。これは、解の定義に用いる試験関数のクラスを、距離関数の2乗で表される関数の集合に制限することができることを主張する事実です。このような2乗距離関数を試験関数として用いたとき、試験関数の微分として距離関数自身が現れるため、仮定した距離の収束を、安定性の証明で上手く利用することができます。また、安定性が成り立つ空間の列の具体例も、複数与えています。さらに、距離空間がコンパクトでない場合にも、エークランドの最大値原理を用いる手法で、安定性を導いています。

第2部では、全体空間を設定せずに、距離空間の列 X_n が、ある極限空間 X_∞ にグロモフ・ハウスドルフ収束するときの、時間発展型ハミルトン・ヤコビ方程式の粘性解の安定性を調べています。各 X_n 上の粘性劣解（優解）の緩和極限が、極限空間上の粘性劣解（優解）となることを示しています。こちらでも、2乗距離関数を用いた解の特徴付けが証明の鍵となりますが、これに加えて、グロモフ・ハウスドルフ収束の定義に現れるイプシロン等長写像を用いた精密な評価を行い、安定性を証明しています。

距離空間上の粘性解の理論は近年進展を見せていますが、本論文の設定における空間摂動に関する安定性については、先行結果がありませんでした。牧田氏が、この安定性の理論を新しく確立しました。特に、2乗距離関数を用いた距離粘性解の特徴付けは、距離粘性解の解析における新たな手法を提示します。さらに、牧田氏が得た安定性の結果は、領域摂動問題や、フラクタル図形のような複雑集合上の偏微分方程式の解の構成に適用できるため、応用面においても有用です。

以上の理由で、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認めます。