



Title	Flavor structures in nonfactorizable torus and orbifolds with background magnetic fluxes
Author(s)	高田, 翔平
Degree Grantor	北海道大学
Degree Name	博士(理学)
Dissertation Number	甲第16747号
Issue Date	2026-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/doctoral.k16747
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/99592
Type	doctoral thesis
File Information	Shohei_Takada_abstract.pdf, 論文内容の要旨 https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理 学) 氏 名 高田 翔平

学 位 論 文 題 名

Flavor structures in nonfactorizable torus and orbifolds with background magnetic fluxes
(背景磁場入りの分解不可能なトーラスおよびオービフォールドコンパクト化におけるフレーバー構造)

素粒子標準模型(標準模型)は、ヒッグス粒子の発見により実験的に確立されたカイラルな理論であり、素粒子物理学史上最も成功した理論の一つである。標準模型で記述される粒子は、物質粒子・ゲージ粒子・ヒッグス粒子の三種類に大別される。特に、物質粒子はフェルミ粒子で構成され、クォーク・レプトンの二種類に大別される。

申請者はこれまで、こうしたクォーク・レプトンにおける物理現象とその起源の謎に着目してきた。例えば、物質粒子において、電荷・スピン等の量子数が同一の粒子は、コピーのように3回繰り返し現れる。これは三世代構造と呼ばれているが、標準模型はその物理的起源を理論的に説明できていない。加えて、物質粒子は世代間における質量の階層的な違いから区別できる。この性質は「質量階層性」と呼ばれている。物質粒子の質量は湯川結合定数とヒッグス粒子の真空期待値から導出されるため、質量階層性は湯川結合定数の違いを意味する。しかし、標準模型において湯川結合定数はパラメータとして導入されているため、三世代構造の物理的起源と同様に、質量階層性の物理的起源も標準模型の枠内では説明できていない。このような物質粒子における三世代構造やその質量階層性等の構造は「フレーバー構造」と呼ばれ、申請者はフレーバー構造の物理的起源を究明するため、超弦理論を想定してきた。

超弦理論は、自然界に存在する4つの基本相互作用を統一的に記述する万物の理論の最有力候補である。標準模型では、基本要素となる粒子が大きさゼロの点粒子として定義されるが、超弦理論では一次元に拡張された弦であると仮定する。一方で、相対性理論や量子論との整合性を考慮すると、超弦理論では10次元背景時空が要請される。観測可能な宇宙は4次元時空であると考えられているため、余剰な6次元空間を小さく丸めてコンパクト化する必要がある。こうした6次元コンパクト空間は標準模型では現れない。そのため、6次元コンパクト空間上の理論を解析し、そこから三世代構造を有するカイラルな4次元有効理論を探索することは、標準模型におけるフレーバー構造の物理的起源を考える上で非常に重要である。本研究において、申請者は特定の6次元コンパクト空間を想定し、三世代構造を有するカイラルな有効理論(三世代模型)を探索してきた。

6次元コンパクト空間の候補は無数に存在する。その有力候補として6次元カラビヤウ多様体が挙げられる。しかし、一般に6次元カラビヤウ多様体の形状は複雑すぎるため、粒子の状態を記述する波動関数、およびその重なり積分から導出される湯川結合定数の定量的解析は非常に困難である。そこで、申請者はコンパクト空間として、そうした定量的解析が可能なトーラスやそのオービフォールドを仮定する。

先行研究では、背景磁場を有する2次元トーラス T^2 やそのオービフォールド T^2/Z_N の直積空間(例: $T^2 \times T^2 \times T^2$)を6次元コンパクト空間と仮定する模型が構築されてきた。ここで、2次元部分空間の直積で定義される空間を factorizable なコンパクト空間と呼ぶ。まず、 T^2 上の背景磁場 F の成分である実フラックス $n(n \neq 0)$ は整数量子化されており、 $|n|$ 世代構造を有するカイラルな理論を導くことが知られている。そのため、背景磁場は三世代模型を再現する際に活用される。更に、 T^2 は複素構造モジュラスと呼ばれる複素数パラメータによってその形状が特徴づけられており、上述の背景磁場と複素構造モジュラスを活用することで、無質量状態の粒子を記述するゼロモード波動関数やその重なり積分、つまり湯川結合定数の定量的記述が可能になる。一方、 T^2/Z_N 上では Z_N 固有値ごとに各固有状態(各 Z_N セクター)が縮退しており、それらを合計すると

$|n|$ 個縮退している。また、 Z_N セクター上の縮退数を世代数として対応させることができる。そのため、 T^2/Z_N 上の縮退数の解析は、三世代模型を導出する上で重要となる。したがって、背景磁場入りのトーラス、およびオービフォールドコンパクト化は、フレーバー構造の物理的起源を解明していく過程で重要になると考えられる。

一方で、コンパクト空間が factorizable ではない場合、つまり、 $T^2 \times T^2 \times T^2$ といった二次元部分空間の直積として分解不可能な場合は、nonfactorizable なコンパクト空間と呼ばれる。申請者はそのような nonfactorizable な6次元トーラス T^6 、そのオービフォールド T^6/Z_N に背景磁場が導入される模型を検討してきた。この時、背景磁場 F 上の実フラックス n は 3×3 整数行列 $N = \{N_{ij}\}$, ($i, j = 1, 2, 3$), に拡張され、複素構造モジュラスも 3×3 複素行列の複素構造モジュライ $\Omega = \{\Omega_{ij}\}$, ($i, j = 1, 2, 3$), に拡張される。本研究ではこうした N, Ω を用いて、三世代模型を具体的に探索してきた。

申請者は当該模型を構築する際、超対称性による物理的な安定性を考慮した。加えて、 T^6 上の回転対称性、そして後述するモジュラー対称性を考慮しながら、当該模型上のゼロモード波動関数を解析した。まず、 T^6 上では $|\det N|$ 世代構造を導出できるため、 T^6 から導出される三世代模型を検討できる。次に、 T^6 上のカイラリティが正に固定される場合、4つのスピノル成分を考えられる。このスピノル成分に関して、励起されるスピノル成分は背景磁場 F から決定される。この時、各2次元空間上の対応するカイラリティを $\pm$ で表すと、正符号のみのカイラリティ(+++)のスピノルのみが励起する場合、または(++-), (-+-), (--+)等の様々なカイラリティを有するスピノルが励起される場合の二種類に分類できる。特に後者に関して、背景磁場 F の非自明な非対角成分は複数のスピノル成分を同時に励起させることが可能なため、複雑な解析が予想された。そこで、申請者はある複素関数と係数を用意することで各スピノル成分の波動関数を書けるという仮定を検討した。その下で、 N, Ω を有する T^6 上の波動関数を具体的に記述した。また、波動関数が T^6 上の Dirac 方程式と境界条件を満たすことを確認し、 T^6 上の回転対称性と波動関数の関係について解析した。さらに、 N, Ω やその固有値等を用いて、超対称性の保存条件を書き表した。

T^6 上の回転から、様々なカイラリティを有する波動関数は、(+++)カイラリティのみを有する波動関数と同様の記述が可能であることが判明した。また、 T^6 上の基底変換(モジュラー変換)に関するモジュラー対称性の下で、(+++)カイラリティを有する波動関数の振舞いだけでなく、様々なカイラリティを有する波動関数の振舞いも判明した。一方、モジュラー変換性、超対称性の保存条件、数値計算を活用し、背景磁場入りの nonfactorizable な T^6/Z_N , ($N = 7, 12$), 上の縮退数を解析した。この時、 T^6/Z_7 では三世代模型が確認されず、一方で T^6/Z_{12} では三世代模型が確認された。これらの結果は、 T^6 上のカイラリティが正に固定される場合で得られた。また、 N, Ω を用いて、カイラリティと対称性を考慮した波動関数の重なり積分を計算した。これは4次元有効理論上の湯川結合定数を導く際に重要となる。最後に、その重なり積分のモジュラー変換性、および背景磁場から現れる非可換離散群の解析を実行した。